



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Uma abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio

Paulo Victor Santos Souza

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Raul José Donangelo

Rio de Janeiro
Agosto de 2011

Uma abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio

Paulo Victor Santos Souza

Orientador: OrientadorUm

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

Presidente, Prof. Raul José Donangelo

Prof. Jorge Simões de Sá Martins

Prof. Alexandre Carlos Tort

Rio de Janeiro
Agosto de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA

S729u Souza, Paulo Victor Santos
Uma abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio / Paulo Victor S Souza. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2011.
IX, 116f. : il. 34; 30 cm.
Orientadores: Raul José Donangelo.
Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física / Pós-Graduação em Ensino de Física, 2011.
Referências Bibliográficas: f. 118-121
1. Ensino de Física. 2. Cinemática. 3. Velocidade. 4. Aceleração. I. Donangelo, Raul José. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III. Uma abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio.

À Karla, porque há histórias de amor que nunca tem fim.

Agradecimentos

A Deus, cujo nome é Jeová, pelo dom incompreensível da vida.

A Jesus, o maior de todos os didatas, pelo exemplo.

A todos os professores que tive tanto na graduação quanto no mestrado. Em particular, Alexandre Tort, Carlos Eduardo Aguiar, Deise Miranda, Hélio Salim, Marcus Venícius Cougo Pinto, Penha Maria Cardoso Dias e Ricardo Barthem pela atenção a mim dispensada, pelas inúmeras admoestações e até pelas necessárias correções.

A todos aqueles que acreditaram na graduação em física à distância da UFRJ.

A todos os colegas do curso, em especial, a Felipe Nogarol e Leonardo Raduan pelo refrigério de nossas muitas e animadas conversas de corredor.

A Jonathan Costa, Guilherme Raposo, Alberto Arantes, Fernando dos Santos e Wilian Bernardo pela amizade genuína.

A banca de avaliação desta tese, pelas críticas e sugestões.

Ao imarrecível Raul Donangelo, por ter aceito me orientar e por ter me banquetado com uma fartura de boas idéias.

Aos meus pais, Paulo Roberto e Lucilena, por terem, desde a muito, sido tudo que podiam e tudo aquilo que eu precisava. Há uma dívida entre mim e vós que nem no tempo de mil vidas eu poderia pagar.

A Gabriela, por existir.

A Karla, minha querida, a quem dedico o passado recente, com quem vivo no presente e penso o futuro, por tudo que tem me dado e ainda pode dar, por tudo que é e que ainda pode ser, pelos desafios e inarráveis prazeres que desfruto de sua presença.

RESUMO

Uma abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio

Paulo Victor Santos Souza

Orientador: Raul José Donangelo

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Haja vista o que a pesquisa em ensino de física tem revelado, é evidente que o ensino de física precisa ser reajustado, harmonizado à nova realidade daquilo que se espera da física no ensino médio. Contudo, aparentemente, esta necessidade premente não tem alcançado a cinemática: Esta carece de realidade e tem ocupado um lugar cada vez mais modesto no currículo de física. Não obstante, a entendemos de uma forma diferente, repleta de substância e potencialidades. Pensamos que é fundamental e tem, inerentemente, uma função propedêutica, que está intimamente concatenada à realidade vivida e observada pelos alunos, que permite a investigação de problemas concretos com implicações imediatas na forma como os alunos leem o mundo que os cerca, que pode impelir o desenvolvimento de competências úteis tanto na escola como na sociedade, etc. Concordemente, à luz do construtivismo de Jean Piaget, por meio de atividades investigativas, propomos nesta dissertação uma possível abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio consoante com o prisma através do qual enxergamos a cinemática e estes conceitos que correspondem ao seu cerne. Pretendemos com esta proposta resgatar a utilização da intuição na aprendizagem em física, ensinar conceitos físicos que consideramos fundamentais para construção de um quadro coerente da física clássica, promover o desenvolvimento de competências que consideramos úteis não apenas na escola, mas também na vida, desfazer qualquer visão inapropriada e ingênua por parte dos alunos que a física seja um amontoado de fórmulas a serem memorizadas e aplicadas sem o mínimo critério. Para isso, propomos três conjuntos de atividades em que, respectivamente, construímos o conceito de velocidade, refinamos o mesmo e construímos o conceito de aceleração. As atividades partem de problemas concretos e a discussão é mediada por perguntas a serem respondidas pelos alunos. Estas atividades são descritas na íntegra e a cada pergunta, associamos alguma informação que pode ser relevante numa eventual aplicação da proposta. Incluímos nesta dissertação uma breve apresentação de nossas motivações, nossos objetivos, os pré requisitos para implementação da proposta. Além disso, discutimos alguns pontos altos do construtivismo de Piaget e do ensino por investigação, realizamos uma revisão bibliográfica e apresentamos uma série de apêndices em que alguns elementos da proposta são detalhadas. Em particular, o apêndice A apresenta a proposta de uma forma sucinta.

Palavras chave: Ensino de Física, cinemática, velocidade, aceleração.

Rio de Janeiro
Agosto de 2011

ABSTRACT

A approach for concepts of velocity and acceleration in the high school

Paulo Victor Santos Souza

Supervisor: Raul José Donangelo

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

Considering what research in Physics Teaching has shown, it is evident that teaching needs to be adjusted and harmonized with the reality of the Physics expected. However, that urgent need has not reached kinematics, and has occupied a more and more modest position in the Physics curriculum. As we understand it, the teaching of kinematics is full of potential. We believe that it is fundamental and that it inherently has a primordial function in the following steps in Physics education. This is deeply connected with the reality, as observed by the students. Students' observations allow an investigation of real problems with immediate implications in how students see the world around them. Readings can block the development of useful skills, both at school in society. According to Piaget's constructivism, in this dissertation we propose, through research activities, a possible approach for studying in High School the concepts of velocity and acceleration. We intend, with this proposal, to rescue the use of intuition in physics learning and to teach basic physical concepts in a way consistent with the physical frame of mind in Classical Physics, promoting the development of skills that we consider useful not only in school but also in life. We would like to undo students' views such as "Physics is a jumble of formulas which I must memorize for solving my exercises and pass my exams." This work proposes three sets of activities, where the concepts of velocity and acceleration are built and refined. The activities arise from real problems, and the discussion is developed through questions which the students have to answer. These activities are described in full, and each question is associated with relevant information on a possible application of the proposal. We have included in this work a brief presentation of our motivation and goals. Furthermore, we perform a literature review on the main highlights of Piaget's constructivism and teaching by investigation. A series of appendices present some elements of the proposal, in particular appendix A describes it in full.

Keywords: Physics education, kinematics, valocity, acceleration.

Rio de Janeiro
Agosto de 2011

Conteúdo

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Preâmbulo | 1 |
| 1.1 | O começo: Motivação e outros porquês | 1 |
| 1.2 | Pré-requisitos | 3 |
| 1.3 | A proposta e seu objetivo | 4 |
| 1.4 | Estrutura da tese | 5 |
| 2 | Subsídios Pedagógicos | 7 |
| 2.1 | O construtivismo de Jean Piaget | 8 |
| 2.2 | O ensino por investigação | 11 |
| 3 | Revisão bibliográfica | 14 |
| 3.1 | O desenvolvimento dos conceitos de velocidade e aceleração segundo Piaget | 15 |
| 3.2 | O desenvolvimento dos conceitos de velocidade e aceleração segundo L.C McDermott e D.E. Trowbridge | 17 |
| 3.3 | O desenvolvimento do conceito de velocidade segundo O.P.B. Teixeira | 18 |
| 3.4 | O desenvolvimento do conceito de aceleração segundo C.E. Laburu | 21 |
| 3.5 | Trabalhos interessantes | 22 |
| 4 | A Proposta | 25 |
| 4.1 | O problema da miniatura | 25 |
| 4.2 | As velocidades da vida real - Aprofundando o conceito de velocidade | 36 |
| 4.2.1 | O problema da largada | 37 |
| 4.2.2 | A velocidade instantânea - A serventia dos livros de física | 42 |
| 4.2.3 | O problema da ultrapassagem | 46 |
| 4.3 | Descendo a ladeira e construindo o conceito de aceleração | 52 |
| 4.4 | Resultados preliminares | 61 |
| 5 | Conclusões e Perspectivas | 64 |
| A | Material Instrucional | 66 |
| A.1 | Prolegômenos filosóficos: O que? Por quê? Como? Para que? | 66 |
| A.2 | O problema da miniatura | 67 |
| A.3 | As velocidades da vida real - Aprofundando o conceito de velocidade | 77 |
| A.3.1 | O problema da largada | 78 |
| A.3.2 | A velocidade instantânea - A serventia dos livros de física | 83 |
| A.3.3 | O problema da ultrapassagem | 88 |

| | |
|---|------------|
| A.4 Descendo a ladeira e construindo o conceito de aceleração | 94 |
| B Câmeras digitais entre outras coisas | 104 |
| C O virtual Dub | 105 |
| D Aplicativos em Flash | 106 |
| E O Freez Screen Video Capture | 107 |
| F Produção de fotos estroboscópicas | 108 |
| Referências bibliográficas | 108 |

Capítulo 1

Preâmbulo

*O conselho no coração dum homem é como águas profundas, mas o homem de discernimento é quem o puxará para fora.
Provérbios 20:5, segundo a tradução do Novo Mundo das Escrituras Sagradas*

1.1 O começo: Motivação e outros porquês

Neste trabalho apresentamos uma possível abordagem, alternativa à que geralmente é apresentada na maioria dos livros texto, para os conceitos de velocidade e aceleração no ensino médio. Mas, comecemos pelo início: A motivação.

Sentimo-nos impelidos a desenvolver este trabalho por vários motivos, dentre os quais, destacamos os principais. Acreditamos que o ensino de física possa e deva ser aprimorado. Este pensamento é consoante ao desejo da administração pública expresso nos muitos documentos oficiais produzidos com o objetivo de promover e subsidiar as necessárias mudanças no ensino [1–5]. Por exemplo, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) [4] assinalam que

É importante que os métodos de ensino sejam modificados, capacitando o aluno a responder a perguntas e a procurar as informações necessárias, para utilizá-las nos contextos em que forem solicitadas.

A medida que novas propostas e possibilidades surjam, o tucanho ensino tradicional com seus paradigmas e fragilidades pode, gradativa e pacificamente, dar lugar a abordagens que se ajustem melhor as necessidades da educação no século XXI. Assim, nos harmonizamos indubitavelmente com idéia de que o hodierno ensino de física tem de ser reformulado para atender as novas demandas e ajustar-se aos novos tempos.

Não obstante, por que cinemática? Acreditamos que a cinemática tem uma significativa função propedêutica. Deveras, a consideramos fundamental para compreensão da dinâmica, das leis de Newton e suas aplicações, do eletromagnetismo, etc. Além disso, o estudo do movimento fora a raiz da física, como a própria história da ciência testifica¹. Concordamos também, embora o foco de nosso trabalho não seja este, com a importância da cinemática

¹De fato, o movimento foi o foco de discussão de antigos filósofos como Eráclito de Éfeso, que acreditava que a natureza está em constante transformação, ou movimento, e Parmênides de Elea, que defendia a impossibilidade do movimento.

na caracterização do papel da linguagem matemática no desenvolvimento e estudo das ciências físicas, como muito bem aponta A. Gaspar [6]:

...a responsável maior pelo sucesso da cinemática no ensino médio, é a ponte que ela estabelece com a matemática, com as equações do ensino fundamental e ensino médio cujo estudo, em geral, se desenvolve paralelamente ao estudo dos movimentos, às vezes até com o mesmo professor. O estudo da cinemática, quando descreve movimentos através de equações, tem um papel relevante na compreensão da utilização da matemática como ferramenta básica para o estudo da Física. Aliás, nesse sentido, não nos lembramos de outro tópico que possa substituí-la de forma tão adequada e oportuna.

Ademais, acreditamos que o ensino de cinemática careça de realidade, assim como afirma M. Pietrocola [7],

...a cinemática, um dos primeiros tópicos tratados neste contexto (do ensino tradicional de Física no ensino médio). Ele é destinado ao estudo do movimento de corpos e inicia-se invariavelmente com o estudo do ponto material. Porém, quem já teve a oportunidade de observar o movimento de um ponto material no seu cotidiano? Na verdade, os pontos mais conhecidos aparecem nos livros e geralmente encontram-se parados! Os alunos devem se perguntar: “Mas que coisa é esta que meu professor quer que eu aprenda? Para que estudar o movimento de uma coisa que na realidade sequer existe?”

Pensamos que o estudo da cinemática pode deixar aos alunos um legado mais amplo do que a mais amplamente conhecida fórmula da física, a persistente $v = \Delta S / \Delta t$! Antes, acreditamos que aqueles que estudam cinemática devam ser capazes de comparar velocidades de corpos de diferentes naturezas, julgar se uma ultrapassagem é ou não segura, entender como a largada pode influenciar o resultado de uma corrida, reconhecer agentes responsáveis por acelerar as coisas, etc.

Além disso, pensamos que no estudo de cinemática, segundo o imaginamos, os alunos possam desfazer qualquer imagem precipitada que talvez tenham da física como um conjunto de “fórmulas para estudar coisas chatas” e possam desenvolver competências que, por suas vez, podem ser úteis não apenas na escola mas, durante toda vida. Os (PCN+) [3] afirmam que o desenvolvimento de competências está profundamente concatenado à construção da cidadania dos estudantes:

Esse objetivo mais amplo requer, sobretudo, que os jovens adquiram competências para lidar com as situações que vivenciam ou que venham a vivenciar no futuro, muitas delas novas e inéditas. Nada mais natural, portanto, que substituir a preocupação central com os conteúdos por uma identificação das competências que, se imagina, eles terão necessidade de adquirir em seu processo de escolaridade média.

Entrementes, entendemos que estas competências se desenvolvam mediante ações concretas que, conforme elucidam os já citados (PCN+) [3], se referem a conhecimentos e nos remetem a temas de estudo. Acreditamos fortemente que o estudo da cinemática, em especial, o estudo dos conceitos de velocidade e aceleração no início do primeiro ano do ensino médio, pode ajudar os estudantes a desenvolver as competências as quais já nos referimos

antes. Acreditamos também na capacidade deste tema estruturador de resgatar habilidades dos estudantes que, eventualmente, tenham sido perdidas durante o ensino fundamental, como, por exemplo, a utilização da intuição na solução de problemas.

Finalmente, nosso desejo e esperança última, desde a época em que cursamos o ensino médio, é estreitar a brecha entre a cinemática e a vida! Este pensamento é corroborado pelos (PCN+) [3], segundo os quais,

estudar os movimentos requer, inicialmente, identificá-los, classificá-los, aprendendo formas adequadas para descrever movimentos reais, de objetos - carros, animais, estrelas ou outros.

Esperamos que ao fim deste trabalho, de alguma forma, estas idéias tenham sido, ainda que parcialmente, materializadas e que a brecha que descrevemos acima tenha diminuído. Naturalmente, para que nossa proposta seja implementada, espera-se que os alunos detenham alguns conhecimentos prévios, não muitos, mas necessários. A seção seguinte descreve alguns deste pré-requisitos.

1.2 Pré-requisitos

Existem, naturalmente, alguns pré-requisitos para implementação de nossa proposta, ou seja, para se beneficiar de nosso trabalho, os alunos precisam estar familiarizados com alguns conceitos preliminares. Citamos a seguir que conceitos consideramos imprescindíveis. Fornecemos também uma breve definição destes conceitos, da forma como nós os apresentamos aos alunos. Perceba o leitor que algumas destas definições são imprecisas ou incompletas. Na realidade, algumas das definições são apenas funcionais, ou seja, permitem que os alunos atribuam algum significado aos conceitos. Como a precisão não é objetivo pético nos primórdios do curso no ensino médio, pensamos em algumas destas definições como um “mal” necessário cuja utilidade é momentânea. Ademais, não intentamos discutir, muito menos esgotar, este assunto (os pré-requisitos) porque acreditamos que esta empreitada escapa o escopo desta tese. Em nossas aulas nos baseamos em duas referências principais, a saber: No livro de Arnold Arons sobre o ensino de física introdutória [8] e no volume um do curso de física para o ensino médio dos prof.(s) Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga [9]. Sem mais, apresentamos ao leitor os conceitos com os quais os alunos precisam estar familiarizados para o bom desenvolvimento de nossa proposta:

Tempo: Aquilo que medimos com o relógio².

Distância: Aquilo que medimos com a régua³.

Ponto: Uma distância tão pequena que considera-se que não se estende ao longo do espaço, antes, ocupa um único lugar, tão pequeno e bem definido quanto pudermos imaginar.

²De fato, esta é apenas, e nada além disso, uma definição operacional do tempo. Lembramos ao leitor que nosso humilde desejo é que ao pensar em tempo, os alunos possam associar a esta palavra algo, neste caso, uma ação concreta, o ato de medir com o relógio. Consideramos que fazer isso é melhor do que deixar este e outros conceitos no limbo da indefinição na mente dos alunos.

³Novamente, definimos um conceito em termos de uma ação concreta.

Posição: Ponto em que se encontra um corpo em relação a origem da régua⁴.

Intervalo de tempo: O tempo que passa entre duas marcações do relógio.

Instante de tempo: Um intervalo de tempo tão pequeno quanto pudermos imaginar, tal que durante um instante, considera-se que o tempo não passa. Condordemente, o tempo avança de instante em instante.

Deslocamento: A variação da posição de quem se move, i.e., a diferença entre a posição ocupada finalmente e a posição ocupada inicialmente.

Trajetória: Um desenho que representa as posições ocupadas por quem se move.

Referencial: O ponto de vista através do qual o problema será estudado.

Observador: Símbolo de nossa capacidade de medir distância e tempo, uma vez escolhido o referencial.

Embora tenhamos apresentado ao leitor tais definições, lembramos, em manifestação de nossa humildade, que esta é apenas a forma como, particularmente, trabalhamos estes conceitos. Não é imprescindível, embora seja aconselhável, que o tema seja trabalhado de um modo tal que a imagem que os alunos construam destes conceitos seja a acima descrita.

1.3 A proposta e seu objetivo

Nossa proposta é composta de três conjuntos de atividades. Estas atividades são propostas a partir de questões que nos remetem a problemas bem definidos. A apresentação é feita por meio da proposição de perguntas que são seguidas de um breve comentário ou alguma outra informação útil.

No primeiro conjunto de atividades analisamos se a rapidez de uma miniatura é proporcional à de um automóvel real na escala informada pelo fabricante. Propomos um experimento simples que permite a estimativa da rapidez da miniatura. Esta atividade pode ser realizada no próprio colégio. No íterim desta atividade, o conceito de velocidade média é contruído. Em seguida, o problema é reconsiderado, mediante a utilização de um outro método, por meio do software livre VirtualDub. Por fim, apresentamos questões que resolvemos por chamar de complementares no sentido de que podem ser realizadas na seqüência das aulas ou como tarefa de casa. Estas últimas proporcionam o refinamento do conceito de velocidade, recentemente construído.

O segundo conjunto de atividades é devotado ainda à consideração do conceito de velocidade. Propomos o aprofundamento da discussão através da proposição e subseqüente análise de três questões ligadas a : (1) a influência da largada numa corrida idealizada; (2) a velocidade de um carro durante uma ultrapassagem, em par-

⁴Note o leitor que esta definição só é útil enquanto lidamos com movimentos unidimensionais e que nossa régua tem valores positivos e negativos, de modo que esta definição dá conta de movimentos em uma dimensão que podem corresponder a posições positivas ou negativas.

ricular, no instante em que os carro estão emparelhados e (3) as condições para uma ultrapassagem segura. A discussão abarca a relação entre a variação da posição e a velocidade, a relação entre a variação da tempo e a velocidade, a velocidade instantânea e a velocidade relativa. Para o desenvolvimento das atividades, utilizamos um aplicativo que simula uma corrida de carros, gentilmente desenvolvido pelo prof. Geraldo Felipe de Souza Filho na linguagem Flash. Além disso, propomos um método simples e acessível ao ensino médio de estimativa da velocidade instantânea, por meio da discussão de um problema análogo, o cálculo da média de altura de uma fileira de livros. Por fim, discutimos a costumeira questão da ultrapassagem na cinemática. Discutimos conceitos que resolvemos por denominar velocidade de ultrapassagem e velocidade de aproximação para promover a construção, senão do conceito, pelo menos de um proto conceito de velocidade relativa. Apresentamos uma justificativa, que consideramos mais plausível do que aquela que geralmente é apresentada nos livros didáticos, para justificar a existência de velocidades negativas⁵. Implicamente, a relatividade galileana é intensamente discutida.

Qual a diferença entre um movimento plano e um movimento ladeira abaixo? Esta pergunta é a pedra angular do terceiro e último conjunto de atividades. Propomos a comparação entre o movimento plano, já estudado, e um movimento de descida no plano inclinado. Para este fim, construímos uma pista de madeira e utilizamos um carrinho da marca HotWheels, uma câmera digital e, novamente, o software VirtualDub para analisar o movimento. É neste contexto que o conceito de aceleração é edificado. Daí para adiante, centralizamos nossa discussão nos agentes físicos responsáveis por acelerar os corpos e as consequências da aceleração para velocidade e para o movimento de um corpo. Por fim, consideramos movimentos em que ocorrem inversões. Em particular, discutimos a velocidade e aceleração de corpos que invertem o movimento, exatamente no instante em que há a inversão. Estudamos o movimento de descida no plano inclinado, por meio da pista; a queda livre por meio de uma foto estroboscópica; um movimento retardado provocado pelo atrito, e um movimento acelerado impelido pelo vento.

O que, no entanto, pretendemos com nossa proposta? Naturalmente, temos alguns objetivos. Esperamos que a maioria deles, ainda que incompletamente, sejam alcançados. Pretendemos resgatar e reconceitualizar o papel da intuição no aprendizado de física. Desejamos promover o desenvolvimento de competências, que segundo esperamos, devem ser úteis tanto na escola como fora dela, por meio do estudo de problemas concretos, correspondentes à realidade vivida e observada pelos alunos, exaltar a utilização de analogias no ensino de física, já tão discutidos na literatura [12–14]. Intuímos impelir os alunos a comportarem-se como protagonistas de seu próprio aprendizado, ao passo que os conceitos não são definidos ou enunciados, mas construídos. Esperamos contribuir para o resgate de um brilho que o estudo da cinemática perdeu desde há muito. Esperamos que nossa proposta torne evidente para os alunos as implicações do que estudam para sua vida. Enfim, almejamos que nossa proposta contribua, ainda que com um único tijolo, para reestruturação, hoje ativa, do ensino de física no Brasil.

1.4 Estrutura da tese

O capítulo inicial desta tese aborda, como esperamos já ser de conhecimento do leitor, nossa motivação, nossos objetivos e os pré-requisitos que consideramos necessários para que nossa proposta seja aplicada.

⁵A dificuldade dos alunos em entender velocidade negativas é notificada pela literatura. Veja, por exemplo, F.M. Goldberg [10] que discute as dificuldades dos aluno com as representações gráficas de valores negativos de velocidade.

No segundo capítulo, discutimos os subsídios pedagógicos que embasaram este trabalho. Em particular, apresentamos o construtivismo de Piaget aplicado por meio de atividades investigativas que, imaginamos, seja o melhor caminho para a promoção de nossos objetivos⁶.

Uma revisão bibliográfica é realizada no terceiro capítulo. Inicialmente, consideramos estudos anteriores sobre o desenvolvimento dos conceitos de velocidade e aceleração desde a infância, com Piaget, até a adolescência e o início da idade adulta, com D. Trowbridge, L. McDermot, O. Teixeira e C.E. Laburu. Em seguida, apresentamos alguns trabalhos anteriores ao nosso que de alguma forma nos chamaram a atenção.

O quarto capítulo, o coração desta tese, é devotado à apresentação de nossa proposta propriamente dita. Fazemos isso pela apresentação das perguntas que conduzem cada atividade. Tais perguntas são sempre acompanhadas de um comentário livre, i.e., que contém alguma informação importante acerca daquela pergunta. Quando apropriado, remetemos o leitor a referências e a figuras necessárias à compreensão de nosso objetivo com cada pergunta. Ao fim do quarto capítulo, uma discussão dos resultados preliminares obtidos da aplicação de nossa proposta na rede pública estadual do Rio de Janeiro é apresentada.

Consideramos, por fim, algumas conclusões a que chegamos durante a concepção e aplicação deste trabalho além de algumas perspectivas, concatenadas ao ensino de cinemática, que consideramos promissoras.

Apresentamos no final da tese uma seqüências de apêndices destinados a apresentação dos elementos necessários para aplicação da proposta. Em particular, atente o leitor ao apêndice A, em que um resumo da proposta é apresentado.

⁶Veja por exemplo a referência [22].

Capítulo 2

Subsídios Pedagógicos

Se, conforme pensava Richard Feynman, ensinar é um desafio independente do contexto em que o processo ocorra, acreditamos que maior ainda é o desafio de tentar entender como as pessoas aprendem e, conseqüentemente, como os professores devem ensinar. Concordamos que este é um terreno tão escorregadio que não desejamos, de nenhuma forma, ser dogmáticos. Acreditamos que o aprendizado é algo muito peculiar. Concordemente, o ensinar também o deve ser. Existem muitas coisas envolvidas, começando pelas circunstâncias da escola e estendendo-se até a heterogeneidade dos alunos. Assim, embora não desejemos dar importância demasiada e indevida às nossas referências pedagógicas. Antes, nosso desejo mais profundo é que nosso trabalho dê ao leitor algo em que refletir. No entanto, humildemente, gostaríamos também de discutir abreviadamente alguns dos elementos pedagógicos que escolhemos para ambientar nossa proposta.

Esclarecemos ao leitor que, na incapacidade de expressar melhor as idéias descritas a seguir, fazemos um largo, mas não desmedido, uso de citações de outros autores. Esta escolha, segundo pensamos, tem por objetivo apresentar ao leitor linhas tão cruas, puras e desprovidas de interpretação quanto possível. Pensamos este capítulo como uma inspiração, necessária e importante, para nossa proposta, mas não como um compromisso solene de modo que não deve o leitor esperar encontrar, em traços bem definidos, estes subsídios em cada “vírgula” desta dissertação. Entendemos que estes elementos definam apenas direção deste trabalho, trabalho este cujo sentido nos consideramos no direito de escolher.

Inicialmente, entendemos que o aluno é protagonista de sua própria aprendizagem. Ademais, intentamos que nossa proposta estimule, resgate ou reconceitualize a intuição na aprendizagem e na solução de problemas em física. Assim, acreditamos que o *Construtivismo de Piaget* seja a forma de pensar o processo de ensino-aprendizagem mais adequado em nosso caso. Além disso, imaginamos que o viés para desenvolvimento de nossa proposta sejam as *Atividades Investigativas*. Esta seção é devotada a uma breve descrição destas idéias.

2.1 O construtivismo de Jean Piaget

Jean Piaget nasceu em Neuchâtel, Suíça, em 1896 e faleceu em Genebra em 1980. Desde a tenra idade já demonstrara sua predisposição para ciência. Publicou seu primeiro artigo aos onze anos. Sua preocupação com o pensamento e o cognitivo manifestou-se em 1924, quando publicou seu primeiro livro, *A Linguagem e o Pensamento da criança*. A obra de Piaget é vasta e profunda. Por isso, apenas nos ateremos aos aspectos de sua obra que nos são interessantes. Como destacam Gomes e Bellini [15], a principal preocupação do construtivismo Piagetiano é:

Como se passa de um estado de menor conhecimento para um estado de maior conhecimento?

Piaget procurou a resposta a esta pergunta no comportamento da criança. Seus estudos lhe permitiram interpretar o desenvolvimento mental do indivíduo. De acordo com L. Ferracioli [16], na visão de Piaget,

Desde o nascimento até a idade adulta, o desenvolvimento mental do indivíduo é um processo contínuo de construção de estruturas variáveis, que, ao lado de características que são constantes e comuns a todas as idades, refletem o seu grau de desenvolvimento intelectual.

O conhecimento é, assim, construído a partir do conhecimento já existente. Para Piaget ([17] *apud* [16]),

As estruturas de um conjunto são integrativas e não se substituem uma às outras: cada uma resulta da precedente, integrando-a na qualidade de estrutura subordinada e prepara a seguinte, integrando-se a ela mais cedo ou mais tarde.

A teoria de Piaget é interacionista. Assim, este desenvolvimento se dá mediante um processo de estabilização entre as estruturas existentes e a ação do meio. L. Ferracioli [16] acrescenta ainda que

...a cada explicação particular para um certo interesse, há uma integração com a estrutura existente, que, em um primeiro momento, é reconstruída e, em seguida, ultrapassada para uma dimensão mais ampla, acarretando o desenvolvimento mental.

Para Piaget, o desenvolvimento do conhecimento está profundamente concatenado à idéia de ação. Nas palavras de Piaget ([18] *apud* [15]):

...é um grupo de ações modificando o objeto e possibilitando ao sujeito do conhecimento alcançar as estruturas da transformação. Uma operação e uma ação interiorizada. Mas, além disso, é uma ação reversível; isto é, pode ocorrer em dois sentidos, por exemplo, adição ou subtração, juntar ou separar. Assim, é um tipo particular de ação que constrói estruturas lógicas. Acima de tudo, uma operação nunca é isolada. É sempre ligada a outras operações e, como resultado, é sempre parte de uma estrutura total.

A compreensão destes aspectos permitiu a Piaget agregar o desenvolvimento cognitivo do indivíduo em quatro períodos gerais de desenvolvimento cognitivo: Sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto e operatório

formal. A descrição destes estágios é muito freqüente na literatura e, na incapacidade de apresentá-los de maneira mais didática, resumida e compreensível, recorremos a M.A. Moreira [19] que define os quatro estágios piagetianos do desenvolvimento cognitivo como se segue:

Sensório-motor: desde o nascimento até aproximadamente dois anos de idade; caracteriza-se por ações não coordenadas; cada ação é ainda isolada e a única referência comum e constante é o próprio corpo da criança; ela não diferencia o seu eu do meio que a rodeia; tudo parece ser uma extensão de seu próprio corpo, mas ela não se percebe como possuidora de desejos e vontades que seriam as causas de suas ações.

Pré-operatório: vai de dois a sete anos de idade, aproximadamente; desenvolve-se a linguagem; as ações são mais coordenadas e menos centradas no sujeito; objetos e eventos são representados mentalmente, têm realidade cognitiva além da realidade física; no entanto, o pensamento ainda não é reversível; a criança nesse período não tem ainda compreensão da transitividade, nem da conservação do todo; sua atenção volta-se para os aspectos mais atraentes, perceptualmente, de objetos e eventos podendo facilmente cair em contradição.

Operatório-concreto: vai de 7/8 anos até 11/12 anos, aproximadamente; caracteriza-se por uma descentração progressiva em relação à perspectiva egocêntrica; o pensamento já tem características de uma lógica de operações reversíveis; apesar disso, a criança não é ainda capaz de operar com hipóteses que podem ser falsas ou verdadeiras; para antecipar o ausente ela tem que partir do concreto, contrariamente ao período seguinte no qual o real é percebido como um caso particular do possível.

Operatório formal: dos 11/12 anos em diante; caracteriza-se principalmente pela crescente capacidade de raciocinar com hipóteses verbais, não só com objetos concretos; é o pensamento proposicional, através do qual, ao raciocinar, o adolescente manipula proposições mentalmente; torna-se capaz de fazer raciocínios hipotético - dedutivos; tem capacidade para operar com construtos mentais; pode trabalhar com operações lógico-matemáticas.

No entanto, que fatores influenciam este desenvolvimento? Para nós, esta é uma questão fundamental. Estes fatores foram considerados na construção de nossa proposta e permeiam sua aplicação. De acordo com Piaget, estes são ([16] *apud* [20]) :

Para mim, existem 4 fatores principais: em primeiro lugar, Maturação..., uma vez que este desenvolvimento é uma continuação da embriogênese; segundo, o papel da Experiência adquirida no meio

físico sobre as estruturas da inteligência; terceiro, Transmissão Social num sentido amplo (transmissão lingüística, educação, etc.); e quarto, um fator que freqüentemente é negligenciado, mas que, para mim, parece fundamental e mesmo o principal fator. Eu denomino esse fator de Equilibração ou, se vocês preferem, auto-regulação.

A maturação é inerente ao desenvolvimento do indivíduo. A medida que o desenvolvimento físico ocorre, a maturação ocorre para todos. Entretanto, embora necessária para o desenvolvimento intelectual, a maturação por si só não o justifica.

A experiência, como vista por Piaget, é diferenciada em física e lógico-matemática. A experiência física tem que ver com a atuação sobre um objeto, o que implica na construção de conhecimento sobre o mesmo. A experiência lógico-matemática está concatenada à construção do conhecimento por meio das ações realizadas sobre os objetos. L. Ferracioli [16] sublinha que

...a experiência física, que está relacionada a conteúdos assimilados, e consiste em agir sobre os objetos para abstrair suas propriedades, partindo dos próprios objetos; e a experiência lógico-matemática, que revela um aspecto construtivo da própria estrutura, e também consiste em agir sobre os objetos para abstrair suas propriedades, mas não dos próprios objetos, e sim a partir das ações do indivíduo sobre esses objetos. Assim, a experiência física não é um simples registro de dados, mas uma estruturação ativa e assimiladora a quadros matemáticos internos.

Por um lado, a transmissão social é fundamental para o desenvolvimento do ser, haja vista que não há limites para o volume de informação que pode ser transmitida à alguém de diversas formas. Por outro lado, quando tomada isoladamente, a transmissão social de nada serve uma vez que o indivíduo só assimilará as informações que forem consoantes ao nível de desenvolvimento mental do mesmo, ou seja, é contraproducente ou até sem sentido, tentar ensinar algo a um aluno que exige mais de sua compreensão do que seu nível de desenvolvimento, i.e., suas estruturas cognitivas, pode processar. A desconsideração do nível de desenvolvimento mental do indivíduo pode, assim, ter resultados terríveis para o processo de aprendizagem.

Finalmente, temos a equilíbrio. Segundo Piaget, o desenvolvimento cognitivo tende continuamente ao equilíbrio. Em sua visão ([17] *apud* [16]), consiste numa

seqüência de compensações ativas do sujeito em resposta às perturbações exteriores e de regulagens ao mesmo tempo retroativas (sistemas de anéis ou feedbacks) e antecipadoras, que constitui um sistema permanente de tais compensações.

Assim, podemos entender equilíbrio como um processo que corresponde a sucessão de níveis de equilíbrio [15]. É principalmente por meio deste processo que o indivíduo se desenvolve. Ademais, a equilíbrio está profundamente concatenada a alguns outros processos comuns na teoria piagetiana, a saber: Organização, adaptação, assimilação e acomodação.

Piaget entende que há uma tendência por parte do indivíduo integrar estruturas psicológicas em sistemas coerentes [19]; esta tendência Piaget denomina organização. Neste prisma, o desenvolvimento ocorre por meio do

ajuste ou adaptação dos estruturas existentes aos estímulos provindos da interação do indivíduo com o mundo exterior. A adaptação é a mediatriz entre dois processos complementares e inseparáveis, assimilação e acomodação. A assimilação envolve submeter o novo às estruturas existentes. A acomodação consiste na criação de um novo esquema ou na modificação de um esquema existente por conta de um novo estímulo. Nas palavras de L. Ferracoli [16]:

A assimilação diz respeito ao processo pelo qual os elementos do meio exterior são internalizados à estrutura, enquanto que a acomodação se refere ao processo de mudanças da estrutura, em função dessa realização, quando há a diferenciação e integração de esquemas de assimilação. Assim, pode-se dizer que o pensamento é adaptado a uma realidade, quando ele consegue, ao mesmo tempo, assimilar às suas estruturas elementos dessa realidade, acomodando essas estruturas aos novos elementos que se apresentam...

O que se pretende então com o ensino é alcançar o que Piaget chama de *equilíbrio majorante*, que corresponde ao processo de equilíbrio quando benéfico para o indivíduo. Assim, entendemos que o ensino deva promover ações e atividades que conduzam os alunos ao equilíbrio majorante. Neste respeito, ressaltamos a importância das atividades escolhidas e da forma como são conduzidas pois, se o professor “errar na mão”, as conseqüências poderiam ser desastrosas; os alunos poderiam ser conduzidos ao equilíbrio minorante. Como explica M.A. Moreira [19]:

Quando uma situação é nova é preciso acomodar, ou seja, reformular um esquema de assimilação, construir um novo esquema, ou abandonar a tarefa. O ensino, em conseqüência, deve provocar conflitos cognitivos, quer dizer, propor situações para as quais os esquemas dos alunos não funcionem, de modo a provocar a necessidade de construção de novos esquemas... No entanto, se o conflito cognitivo for muito acentuado poderá ocorrer a equilíbrio minorante, isto é, o aprendiz buscará o equilíbrio cognitivo através da “não-aprendizagem”, da não-modificação ou não-enriquecimento de seus esquemas de assimilação.

Assim, pretendemos que nossa proposta provoque conflitos cognitivos razoáveis com os esquemas cognitivos dos alunos. Imaginamos que o melhor modo de provocar estes conflitos seja por meio de problemas tão concretos e próximos da realidade observável quanto possível. Além disso, pensamos que atividades investigativas sejam capazes de promover tais conflitos nos moldes supradescritos. Uma discussão breve acerca das atividades investigativas as quais nos referimos é realizada a seguir.

2.2 O ensino por investigação

A pesquisa em ensino de física tem evidenciado o distanciamento entre a ciência ensinada nas escolas e a ciência praticada nos laboratórios de pesquisa e exaltado a relevância do ensino por investigação no estreitamento entre as mesmas. Segundo D. Munford e M.E. Lima [23],

Na escola os conceitos são apresentados de forma abstrata e distanciados do contexto que lhe deram origem. Ocorre assim uma separação entre o que é aprendido do modo como esse conhecimento é aprendido e utilizado.... As abordagens investigativas no ensino de ciências representariam um modo de trazer para a escola aspectos inerentes à prática dos cientistas.

Ademais, as atividades investigativas estão relacionadas com um anseio humano fundamental: A curiosidade. Como apontam B.A. Rodrigues e A.T. Borges [24],

Trata-se de uma abordagem fundamental para compreender o mundo, em acordo com a idéia de que a curiosidade é uma característica natural do ser humano e por isso todas as atividades humanas são resultantes e guiadas pela curiosidade e pela investigação.

Por conseguinte, no que consistem as atividades investigativas? Doravante, pretendemos apontar algumas de suas características mais importantes. Primeiramente, a investigação deve partir de uma situação problema. Conforme sublinha M.C. Azevedo [25],

É preciso que sejam realizadas diferentes atividades, que devem estar acompanhadas de situações problematizadoras, questionadoras e de diálogo, envolvendo a resolução de problemas e levando à introdução de conceitos para que os alunos possam construir seu conhecimento.

O ensino por investigação delega aos alunos a responsabilidade de protagonizar o processo de inquirir. Assim, suas competências e conhecimentos prévios delineiam a direção e a profundidade da discussão. Esta postura encontra amparo nas palavras de E. F de Sá *et al.* [27] segundo os quais,

Uma fala recorrente entre educadores e pesquisadores da educação em ciências é que aprendizagem dos estudantes é mais efetiva quando eles são convidados a trazer sua experiência pessoal para o contexto escolar e quando eles têm oportunidades de realizar investigações, tomar consciência de suas idéias prévias, e estruturar novas maneiras de compreender os temas e os fenômenos em estudo.

O ensino por investigação coloca em pé de igualdade os conceitos e conteúdos a serem estudados, as competências que são desenvolvidas durante o processo e o procedimento atitudinal. Para Lewin e Lomáscolo ([26] *apud* [25]):

A situação de formular hipóteses, preparar experiências, realizá-las, recolher dados, analisar resultados, quer dizer, encarar trabalhos de laboratório como 'projetos de investigação', favorece fortemente a motivação dos estudantes, fazendo-os adquirir atitudes tais como curiosidade, desejo de experimentar; acostumar-se a duvidar de certas afirmações, a confrontar resultados, a obterem profundas mudanças conceituais, metodológicas e atitudinais.

E. F. de Sá *et al.* [27] adicionam que

...numa atividade de investigação o estudante é colocado frente a uma situação para a qual ele deve fazer mais do que se lembrar de uma fórmula ou de uma solução já utilizada em uma situação semelhante.

Esta forma de entender o processo de ensino-aprendizagem é, sem dúvida, uma possível solução para um entrave intrínseco do ensinar: Como e até que ponto os alunos devem ser participar na construção do conhecimento? o caráter fundamental desta questão é evidenciado pelo papel notável que interpreta na pesquisa em ensino, em particular, de ciências, há muitas décadas. As competências e habilidades necessárias numa investigação assim como a relevância do trabalho em grupo (algo que levamos a sério nas duas aplicações de nossa proposta) são assinaladas por J.M. Júlio e A.M. Vaz [28]:

Consideramos que para as tarefas de investigação, o trabalho em grupo é um aspecto importante das relações que se estabelecem no processo de ensino e aprendizagem. O arranjo dos alunos em grupos nos parece prepará-los melhor para o mundo do trabalho. Atividades de investigação envolvem solução de problemas abertos ou problemas sobre os quais os alunos recebem poucas informações. São, portanto, tarefas complexas que requerem diferentes habilidades e competências em sua condução. Nas atividades curriculares de investigação, os alunos desenvolvem autonomia para a realização de tarefas que requerem iniciativa, organização de um sistema de trabalho e outros requisitos que vão além de um conhecimento específico para a solução de um problema.

Concordemente, acreditamos, que as atividades investigativas sejam ideais para (1) impelir a construção dos conceitos de velocidade e aceleração, (2) promover conflitos cognitivos que proporcionem o refinamento destes conceitos e (3) mediar o desenvolvimento de competências necessárias para realização das atividades.

Naturalmente, há muito a ser dito acerca do ensino por investigação . Ademais, a pesquisa nesta área está ainda em desenvolvimento. Por isso, nos restringimos aos comentários já feitos e passemos a já anunciada revisão bibliográfica.

Capítulo 3

Revisão bibliográfica

Neste capítulo apresentamos uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos que consideramos de interesse. A existência de pré-concepções, concepções espontâneas ou concepções ingênuas (como queira o leitor) nos alunos constitui-se um paradigma da pesquisa em ensino. Indissolivelmente atreladas às concepções espontâneas, as propostas anteriores abordando o ensino-aprendizagem de cinemática são abundantes. Naturalmente, este cordão dúplice abaliza nossa proposta. Concordemente, este capítulo é devotado à apresentação de um panorama abrangendo as concepções espontâneas dos alunos sobre cinemática e alguns trabalhos anteriores ao nosso que nos chamaram a atenção. Em particular, pretendemos nos dedicar a alguns trabalhos seletos que citamos a seguir.

O estudo das concepções espontâneas nos remete aos já idos anos quarenta, mais especificamente, a Jean Piaget, muito provavelmente, o primeiro a analisar sistematicamente as concepções espontâneas apresentadas por crianças em relação aos conceitos da cinemática [29].

L. C. McDermott, D. E. Trowbridge, associados ao Physics Education Group at the University of Washington, desenvolveram, durante a década de oitenta, uma pesquisa cuja temática era a cinemática. Seus estudos resultaram na publicação de dois artigos devotados ao levantamento das concepções espontâneas de alunos universitários sobre os conceitos de velocidade e aceleração [30, 31].

No Brasil dos anos oitenta, O.P.B. Teixeira e C.E. Laburu dedicaram-se ao ensino-aprendizagem dos conceitos de velocidade e aceleração em adolescentes. Suas pesquisas, realizadas sob orientação de A.M. Pessoa de Carvalho, resultaram na produção de duas teses de mestrado, a primeira, em 1985, abordando o conceito de velocidade [32] e a segunda, por sua vez, em 1987, considerando o conceito de aceleração [35]. Apregoamos a importância destes dois trabalhos para construção de nossa proposta.

Por fim, descreveremos brevemente alguns trabalhos de destaque que, se não nos influenciaram diretamente, ao menos nos impressionaram de alguma forma.

3.1 O desenvolvimento dos conceitos de velocidade e aceleração segundo Piaget

Piaget entende que o desenvolvimento do conceito de movimento está concatenado à atividade do sujeito sobre a realidade. O movimento pode ser observado sob dois pontos de vista. Por um lado, de uma forma mais geral, o movimento pode ser entendido apenas em termos de uma mudança de lugar ou troca de posição, o que, geralmente, se observa em crianças pequenas. Por outro lado, pode-se interpretar o movimento como algo que envolve duração, trajetória, velocidade, etc.

Os estudos de Piaget sobre como se formam as noções de movimento em crianças foram reunidos em um livro dedicado exclusivamente a este propósito [29]. Seu método consiste na condução de entrevistas individuais em que as crianças são questionadas sobre movimentos típicos e conceitos correlatos. Acerca do desenvolvimento do conceito de velocidade, Piaget deduziu seis estágios operatórios que correspondem à capacidade de analisar as situações de forma cada vez mais sofisticada.

No primeiro estágio ocorre a gênese da noção de sucessão espacial. O deslocamento não é entendido como um percurso preciso, entendido em termos de distância. Assim, são as posições que definem o movimento e não as distâncias percorridas.

A seguir, no segundo estágio, começa a se desenvolver a idéia de deslocamento. Mediante a análise de um experimento, Piaget observou que a partir dos cinco anos, crianças são capazes de relacionar o espaço percorrido à posição final ocupada por um móvel.

No terceiro estágio, começa a ocorrer a correspondência entre deslocamento e posicionamento; esta correspondência, por sua vez, dá luz as noções de duração e velocidade absoluta. Antes dos 7 anos, a idéia de velocidade é entendida em termos de “ultrapassagem”.

Crianças no quarto estágio são capazes de distinguir movimentos com velocidades relativas a um referencial imóvel e a um referencial em movimento.

O quinto estágio corresponde ao início da relação de proporcionalidade.

Finalmente, no sexto estágio, se estabelecem as proporções entre tempo, distância e velocidade. A capacidade de operar sobre os tempos decorridos e os espaços percorridos torna possível a compreensão de movimentos uniformes e acelerados. Consideremos agora a forma como Piaget aborda a aceleração.

O capítulo XI do supracitado livro de Piaget é devotado à análise do conceito de aceleração. São formulados quatro tipos de questão, cujos resultados permitem a Piaget, assim como antes, identificar quatro estágios operatórios.

No primeiro estágio, a criança não entende o conceito de aceleração. No máximo, aceleração é concebida em termos de impulso ou de um empurrão. Este estágio corresponde à compreensão da velocidade em termos de “ultrapassagem”.

Ao longo do segundo estágio, surge a associação entre o tempo e o espaço; todavia, ainda não acontece corretamente. Verificam-se dois tipos de critério característicos do estágio que serão mantidos na primeira parte do terceiro estágio. No primeiro, ocorre a relação entre espaços iguais e tempos iguais. No segundo, ocorre, por um lado, a associação entre espaços percorridos iguais e tempos cada vez mais longos e, por outro lado, a associação

entre tempos iguais e espaços percorridos cada vez menores.

No terceiro estágio os alunos já apresentam uma intuição articulada do conceito de aceleração. No entanto, relações exatas entre espaço percorrido e tempo decorrido ainda não estão presentes. Os sujeitos já estão conscientes que precisam utilizar operações formais para comparar velocidades de dois movimentos simultâneos. No começo deste estágio, as crianças ainda apresentam dificuldades de comparar velocidades de movimentos sucessivos. Segundo Piaget ([29] *apud* [35]),

...Mas quando os mesmos movimentos são executados sucessivamente, não é mais questão de organizar os movimentos dados num mesmo campo perceptivo, mas de movimentos que foram percebidos e estruturados, cada um à parte e dos quais não subsiste senão uma representação simbólica... Nós entramos, então, num outro domínio operatório: Aquele da coordenação de um único todo, simultâneo para o pensamento de dois sistemas ou campos que foram sucessivos na realidade. Este novo domínio necessita a construção das operações formais ou hipotético-dedutivas.

Em decorrência disso, verifica-se a existência de dificuldades na compreensão do movimento acelerado pois este é constituído de uma seqüência de movimentos uniformes sucessivos. No final deste estágio, contudo, os alunos começam a demonstrar a capacidade de perceber um julgamento errado e se corrigir. Pode-se dizer que na segunda fase do terceiro estágio ocorre o nascimento do pensamento formal.

Segundo Piaget, encontram-se no quarto estágio aqueles que são capazes de apresentar soluções imediatas aos problemas propostos por meio de operações formais. Dentro deste estágio Piaget identifica dois tipos de resposta correspondente à capacidade de operar a aceleração. Segundo C.E. Laburu [35],

Um primeiro tipo (idade ordinária de aparição: 10 a 11 anos), admite uma diminuição nos tempos, mantendo entre estes uma diferença constante. Um segundo testemunha o sentimento de uma lei mais complexa, onde as diferenças nos tempos (ou nos espaços) não mais se conservam constantes de intervalo a intervalo de espaço...

Do trabalho de Piaget desprendem-se idéias brilhantes e de suma importância: Aprendemos de acordo com nossa percepção. Julgamos de acordo com aquilo que os nossos sentidos são capazes de perceber. Comentando o trabalho de Piaget, O.P.B. Teixeira [32] afirma que

O aspecto da intuição imediata é então importante, na medida em que o sujeito reproduz simplesmente os fatos que sua percepção consegue captar, sem, contudo, chegar a coordenar num todo coerente. Um exemplo deste tipo de intuição é quando um sujeito observa o movimento de dois móveis que partem de pontos superpostos e percorrem no mesmo sentido duas retas paralelas - o sujeito obterá a noção correta de um maior ou menor deslocamento, porém, no caso dos pontos não serem superpostos e haver uma defasagem de espaço, o sujeito terá dificuldades em considerar o trajeto percorrido.

Nota-se também que os conceitos de velocidade e aceleração se formam degrau por degrau. Tomemos a velocidade, por exemplo. Inicialmente, a rapidez é associada apenas a “quem chega primeiro”. O critério seguinte

é o da ultrapassagem; assim, é mais rápido o móvel que consegue ultrapassar o outro¹. Outra noção que merece menção consiste na associação que algumas crianças fazem ao classificar o móvel “mais rápido” como aquele que gasta “mais tempo”. Como acrescenta ainda O.P.B. Teixeira [32],

...o movimento efetuado numa subida é considerado como sendo “mais vagaroso” e a descida como “mais rápido”, pois está sendo levado em conta a dificuldade maior que exige de um modo geral uma subida - há uma fixação, devido às experiências anteriores, na dificuldade existente na subida.

Por volta dos 11 anos, a criança consegue interpretar a velocidade como a relação (não necessariamente uma razão matemática) entre espaço percorrido e tempo decorrido e este é um fator muitíssimo importante para nós haja vista que, não raro, o conceito de velocidade é introduzido a partir de sua definição formal, a razão entre a variação do espaço e a variação do tempo. Tais conclusões podem ser naturalmente estendidas para o conceito de aceleração.

Não nos consideramos capazes de criticar a forma como Piaget conduziu sua pesquisa e apresentou seus resultados. Por conseguinte, estamos confiantes da importância de seu trabalho para compreensão de como os conceitos atrelados a idéia de movimento se desenvolvem em crianças. Por considerarmos suas idéias imarcescíveis, as tomamos como ponto de partida desta revisão.

Antes de encerrarmos os comentários sobre o trabalho de Piaget, duas notificações se fazem necessárias: (1) Somos muito gratos aos trabalhos dos prof.(s) Odete Teixeira e Carlos Eduardo Laburu. Nossa compreensão das idéias de Piaget sobre os conceitos de velocidade e aceleração se deve, em grande parte, ao estudo já realizado por eles anteriormente. A discussão que realizam em suas respectivas teses, que orgulhosamente temos o prazer de citar vez após vez nesta dissertação, tornaram a pesquisa sobre o trabalho de Piaget muito mais fácil e agradável e (2) desejamos desculpar-nos com o leitor no que se refere ao uso excessivo da palavra estágio no estudo de Piaget. Pareceu-nos, à luz do que o próprio Piaget e outros escreveram, uma imposição da qual não poderíamos fugir.

3.2 O desenvolvimento dos conceitos de velocidade e aceleração segundo L.C McDermott e D.E. Trowbridge

A pesquisa realizada por L.C McDermott e D.E. Trowbridge resultou na publicação de dois excelentes artigos abordando as concepções espontâneas sobre velocidade e aceleração em alunos universitários que estavam cursando diferentes cursos introdutórios de física [30, 31]. A pesquisa foi conduzida por meio de entrevistas individuais onde os alunos de diferentes cursos eram questionados sobre problemas envolvendo velocidade e aceleração, nos moldes piageteanos.

Consideremos o primeiro trabalho, devotado ao conceito de velocidade [30]. Na primeira seção de entrevistas,

¹Freqüentemente observamos estas idéias manifestando-se em alunos mais velhos, como aqueles que encontramos no ensino médio. Isso levou-nos a crer que em nossa proposta, tais idéias precisam ser discutidas por meio de situações problematizadoras em que os alunos sejam confrontados e levados a metacognição. Sabemos da intrínseca dificuldade em fazê-lo posto que muitas das coisas que os alunos estudam na escola nunca alcançam status de conhecimento para eles. Todavia, esperamos que os conflitos cognitivos que promovermos sejam capazes, ao menos, de retirar do tártaro tais idéias ingênuas, profundamente arraigadas. Uma vez à tona, esperamos que ao fim da discussão, as limitações destas idéias tenham se tornado mais claras e que isso estimule os alunos a questioná-las e, eventualmente, refiná-las.

realizadas pré curso, quatro questões foram propostas: A primeira envolvia o conceito de velocidade em movimentos síncronos, as distâncias, porém, eram diferentes; a segunda envolvia o conceito de velocidade em movimentos sucessivos em que distâncias diferentes eram percorridas em tempos diferentes; a terceira requeria a determinação das distâncias percorridas durante intervalos de tempos em que os móveis deslocavam-se com velocidade uniforme e a quarta consistia na análise de um movimento acelerado, uma bola descendo um plano inclinado. O pós teste abordou os mesmos conceitos num contexto ligeiramente diferente.

Do estudo conduzido pelos autores, eclodiram algumas conclusões que consideramos importantes: As falhas nos dois primeiros testes se devem a utilização inapropriada da posição como critério de determinação da velocidade relativa. Ademais, mesmo alunos capazes de dar uma definição funcional para velocidade, apresentam enorme dificuldade de aplicar o conceito em situações reais.

A continuidade da pesquisa, abordando o conceito de aceleração, foi publicada no ano seguinte [31]. Os alunos entrevistados tinham o mesmo perfil do grupo anterior. O objetivo naquele segundo momento, era investigar o entendimento do conceito de aceleração e para isso, foram utilizadas cinco questões. Na primeira, os alunos analisaram o movimento de uma bola num plano inclinado, comparando distâncias percorridas em tempos iguais e estimando o intervalo de tempo necessário para a bola alcançar distâncias iguais; a segunda exigia a comparação entre um movimento uniforme e um movimento acelerado; na terceira, os alunos compararam dois movimentos acelerados em que as bolas eram soltas de posições diferentes e uma após a outra; a quarta analisava o raciocínio quantitativo dos alunos que tinham de apontar qual das bolas obtinha maior velocidade partindo do repouso e por fim, na quinta, um movimento análogo ao movimento de um projétil, porém, no plano inclinado, fora analisado. O movimento fora dividido três partes: Subida, instante em que a bola no ponto mais alto do plano inclinado e descida. Os alunos foram questionados se no ponto mais alto da trajetória existia aceleração.

Por meio desta investigação, pôde-se concluir que embora a idéia de mudança de velocidade fosse facilmente associada à aceleração, a importância do intervalo de tempo em que a mudança ocorre não aparece explicitamente. Verificou-se também que alguns alunos utilizaram a posição como critério para comparação da aceleração, o que concorda com resultados que já discutimos anteriormente, e que alguns não são capazes de distinguir eficazmente os conceitos de velocidade e aceleração. Em particular, como é de se esperar, alguns alunos afirmaram que a aceleração é nula no ponto mais alto da trajetória². Assim como antes, muitos demonstraram a incapacidade de aplicar o conceito na interpretação de situações físicas reais e mostraram-se incapazes de distinguir as velocidades média e instantânea.

3.3 O desenvolvimento do conceito de velocidade segundo O.P.B. Teixeira

Dividida em cinco capítulos, a tese de mestrado de O.P.B. Teixeira qualifica a velocidade como um conceito fundamental para compreensão dos demais aspectos da cinemática. Segundo ela, a cinemática é o cerne da primeira série do então segundo grau. Descreveremos o seu conteúdo assim como os pontos que imaginamos nos serem úteis.

²A partir deste momento, fizemos desta questão um alvo. Como o leitor verá em breve, as discussões realizadas no terceiro conjunto de atividades que propusemos desagüa na consideração deste problema, a saber: a aceleração no instante de inversão de movimentos.

O primeiro capítulo discorre sobre o conceito de velocidade no trabalho de Piaget. Destacamos deste capítulo a análise que a autora faz de um artigo publicado por Piaget em 1958 [33], alguns anos após a publicação do grande trabalho de Piaget sobre tema [29], o qual já consideramos anteriormente. Neste artigo de 1958, Piaget dedicou-se a percepção de velocidade na criança e no adulto. Fez isso por meio da análise de quatro situações distintas. Na primeira situação, considerou-se o movimento de um único móvel em relação à elementos que surgiam no campo visual dos observadores. Na segunda, analisou-se o movimento, ainda de um único móvel, sob o ponto de vista de “certos movimentos sistemáticos de observação”, como se expressa O.P.B. Teixeira. Na terceira, as mudanças na velocidade aparente de dois móveis, um em relação ao outro, foram estudadas. Por fim, na quarta situação, são pensadas as perdas de localização dos móveis durante o movimento. Segundo a autora, com este trabalho Piaget percebeu que, por um lado, quando dois movimentos eram analisados, os observadores consideraram a velocidade em termos da ultrapassagem ou do alcance dos móveis, i.e., em relação a outras velocidades. Por outro lado, quando um único movimento era analisado, a velocidade era entendida pelos observadores em função daquilo que eles são capazes de ver.

No segundo capítulo, a autora realiza uma extensa revisão bibliográfica. Ordenando cronologicamente a discussão, ela descreve o conteúdo de diversos artigos sobre o assunto, desde os anos sessenta até o início da década de oitenta. Não vamos nos delongar na descrição deste capítulo nem de qualquer artigo que o compõe mas desejamos certificar o leitor de que seu conteúdo nos foi muito útil.

O objetivo do terceiro capítulo é descrever o material experimental. Nas palavras da autora,

O objetivo desse estudo foi procurar investigar quais as noções que os alunos possuem em relação ao conceito de velocidade; assim, tentou-se relacionar alguns fatores que poderiam estar associados à sua evolução....Durante a elaboração do material experimental que foi apresentado aos alunos, o objetivo principal constituiu em defrontar estes alunos com problemas, pois poderia possibilitar a verificação da “maneira” pela qual foram encontradas.

Inicia-se a descrição das questões. São quinze e, de acordo com a autora, podem ser agregadas em três grandes grupos: O primeiro, composto por oito questões, apresentava esquema representativo da situação assim como a possibilidade de visualizar o movimento por meio de uma maquete. As três questões que compunham o segundo grupo apresentavam distâncias e tempos diferentes em cada um dos movimentos; estas questões também podiam ser visualizadas por esquemas representativos. No terceiro grupo agruparam-se questões que foram apresentadas de uma maneira formal, assim, apenas informações escritas foram apresentadas.

Em seguida, ainda neste capítulo, a autora descreve sua amostra assim como as características de sua pesquisa. Foram conduzidas entrevistas individuais sendo as respostas fornecidas oralmente e gravadas com a finalidade de serem analisadas posteriormente. Caso uma resposta não fosse justificada, o experimentador questionava o “por quê” da resposta. Foram entrevistados trinta alunos, dez da então quinta série do ensino fundamental, dez da então oitava série do ensino médio e dez do terceiro ano do ensino médio. São discutidas também peculiaridades da amostra como faixa de idade, incidência de repetentes, atividades extra curriculares realizadas, sexo, etc.

Os resultado da pesquisa são apresentados e discutidos, respectivamente, nos capítulos quatro e cinco. Dentre as conclusões a que chega a autora, destacamos e discutimos algumas que nos chamam especial atenção, a saber:

I) Os resultados obtidos com os alunos do primeiro grupo (5ª série) revelaram a existência de uma dificuldade relacionada à linguagem. Por exemplo, para dois alunos em especial, os termos “antes” e “depois” tinham o mesmo significado. Isso nos leva a crer que os alunos devam ser impelidos a justificar, repetidas vezes, por escrito e verbalmente, suas respostas às questões propostas, tantas vezes quanto for possível³. Estamos certos de que o leitor, especialmente se está em contato com a rede pública de ensino, tem consciência da fragilidades da maioria de nossos alunos de verbalizar criticamente sobre qualquer assunto; em muito, acreditamos que esta deficiência deve-se a falta de exercício.

II) Ainda em relação aos alunos do primeiro grupo, verificou-se a importância da visualização do esquema na solução dos problemas propostos. Nas palavras da autora,

...mesmo que nenhum dos alunos tenha conseguido dar um explicação lógica para o movimento, o simples fato de “verem” o movimento foi suficiente para eles “entenderem”...

Deveras, o efeito visual pode ter muita influência sobre os alunos, mesmo os mais velhos. “Ver” o que está acontecendo pode ajudar os alunos a se ambientar, intuir, e “perder o medo”. Convenientemente, utilizaremos recursos visuais no desenvolvimento de nossa proposta. Destaca-se também o prendimento dos alunos do primeiro grupo ao seu cotidiano. Acerca deste ponto, a autora afirma que

Os argumentos utilizados pelos alunos para justificarem as suas respostas estavam comumente voltados às situações com as quais eles estavam familiarizados, ou seja, aquilo que já havia sido vivenciado no cotidiano, visto estarem as justificativas baseadas geralmente em algum fator externo no qual o movimento estava envolvido...O conceito de velocidade parece estar muito mais ligado ao sujeito - na medida em que é avaliado em função daquilo que ele observa no cotidiano, da vivência - do que em relação ao objeto - daquilo que é realmente observado...

Concordemente, acreditamos que as “coisas do cotidiano” têm um papel muito importante na aprendizagem. Neste respeito, pretendemos, na medida do possível, que a realidade observada pelos alunos seja nosso alvo de estudo constante. Trocando em miúdos, acreditamos fortemente que uma aprendizagem real só pode ser obtida mediante a consideração e discussão de problemas reais!

III) As características observadas no grupo um, mantem-se em maior ou menor escala, em indivíduos do segundo grupo (8ª série). Percebeu-se, ademais, que alguns alunos do segundo grupo, ao justificarem suas respostas, levaram em conta somente o aspecto espacial ou o aspecto temporal da velocidade. Outros, no entanto, manifestaram critérios que evidenciam o surgimento de raciocínio proporcional. Estes fatos têm duas implicações imediatas: (1) Não podemos supor que todos os indivíduos na primeira série do ensino médio se desligaram do comportamento observado no grupo um e (2) é desejável que os alunos sejam confrontados com problemas que

³Este aspecto chamou-nos a atenção para a necessidade de os alunos expressarem suas idéias oralmente ou por escrito. A argumentação, segundo imaginamos, é fundamental para a sedimentação e o refinamento do conhecimento conforme destacado pela literatura [34].

lhes exijam o raciocínio proporcional para serem resolvidos; a dependência espaço-temporal precisa ser reforçada tanto quanto possível.

Por fim, a autora apresenta um extenso anexo com o material de pesquisa propriamente dito, os formulários, o protocolo das entrevistas, o conteúdo, etc.

Desejamos findar esta seção reafirmando a relevância do trabalho da prof.(a) Odete para construção de nossa proposta que, esperamos que seja coerente com os esforços dela e de outros que nos precederam na investigação do ensino-aprendizagem do conceito de velocidade.

3.4 O desenvolvimento do conceito de aceleração segundo C.E. Laburu

Nesta seção, discutiremos brevemente a tese de mestrado do prof. C.E. Laburu [35] assim como um artigo subsequente publicado na RBEF em que discute seus resultados de forma sumarizada [36].

Sua tese está diagramada em quatro capítulos. No primeiro, realiza-se uma breve revisão do tema, abordando, por exemplo, como a cinemática foi alvo de estudo de Galileu Galilei, Jean Piaget e Lilian McDermott. O segundo é dedicado a descrição de seu trabalho: Metodologia, amostra, equipamentos e tarefas. Destacamos que as atividades propostas pelo autor são variações das atividades propostas anteriormente pelos já citados Jean Piaget [29] e Lilian McDermott [30, 31]. No capítulo três são analisadas as entrevistas realizadas, seus resultados individuais e gerais. As entrevistas, realizadas com trinta e quatro alunos da rede pública de Londrina, Paraná, sendo 12 da segunda série do ensino médio, 12 da oitava série do ensino fundamental e 10 da sexta série do ensino fundamental, são registradas na íntegra. No quarto capítulo são apresentadas as conclusões de sua pesquisa. Dentre suas colocações, destacamos a conclusão a que chega o autor sobre o conceito de aceleração e sua relação com o incremento da velocidade:

Em resumo, a aceleração como conceito, surge da noção de incremento de velocidade na sua forma mais próxima da noção física, não evoluindo para padrões conceituais conforme o avanço cognitivo. Ela está conjugada para sua completa compreensão, a uma conjunto de variáveis, que por sua vez estão presas a fatores cognitivos, como pudemos notar. Posto que estas variáveis, precisando ser articuladas de forma lógico-matemática concatenadas, evidentemente, a pensamentos formais.

A discussão feita pelo autor levou-nos a crer que a construção do conceito de aceleração pode ser mais bem sucedida se tiver como ponto de partida a noção empírica do incremento de velocidade. A pesquisa de C. E. Laburu foi posteriormente discutida num artigo sobre o desenvolvimento do conceito de aceleração em adolescentes publicado na Revista Brasileira de Física [36]. Neste, Laburu aborda a existência de cerca de oito critérios utilizados por alunos do 7º e 9º anos do ensino fundamental e do 2º ano do ensino médio da rede pública para julgar o conceito de aceleração. A aceleração fora entendida em termos de (1) variação da velocidade, (2) aumento da velocidade, (3) velocidade, (4) velocidade final, (5) aumento de velocidade por intervalo de tempo ou intervalo de espaço, (6) posição, (7) força e (8) ultrapassagem.

Laburu concluiu, entre outras coisas, que (1) a escola influenciou muito pouco na minimização das idéias intuitivas de aceleração como critério de velocidade, como é atestado pelos resultados obtidos com os alunos do

ensino médio, pelo menos na amostra considerada, que (2) muitos dos alunos continuam mantendo a idéia primitiva de aceleração à qual se referiu Piaget em [29], primeiramente, nos alunos mais novos unicamente como aumento da velocidade (2º critério) e, em seguida, nos alunos mais velhos estendendo-se ao critério de variação da velocidade (1º critério).

3.5 Trabalhos interessantes

Em [37], M.L. Rosenquist e L.C. McDermott apresentaram uma possível abordagem conceitual para o ensino de cinemática. Os autores propuseram que a instrução, quando baseada na observação direta de movimentos pode ajudar os alunos a construir os conceitos necessários para um entendimento e expressão da cinemática como um todo.

Propõem-se que uma fita seja acelerada na horizontal e que nela sejam feitas marcas a cada 1/60 do segundo. A análise das marcas na fita permitiu a apresentação e discussão do movimento não uniforme e, em seguida, a discussão do conceito de velocidade instantânea⁴. Para ajudar os alunos a distinguir posição de velocidade, os autores analisaram algumas situações em que esta tendência latente (de utilizar posição como critério para velocidade) poderia aparecer, a saber: (a) duas bolas, uma movimentando-se uniformemente e a outra acelerando são observadas movimentam-se separadamente e, em seguida, juntas; (b) duas bolas, movimentando-se com a mesma velocidade uniforme, uma, porém, fica a frente da outra; (c) duas bolas, movimentam-se com diferentes velocidades uniformes de modo que a mais rápida ultrapassa a mais lenta e finalmente, (d) duas bolas, uma lançada ladeira a cima e a outra ladeira abaixo. Depois de apresentados os experimentos, os mesmos são discutidos. Algo parecido é proposto para promoção da distinção entre velocidade, mudança de velocidade e aceleração, dois experimentos, a saber: No primeiro, a velocidade instantânea de uma bola descendo uma ladeira é medida com o auxílio de um cinto que se move com velocidade constante. O cinto está conectado a duas engrenagens que o fazem descrever um movimento cíclico. Ademais o cinto apresenta algumas marquinhos de referência. No segundo, duas bolas descem um plano inclinado. Todavia, partem de uma parte plana em que há dois pequenos ressalto de onde as bolinhas serão soltas, de modo que apresentem diferentes velocidades iniciais⁵. Os movimentos são comparados e discutidos. A parte concludente da proposta corresponde a conexão entre gráficos, conceitos e movimentos. Como nossa proposta não inclui o estudo de gráficos, reduzimo-nos a comentar que as idéias dos autores neste sentido podem muito bem subsidiar o estudo da cinemática por meio de gráficos e diagramas.

Um importante trabalho de Héctor O. Di Rocco abordou questões de segurança no trânsito aplicadas ao estudo de cinemática [42]. O autor disserta sobre como conceitos muito simples de cinemática em uma dimensão podem ser utilizados para discutir a segurança no trânsito, em particular, como se pode evitar choques frontais durante uma ultrapassagem. O autor propõe a utilização do comprimento da raia amarela na pista como referência de distância. Em particular, dá-se atenção a dois problemas: Qual o comprimento mínimo das raias para que uma

⁴Informamos ao leitor que esta foi nossa inspiração na proposição do bloco de atividades destinado a construção do conceito de velocidade instantânea.

⁵Concordamos que estes experimentos só podem ser claramente descritos com auxílio de figuras. Assim, embora esperamos que nossa descrição seja razoável, incentivamos o leitor, se interessado, a consultar o artigo propriamente dito que, naturalmente, descreve estes dois últimos experimentos em detalhes.

ultrapassagem ocorra com segurança considerando as velocidades ordinárias dos automóveis nas vias e qual deve ser a diferença de velocidade entre o automóvel que ultrapassa e o que é ultrapassado dado um comprimento fixo da raia amarela. Por fim, o autor apresenta resultados obtidos na aplicação do modelo a algumas ruas da Argentina, seu país de origem. Outras possibilidades de conectar o ensino de física e questões ligadas ao trânsito e correlatos pode ser encontrada na literatura [43, 44].

F. Catelli, J.A. Martins e F.S. da Silva dedicaram um trabalho a descrição duma possibilidade didática, utilizar uma câmera digital como meio de organização de uma situação de aprendizado em cinemática [47]. Qualquer câmera digital dotada do recurso de múltiplas fotos pode ser utilizada. O objetivo dos autores é promover a transposição didática por meio de uma aprendizagem significativa obtida por meio do engajamento dos alunos em atividades como coleta, manipulação e interpretação de dados. Segundo os autores, é possível também provocar um processo de resignificação dos objetos do cotidiano por parte dos alunos. O movimento de um automóvel é discutido a partir de dados retirados diretamente do velocímetro do mesmo. Propõem-se uma comparação entre a medida direta da distância percorrida e a calculada a partir do gráfico da velocidade versus o tempo. Ademais, as incertezas das medições são discutidas com base na lei de trânsito vigente. Outras possibilidades atreladas a utilização de câmeras digitais no ensino de cinemática podem ser encontradas facilmente na literatura [48, 49].

M. F. de Castro e Lima e V. Soares publicaram recentemente (e seu trabalho ainda está em trânsito) um trabalho abarcando a cinemática e os conceitos de velocidade e aceleração [38–40]. Nos primeiros dois trabalhos, os autores propõem o estudo da cinemática por meio de um jogo. Os alunos participam de um jogo de tabuleiro em que têm de deslocar as peças a cada jogada, segundo as regras estabelecidas. Suas idéias estão respaldadas, em parte, nas idéias de Johan Huizinga, antigo reitor da Universidade de Leyden que, segundo os autores, defende ‘que o jogo corresponde a uma das noções mais primitivas e profundamente enraizadas em toda a realidade humana. No terceiro trabalho, os autores apresentam um levantamento realizado com 229 alunos da rede pública e privada que tem por objetivo externar até que ponto os alunos entendem a velocidade como causa da aceleração. Os autores concluíram que esta idéia errada é muitas vezes reforçada pela forma matemática como a aceleração é, geralmente, expressa, $a = \Delta v / \Delta t$. Concordemente, propõem que o conceito seja expresso pela mesma relação, contudo, num formato diferente, a saber: $\Delta v = a \Delta t$.

Em [41], J.L. dos Santos, C.E. Aguiar e A. Miron propoem o estudo da cinemático por meio de modelos matemáticos aplicados ao atletismo e a natação. De acordo com os autores, embora ocupe boa parte do primeiro semestre da 1ª série do ensino médio, a cinemática é oferecida pelos professores e recebidas pelos alunos com pouco entusiasmo. Este problema, pelo menos em parte, segundo pensam os autores, a ênfase excessiva dada aos aspectos matemáticos e formais da cinemática, enquanto a conexão da mesma com questões práticas e interessantes é relegada a segundo plano. A física aplicada aos esportes proposta por eles ataca o âmago deste problema porque propõe a aplicação da cinemática em atividades de modelagem e investigação. O modelo construído, a partir de fundamentos puramente cinemáticos, fornece parâmetros que caracterizam a performance de atletas de alto nível e permite a realização de previsões concordam, mui razoavelmente, com os resultados obtidos em pistas e piscinas. Ademais, a simplicidade do modelo o torna acessível, sem que uma transposição didática se faça necessária, aos alunos do ensino médio.

Muitos outros trabalhos contribuíram para construção de nossa proposta. Embora não sejam citados aqui,

porque este capítulo precisa se encerrar em algum momento, estamos certos de que, por seu brilho e proficuidade, não ficaram no anonimato. Tudo mais sendo visto e devidamente apresentado, passemos, finalmente, a nossa proposta.

Capítulo 4

A Proposta

Este capítulo é devotado a descrição detalhada das atividades que compõem nossa proposta e que, segundo imaginamos, deve corresponder aos objetivos que já decrevemos anteriormente. As atividades são desenvolvidas por meio de um questionário. As perguntas que compõem o questionário, cuja ordem foi cuidadosamente e propositalmente escolhida, intermediam a discussão e são o principal meio de comunicação entre o professor e os alunos. Após cada pergunta tecemos breves comentários em que pretendemos comentar algum aspecto importante concatenado àquela pergunta. Decidimos por não definir o que diremos nestes comentários porque ao definir que tipo de informação pode ser oferecida, podemos acabar privando o leitor de alguma informação de importância de modo que estes comentários contém exatamente aquilo que entendemos ser importante, nada a mais, nada a menos. Sem mais, passemos ao cerne desta dissertação, nossa proposta de intervenção.

4.1 O problema da miniatura

Este conjunto de atividades, o primeiro a ser realizado pelos alunos, tem por objetivo principal a construção do conceito de velocidade a partir da consideração de um problema concreto a ser investigado. Começamos propondo um problema cuja solução, esperamos, leve os alunos a construir o conceito de velocidade. Subseqüentemente, propomos algumas atividades que denominamos complementares, não porque tenham importância secundária mas, por serem flexíveis no que diz respeito à implementação.

Inicialmente mostramos aos alunos um carrinho na caixa. O carrinho utilizado, uma miniatura de uma Ferrari F248 licenciada pela própria marca, pode ser observada na figura 3.1. Ele pode ser adquirido na internet e na época em que comprado, no segundo semestre de 2010, custou cerca de R\$300,00.



Figura 3.1 - A miniatura

A caixa do carrinho apresenta um símbolo, 1:10, que representa a proporção entre a Ferrari real e a miniatura. Depois de mostrar a caixa aos alunos passamos a primeira pergunta, a saber:

1.1) Observem a expressão 1:10 na caixa. O que significa?

Esta pergunta que, em nossa primeira experiência, foi respondida com facilidade por um grande percentual dos alunos (cerca de 80%), pretende trazer a tona a proporção entre o carro real e a miniatura. A expressão 1:10 reforça a pertinência da linguagem matemática para expressar certas idéias. A importância da matemática na descrição do “mundo” pode ser brevemente discutida sem perda de foco.

1.2) Será que o carrinho também é tão rápido quanto o carro real na escala 1:10? Ou seja, será que o carrinho é 10 vezes menos rápido do que o carro real?

Nosso intuito é chamar atenção a possibilidade da escala se aplicar também à rapidez do carrinho. Neste momento evitamos utilizar a palavra velocidade mesmo que algum aluno a use. Pretendemos que o conceito seja construído antes que um nome seja dado ao conceito, como enfatiza A. Arons [8]. Logo, preferimos utilizar o termo rapidez.

1.3) Se uma Ferrari F248 real anda a 300km/h nas retas, quantos metros anda em uma hora? Quantos metros anda em um minuto? Quantos metros anda em um segundo?

Nesta questão os alunos farão a primeira estimativa quantitativa em nossas atividades. Este é um momento muito oportuno para estudar transformações de unidades. Neste respeito desejamos acrescentar que diferente do que acontece na maioria dos livros didáticos, acreditamos que as transformações de unidades podem ser mais eficazmente trabalhadas quando inseridas num contexto, quando imersas num problema real, tal como este. Ademais, acreditamos que a mudança de unidade quando trabalhada e realizada paulatinamente, passo-a passo, evita que o aluno se esforce em “decorar” um procedimento pois remete os alunos a estudos preliminares realizados sobre o assunto no ensino fundamental. Em suma, nosso desejo é que o aluno entenda a transformação de unidades na física como uma coisa nova, porém, composta de coisas que ele já conhece e com as quais já está familiarizado. Salientamos a importância de tratar a mudança de unidades desta forma pois, aparentemente, há um preconceito geral por parte dos alunos contra qualquer coisa que use matemática porque, segundo acreditamos, isso lhes remete, muito provavelmente, às dificuldades e insucessos vividos anteriormente. Logo, a apreciação da atividade depende em muito da disposição dos alunos em realizá-la, o que pode ser fortemente influenciado pela crença de que a mudança de unidades é fácil e está “ao alcance deles”.

1.4) Para que o carrinho seja 10 vezes menos rápido do que o carro real, aproximadamente, quantos metros ele teria de andar em um segundo? Podemos verificar se isso é realmente assim? Lembre-se que o carrinho não tem velocímetro.

É de responsabilidade dos alunos propor um método para determinar quantos metros a miniatura anda em um segundo. A ausência do velocímetro direciona a atenção para o fato de a estimativa precisar ser realizada por eles mesmos diretamente. Neste respeito, revelamos ao leitor que o envolvimento dos alunos nesta parte da atividade varia de turma para turma: Por um lado, nas turmas em que pelo menos alguns alunos questionadores eram questionadores, a tendência é que estes sugiram como realizar a estimativa e os demais os acompanhem sem dificuldades e até interfiram fazendo ponderações. Por outro lado, nas turmas em que não havia este aluno “precursor”, fez-se necessário que o professor oferecesse dicas e/ou perguntas que demonstrem aos alunos a plausibilidade e naturalidade do problema. Com isso, obteve-se uma participação razoável da maioria. Em suma, de algum modo, os alunos precisam perceber que é possível resolver o problema, que não é algo além da capacidade deles.

1.5) Como poderemos medir as distâncias? E o tempo?

Esta pergunta é óbvia para alguns mas não trivial para outros. Temos por objetivo reforçar que atividade está “ao alcance de todos” (e este é um aspecto essencial) e refere-se a um problema real, concreto. Por isso, lembramos aos alunos que a distância e o tempo podem ser medidos com objetos comuns tais como régua, trena, relógio, celular, etc. Quando esta atividade foi desenvolvida, a distância foi medida com uma trena de 3 metros e o tempo com cronômetros de celulares dos próprios alunos.

1.6) Como faremos para verificar se medimos corretamente? Como podemos saber se não erramos na medida? Por exemplo, como saber se não erramos uma conta de multiplicar?

Desejamos conscientizar os alunos da existência de erros intrínsecos ao processo de medição. Todavia, apresentamos também uma possível solução para minimizar os erros: repetir e comparar. Uma forma de fazê-lo, em nosso caso, é sugerir que o tempo seja marcado por mais de um aluno e que as medidas sejam comparadas. Em nossa aplicação teste, cinco alunos realizaram a medição e o tempo que usamos foi a média dos tempos encontrados por eles. A mensagem desta questão é: toda vez que medimos, erramos; se repetimos, diminuímos a possibilidade dos erros acontecerem. Assim, ao utilizarmos a média aritmética dos valores, minimizamos os erros.

1.7) Qual o tamanho ideal para pista?

O tamanho ideal da pista está atrelado a quantos metros o carrinho teria de andar por segundo se a escala fosse aplicável a rapidez da miniatura numa situação idealizada. Os alunos conseguiram afirmar com certo conforto que o carrinho precisaria andar $30km/h$ para que a escala fosse aplicável a rapidez. Eles perceberam também que trabalhar nestas unidades inviabiliza a realização de qualquer estimativa e que por isso, é preciso modificá-las. O resultado obtido após a mudança de unidade é $8,3m/s$ e sugeri que a pista tenha pelo menos este tamanho. A pista que contruímos tinha 10 metros, segundo os próprios alunos, um valor “redondo” foi, inicialmente, obtida demarcando o chão com giz. Em seguida, por razões que esperamos que se tornem óbvias logo, demarcamos a pista com suportes para fixação de bexigas, de metro em metro. A segunda versão da pista assim como os objetos que utilizamos para demarcá-la podem ser observados nas figuras abaixo.



Figura 3.2 - A pista construída na quadra do colégio



Figura 3.3 - Objetos para marcação da pista: Suportes para bexiga

1.8) Queremos determinar a quantidade de metros que o carrinho percorre por segundo para comparar com o resultado que obtivemos na questão 1.3. Já temos uma medida de distância, por meio das referências da pista, e já sabemos como medir o tempo, por meio do cronômetro do celular. No entanto, como calcularemos quantidade de metros que o carrinho percorre por segundo?

Inicialmente reafirmamos que o método é simples e factível. A pergunta que se segue pretende integrar a discussão os alunos que por ventura ainda não perceberam o que fazer com as informações obtidas. Entrementes, observou-se que a maioria percebeu como proceder para estimar a quantidade de metros que o carrinho anda em um segundo logo após a coleta de dados.

1.9) Vamos nos inspirar: Suponha que após um ano guardando dinheiro da mesada, Carlos juntou 3000 reais. Em média, quanto poupou por mês?

Este é o primeiro momento em que utilizamos as já outrora descritas analogias com situações envolvendo dinheiro¹. Acreditamos, o que se verificou de fato, que exemplos com dinheiro são aceitos pelos alunos de forma bem natural porque correspondem a questões que direta ou indiretamente fazem parte de seu dia-dia. Em particular, a questão proposta acima, facilmente resolvida pela maioria dos alunos, sublinha a idéia de que a quantidade de dinheiro que ele ganha por mês pode ser obtida dividindo o total que ganhou pelo tempo que demorou para reuni-lo.

1.10) No exercício anterior, tomamos o valor total poupado por Carlos e dividimos pelo tempo, em meses, que ele demorou para reuni-lo. O resultado nada mais é do que a relação R\$/mês, ou seja, a quantidade de dinheiro que, em média, ele guardou a cada mês. Se ao invés de dinheiro (R\$) tivéssemos a distância percorrida pelo carrinho (metros), qual será o significado de dividir essa distância pelo tempo? Vamos explorar esta questão.

¹Veja a seção 1.3.

Este é o momento que escolhemos para realizar o experimento: Marcamos a pista; colocamos o carrinho para funcionar e medimos o tempo. Com esta informação nas mãos, passamos à próxima pergunta.

1.11) Qual é a relação metros/segundos para o movimento do carrinho? Lembre-se do que fizemos na questão 1.9. O que representa esta relação? Em outras palavras, o que nós calculamos? Ou ainda, que informação do carrinho está contida na relação metros/segundos?

Haja vista o que realizamos na pergunta 1.9, esperávamos que os alunos encarassem esta questão com naturalidade, o que, de fato, se verificou; os alunos são impelidos a calcular a relação metros/segundos tal como fizeram anteriormente com o problema envolvendo dinheiro. As perguntas subsequentes, que compõem a questão, pretendem remeter os alunos a “o que estão fazendo”. O objetivo é forçá-los a atribuir um significado a relação calculada. Ao fim desta etapa, o conceito de velocidade é apresentado de forma tão particular quanto possível. Consiste apenas em **nomear** algo com que os alunos já se familiarizaram. Eles devem perceber que aquilo que buscaram e encontraram mediante a consideração das perguntas precedentes foi a velocidade do carrinho. Esta forma de contruir o conceito de velocidade é, segundo pensamos, uma resposta apropriada às considerações que fizemos nos capítulos dois e três desta tese. Concordemente, resolvemos que “a quantidade de metros que o carrinho anda em um segundo” se chama velocidade. Ademais, adjetivamos esta velocidade de **média** porque é calculada para a totalidade do percurso e não para algum ponto específico, considerando que, em geral, a velocidade varia ao longo de um movimento. Acreditamos fortemente que a introdução deste conceito deste modo facilita a atribuição de um significado ao significante que lhes surgiu (aos alunos) durante a discussão das questões precedentes.

1.12) A Ferrari real e a miniatura alcançam, dentro da escala informada pelo fabricante, a mesma velocidade numa situação ideal?

Pretende-se com esta pergunta apenas ratificar a conclusão a que alguns alunos já chegaram ao responder o item anterior.

1.13) Como podemos verificar a confiabilidade do procedimento que realizamos? Como se faz isso nos esportes em geral, como por exemplo, no atletismo?

A confiabilidade da experimentação é um aspecto importante de nossa investigação. O sucesso da atividade depende em muito dos alunos “acreditarem” e confiarem no que estão fazendo por si mesmos. Saiba o leitor, no entanto, que o erro na marcação do tempo é inerente ao experimento². Isto fez-nos crer que um experimento adicional, capaz de corroborar ou não com o resultado do anterior, se fez necessário e é desejável. Pretendemos

²A precisão de cada celular é diferente, alguns são mais sensíveis ao toque, alguns alunos “dão bofeira” e disparam ou param o cronômetro com retardo, etc.

com esta pergunta voltar a atenção dos alunos à possibilidade de utilizar recursos eletrônicos e/ou áudio visuais para testar a veracidade do resultado obtido tal como se faz no esporte profissional quando há dúvidas sobre quem ganhou uma corrida, se uma bola entrou ou não, etc.

1.14) Como podemos utilizar recursos eletrônicos e/ou audiovisuais para verificar a confiabilidade de nosso experimento?

Pretendemos com esta questão dar aos alunos a liberdade de confabular sobre como os recursos eletrônicos e/ou audiovisuais podem ser utilizados. Naturalmente, temos uma idéia em mente e, no momento oportuno, esta deve aparecer através de uma pergunta mediadora: **“Se nosso problema é com a marcação do tempo, que recurso nos poderia ser útil para que tivéssemos uma marcação confiável do tempo?”** Esta pergunta conduzi-nos inescapavelmente à utilização de uma câmera digital e à gravação de um vídeo didático. O aparato utilizado para realização do vídeo é descrito no apêndice B. A gravação foi realizada no mesmo local da experimentação inicial. No entanto, a pista precisa de marcações de metro em metro (esperamos que o motivo desta especificação fique claro a seguir).

1.15) Utilizando o programa VirtualDub, analise o vídeo. Quanto tempo o carrinho demora para percorrer cada metro? Em média, quanto tempo demora o carrinho para percorrer um metro?

Depois de confeccionado, o vídeo foi transferido para o notebook e teve o seu conteúdo analisado pelo software livre VirtualDub³. Este software nos possibilita analisar o vídeo produzido quadro a quadro e construir uma tabela com o intervalo de tempo correspondente a cada metro de nossa pista⁴. Salientamos, entretanto, que os alunos não sabem, a priori, que construir uma tabela é a melhor forma de registrar os dados com objetivo de compará-los. Concordemente, recomendamos, tal como se fez em nosso caso, que os alunos não sejam orientados sobre como registrar os dados. A percepção do valor de registrar os dados em tabelas é reforçada se percebida diretamente pelos alunos, com o mínimo de ajuda. Uma breve discussão sobre a organização de dados talvez seja necessária. Com a tabela montada os alunos são capazes de informar com facilidade quanto tempo o carrinho demorou para percorrer cada metro. Esta é uma boa oportunidade também para que eles recapitem o conceito de média aritmética, abordado no começo do ensino fundamental mas talvez já “esquecido”. Esclarecemos ao leitor que a utilização do aplicativo permiti-nos, além de estimar com precisão os tempos associados ao movimento do carrinho, apresenta aos alunos um novo modo de encarar o estudo de física, uma nova ferramenta que, pela facilidade de manipulação, poderá ser utilizada em ocasiões posteriores. Assim, os alunos estudam o movimento do carrinho e ganham de “brinde” a familiarização com uma formidável ferramenta didática cujo uso é trivial e cujas aplicações são inúmeras. Embora seja opcional, desejamos relatar ao leitor que a transição entre esta pergunta e a próxima foi realizada através de um questionamento, a saber: **Os dados presentes em nossa tabela se harmo-**

³Detalhes a respeito do VirtualDub podem ser encontrados no apêndice C.

⁴Os alunos precisarão estimar as distâncias realizando medições diretamente na parede ou na tela de projeção. Em nosso teste pedimos que cada aluno realizasse uma medida. Seu resultado era, em seguida, conferido por um colega.

nizam com o experimento que realizamos anteriormente? Como discutiremos posteriormente, poucos alunos se arriscaram a opinar. Contudo, alguns poucos, mediante pensamento proporcional, se esforçaram em construir e espessar uma compreensão, ainda que errada, entre as informações obtidas diretamente e por meio do VirtualDub. Os demais alunos, contudo, têm na próxima pergunta uma oportunidade adicional e mais óbvia de relacionar os dados.

1.16) Ainda utilizando o VirtualDub, você consegue estimar que distância o carrinho anda, em média, por segundo?

Neste momento os alunos são confrontados diretamente com um método capaz de permitir-lhes comparar os dados. Por meio do VirtualDub, os alunos são capazes de, movimentando o cursor da barra de tempo no aplicativo, verificar quanto anda o carrinho em cada segundo. Naturalmente, quando o “timer” do aplicativo indica um segundo, o carrinho não está sobreposto a nenhuma das marcas da pista. Uma pergunta intermediária pode ser feita: **Como vamos saber quando mede este pedacinho?** Muitas sugestões surgiram, dentre as quais escolhemos uma: Aproveitar que a imagem está projetada na parede e medir diretamente na figura, com uma régua, o tamanho do “pedaço” assim como a distância entre duas marcas na pista (que na realidade distam um metro) e fazer uma “regra de três”. Com este processo, os alunos foram capazes de obter as informações requisitadas e foram, mais uma vez, estimulados a registrá-las por meio de uma tabela e estimar quantos metros o carrinho em cada segundo (em nosso caso, por conta do tamanho que escolhemos para pista, são possíveis apenas cerca de três cálculos).

1.17) Os dois métodos oferecem o mesmo resultado?

Esta pergunta solicita a mera comparação entre os resultados obtidos.

1.18) Quantos quilômetros o carrinho andaria em um hora?

Nesta questão pede-se dos alunos que traduzam os dados obtidos em uma unidade diferente. Isto constitui um processo inverso ao realizado anteriormente. Acreditamos, ademais, que este é um momento oportuno, nem precoce nem tardio, de generalizar o conceito de velocidade. O contato que os alunos já tiveram com o conceito leva-nos a crer que não se surpreenderão em saber que assim como podemos medir o tempo e a distância em diferentes unidades, a velocidade também pode “aparecer” medida em diferentes unidades. Concordemente, dali para diante, a velocidade foi apresentada como a distância percorrida no intervalo de tempo considerado **independente das unidades**. Pensamos esta generalização como um aprofundamento natural e necessário do conceito. No entanto, ressaltamos a importância de apresentar o conceito paulatinamente aos alunos. Ser impreciso sem mentir é “um mal necessário”. Por exemplo, quando conhecemos alguém por encontrá-lo pela primeira vez, nos apresentamos e dificilmente falamos nosso nome todo. Parece-nos razoável que o primeiro nome seja o suficiente num primeiro contato. Não mentimos, apenas fornecemos a informação incompleta ou imprecisa porque acreditamos que naquele momento, ela basta. A intimidade torna necessária uma apresentação mais completa. O mesmo

acreditamos ser para o estudo de física, em particular, para o estudo da cinemática e dos conceitos de velocidade e aceleração. Assim, o conceito amadurece e se torna mais preciso a medida que o contexto e os problemas exigirem isso. Deveras, para um agricultor, pensar que o Sol orbita em torno da Terra é mais do que suficiente para lidar com os problemas que a vida lhe impõe diariamente.

1.19) Vamos explorar um pouco mais este ponto: A que velocidade em km/h corresponde uma velocidade de 35m/s? Vamos nos inspirar: Uma pessoa ganha 3000 por mês, quanto ganha por dia? E por hora, se trabalha cinco dias por semana, oito horas por dia? Quanto ganha em dólares? E em euros? Consulte as taxas de conversão na internet.

Não desejamos que nosso trabalho vos pareça prolixo. Entrementes, nossa experiência indica que a abordagem das transformações de unidade que fizemos até agora podem não ter sido satisfatórias para todos os alunos. Esta suposição se apoia fortemente na literatura [8, 11]. Estamos convencidos de que a reconsideração do problema das transformações de unidade por meio de uma analogia com dinheiro mostra aos alunos a importância e amplitude do problema em questão. Desejamos que os alunos pensem nas transformações de unidade como parte essencial de um todo, como dificuldade natural de um mundo em que se falam diferentes línguas, usam-se diferentes moedas e mede-se com diferentes unidades. Gostaríamos também de ressaltar que a principal inspiração para o que acabamos de afirmar reside nos exercícios que nós professores “passamos” vez após vez aos alunos, que são tão abundantes nos livros didáticos, sobretudo do 9º ano, e que são desprovidos de significado⁵. Acreditamos que no ambiente de estudo da física não há lugar para “contas injustificadas”, descontextualizadas e, porque não, extremamente “chatas”.

Atividades complementares. Propomos a seguir atividades que resolvemos por denominar “complementares” por não estarmos certos sobre como devem ser aplicadas. A aplicação depende, em nossa humilde opinião, principalmente, da carga horária semanal disponível para que se trabalhe com física. Nosso teste foi realizado na rede pública estadual do Rio de Janeiro de modo que dispomos de apenas dois tempos de 50 minutos para trabalhar física no ensino médio por semana. Por isso, decidimos realizar apenas as primeiras três questões na escola e designar as demais para casa. Ressaltamos que estas atividades foram propostas de um modo tal que possam ser ajustadas ao contexto de cada instituição de ensino, turma, carga horária, etc. Estas atividades, embora sejam ditas complementares representam uma parte importante da atividade 1, e, sob nenhuma justificativa, devem ser ignoradas ou relegadas à segundo plano. Ademais, mostrou-se eficaz que os alunos trabalhem, se possível, em pequenos grupos na realização destas questões. Passemos a elas.

1.20) Montem grupos de quatro alunos e estimem a velocidade de uma pessoa andando a pé (vocês podem utilizar o cronômetro do celular e própria área do colégio). Apresente seus resultados em m/s e km/h. Qual a velocidade máxima alcançada por um homem correndo? Consulte a internet se necessário. Qual a razão entre as duas velocidades?

⁵Referimo-nos a exercícios do tipo: Transforme 34556 m em cm.

Neste questão, incorporamos idéias outrora trabalhadas. Para realizar a estimativa, os alunos precisam marcar tempo e distância. Naturalmente, esta é uma oportunidade de utilizar as competências que começaram a ser desenvolvidas na realização do experimento com o carrinho. Esta é também uma oportunidade dos alunos trabalharem novamente o problema das unidades de medida e estimarem velocidades presentes no cotidiano. Acreditamos que o movimento de uma pessoa é o mais elementar que existe. Quando uma criança pensa em algo que se move, pensa num homem se movendo! Acreditamos também que calcular a razão entre as velocidades de uma homem andando e correndo pode estimular o desenvolvimento do raciocínio proporcional. É comum observarmos alunos ainda no ensino médio com dificuldades de fazer estimativas como comparar a massa de um adulto e de uma criança. O medo e o receio, geralmente desenvolvidos durante o ensino fundamental, muitas vezes por causa de insucessos sucessivos, desmotiva os alunos a se “arriscarem” a comparar grandezas. Um dos objetivos desta questão é começar a desmistificar e exorcizar este fantasma. Os alunos precisam perceber que, com um pouco de cuidado, podem comparar grandezas com sucesso.

1.21) Estime a velocidade de uma formiga. Como você pode fazer isso utilizando apenas uma trena e um cronômetro? Dica: Use açúcar! Compare a velocidade da formiga com a velocidade de uma pessoa andando.

Novamente nossa intenção é revisar o método anteriormente trabalho e impelir o desenvolvimento do raciocínio voltado a comparação entre as velocidades de um homem e de uma formiga, cuja diferença de escala é bem grande. Uma possibilidade interessante que verificamos durante a realização desta atividade consiste em estimular os alunos a comparar, inicialmente, as dimensões do homem e da formiga antes de comparar as velocidades. Mostrou-se apreciável comparar as razões entre as dimensões e as velocidades de um homem andando e de uma formiga.

1.22) Estime a velocidade de um carro de passeio trafegando numa via pública utilizando, novamente, apenas uma trena e um cronômetro.

Esta atividade, que necessariamente precisa ser realizada fora escola, consiste numa extrapolação daquilo que já fizemos antes, i.e., a aplicação do método num contexto um pouco mais sofisticado. Particularmente, a atividade foi realizada em volta do colégio. Os alunos mediram cuidadosamente o tamanho da rua e, ainda trabalhando em grupos, marcaram o tempo que alguns carros demoraram para cruzar a rua. Pareceu-nos, entretantes, que envolver toda turma ao mesmo tempo nesta atividade é um desafio. Os alunos tendem a dispersar-se e a prestar atenção em outras coisas. Por isso, é preciso ter cautela e pensar na melhor maneira de desenvolver esta tarefa.

1.23) Estime a velocidade média de um carro de passeio trafegando numa rodovia. Como é possível medir as distâncias? Qual a razão entre as duas velocidades do carro numa via pública e numa rodovia?

O movimento de um carro ainda é o foco de nossa investigação. A sofisticação desta atividade é, sem dúvida maior uma vez que é necessário que os alunos realizem medições de carros em alta velocidade, perto de uma rodovia, etc. Ainda assim, consideramos que esta estimativa seja relevante para sedimentação do conceito de velocidade. Logo, temos algumas considerações acerca da atividade que precisam ser salientadas: A atividade pode ser facilitada se os alunos tiverem uma visão panorâmica do movimento, ou seja, se coloquem numa posição suficientemente distante da rodovia para garantir a segurança e minimizar o efeito da paralaxe nas medições. As marcações indicativas da própria pista podem ser utilizadas, talvez a distância entre duas placas. Naturalmente, esta atividade pode ser realizada tanto diretamente, por meio do cronômetro e da trena, quanto indiretamente, por meio da câmera fotográfica. Ressaltamos que atividades extras devem, e não titubeamos em dizer isso, ser ajustadas à realidade de cada cidade, classe, aluno, etc. Estas atividades extras foram pensadas de uma maneira tal que podem ser facilmente ajustadas a contextos diferentes; os alunos podem estudar o movimento de cavalos, bicicletas, barcos, etc. Lembramos que isso é fundamental haja vista que precisam oportunizar que os alunos lidem com o mundo que o cerca, mesmo que este seja um mundo de barcos no interior do Amazonas ou um mundo de metrô de uma metrópole no Sudeste.

1.24) Seja c o comprimento de um móvel. Por exemplo, o comprimento de um carro de passeio como o Gol é de $c=3,83$ m. Assim, se o carro trafega numa rodovia à velocidade de 100km/h , qual será sua velocidade em m/s e c/s ? Estime a velocidade média da formiga em m/s , km/h e comprimento/s . Faça o mesmo para pessoa andando e correndo. Consulte a internet, se necessário.

As velocidades dos móveis em relação ao seu próprio comprimento são nosso alvo de estudo agora. Involuntariamente, os alunos são estimulados a refletir sobre a rapidez dentro de uma escala apropriada. Durante a discussão desta questão, pretendemos que os alunos percebam que comparar se um objeto é mais rápido que outro só tem sentido se considerarmos as dimensões de cada um, ou seja, se os dois estiverem na mesma escala.

1.25) Há uma regra de trânsito incorporada a concepção de direção defensiva que recomenda, como medida de segurança, que um carro mantenha um distância igual a (velocidade em $\text{km/h} / 10$) comprimentos do carro entre si e o carro da frente. Verifique se esta relação para um carro como Gol, sabendo que o motorista trafega $1,5\text{s}$ antes de acionar os freios após perceber a diminuição da velocidade do carro da frente. Com isso em mente, discuta qual seria a distância mínima entre dois carros para que esta norma de segurança seja observada

Neste momento apresentamos aos alunos um problema que justifica aquilo que discutimos na questão anterior. Nunca é demais dizer que pensamos estas atividades como um elo entre o aluno, a realidade vivida e observada por ele e a física estudada na escola. Por isso, consideramos esta última questão mui pertinente pois conecta a velocidade em relação ao comprimento à segurança no trânsito.

4.2 As velocidades da vida real - Aprofundando o conceito de velocidade

Nesta seção propomos o aprofundamento do conceito de velocidade. A atividade está dividida em três grandes blocos: O primeiro discute a velocidade aplicada ao contexto das corridas o que envolve o estudo da influência da largada numa corrida idealizada; o segundo aborda o conceito de velocidade instantânea; o terceiro discute o problema da ultrapassagem, enfatizando a idéia de ultrapassagem segura e oportunizando a gestação da idéia de velocidade relativa e da relatividade galileana. Os alunos serão confrontados com questões típicas em que o conceito de velocidade, tal como fora apresentado anteriormente, é reforçado e o limite da utilização da intuição na solução de questões é explorado. Pretendemos também que as questões exponham as fragilidades das concepções espontâneas dos alunos na interpretação dos fenômenos físicos.

No primeiro bloco, propomos a discussão da importância da largada numa corrida idealizada, ou seja, curta o suficiente para que a posição de partida seja relevante. Nesta corrida idealizada não consideramos a perícia dos pilotos, as condições e o formato da pista, que geralmente privilegiam alguém, como fatores importantes. Propomos questões que podem ser resolvidas “de cabeça”, apenas com uso do raciocínio lógico mas, propomos também questões que só podem ser resolvidas por meio da utilização da definição formal de velocidade. Um aplicativo construído na linguagem Flash é utilizado por nós na proposição de algumas das perguntas. Este aplicativo foi gentilmente desenvolvido pelo prof. Geraldo Felipe de Souza Filho⁶. O apêndice D descreve detalhadamente as possibilidades atreladas à utilização de aplicativos construídos com Flash no ensino de física.

No segundo bloco, discutimos um método de estimativa da velocidade instantânea, conceito este tão massacrado nos livros didáticos do ensino médio que se reduzem, quando o fazem, a apresentar a idéia de velocidade instantânea como um limite. No entanto, lembramos ao leitor, que alunos da 1ª série do ensino médio estão começando a estudar funções e não têm, a priori, como dimensionar e “digerir” uma ferramenta matemática tão sofisticada. Por meio da consideração de um problema análogo, envolvendo o cálculo da média de altura de um conjunto de livros, propomos um método de estimativa da velocidade instantânea, segundo imaginamos, bem razoável e factível.

No último bloco, discutimos o costumeiro problema da ultrapassagem. No entanto, o fazemos tendo como norte a construção da idéia do que seria uma ultrapassagem segura em situações cada vez mais próximas da realidade. A literatura destaca a importância de explorar as implicações sociais daquilo que se ensina [11, 50]. Ademais, no ínterim desta discussão, desviamos nossa atenção e também a dos alunos, segundo imaginamos, para alvo secundário, a saber: a utilização da intuição na construção do conceito, ou pelo menos do protoconceito, de velocidade relativa. Desejamos também apresentar aos alunos a plausibilidade e naturalidade das velocidades negativas, cuja compreensão é difícil e cuja aceitação encontra enorme resistência entre os alunos⁷.

⁶E-mail: geraldofelipe.rj@uol.com.br.

⁷É comum ouvir algum aluno perguntar: “A velocidade pode dar negativo?”. Isso ocorre justamente porque velocidades negativas não fazem parte do cotidiano dos alunos.

4.2.1 O problema da largada

2.1) Sejam dois carrinhos de corrida, um vermelho e um azul. Os dois partem do mesmo ponto, lado a lado. O carro vermelho percorre o trajeto da pista em 10 segundos e o carro azul em 11 segundos. Que carro foi o mais rápido, ou seja, que teve maior velocidade média?

Esta questão, trivial para grande maioria dos alunos, evidencia que a velocidade depende do intervalo de tempo. Reforça a idéia de que numa corrida em que todos os competidores percorrem a mesma distância, é o mais rápido o carro que termina o trajeto em menor tempo.

2.2) Consideremos novamente os dois carrinhos. Numa nova corrida, o carro vermelho parte um metro a frente do carro azul. No entanto, os dois recebem juntos a bandeirada no ponto final da prova. Que carro apresentou maior velocidade média?

Novamente, a maioria dos alunos resolveu a questão com facilidade. A pergunta salienta que a velocidade depende também do deslocamento considerado. Reforça a idéia de que numa corrida em que o tempo de duração é o mesmo para ambos competidores, é mais rápido o carro que percorreu a maior distância. Apregoamos a importância de os alunos expressarem “como” chegaram a conclusão apresentada. Deveras, a maioria esmagadora dos alunos foi capaz de apontar com facilidade que carro foi o mais rápido. No entanto, uma boa parcela dos alunos também demonstrou dificuldades em explicar como chegaram a esta conclusão. Este fato enfatiza a importância de exigir dos alunos que expliquem verbalmente e por escrito sua forma de pensar. Esta importância é corroborada pela literatura [34].

2.3) Eis um problema desafiador: veja a corrida ilustrada pela animação que se segue e aponte que carrinho foi o mais rápido. Justifique sua resposta.

O aplicativo que embasa a questão permite alterar os parâmetros posição inicial, velocidade e aceleração e nos informa a distância percorrida e o tempo decorrido. Mais detalhes a respeito do aplicativo são apresentados no apêndice D. Na animação vista pelos alunos, os parâmetros foram ajustados de modo que o carrinho vermelho parta 8m a frente do azul mas vença a corrida por uma pequena vantagem. Mais precisamente, o carrinho vermelho vence por uma vantagem comparável a 8m. Logo, a priori, não é possível afirmar que carrinho foi o mais rápido. A solução do problema só é possível por meio da consideração das informações de distância e tempo oferecidas e da aplicação do conceito discutido na atividade anterior. Esta questão reforça o caráter não apriorístico do conceito de velocidade. A intuição que guiou muito bem os alunos nas duas primeiras perguntas não é suficiente agora. Com as perguntas que se seguem pretendemos orientar os alunos e ajudá-los a criar um critério de ponderação acerca das informações fornecidas e do que se pode fazer com elas para determinar que carrinho foi o mais rápido. Vide a figura abaixo.

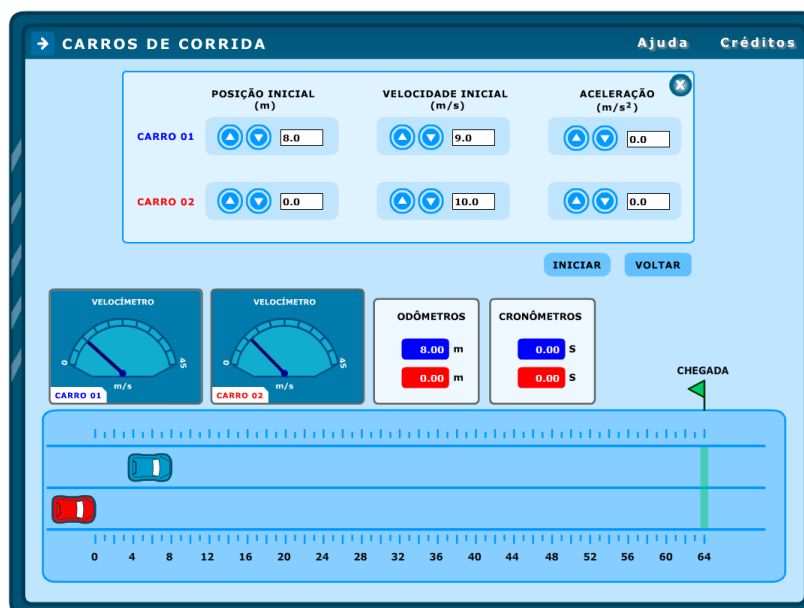


Figura 3.4 - O aplicativo flash e os parâmetros utilizados na questão 2.3.

2.4) Estimar que carro foi o mais rápido neste caso é mais complicado. Será que existe um critério confiável para determinação de qual foi o mais rápido? Vamos nos inspirar: Carlos tinha 2000 reais. Após um ano guardando dinheiro, passou a ter 3500 reais. Antônio também poupou dinheiro. Inicialmente, tinha 1800 reais. Após um ano poupando, obteve 3400 reais. Qual deles poupou mais por mês, ou seja, qual a relação R\$/mês de cada um?

Novamente, nosso desejo é voltar a atenção dos alunos para existência de um método por meio do qual é possível resolver a primeira questão. Fazemos isso, novamente (e o faremos sempre que possível), através de uma analogia com situações que envolvem dinheiro. Reportamos ao leitor que temos sido muito bem sucedidos com o uso das analogias e que as analogias podem e devem ser ajustadas as circunstâncias de cada unidade escolar e clientela⁸. O ponto alto da analogia tem que ver com a forma como é recebida e entendida pelos alunos. Estes precisam perceber que o problema proposto como ilustração é análogo ao proposto inicialmente. Assim, uma discussão sobre as similaridades entre os problemas é imprescindível.

2.5) Quanto tempo leva o carrinho Vermelho para cruzar a linha de chegada? E o carrinho Azul?

A partir de agora, começamos a analisar o problema do ponto de vista formal. O tempo de corrida de cada carrinho pode ser obtido diretamente do cronômetro do aplicativo. Vide a figura abaixo.

⁸Deveras, observamos alguns de nossos alunos utilizando analogias para argumentar sobre algumas das questões.

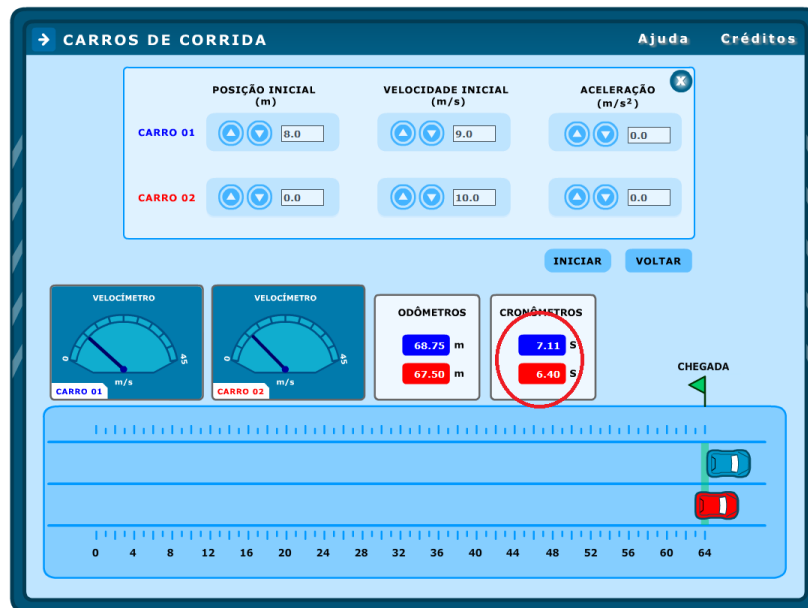


Figura 3.5 - O aplicativo flash e o cronômetro que permite a medição direta do tempo.

2.6) Qual a distância percorrida pelo carrinho Vermelho? E pelo carrinho Azul?

Uma vez que os carrinhos dividem a pista, a distância percorrida por eles é a mesma. Ademais, esta informação pode ser obtida diretamente do aplicativo. Vide a figura abaixo.

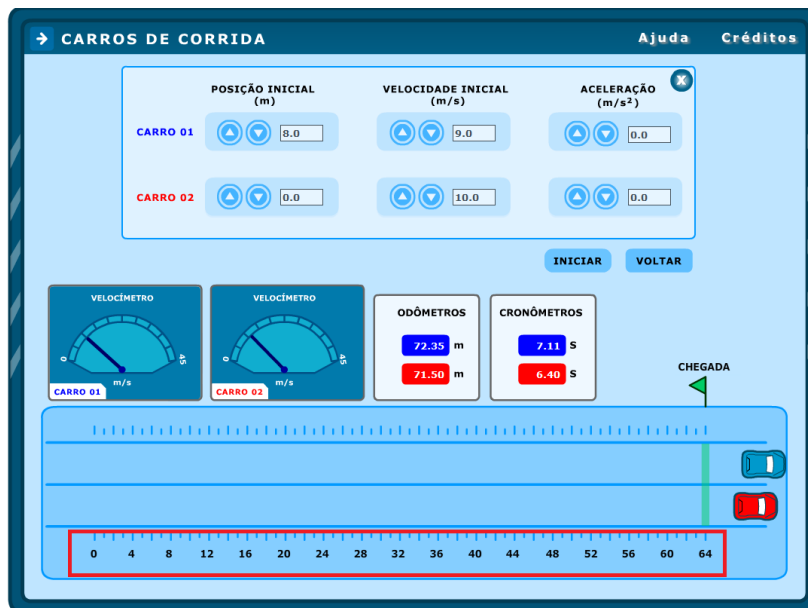


Figura 3.6 - O aplicativo flash e a régua que permite a medição direta da distância.

2.7) Qual a velocidade média de cada carrinho?

Neste momento, desejamos que o aluno estime a velocidade da forma como realizado na atividade anterior. Desejamos refoçar o conceito de velocidade tal como apresentado. Eles precisam enxergar, e há uma diferença entre ver e enxergar, que é **possível** obter os resultados com o exercício do discernimento. Este é um aspecto fundamental haja vista que os alunos criam um rótulo de que física é difícil, impossível, isso ou aquilo. E, infelizmente, este estereotipo é, muitas vezes, geminado pelo próprio sistema escolar. Esta imagem precisa ser desfeita a qualquer custo. Ao aplicarem as idéias trabalhadas anteriormente, os alunos determinaram que carro foi o mais rápido.

2.8) O mais rápido venceu a corrida?

Nosso objetivo neste caso é enfatizar que “quem chega primeiro” não é um critério fidedigno para determinação de “quem é mais rápido”. Passamos adiante à consideração de um outro problema ligado à largada, o retardo de um carro em partir.

2.9) Consideremos novamente a corrida entre o carro vermelho e o azul. Eles partem do mesmo ponto. No entanto, o carro vermelho parte cerca de 2s depois do azul, chegando o vermelho primeiro a linha de chegada. Que carro foi o mais rápido?

Assim como antes, começamos com uma questão fácil. Como o vermelho vence a corrida, nenhum aluno duvidou que o vermelho tenha sido o mais rápido. Todavia, as discussões revelaram que a maioria dos alunos não considerou que o tempo que o carrinho vermelho ficou parado como “fazendo parte de seu movimento”. Ou seja, para eles, os dois segundos que ele permaneceu em repouso não fazem parte do seu movimento. Para combater esta forma de pensar, sublinhamos, vez após vez, que o cronômetro foi disparado, a corrida começou mas, por algum motivo que não vem ao caso, o vermelho ficou parado; ele, no entanto, “faz uma corrida de recuperação”. Esta tendência por parte dos alunos pôde ser contornada com a discussão da seguinte questão de transição: **Os dois segundos que o carrinho permanece parado afetam sua velocidade média?** Depois desta discussão, a maioria dos alunos aceitou (o que foi expresso por escrito; uma justificativa à pergunta foi requisitada) o fato de a velocidade média do carrinho envolver os dois segundos que o carrinho permanece em repouso.

2.10) Suponhamos as mesmas condições da questão anterior. No entanto, os dois chegam juntos a linha de chegada. Que carro foi o mais rápido?

Verificamos agora se os alunos realmente compreenderam a importância do tempo perdido por um dos carrinhos no começo da corrida. Então, propomos três questões de transição: **Que distância percorreu cada carrinho? Quanto tempo demorou cada carrinho para cruzar a linha de chegada? Considerando a idéia que construímos para velocidade anteriormente, que carrinho desenvolveu maior velocidade média, ou seja, foi o mais rápido?** Com isso, de acordo com resultados que obtivemos, esperávamos, o que deveras se verificou, que a

maioria dos alunos compreendesse o ponto.

2.11) Eis um problema desafiador: Veja a corrida ilustrada pela animação que se segue e aponte que carrinho foi o mais rápido. Justifique sua resposta.

Novamente uma questão será proposta por meio do aplicativo flash que descrevemos e utilizamos anteriormente. Desta vez, o aplicativo descreverá um movimento em que o carrinho vermelho parte, ainda desta vez, algum tempo depois do carrinho azul mas, o carrinho azul vence por uma pequena vantagem. O efeito é conseguido escolhendo 1m/s como velocidade inicial para o carrinho vermelho e 10m/s para o carrinho azul. Deixamos a animação se desenvolver durante cerca de 1s. Em seguida, começamos a aumentar a aceleração do carrinho vermelho em tempo real de modo que no fim, o carrinho vence por uma pequena vantagem.

2.12) Estimar que carro foi o mais rápido neste caso é mais complicado. Será que existe um critério confiável para determinação quantitativa de qual foi o mais rápido? Vamos nos inspirar: Carlos e Antônio tinham 2000 reais cada. A partir de Janeiro, Carlos começou a poupar dinheiro. Antônio, por sua vez, começou a poupar a partir de Março. No final do ano Carlos tinha poupado 3500 reais enquanto Antônio tinha poupado 3450 reais. Qual deles poupou mais por mês no ano?

Assim como antes, pretendemos discutir um problema sobre dinheiro análogo ao proposto com os carrinhos. Talvez, uma única dentre as duas discussões sobre dinheiro seja necessária uma vez que seu objetivo é meramente ilustrar o raciocínio que pode ser aplicado ao problema principal, da corrida. seja Algumas perguntas de transição foram feitas, a saber: **Quanto cada um poupou em um ano? Quanto cada um poupou em Janeiro? Em Fevereiro? Monte uma tabela. Quanto cada um poupou então por mês?** Com estas considerações introduzimos o raciocínio que se segue.

2.13) Quanto tempo leva o carrinho Vermelho para cruzar e linha de chegada? E o carrinho Azul?

Passamos a partir daqui a analisar o problema do ponto de vista formal. O tempo de corrida de cada carrinho pode ser obtido diretamente do cronômetro do aplicativo diretamente assim como antes.

2.14) Qual a distância percorrida pelo carrinho Vermelho? E pelo carrinho Azul?

Uma vez que os carrinhos dividem a pista, a distância percorrida por eles é a mesma. Ademais, esta informação pode obtida diretamente do aplicativo.

2.15) Qual a velocidade média de cada carrinho? E qual foi o mais rápido então?

Com as informações que foram obtidas anteriormente, desejamos que os alunos calculem a velocidade média

de cada carrinho e percebam, por meio de uma estimativa quantitativa, que o tempo que o carrinho vermelho permanece em repouso retarda seu movimento, reduz sua velocidade média e implica na perda da corrida.

4.2.2 A velocidade instantânea - A serventia dos livros de física

2.16) Veja animação que se segue e determine a velocidade média de cada um dos carrinhos.

O que os alunos veem na animação é o carrinho vermelho ultrapassando o carrinho azul como mostra a figura abaixo.

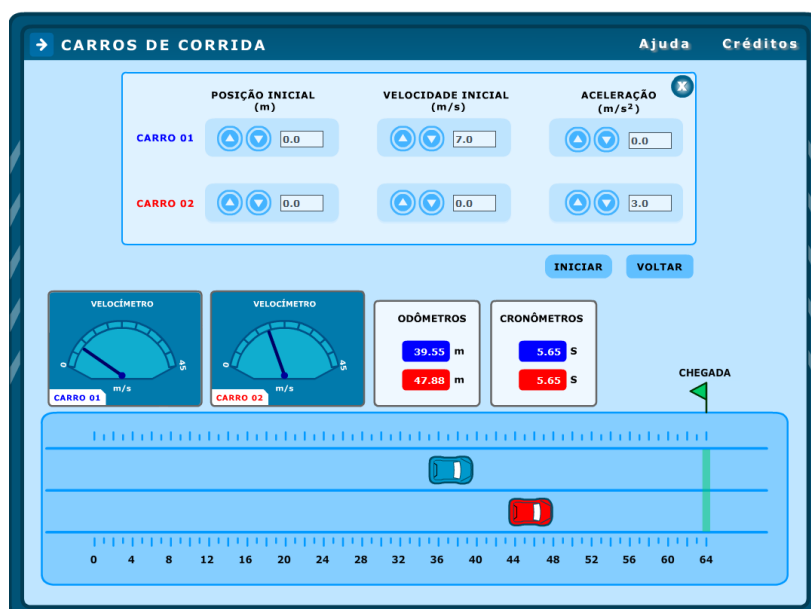


Figura 3.9 - A animação flash e os parâmetros utilizados na questão 2.16.

Tal como já fizeram antes, os alunos devem calcular a velocidade média dos carrinhos a partir dos dados fornecidos pelo aplicativo. No entanto, como se verifica na figura acima, o carrinho vermelho tem aceleração maior que zero e, embora tenha velocidade inicial menor que a do carrinho azul, o ultrapassa em algum momento.

2.17) A velocidade do carrinho vermelho é a mesma durante todo o percurso? Exatamente no momento em que os carrinhos estão emparelhados, que carrinho se movimenta mais rápido? Quanto mais rápido? Justifique.

A experiência adquirida nas atividades anteriores permitiu a maioria dos alunos afirmar sem titubear que a velocidade do carrinho vermelho aumenta durante a corrida pois, embora partam do mesmo ponto e o carrinho azul deixa o vermelho para trás mas é, posteriormente, ultrapassado pelo vermelho. A experiência diária dos alunos lhes impulsiona a afirmar que durante uma ultrapassagem, quem ultrapassa está mais rápido do que quem

é ultrapassado, mas quando frisamos que a pergunta refere-se exatamente ao instante que os carrinhos estão emparelhados, a certeza deles dá lugar a uma enorme e explícita interrogação. O aspecto não trivial da questão fica evidente o que nos impele a procurar um método de estimar a velocidade do carrinho num momento específico. Neste momento, dissemos aos alunos que para determinar quem é o mais rápido exatamente no momento em que os carrinhos estão alinhados, eles precisariam determinar a **velocidade instantânea** dos carrinhos neste momento. Desta forma, introduzimos o conceito de velocidade instantânea tal como imaginamos ser razoável para aqueles que se deparam com o conceito pela primeira vez: A velocidade num dado instante! Sem deltas, sem limites, sem fórmulas, etc. Em seguida, propomos um método de estimativa da velocidade instantânea dos carrinhos.

Para isso, inicialmente, mostramos aos alunos um fileira de livros de tamanhos diferentes, um ao lado do outro, alinhados como mostra a figura abaixo e pedimos que calculem a média de altura dos livros que compõem a fileira⁹.



Figura 3.10 - A fileira de livros utilizada no segundo bloco da atividade 2.

Deveras, mostrou-se prático trazer os livros de casa com as alturas já medidas e etiquetas coladas informando a altura. Em nosso caso, realizar esta parte da atividade com auxílio dos alunos foi contraproducente, um desvio de proposta porque demandou muito tempo. A seguir, dizemos aos alunos, sem fornecer detalhes desnecessários, que o problema que propusemos sobre a altura dos livros é análogo ao da esmativa de velocidade instantânea e que o método que vamos utilizar para um serve para o outro.

⁹Note o leitor que ao observar a figura 3.10, que ilustra a fileira de livros, tendemos a tentar correspondê-la a um gráfico Velocidade *versus* Tempo que descreve um movimento uniformemente variado. Esta comparação, contudo, tem um problema inerente: Durante o processo de estimativa da velocidade instantânea, os alunos podem ser impelidos a associar a velocidade média à média das velocidades, o que seria desastroso. Assim, recomendamos que, pelo menos inicialmente, não tente o professor comparar a figura 3.10 a qualquer gráfico correspondente a velocidade de um móvel. Para nossos propósitos neste momento, basta que os alunos entendam que o método realizado no problema com os livros é também útil no problema com velocidades.

2.18) Qual a média de altura dos livros?

A média das alturas pode ser obtida por meio da média aritmética das alturas, ou seja, somamos as alturas e dividimos pelo número de livros. A maioria dos alunos conseguiu obter o resultado com facilidade.

2.19) O resultado mudaria se tirássemos alguns livros da fileira? Qual seria o menor valor possível para a média? E o maior?

Neste momento pretendemos estimular os alunos a refletir sobre as propriedades da média aritmética. Este conceito é muito importante para os alunos dentro da escola, no ínterim da vida acadêmica, como fora dela, em canteiros de obras, oficinas mecânicas, cozinhas, etc. Acreditamos que raciocinar logicamente sobre esta ferramenta é tão importante quanto o conceito que por meio dela desejamos construir. Por ocasião da aplicação da atividade, consideramos pertinente a discussão de uma segunda questão, a saber: **Que livros teríamos de retirar e quais deveríamos deixar para que a média fosse máxima? E mínima?** Embora esta questão não seja imprescindível para o desenvolvimento do método, acreditamos que representa um ótima oportunidade para que os alunos aprofundem seu conhecimento sobre esta ferramenta matemática.

2.20) Qual a média de altura dos onze livros localizados mais no centro da fileira? Repita o procedimento para os nove, sete, cinco livros localizados mais ao centro da fileira.

A partir de agora, pedimos que os alunos refaçam a média de altura dos livros considerando cada vez menos deles. Parece-nos ser um bom momento também para enfatizar a importância de utilizar tabelas na organização de informações. Uma pergunta adicional facilita a discussão dos resultados: **De quanto variou a média entre o cálculo com todos os livros e os cálculos com onze, nove, sete e cinco.** É digno de nota que a maioria dos alunos utilizou tabelas por iniciativa própria. Humildemente, reconhecemos que isso não ocorreu apenas porque os incentivamos a fazê-lo anteriormente. Ressaltamos, todavia, a importância de incentivar os alunos a utilizar tabelas como uma forma de organizar e comunicar dados.

2.21) Conforme tiramos livros, a média se modificou? Aumentou ou diminuiu? Repita o procedimento para os três livros localizados mais ao centro da fileira. A média mudou novamente? Aumentou ou diminuiu?

Neste momento, os alunos devem perceber que, a medida que retiramos os livros dos extremos da fileira, a média se modifica. Em particular, se aproxima de um valor, da altura do livro do meio.

2.22) Deveras, à medida que restringimos o número de livros, a média se aproxima da altura do livro que está no meio. Qual seria a média se cortássemos longitudinalmente os dois livros que estão em volta do livro central em dois pedaços, de modo que seu “peso” estatístico no cálculo da média fosse reduzido à metade?

Neste caso, o cálculo deve ser repetido considerando que o “peso” estatístico dos livros que estão em volta do livro que está no centro foi reduzido à metade.

2.23) Repita o procedimento, considerando agora apenas 1/4 e, em seguida, 1/8 dos livros nas bordas da fileira. Qual o valor da média neste caso?

O procedimento é repetido e a média se aproxima ainda mais do livro central.

2.24) Perceba que a média se aproxima da altura do livro que está no meio. Esta afirmação independe do livro está no meio? Modifique o livro do meio e verifique realizando novamente o procedimento descrito acima.

É mais que natural, assim como pensamos, que os alunos suponham que o procedimento foi proposto especificamente para “aquele” livro que estava no meio. A aplicação mostrou a veracidade deste pensamento: Apenas alguns poucos alunos reconheceram, inicialmente, que o procedimento independe do livro que está no centro da fileira. Assim, propomos que o procedimento seja repetido com uma outra disposição aleatória dos livros. No entanto, se o tempo disponível para implementação da proposta, como foi o nosso caso, for pouco, sugerimos que a segunda realização da tarefa ocorra em casa. Estamos convencidos de que isso não interfere no desenvolvimento do resto da atividade.

2.25) Igualmente, ao estimarmos a velocidade média de móvel por meio do VirtualDub, obtemos a média a partir de informações de vários instantes. No entanto, se nos restringirmos aos instantes próximos daquele que queremos estudar (tão próximos quanto possível), nos aproximamos do valor da velocidade no instante desejado! Teste este método para tentar resolver a questão 2.17.

Uma vez construído o arcabouço teórico e o ferramentário matemático necessário, retornamos ao problema da velocidade instantânea. Produzimos um vídeo a partir da animação que aparece na tela. Rodamos a animação assim como antes. Produzimos o vídeo e o analisamos com o virtualDub. A idéia a ser ressaltada é a necessidade que temos de considerar o movimento do carrinho apenas nos instantes em torno do desejado, em que a ultrapassagem ocorre. Ademais, as animações do Flash foram convertidas em vídeo por meio de aplicativo livre, o Freez Screen Video Capture, capaz de gerar um arquivo de vídeo a partir do que é exibido na tela do computador ¹⁰

2.26) Repita o procedimento anterior. No entanto, considere dois, três e quatro instantes em volta do desejado. O que ocorre com a valor da velocidade?

Ao realizarem o método inverso, os alunos verificaram que quanto mais instantes consideram, mais impreciso

¹⁰Para mais detalhes sobre o Freez Screen Video Capture, veja o apêndice E.

é o resultado. Esta idéia pode ser sublinhada pela reconsideração do problema dos livros. Lembramos ao leitor que neste caso, a altura do livro do meio já era conhecida desde o começo da atividade. Desta forma, a aproximação dos valores na medida em que restringimos a quantidade de livros considerados, medidos diretamente com a régua e calculados por meio do método, apenas confirma a validade do método. Esta é uma importante oportunidade de para salientar que este método é tão eficaz quanto mais “próximos conseguirmos chegar” do instante desejado.

4.2.3 O problema da ultrapassagem

2.27) A segurança de uma ultrapassagem depende em muito do tempo que esta demora. Quanto menor o tempo de ultrapassagem, mais segura é a manobra. Como podemos estimar o tempo de uma ultrapassagem?

Desejamos que os alunos se confrontem com uma situação que só pode ser corretamente entendida à luz daquilo que estudamos. Problemas envolvendo o trânsito, em particular, uma ultrapassagem, demonstram as implicações sociais daquilo que estamos estudando, afinal, quantos acidentes de trânsito não são causados anualmente por imprudência ou imperícia. A literatura confirma a relevância de questões envolvendo tráfego e trânsito no ensino de cinemática [42–44]. Desejamos com esta pergunta que os alunos percebam que a questão não é trivial e é inerente à realidade vivida por todos eles.

2.28) Por exemplo, um carro de 5 metros viaja a 70km/h e começa a ultrapassar um caminhão de 22m de comprimento que viaja a 60km/h. Supondo que a ultrapassagem se inicia quando a dianteira do carro alcança a traseira do caminhão e termina quando a traseira do carro passa pela dianteira do caminhão, quanto tempo demora a ultrapassagem? Vejamos.

Começamos a consideração do problema por meio de uma questão envolvendo um carro e um caminhão. Há um consenso bem razoável entre aqueles que dirigem ou andam de carro com frequência de que ultrapassar caminhões compridos é uma das manobras mais arriscadas que existem. Além disso, propomos o problema com valores que se harmonizam com os reais. Notavelmente, quando esta questão foi proposta, alguns, os de mais iniciativa, já começaram a fazer “contas” para tentar estimar a duração da ultrapassagem. Não consideramos isto ruim, muito pelo contrário, elogiamos a atitude dos alunos e os estimulamos a prestar atenção a consideração que faríamos a seguir, que poderia elucidar como a estimativa pode ser feita e corroborar com as respostas deles.

2.29) Quais são as velocidades do carro e do caminhão em m/s?

Inicialmente, os alunos devem compatibilizar as unidades. Esta é mais uma oportunidade que eles têm de trabalhar a mudança de unidade dentro de um contexto bem definido.

2.30) Quanto o carro se adianta em relação ao caminhão em um segundo?

Pretendemos com esta pergunta que os alunos percebam que o carro se adianta em relação ao caminhão exatamente a diferença entre as velocidades. A dificuldade demonstrada por alguns alunos para perceber este conceito foi minimizada com a construção de uma tabela comparativa dos deslocamentos de cada um em relação ao tempo. Este é um momento apropriado para endereçar este “adiantamento” do carro em relação ao caminhão como a **velocidade de ultrapassagem**.

2.31) Qual é a distância mínima que o carro tem que adiantar ao caminhão para completar a ultrapassagem?

Para responder corretamente esta questão os alunos precisaram recorrer àquilo que definimos como limite de ultrapassagem, na questão 2.31. A maioria conseguiu perceber com certa facilidade que a distância corresponde à soma dos comprimentos.

2.32) Quanto tempo, no mínimo, demora o carro para completar a ultrapassagem ?

Uma vez definidas a velocidade de ultrapassagem e a distância a ser percorrida, os alunos devem aplicar o conceito de velocidade para estimar o tempo de ultrapassagem.

2.33) Quanto tempo demoraria o carro para completar a ultrapassagem com uma margem de segurança? Por exemplo, considerando que a ultrapassagem se inicia quando a distância entre eles é de 15 metros e só termina nas mesmas condições, quanto tempo demoraria a ultrapassagem?

Neste caso, consideramos condições ligeiramente diferentes: O tempo de ultrapassagem deve ser calculado considerando uma margem de segurança.

2.34) Que distância percorre o carro enquanto executa a manobra de ultrapassagem neste caso?

Pretendemos oportunizar com esta pergunta que os alunos revelem explicitamente se perceberam que à distância de ultrapassagem é acrescida a margem de segurança de 30 metros.

2.35) Quanto tempo demora a ultrapassagem com margem de segurança? Qual a diferença entre os tempos de ultrapassagens?

Os alunos devem, neste momento, calcular o novo tempo e comparar os tempos de ultrapassagem “na risca” e com segurança.

2.36) A distância calculada no item 2.37 é a mínima que o condutor do carro tem de visualizar livre para realizar a ultrapassagem com segurança. Naturalmente, quanto maior o tempo que o carro permanece na

contramão, maior o risco de acidentes. No entanto, como diminuir este tempo de exposição na contramão? Vejamos.

Desejamos explorar um pouco mais que este problema por proporcionar que os alunos refaçam as estimativas para situações ligeiramente diferentes. Nosso intuito é que destes reencontros brotem generalizações por parte dos alunos.

2.37) Refaça os cálculos anteriores e estime o tempo de exposição na contramão em três outras situações: (1) O caminhão trafegando a uma velocidade de 60km/h e o carro a 80km/h, (2) o caminhão trafegando a uma velocidade de 60km/h e o carro a 90km/h e (3) O caminhão trafegando a uma velocidade de 60km/h e o carro a 100km/h.

Ao refazer os cálculos, pretendemos que os alunos consigam perceber que quanto maior a velocidade do carro que ultrapassa, menor é o tempo de exposição na contramão e, conseqüentemente, mais segura é a ultrapassagem. Ressalvamos que este pode ser um momento pertinente para um interlúdio em que se pode discutir outros fatores que possam interferir na segurança da ultrapassagem como a qualidade da pista, por exemplo. A potência do carro também pode ser alvo de discussão: Embora os alunos ainda não saibam o que é potência, trabalho, força ou aceleração, todos pareceram, pelos menos em nossa amostra, saber que a ultrapassagem é mais “fácil” se o carro for um “2.0” do que se um “1.0”. Assim, acreditamos que este problema pode ser profícuo no estudo de outros conceitos físicos.

2.38) Voltemos à situação descrita na questão 2.31. Contudo, considere que, ao começar a ultrapassagem vemos um carro, vindo no sentido contrário na outra pista. Alguma coisa muda? Vejamos. Suponhamos que o carro é idêntico ao primeiro, move-se a 50km/h e está a 50m do caminhão quando é avistado pelo motorista que deseja ultrapassar. Qual a velocidade do carro no sentido contrário em m/s?

Mais uma vez, os alunos precisarão transformar unidades para considerar este novo problema. Note o leitor que a grau de sofisticação das questões que propomos aumenta gradativamente. Nosso objetivo, tal como descrevemos outrora, é provocar conflitos cognitivos com questões que cada vez mais, incorporem elementos que os alunos reconheçam como pertencentes à sua realidade. Consideramos que esta dificuldade gradual é necessária para que os alunos se “sintam” capazes de encontrar as soluções. Cada acerto reforça a idéia de que a próxima solução pode ser encontrada.

2.39) Em quanto diminui a distância entre os carros por segundo?

Será esta a primeira vez em que os alunos encaram movimentos em sentidos diferentes. Os alunos que não reconheceram de imediato que a **velocidade de aproximação** é obtida pela soma das velocidades foram ajudados a chegar a esta conclusão, novamente, com o auxílio de uma tabela que eles mesmos contruíram constando as

posições ocupadas por cada um ao longo do tempo

2.40) Que distância será percorrida pelos dois carros até que um eventual choque ocorra? Quanto tempo levará para que este suposto choque ocorra?

A distância entre os carros foi apontada pela maioria dos alunos com facilidade. No entanto, alguns só reconheceram os 50 metros depois que um desenho esquemático foi apresentado no quadro. Pareceu-nos interessante, então, pedir aos alunos que desenhem em seu caderno um esquema da situação antes de realizar qualquer estimativa, i.e., logo depois da questão 2.31. Naturalmente, o esquema deve ser feito após a questão 2.41. Os alunos podem então comparar o desenho que fizeram com aquele que o professor fez. O tempo em que ocorreria a colisão pode ser calculado utilizando a velocidade de aproximação obtida anteriormente. Um pergunta de transição pode ser útil ou talvez até necessária: **Quanto os carros se aproximam a cada segundo?**

2.41) Compare o tempo de ultrapassem (segura) com o tempo encontrado na questão anterior.

A “cereja do bolo” é saber se a ultrapassagem tem ou não sucesso. Esta questão tem este objetivo.

2.42) A que distância mínima o motorista do carro deveria avistar o outro carro, no sentido contrário, para que a ultrapassagem fosse possível? A que velocidade máxima deveria se mover o carro que vem no sentido contrário ao do caminhão para que a ultrapassagem fosse possível?

Neste momento, propomos a situação inversa: Sabendo quanto no mínimo deve demorar a ultrapassagem para que a colisão não ocorra, os alunos devem, inicialmente, calcular a que distância mínima de afastamento entre os carros e, em seguida, a velocidade máxima que pode ter o carro que vem no sentido contrário ao do caminhão para que a colisão não ocorra.

2.43) Estime esta distância mínima para um carro que se move no sentido contrário com velocidade de 70km/h, 90km/h e 110km/h.

Os alunos devem repetir o procedimento para típicas velocidades das rodovias do Brasil. A idéia com a repetição, novamente, é promover a construção de uma idéia geral sobre o que seria uma ultrapassagem segura em condições bem próximas da realidade.

2.44) Suponha agora que um caminhão trafegue a 50km/h. 200 metros atrás dele está um carro (1) movendo-se a 60km/h. 200 metros a frente do caminhão, porém na pista contrária, movendo-se no sentido contrário, está um carro (2) idêntico ao primeiro movendo-se a 60km/h, no entanto, no sentido contrário ao do caminhão. Que carro alcançará o caminhão primeiro? Explique.

Começamos, a partir daqui, a mudar o enfoque da atividade. Desejamos começar a construir a idéia, ou pelo menos uma prototídea, de velocidade relativa. Naturalmente, a solução desta questão demanda uma boa compreensão das idéias de velocidade de ultrapassagem e aproximação, outrora construídas.

2.45) Então, se nosso referencial fosse solidário ao caminhão, ou seja, se o movimento fosse observado pelo motorista do caminhão, qual seria a velocidade do carro (1)? E do carro 2?¹¹

A realização desta questão demanda uma compreensão clara do conceito de referencial. Como dissêmos anteriormente, este conceito é imprescindível para o desenvolvimento de toda nossa proposta. No entanto, durante a aplicação da atividade mostrou-se produtivo reforçar a idéia de que para o motorista o caminhão, o caminhão está em repouso. Este momento é apropriado para introduzir duas idéias que, segundo esperamos, já estejam “no forno”, na mente dos alunos: Com o referencial fixo no caminhão, a velocidade do carro (1) é a velocidade de ultrapassagem e a velocidade do carro (2) é a velocidade de aproximação. Concordamos que a construção desta idéia seja uma das mais difíceis dentro do todo de nossas atividades. Concordemente, sugerimos a construção de duas tabelas apresentando as informações do movimento relativo entre o caminhão, o carro (1) e o carro (2) nos dois referenciais, solidário à rodovia e solidário ao caminhão. As tabelas devem conter pelo menos cinco colunas abarcando os instantes de tempo, as posições ocupadas por cada um dos móveis, quanto o caminhão e o carro (1) se aproximam em cada instante e quanto o caminhão e o carro (2) se aproximam em cada instante. Cada tabela deve ser construída considerando um referencial. As similaridades entre os dados nas duas tabelas mostram aos alunos que as duas descrições são equivalentes e correspondem à mesma física. A análise das tabelas nos permite também ratificar a validade da **relatividade galileana**. No entanto, acreditamos que este aspecto precise ser trabalhado um pouco mais. Propomos isto em seguida.

2.46) Vamos explorar um pouco mais este ponto. Suponha que você esteja no interior de um carro (1) movendo-se a 80km/h. Ao ultrapassar outro carro (2) movendo-se a velocidade de 75km/h, com que velocidade e em que sentido você vê o movimento do carro (2)?

A idéia agora é que os alunos percebam que ao ultrassar o carro (2), o que se vê é o carro (2) se movendo para trás com a velocidade de ultrapassagem. Mostrou-se produtivo sugerir que um desenho fosse feito para expressar o sentido do movimento pois alguns alunos demonstraram dificuldades em descrever o movimento do carro (2).

2.47) Se for ultrapassado por um carro (3) se movendo a 85 km/h, e você continua no carro (1) a 80 km/h, com que velocidade e em que sentido você vê o movimento do carro (3)?

Nesta questão, os alunos precisam perceber que ao ser ultrassado pelo carro (3), o que se vê é o carro (3)

¹¹Lembramos ao leitor que ao fixar o referencial no caminhão, o caminhão passa a ocupar uma posição fixa, a origem, enquanto o carro (1) encontra-se na posição $-200m$ e o carro (2) na posição $200m$. Deveras, estas idéias podem ser reforçadas com a realização de um desenho na lousa. Lembramos, ademais, que a linguagem visual tem um forte efeito, muitas vezes, mais substancial e prolongado do que a linguagem verbal, sobre os alunos.

se movendo para frente com a velocidade de ultrapassagem.

2.48) Como podemos diferenciar estes dois movimentos, ultrapassar e ser ultrapassado, sem precisar informar o sentido em que o movimento ocorre?

A partir daqui, introduzimos um novo problema. A priori, a diferenciação entre os movimentos pode ser feita de qualquer modo e aos alunos é concedida a liberdade cabal de sugerir como se pode fazê-lo. Contudo, no final da discussão, chamamos a atenção dos alunos para possível existência de um modo de diferenciar os movimentos que seja o “natural” e simples. Isto é possível com a proposição da seguinte pergunta de transição: **Embora tenhamos liberdade para escolher a forma como diferenciamos os movimentos, será que existe um modo natural de fazê-lo, i.e., será que existe um modo, evidentemente mais simples do que os outros para diferenciá-los?**

2.49) Vamos refletir um pouco. Se o referencial é solidário ao carro (1), nossa régua e nosso relógio viajam também a velocidade de 80km/h. Assim, a origem da régua, i.e., o ponto zero da régua, está em movimento. Quando as ultrapassagens ocorrem, a posição de partida é sempre zero, porque localizamos o referencial solidário ao carro. No entanto, em relação a este referencial, em que posição se encontrarão os carros (2) e (3) após uma hora?

As implicações de fixarmos o referencial no carro (1) são lembradas novamente. Em seguida, os alunos devem utilizar as velocidades relativas entre os carros para calcular em que posição se encontrarão os carros (2) e (3) depois de uma hora. Naturalmente o carro (2) estará na posição -5km enquanto o carro (3) estará na posição 5km. Lembramos que nesta escala, o comprimento dos carros é irrelevante para o problema.

2.50) Quais serão os seus respectivos deslocamentos? E suas velocidades médias?

Os alunos devem utilizar seus conhecimentos prévios para calcular o deslocamento e a velocidade de cada carro. Um dos deslocamentos dá resultado negativo. Isso gerou, por ocasião da aplicação da proposta um “clima tenso” entre alguns alunos. Embora eles já tivessem sido instruídos sobre isso anteriormente (a possibilidade de termos deslocamentos negativos), alguns apresentaram-se relutantes em aceitar este resultado. Para contornar esta dificuldade, a seguinte pergunta foi proposta: **Qual o significado deste deslocamento negativo?** A idéia é fazer os alunos perceberem ou recordarem que um deslocamento negativo ocorre toda vez que um movimento é contrário ao sentido de crescimento de nossa régua de referência¹². Com a idéia dos deslocamentos bem sedimentada, passamos ao cálculo das velocidades. Neste momento, subimos mais um grau de sofisticação no entendimento do conceito de velocidade. Dizemos aos que, rigorosamente, a velocidade é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo. Logo, a velocidade média concatenada ao deslocamento negativo será também negativa. A pergunta

¹²A capacidade do observador de medir posições, deslocamentos e distâncias é, segundo entendemos, bem expressa pela existência de um objeto imaginário que, em nossa instrução, nos acostumamos a chamar de “régua de referência”.

“ **Qual o significado desta velocidade negativa?**” serviu de base para discussão subsequente. Apregoamos que a velocidade negativa deve ser entendida **simplesmente** como a velocidade que corresponde a um deslocamento negativo, i.e., um movimento no sentido contrário ao definido por nossa régua de referência.

2.51) Que sinal seria então o mais apropriado para diferenciar os dois movimentos? Perceba que o sinal de menos aparece naturalmente e é, logicamente, o mais simples para expressar a idéia de um movimento que ocorre no sentido contrário ao da régua de referência. Suponha agora que nosso referencial seja solidário a pista e que suas marcações de quilometragem definam o sentido da régua no referencial. Se um carro parte do km200 e depois de 1h passa pela placa que indica o km150, qual foi seu deslocamento e velocidade neste intervalo de tempo?

Desejamos, finalmente, ratificar o conceito proposto anteriormente, a saber, que o sinal de menos é ideal para sinalizar movimentos que ocorrem no sentido contrário àquele que escolhemos como positivo.

4.3 Descendo a ladeira e construindo o conceito de aceleração

Em nossa terceira atividade, propomos a discussão da diferença entre num movimento plano e um movimento de descida. Com isso, pretendemos promover a construção do conceito de aceleração que, por sua vez, consideramos extremamente abstrato e praticamente inacessível aos alunos. Por isso, escolhemos como tônica desta atividade a discussão dos agentes físicos responsáveis pela aceleração. Sem mais delongas, apresentamos a seguir nossa proposta.

3.1) Quais as diferenças entre o movimento de um carrinho descendo uma ladeira e o movimento plano que estudamos?

Neste novo tópico, desejamos que os alunos construam o conceito de aceleração. Acreditamos que a melhor forma de fazê-lo é por meio da investigação de um problema, a saber, quais são as diferenças entre o movimento plano e o movimento de descida. Parece-nos que este seja o caminho mais natural para abordagem do tema uma vez que a maioria, senão todos, já desceram uma ladeira e verificaram que existem diferenças entre as sensações percebidas por nosso corpo quando nos movimentamos no plano e quando descemos uma ladeira. Este é também, muito provavelmente, o movimento acelerado mais fácil de ser reproduzido e estudado.

3.2) Utilizando o VirtualDub, estude o movimento do carrinho descendo uma ladeira.

Os alunos observaram um carrinho tal como aparece na figura 3.11 descendo uma pista tal como se vê na figura 3.12. A pista que contruímos consiste de uma chapa de compensado com cerca de 220cm de comprimento. Nela delimitamos, por meio de três pedaços de ripa, duas pistas, uma que foi lixada e envernizada e uma na madeira crua. A ripa do meio apresenta marcações de 10cm em 10cm. A pista foi elevada para que o movimento

ocorresse num plano inclinado. A inclinação foi obtida por meio da colocação de pedaços de madeira em baixo da pista e foi escolhida de um modo tal que o movimento durasse pelos menos três segundos. O carrinho que utilizamos é da marca Hot wheels. Este tipo de carrinho mostrou-se muito adequado aos nossos propósitos pois é pequeno (cerca de 6cm) e é estável¹³. O movimento do carrinho foi gravado e analisado por meio do VirtualDub. A análise foi compartilhada por todos os alunos por meio da utilização do projetor de slides. Acrescentamos que nas últimas medições, como focalizamos a filmagem para acompanhar o carrinho, as marcas na ripa apareceram borradas. Ainda assim isto não atrapalha o método uma vez que tomamos o ponto médio do borrão. Uma forma de contornar este problema, que verificamos posteriormente, é realizar a filmagem focalizando a pista, um tipo de filmagem panorâmica, e/ou diminuindo a inclinação da pista para que as velocidades finais não sejam tão grandes.



Figura 3.11 - O carrinho

¹³Uma grande dificuldade por nós encontrada foi manter o carrinho movendo-se em linha reta. A maior parte dos carrinhos que não tem controle tendem a se movimentar em trajetória curva depois de uma pequena distância. Assim, depois de testarmos alguns carrinhos, verificamos que este apresentava a maior estabilidade, ou seja, mantem-se em linha reta por mais tempo. Além disso, as marcações da pista limitam o movimento do carrinho. Eventualmente, colisões aconteceram entre o carrinho e as ripas, aumentando o atrito. Todavia, o desenho do carrinho e preparação que fizemos das ripas (lixando e lubrificando) atenuaram este efeito e o tornaram insignificante para os nossos propósitos.



Figura 3.12 - A pista de madeira

3.3) Qual a velocidade média do carrinho? Qual sua velocidade entre $t=0s$ e $t=1s$? Entre $t=1s$ e $t=2s$? Entre $t=2s$ e $t=3s$? Lembre-se que ao calcularmos a velocidade do carrinho entre $t=0s$ e $t=1s$, nos aproximamos da velocidade instantânea no instante $t=0,5s$ e assim sucessivamente. Qual a diferença entre a média e cada uma destas velocidades?

Começamos por requisitar que os alunos realizem procedimentos com os quais já estão familiarizados, a saber: O cálculo da velocidade média e a estimativa da velocidade instantânea. Em seguida, pede-se que calculem as diferenças entre as velocidades instantâneas e a média. Desejamos que os alunos comecem a perceber as diferenças entre este movimento e o movimento plano que estudamos anteriormente. Em particular, o movimento analisado na primeira atividade, em que a miniatura do carrinho de corrida se move praticamente com velocidade constante.

3.4) A velocidade do carrinho está variando com o tempo? Diminuindo ou aumentando? Qual a diferença entre a velocidade instantânea entre $t=0,5s$ e $t=1,5s$? E entre $t=1,5s$ e $t=2,5s$? Utilizando as variações calculadas, estime quanto, em média, a velocidade varia a cada segundo?

A verificação de que a velocidade está aumentando é imediata. Deve-se dar ênfase que as diferenças calculadas correspondem a quanto a velocidade varia durante o intervalo considerado. A coincidência dos resultados (das diferenças) precisa ser enfatizada; os alunos precisam perceber que esta diferença nos remete a uma característica peculiar daquele movimento, que denominamos aceleração. Consideramos este o momento ideal para definir **aceleração como a quantidade de m/s que a velocidade varia em um segundo**. É prudente salientar também que é costumeiro chamar esta aceleração de **média**, justamente, porque fora estimado em média.

3.5) Assim, podemos dizer que, no movimento do carrinho, a velocidade muda porque o carrinho acelerava. No entanto, o que cria esta aceleração no caso de nosso carrinho? Vejamos.

Nosso desejo, a partir de agora, é direcionar a discussão para os agentes físicos que podem acelerar os corpos. Esta escolha define a diretriz desta atividade. Consideramos que aceleração é um conceito físico abstrato demasiadamente. Assim, acreditamos que focar os agentes físicos capazes de acelerar os corpos seja o melhor modo de tornar evidentes algumas peculiaridades deste conceito. Concordemente, colocamos um dos carrinhos no meio da pista e pedimos que os alunos respondam as perguntas que se seguem.

3.6) Por conta própria o carrinho pode deixar o repouso?

Embora os alunos ainda não tenham estudado a dinâmica dos corpos, em nossa aplicação da atividade, a maioria esmagadora dos alunos aceitou confortavelmente a idéia de que, por conta própria, o carrinho não se move donde se obtém que o movimento só é possível por meio da intervenção de algum agente externo¹⁴.

3.7) Veja agora o que acontece quando o ligamos o secador de cabelo perto do carrinho (este é um novo carrinho, no qual foi instalada uma vela). Ele pode ser visto na figura 3.13. O carrinho estava parado e começou a se mover. Logo, foi acelerado, vocês concordam? O que fizemos para acelerá-lo?

Ao ligarmos o secador de cabelo na frente do carrinho, este se move. Deve-se frizar que uma aceleração ocorreu uma vez que, inicialmente, o carrinho está em repouso e, em seguida, começa a se mover. Facilmente, todos os alunos associaram esta aceleração ao ato de ligar o secador. Todavia, desejamos que os alunos percebam que o fator preponderante é o **vento** e não o ato de ligar o secador, o secador, etc. O enfoque correto pode ser reforçado demonstrando que o mesmo ocorre se soprarmos o carrinho. Como o efeito é o mesmo, enfatiza-se que o vento é o agente físico responsável pela alteração da velocidade do carrinho, ou seja, por sua aceleração.

¹⁴Inicialmente, este agente não foi qualificado. Nos restringimos a dizer que este agente é “qualquer coisa” que possa fazer o carrinho se mover.



Figura 3.13 - O carrinho à vela

3.8) De fato, o vento é o agente físico responsável por acelerar o carrinho. Qual seria o agente físico responsável pela movimento acelerado ladeira abaixo? Você imagina a existência de outros agentes físicos que poderiam acelerar o carrinho?

Alguns alunos esboçaram uma resposta à primeira pergunta. Embora nenhuma resposta articulada tenha sido oferecida, a palavra “gravidade” apareceu na boca de alguns alunos ainda que de forma tímida. Acreditamos que este seja um momento oportuno para indicar aos alunos a existência de atração entre a Terra qualquer corpo próximo dela. Esta atração se verifica na forma de “puxão” semelhante aquele que se observa quando aproximamos um metal de um ímã¹⁵. Ressaltamos, contudo, que não desejamos dedicar tempo e atenção excessiva e indevida a questão da atração gravitacional. Tão logo que os alunos aceitem a idéia, deve-se passar adiante. Lembramos ao leitor que a ação da força gravitacional será reconsiderada posteriormente, talvez, até em mais de uma situação, de modo que entendemos que dar atenção exacerbada a este ponto configura-se um desvio de proposta. Com a segunda pergunta, nosso interesse é reforçar a idéia de que um corpo só é acelerado se há um agente físico capaz de acelerá-lo.

3.9) Veja esta foto onde aparecem as posições ocupadas por uma bolinha caindo livremente. Na queda, a velocidade se modifica? Aumenta ou diminui? Como você pode afirmar isso? Com base nesta figura, você é capaz de estimar qual a aceleração do movimento?

Neste momento apresentamos aos alunos a figura 3.14 extraída de [55]. Como em nossa instrução, esta é a primeira vez que os alunos se deparam com uma foto estroboscópica, talvez, uma explicação sobre as características da foto seja necessária. Com o entendimento da foto bem sedimentado, as perguntas subsequentes tem

¹⁵Pode-se demonstrar a atração entre um ímã e um metal “ao vivo” caso se perceba que o fenômeno não é familiar aos alunos.

sentido. É possível fazer medições diretamente da foto donde, segundo aquilo que já fizemos antes, podemos estimar a aceleração da gravidade. As perguntas a seguir conduzem a estimativa. No artigo de onde a foto abaixo foi extraída, os autores a utilizaram para estimar o valor da aceleração da gravidade e obtiveram resultados bem satisfatórios ($9,74 \pm 0,05m/s^2$). Na imagem abaixo, as posições foram tomadas a cada $1/30$ s. Note também o leitor que para aplicar o método, precisamos saber a proporção entre o tamanho da figura projetada e o tamanho real da imagem. Para isso, é necessário apenas que saibamos a altura de onde a bolinha é solta para que estimemos a proporção.

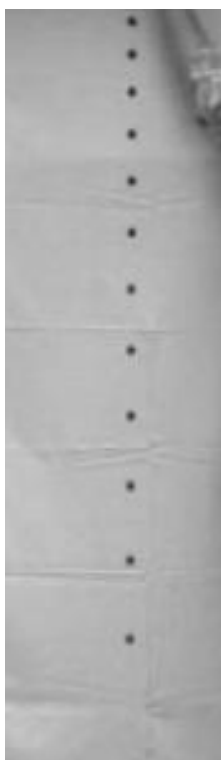


Figura 3.14 - A foto estroboscópica que utilizamos.

3.10) Qual a velocidade média entre duas leituras sucessivas? Por exemplo, qual a velocidade média entre $t=0$ e $t=1/30$ s, i.e., uma aproximação da velocidade instantânea em $t=1/60$? Qual a velocidade média entre $t=11/30$ s e $t=12/30$? Estime qual foi a variação da velocidade em um segundo?

Descrevemos por meio desta questão o procedimento que permite a estimativa da aceleração da gravidade. Nosso objetivo neste momento não é discutir um método preciso de estimativa da aceleração da gravidade tal como proposto por M. A. Dias *et al.* [55] porque isso demandaria um tempo que não temos. Desejamos apenas que os alunos se familiarizem com o movimento de queda livre, percebam que é acelerado e que, dentro de uma

incerteza razoável, esta aceleração é constante.

3.11) De fato, a aceleração pode ser entendida com a divisão ou a razão entre a variação da velocidade e o intervalo de tempo em que esta variação ocorre. Retorne aos dados que você obteve e verifique a validade desta afirmação, ou seja, tome quaisquer outros pares de valores de velocidade e tempo e estime a aceleração. Verifique se o resultado é o mesmo.

Nossa tentativa com esta questão é apresentar uma definição um pouco mais rigorosa do conceito de aceleração. Em seguida, os alunos devem retornar ao dados da questão anterior e refazer as contas com quaisquer pares de velocidades instantâneas. Deve-se enfatizar que a aceleração que impele os corpos que caem livremente tem um valor “fixo”, o que é corroborado pela coincidência entre os resultados obtidos nos itens 3.10 e 3.11. dentro de uma margem aceitável.

3.12) Vocês já prestaram atenção no que acontece com um carrinho de fricção? Inicialmente está em repouso mas, depois de solto, dispara acelerando. Na opinião de vocês, que agente físico é responsável por esta aceleração?

Como desejamos chamar atenção para os agentes físicos capazes de acelerar um corpo, sublinhamos que há um destes agentes num carrinho de fricção. Se necessário, pode-se levar um carrinho de fricção para sala e demontá-lo para que os alunos possam “ver” a mola no seu interior e discutir seu funcionamento.

3.13) Notavelmente, quando empurramos um carrinho que está parado ele ganha velocidade mas, por fim, volta ao repouso. Rigorosamente, se o carrinho tem alguma velocidade e, em seguida, para, ocorreu uma variação da velocidade e como vimos antes, esta variação de velocidade é, em todos os casos que consideramos, causada por um agente físico. Neste caso o que temos é uma aceleração negativa, concordam? ¹⁶ Qual seria o agente físico responsável por esta desaceleração?

Continuamos focalizando nossa atenção nos agentes físicos responsáveis pela aceleração. No entanto, neste caso, temos uma desaceleração. Nosso objetivo é que os alunos percebam que entre o chão e as rodas do carrinho há algum tipo de “agarramento”, que em algum momento podemos denominar atrito, que desacelera o carrinho, ou seja, diminui sua velocidade até que se encontre em repouso. Pode-se também destacar a ação deste agente em situações envolvendo automóveis reais. Isso pode ser feito através das seguintes perguntas: **Por que mantemos nosso pé no acelerador do carro para que sua velocidade permaneça constante? Se, ao pisarmos no pedal, aceleramos o carro, a velocidade não deveria aumentar continuamente enquanto nosso pé permanecesse pressionando o pedal? Por que isto não acontece?** Por meio destas perguntas, pode-se discutir o papel do atrito

¹⁶Pode-se frizar que assim como a velocidade é negativa quando o movimento ocorre no sentido contrário ao que definimos como positivo, o mesmo ocorre com a aceleração. Entrementes, lembramos ao leitor que o termo desaceleração deve ser evitado. Este termo é dúbio uma vez que corresponde a uma diminuição do módulo da aceleração.

no movimento.

3.14) De fato, uma desaceleração pode frear o carrinho e fazê-lo parar. Mas será que pode fazer mais que isso? Vejamos.

Pretende-se, doravante, explorar a inversão de movimentos acelerados. Para isso, novamente, mostramos aos alunos o carrinho equipado com a vela descendo um plano inclinado, tal como fizemos no começo da atividade. Contudo, no ínterim da descida o carrinho é confrontado com o secador de cabelo que inicialmente faz com que o carrinho pare e, posteriormente, inverta seu movimento. Uma série de perguntas pretende explorar melhor este experimento.

3.15) Suponhamos que o carrinho com a vela tenha sido empurrado e atingido certa velocidade. Se ele movimentar-se numa região perfeitamente lisa, haveria algum agente físico capaz de freá-lo? Se não há nenhum agente físico capaz de acelerar ou desacelerar o carrinho, o que ocorre com sua velocidade?

Retornamos aqui à ação do atrito. Por meio deste experimento virtual, desejamos que os alunos se conscientizem que na ausência do atrito ou de qualquer agente físico capaz de acelerar ou desacelerar o carrinho, sua velocidade permaneceria constante por tempo indefinido. Como esta é uma situação imaginária, talvez seja necessário detalhar melhor o problema. Numa das aplicações da proposta, pedimos aos alunos que imaginassem um movimento numa pista de gelo infinita. Embora esta analogia tenha suas limitações, mostrou-se eficaz para nossos intuítos.

3.16) Qual seria então o movimento esperado para o carrinho?

Pretendemos reafirmar aos alunos que o movimento seria perpétuo e com a mesma velocidade.

3.17) Assim, naturalmente, o carrinho se moveria perpetuamente com a mesma velocidade, certo? Baseado naquilo que você observou antes, descreva o movimento do carrinho se o confrontássemos com o secador assim como fizemos com o carrinho descendo a ladeira?

Basicamente, com a discussão desta questão, os alunos precisam se convencer de que uma inversão do movimento ocorreria se um carrinho movimentando-se numa pista infinita e perfeitamente lisa fosse confrontado com um secador de cabelo tal como eles observaram que ocorreu na demonstração anterior.

3.18) O que acontece com a velocidade do carrinho daí para diante?

Os alunos precisam apenas descrever o movimento subsequente do carrinho.

3.19) Exatamente no momento em que inverte o movimento, qual é a velocidade do carrinho? E a aceleração?

A maioria dos alunos admitiu sem dificuldade que a velocidade é nula no momento da inversão do movimento. Alguns até argumentaram que esta seria uma condição para que a inversão ocorresse. Em relação a aceleração, nenhum dos alunos desejou argumentar. Apenas alguns, “chutaram”, como era de se esperar, que a aceleração fosse nula também.

3.20) Para não ficarmos com dúvidas sobre a aceleração neste momento, consideremos o seguinte: Qual o agente físico que desacelera o carrinho e faz o movimento se inverter? Nós desligamos o secador em algum momento?

Neste momento, voltamos a atenção dos alunos para o vento, qual agente físico que provoca a aceleração, e para o fato de não termos desligado o secador em nenhum momento.

3.21) Perceba que a aceleração inverteu o movimento do carrinho. Vocês conhecem algum outro movimento onde uma inversão similar acontece?

Desejamos que os alunos reflitam sobre a existência de movimentos em que a velocidade se inverte. Durante a realização da atividade apareceram alguns exemplos interessantes cuja discussão pode, de acordo com o tempo e o desejo do professor, ser pertinente como: O movimento do brinquedo língua de sogra, o movimento de uma cadeira de balanço, o movimento de uma bóia, etc.

3.22) Observe o movimento a seguir (lançamos uma bolinha para o ar e observamos o movimento completo de subida e descida). Vamos definir a posição zero de nosso referencial no chão com valores crescentes na direção ascendente. Em que intervalo de tempo e/ou instante a velocidade é positiva? E negativa? E nula?

O lançamento vertical não representa nenhuma novidade para nossos alunos. A dificuldade reside em estudá-lo de forma eficiente e natural. Se a idéia de referencial já estiver bem maturada nos alunos, eles não terão dificuldades em aceitar as considerações preliminares que fizemos. Caso seja necessário, sugerimos que o professor coloque uma régua perpendicular ao chão para os alunos visualizem a escolha da origem do nosso sistema de eixos assim como a orientação que escolhemos como positivo. Se necessário, pode-se lembrar aos alunos quando consideramos que nossa velocidade seja positiva e negativa.

3.23) E a aceleração, em que intervalo de tempo e/ou instante é positiva? E negativa? E nula? Vamos raciocinar comparando o lançamento vertical ao movimento do carrinho impelido pelo vento.

Neste momento remetemos os alunos ao movimento do carrinho impelido pelo vento. Os alunos precisam perceber que a comparação entre os dois movimentos delinea o caminho a ser seguido na análise. Cabe ao pro-

fessor então, reforçar as similaridades entre os movimentos para que os alunos entendam que a comparação é a vereda a ser seguida.

3.24) A medida que a bolinha sobe, sua velocidade aumenta ou diminui? Justifique. Perceba que o mesmo ocorre com a velocidade do carrinho quando se aproxima do secador. O que isso indica sobre a aceleração da bolinha?

Durante a subida a bolinha reduz o módulo da velocidade. Esta redução na velocidade indica aceleração no sentido contrário ao da velocidade na subida. De acordo com nossa escolha do referencial, esta aceleração será negativa na subida.

3.26) A medida que a bolinha desce, sua velocidade aumenta ou diminui? Perceba que o mesmo ocorre com a velocidade do carrinho quando se afasta do secador. O que isso indica sobre a aceleração da bolinha?

Durante a descida a bolinha aumenta o módulo da velocidade. Este aumento na velocidade indica aceleração no mesmo sentido da velocidade na subida. De acordo com nossa escolha do referencial, esta aceleração será ainda negativa na subida.

3.27) Sua resposta sobre a aceleração nos dois itens anteriores foi diferente ou não? Exatamente quando o movimento se inverte, qual a aceleração da bolinha? Justifique lembrando que no movimento impelido pelo vento, não modificamos nada no agente físico (o vento produzido pelo secador) tanto na aproximação quanto no afastamento.

Os resultados anteriores devem ser discutidos para que fique claro para os alunos que em movimentos em que há inversão, a aceleração é a mesma antes e depois da inversão. Por fim, lembramos aos alunos que no movimento do carrinho impelido pelo vento, não se observa nenhuma modificação no agente físico responsável pela aceleração em nenhum momento do movimento e este (o movimento do carrinho à vela) é idêntico ao observado no lançamento vertical. Nosso desejo é que os alunos, ao final da atividade, percebam que no momento da inversão a aceleração é a mesma de todo o resto do movimento porque nada alteramos no agente físico responsável por ela.

4.4 Resultados preliminares

Pretendemos, nesta seção, discutir brevemente os resultados preliminares da aplicação de nossa proposta. Lembramos ao leitor que o relato que se segue é apenas informativo e desprezioso, e que um estudo sistemático dos resultados obtidos por meio de nossa proposta escapam o escopo desta dissertação.

Nossa proposta foi aplicada, experimentalmente, em duas turmas da segunda série do C.E. Ministro Raul Fernandes, na cidade de Vassouras-RJ no primeiro semestre letivo de 2011 embora já tivesse sido parcialmente aplicada em outras turmas ao longo do ano de 2011.

Um problema inerente à aplicação de nossa proposta é o tempo disponível. Em média, estimamos que a atividade 1 possa ser aplicada em cerca de três aulas de cinquenta minutos, a segunda atividade em quatro aulas e a terceira em três aulas. Assim, numa escola com carga horária semanal de quatro horas, seriam necessárias duas semanas e meia para que a proposta fosse implementada. Na rede pública estadual, onde a carga horária de disciplinas como física, química, biologia, geografia e história é de duas aulas semanais, precisaríamos de mais de um mês o que, evidentemente, é inaplicável. Na realidade, nossa aplicação teste só foi possível porque utilizamos horários vagos na grade.

Na aplicação de todas as atividades, nas duas turmas, percebemos algumas características demonstradas pelos alunos que nos deixaram entusiasmados e esperançosos. Percebemos mudanças significativas na postura e participação dos alunos. Muitos daqueles que, em geral, são apáticos, envolveram-se ativamente nas discussões. Imaginamos que isso é devido a dois fatores: O tipo de questão proposta e a forma como as atividades foram desenvolvidas.

As questões formuladas não são triviais. Todavia, são convidativas no sentido de que os alunos têm a impressão de que são factíveis. Ademais, as questões remetem os alunos a problemas do cotidiano, concretos e bem definidos, nos quais é possível identificar elementos de sua própria realidade.

A forma como as atividades são desenvolvidas, segundo percebemos, também é um fator importante. Numa aplicação, todos os alunos foram dispostos em semicírculo e na outra, foram divididos em grupos de quatro alunos. Quando dispostos em semicírculo, os alunos foram orientados sobre como proceder durante a aplicação da atividade. Cada aluno deveria ler uma das questões propostas nos slides que foram projetadas na tela branca; cada questão foi apresentada em um slide. Depois que uma questão era lida por um dos alunos o aluno que o sucedia no semicírculo deveria ser o primeiro a comentar a pergunta e/ou elaborar uma estratégia para desenvolver uma solução. Depois deste esboço inicial, a discussão ficava aberta sendo apenas mediada pelo professor. Quando divididos em grupos, deveriam discutir entre si inicialmente cada questão e, em seguida, participar de uma discussão entre os grupos mediada pelo professor. No entanto, a opinião que deveria ser apresentada por cada grupo deveria representar um consenso e a cada “rodada”, um aluno do grupo seria seu porta voz. As conclusões após cada discussão precisavam ser registradas por todos no caderno. Acreditamos que este método surtiu efeito: O desenvolvimento pareceu aos alunos como uma gincana, um jogo, em que a regra pítrea é que todos deveriam participar. Além disso, ressaltamos que a palavra “errado” não foi usada em nenhum momento. Quando uma resposta era circunstancialmente inapropriada, o professor questionava se alguém tinha uma opinião diferente. Uma idéia que nos parece clara agora é que o “clima” em que se desenvolve a atividade é fundamental para participação dos alunos. Eles precisam perceber que os problemas que estão sendo discutidos não apresentam, na maioria das vezes, resposta imediata. Sendo assim, palpites e suposições são sempre bem vindas.

Todavia, como percebeu o leitor, nossa proposta não contempla a utilização da linguagem gráfica no estudo da cinemática. Não entendemos isso como uma falha uma vez que esta ausência fora prevista desde os primórdios de seu gestação. Entrementes, consideramos que o estudos de gráficos, diagramas e até funções é parte essencial do estudo da física, em particular, da cinemática e não podem ser ignorados por completo. Acreditamos, no entanto, que nossa proposta consiste numa boa possibilidade para a discussão dos principais conceitos da cinemática em sua apresentação introdutória.

Nossa proposta foi também parcialmente aplicada no ensino médio supletivo noturno (EJA) oferecido pela rede pública. Embora os resultados obtidos tenham sido bem mais modestos, percebemos nítidas similaridades, sobretudo, em relação à participação dos alunos.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

Inicialmente, apresentamos nossas motivações, nossos objetivos, os pré-requisitos que consideramos necessários para desenvolvimento de nossa proposta e a estrutura deste trabalho. Destacamos nosso interesse na física, em particular, na cinemática que, segundo pensamos, precisa se ajustar aos novos tempos, promover a construção de conceitos e o desenvolvimento de competências a partir da discussão de problemas concretos, intimamente concatenados ao cotidiano do alunos. Expressamos nosso desejo de que os alunos recuperem a atitude ativa necessária para o estudo da ciência. Estabelecemos os pré-requisitos mínimos ao desenvolvimento de nossa proposta, segundo imaginamos; fizemos isso pela apresentação dos conceitos como nós os apresentamos aos alunos. Discutimos nossa proposta e seus objetivos, que acreditamos, tenham sido alcançados.

No segundo capítulo, discutimos os subsídios pedagógicos que embasaram este trabalho. Em particular, apresentamos o construtivismo de Piaget aplicado por meio de atividades investigativas que, imaginamos, seja o melhor caminho para a promoção de nossos objetivos¹.

Uma revisão bibliográfica é realizada no terceiro capítulo. Inicialmente, consideramos estudos anteriores sobre o desenvolvimento dos conceitos de velocidade e aceleração desde a infância, com Piaget, até a adolescência e o início da idade adulta, com Trowbridge, McDermot, Teixeira e Laburu. Em seguida, apresentamos alguns trabalhos anteriores ao nosso que de alguma forma nos chamaram a atenção.

O quarto capítulo, o coração desta tese, é devotado à nossa proposta propriamente dita. Fazemos isso pela proposição de três conjuntos de atividades que contemplam os conceitos de velocidade e aceleração. Discutimos as perguntas que conduzem cada conjunto de atividades. Tais perguntas são sempre acompanhadas de um comentário livre, i.e., que contém alguma informação importante acerca daquela pergunta. Quando apropriado, remetemos o leitor à referências e a figuras necessárias à compreensão de nosso objetivo com cada pergunta. Ao fim do quarto capítulo, uma discussão dos resultados preliminares obtidos da aplicação de nossa proposta na rede pública estadual do Rio de Janeiro é apresentada

Consideramos, por fim, algumas conclusões a que chegamos durante a concepção e aplicação deste trabalho além de algumas perspectivas, concatenadas ao ensino de cinemática, que consideramos promissoras.

¹Veja por exemplo a referência [22].

Apresentamos no final da tese uma seqüência de apêndices destinados a subsidiar a aplicação das atividades de uma forma mais prática e imediata. Concomitantemente, nos apêndices apresentamos a proposta (apêndice A) e os elementos necessários para aplicá-la (apêndices B-F).

Percebemos e assim apregoamos ao leitor que é **possível** construir uma abordagem para os conceitos de velocidade e aceleração que seja razoavelmente rigorosa conceitualmente e que parta de problemas concretos, subtraídos da realidade vivida e observada pelos alunos, onde os conceitos não são definidos ou enunciados sem mais nem menos mas, são contruídos, discutidos e por fim, nomeados.

Ademais, segundo percebemos, investigar problemas cuja solução não seja imediata mas ainda assim pareça possível mostrou-se muito eficaz, senão para compreensão cabal dos conceitos físicos estudados, ao menos na promoção de uma mudança atitudinal nos alunos que participaram ativamente de todas as atividades e pensaram, refletiram, discutiram e palpitararam mesmo quando a solução parecia distante. Acreditamos que a promoção desta mudança tenha sido um dos maiores legados de nossa proposta.

Todavia, percebemos também que alguns aspectos de nossa proposta possam ser aprimorados. O conceito de aceleração pode (na realidade, talvez, precise) ser refinado através de atividades extras. Acreditamos que esta seja um formidável perspectiva para o futuro. Percebemos, além disso, que de alguma forma, no ensino de física, em particular no ensino de cinemática, é necessário contemplar competências que obliteramos, ainda que propositalmente, de nossa proposta como o estudo dos movimentos através de diagramas, gráficos e equações. Acrescentamos que nossa proposta precise ser submetida ao crivo de outros professores para ser aprimorada. A forma como seriam avaliados os alunos depois deste tipo de exposição e discussão do conteúdo ainda representa para nós um desafio.

A avaliação do (in)sucesso da proposta demanda, evidentemente, a criação de um protocolo que contemple vários aspectos da instrução como: o que os alunos sabiam antes da instrução, o que aprenderam com a instrução, como se comparam classes em que a proposta foi e não foi aplicada, etc. Não estamos certos de como podemos fazê-lo, sobretudo, tendo em mente o tempo disponível. No entanto, acreditamos que um caminho possível para construção deste protocolo signifique seguir de perto trabalhos mais recentes do grupo de pesquisa de Washington, como o *Physics by Inquiry* e o *Tutorials of Introductory Physics* [45, 46]. Incluímos também nossa intenção de aplicar esta proposta no 9º ano do ensino fundamental.

Por fim, expressamos publicamente o prazer que desfrutamos na realização deste trabalho, na companhia de colegas e professores tão bons e leais, lidando com aquilo que os olhos dos físicos brilham: A vida, o universo, os fenômenos, etc. As mudanças no ensino são possíveis, são necessárias e o horizonte que se nos apresenta parece promissor. É nossa a responsabilidade de aventurar-se por este mar bravio, cheio de incertezas, mas repleto de satisfação.

Apêndice A

Material Instrucional

Neste e nos demais apêndices que se seguem, apresentamos as atividades que compõem nossa proposta e os elementos necessários para sua implementação de um modo prático e imediato. Perceberá o leitor que o apêndice A é uma releitura do conteúdo desta dissertação. Não desejamos tergiversar, contudo, visando àqueles que concentrarão nestes apêndices a atenção que não podem dar a toda dissertação, reapresentamos nas seções que se seguem, objetivamente, alguns princípios que nortearam nosso trabalho assim como a proposta propriamente dita.

A.1 Prolegômenos filosóficos: O que? Por quê? Como? Para que?

Apresentamos neste apêndice uma abordagem para cinemática introdutória, em particular, para os conceitos de velocidade e aceleração.

Dedicamo-nos a este tema por vários motivos, alguns, todavia, merecem especial atenção. A cinemática (1) tem uma fundamental função propedêutica. Sem a compreensão do que são velocidade e aceleração, não é possível entender o que é força, energia, as leis de Newton, etc; (2) tem ocupado um lugar cada vez mais discreto no currículo de física para ensino médio o que incompreensivelmente se contrasta com o papel desempenhado pela mesma nos primórdios da filosofia natural. Deveras, a discussão sobre o movimento é o germe da física, o que a história da ciência testifica; (3) é, geralmente, apresentada de uma forma muito distante da realidade vivida, o que é inapropriado e desnecessário: O curso se inicia invariavelmente com o estudo do ponto material, mas, como diria M. Pietrocola, “quem já teve a oportunidade de observar o movimento de um ponto material no seu cotidiano? Na verdade, os pontos mais conhecidos aparecem nos livros e geralmente encontram-se parados!”. Ademais, a inapropriação da abordagem tradicional se torna evidente quando consideramos que o movimento está profundamente concatenada ao cotidiano e à realidade observada pelos alunos, afinal, vivemos num mundo de carros, bicicletas, aviaões, etc.

Nossa proposta é subsidiada pelo Construtivismo de Jean Piaget aplicado por meio de atividades investigativas. Neste viés, pretendemos que nossa abordagem, entre outras coisas, (1) reconceitualize e/ou resgate o papel da intuição no ensino-aprendizagem de ciências. Por conta do próprio processo de escolarização, a utilização da

intuição e do raciocínio lógico sucumbe diante de infinitas fórmulas e procedimentos a serem decorados; (2) estimule o desenvolvimento de competências e atitudes adequadas para o estudo de ciências; (3) confronte concepções ingênuas dos alunos e (4) estimule a conduta ativa dos alunos na produção de seu próprio conhecimento.

As atividades estão divididas em três grandes blocos que compreendem, respectivamente, à construção do conceito de velocidade, ao refinamento do conceito de velocidade e à construção do conceito de aceleração. As atividades são apresentadas por meio das perguntas que conduzem a discussão. Comentários pertinentes foram incluídos depois de cada pergunta para assinalar algum aspecto que consideramos relevante. Sem mais, tendo o alicerce sido exposto, passemos a proposta.

A.2 O problema da miniatura

Este conjunto de atividades, o primeiro a ser realizado pelos alunos, tem por objetivo principal a construção do conceito de velocidade a partir da consideração de um problema concreto a ser investigado. Começamos propondo um problema cuja solução, esperamos, leve os alunos a construir o conceito de velocidade. Subseqüentemente, propomos algumas atividades que denominamos complementares, não porque tenham importância secundária mas, por serem flexíveis no que diz respeito à implementação.

Inicialmente mostramos aos alunos um carrinho na caixa. O carrinho utilizado, uma miniatura de uma Ferrari F248 licenciada pela própria marca, pode ser observada na figura A.1. Ele pode ser adquirido na internet e na época em que comprado, no segundo semestre de 2010, custou cerca de R\$300,00.



Figura A.1 - A miniatura

A caixa do carrinho apresenta um símbolo, 1:10, que representa a proporção entre a Ferrari real e a miniatura. Depois de mostrar a caixa aos alunos passamos a primeira pergunta, a saber:

1.1) Observem a expressão 1:10 na caixa. O que significa?

Esta pergunta que, em nossa primeira experiência, foi respondida com facilidade por um grande percentual dos alunos (cerca de 80%), pretende trazer a tona a proporção entre o carro real e a miniatura. A expressão 1:10 reforça a pertinência da linguagem matemática para expressar certas idéias. A importância da matemática na descrição do “mundo” pode ser brevemente discutida sem perda de foco.

1.2) Será que o carrinho também é tão rápido quanto o carro real na escala 1:10? Ou seja, será que o carrinho é 10 vezes menos rápido do que o carro real?

Nosso intuito é chamar atenção a possibilidade da escala se aplicar também à rapidez do carrinho. Neste momento evitamos utilizar a palavra velocidade mesmo que algum aluno a use. Pretendemos que o conceito seja construído antes que um nome seja dado ao conceito, como enfatiza A. Arons [8]. Logo, preferimos utilizar o termo rapidez.

1.3) Se uma Ferrari F248 real anda a 300km/h nas retas, quantos metros anda em uma hora? Quantos metros anda em um minuto? Quantos metros anda em um segundo?

Nesta questão os alunos farão a primeira estimativa quantitativa em nossas atividades. Este é um momento muito oportuno para estudar transformações de unidades. Neste respeito desejamos acrescentar que diferente do que acontece na maioria dos livros didáticos, acreditamos que as transformações de unidades podem ser mais eficazmente trabalhadas quando inseridas num contexto, quando imersas num problema real, tal como este. Ademais, acreditamos que a mudança de unidade quando trabalhada e realizada paulatinamente, passo-a passo, evita que o aluno se esforce em “decorar” um procedimento pois remete os alunos a estudos preliminares realizados sobre o assunto no ensino fundamental. Em suma, nosso desejo é que o aluno entenda a transformação de unidades na física como uma coisa nova, porém, composta de coisas que ele já conhece e com as quais já está familiarizado. Salientamos a importância de tratar a mudança de unidades desta forma pois, aparentemente, há um preconceito geral por parte dos alunos contra qualquer coisa que use matemática porque, segundo acreditamos, isso lhes remete, muito provavelmente, às dificuldades e insucessos vividos anteriormente. Logo, a apreciação da atividade depende em muito da disposição dos alunos em realizá-la, o que pode ser fortemente influenciado pela crença de que a mudança de unidades é fácil e está “ao alcance deles”.

1.4) Para que o carrinho seja 10 vezes menos rápido do que o carro real, aproximadamente, quantos metros ele teria de andar em um segundo? Podemos verificar se isso é realmente assim? Lembre-se que o carrinho

não tem velocímetro.

É de responsabilidade dos alunos propor um método para determinar quantos metros a miniatura anda em um segundo. A ausência do velocímetro direciona a atenção para o fato de a estimativa precisar ser realizada por eles mesmos diretamente. Neste respeito, revelamos ao leitor que o envolvimento dos alunos nesta parte da atividade varia de turma para turma: Por um lado, nas turmas em que pelo menos alguns alunos questionadores eram questionadores, a tendência é que estes sugiram como realizar a estimativa e os demais os acompanhem sem dificuldades e até interfiram fazendo ponderações. Por outro lado, nas turmas em que não havia este aluno “precursor”, fez-se necessário que o professor oferecesse dicas e/ou perguntas que demonstrem aos alunos a plausibilidade e naturalidade do problema. Com isso, obteve-se uma participação razoável da maioria. Em suma, de algum modo, os alunos precisam perceber que é possível resolver o problema, que não é algo além da capacidade deles.

1.5) Como poderemos medir as distâncias? E o tempo?

Esta pergunta é óbvia para alguns mas não trivial para outros. Temos por objetivo reforçar que atividade está “ao alcance de todos” (e este é um aspecto essencial) e refere-se a um problema real, concreto. Por isso, lembramos aos alunos que a distância e o tempo podem ser medidos com objetos comuns tais como régua, trena, relógio, celular, etc. Quando esta atividade foi desenvolvida, a distância foi medida com uma trena de 3 metros e o tempo com cronômetros de celulares dos próprios alunos.

1.6) Como faremos para verificar se medimos corretamente? Como podemos saber se não erramos na medida? Por exemplo, como saber se não erramos uma conta de multiplicar?

Desejamos conscientizar os alunos da existência de erros intrínsecos ao processo de medição. Todavia, apresentamos também uma possível solução para minimizar os erros: repetir e comparar. Uma forma de fazê-lo, em nosso caso, é sugerir que o tempo seja marcado por mais de um aluno e que as medidas sejam comparadas. Em nossa aplicação teste, cinco alunos realizaram a medição e o tempo que usamos foi a média dos tempos encontrados por eles. A mensagem desta questão é: toda vez que medimos, erramos; se repetimos, diminuímos a possibilidade dos erros acontecerem. Assim, ao utilizarmos a média aritmética dos valores, minimizamos os erros.

1.7) Qual o tamanho ideal para pista?

O tamanho ideal da pista está atrelado a quantos metros o carrinho teria de andar por segundo se a escala fosse aplicável a rapidez da miniatura numa situação idealizada. Os alunos conseguiram afirmar com certo conforto que o carrinho precisaria andar 30km/h para que a escala fosse aplicável a rapidez. Eles perceberam também que trabalhar nestas unidades inviabiliza a realização de qualquer estimativa e que por isso, é preciso modificá-las. O resultado obtido após a mudança de unidade é $8,3\text{m/s}$ e sugeri que a pista tenha pelo menos este tamanho. A pista que contruímos tinha 10 metros, segundo os próprios alunos, um valor “redondo” foi, inicialmente, obtida

demarcando o chão com giz. Em seguida, por razões que esperamos que se tornem óbvias logo, demarcamos a pista com suportes para fixação de bexigas, de metro em metro. A segunda versão da pista assim como os objetos que utilizamos para demarcá-la podem ser observados nas figuras abaixo.



Figura A.2 - A pista construída na quadra do colégio



Figura A.3 - Objetos para marcação da pista: Suportes para bexiga

1.8) Queremos determinar a quantidade de metros que o carrinho percorre por segundo para comparar com o resultado que obtivemos na questão 1.3. Já temos uma medida de distância, por meio das referências da pista, e já sabemos como medir o tempo, por meio do cronômetro do celular. No entanto, como calcularemos quantidade de metros que o carrinho percorre por segundo?

Inicialmente reafirmamos que o método é simples e factível. A pergunta que se segue pretende integrar a discussão os alunos que por ventura ainda não perceberam o que fazer com as informações obtidas. Entrementes,

observou-se que a maioria percebeu como proceder para estimar a quantidade de metros que o carrinho anda em um segundo logo após a coleta de dados.

1.9) Vamos nos inspirar: Suponha que após um ano guardando dinheiro da mesada, Carlos juntou 3000 reais. Em média, quanto poupou por mês?

Este é o primeiro momento em que utilizamos as já outrora descritas analogias com situações envolvendo dinheiro. Acreditamos, o que se verificou de fato, que exemplos com dinheiro são aceitos pelos alunos de forma bem natural porque correspondem a questões que direta ou indiretamente fazem parte de seu dia-dia. Em particular, a questão proposta acima, facilmente resolvida pela maioria dos alunos, sublinha a idéia de que a quantidade de dinheiro que ele ganha por mês pode ser obtida dividindo o total que ganhou pelo tempo que demorou para reuni-lo.

1.10) No exercício anterior, tomamos o valor total poupado por Carlos e dividimos pelo tempo, em meses, que ele demorou para reuni-lo. O resultado nada mais é do que a relação R\$/mês, ou seja, a quantidade de dinheiro que, em média, ele guardou a cada mês. Se ao invés de dinheiro (R\$) tivéssemos a distância percorrida pelo carrinho (metros), qual será o significado de dividir essa distância pelo tempo? Vamos explorar esta questão.

Este é o momento que escolhemos para realizar o experimento: Marcamos a pista; colocamos o carrinho para funcionar e medimos o tempo. Com esta informação nas mãos, passamos à próxima pergunta.

1.11) Qual é a relação metros/segundos para o movimento do carrinho? Lembre-se do que fizemos na questão 1.9. O que representa esta relação? Em outras palavras, o que nós calculamos? Ou ainda, que informação do carrinho está contida na relação metros/segundos?

Haja vista o que realizamos na pergunta 1.9, esperávamos que os alunos encarassem esta questão com naturalidade, o que, de fato, se verificou; os alunos são impelidos a calcular a relação metros/segundos tal como fizeram anteriormente com o problema envolvendo dinheiro. As perguntas subseqüentes, que compõem a questão, pretendem remeter os alunos a “o que estão fazendo”. O objetivo é forçá-los a atribuir um significado a relação calculada. Ao fim desta etapa, o conceito de velocidade é apresentado de forma tão particular quanto possível. Consiste apenas em **nomear** algo com que os alunos já se familiarizaram. Eles devem perceber que aquilo que buscaram e encontraram mediante a consideração das perguntas precedentes foi a velocidade do carrinho. Esta forma de contruir o conceito de velocidade é, segundo pensamos, uma resposta apropriada às considerações que fizemos nos capítulos dois e três desta tese. Concordemente, resolvemos que “a quantidade de metros que o carrinho anda em um segundo” se chama velocidade. Ademais, adjetivamos esta velocidade de **média** porque é calculada para a totalidade do percurso e não para algum ponto específico, considerando que, em geral, a velocidade varia ao longo de um movimento. Acreditamos fortemente que a introdução deste conceito deste modo facilita a atribuição de um significado ao significante que lhes surgiu (aos alunos) durante a discussão das questões

precedentes.

1.12) A Ferrari real e a miniatura alcançam, dentro da escala informada pelo fabricante, a mesma velocidade numa situação ideal?

Pretende-se com esta pergunta apenas ratificar a conclusão a que alguns alunos já chegaram ao responder o item anterior.

1.13) Como podemos verificar a confiabilidade do procedimento que realizamos? Como se faz isso nos esportes em geral, como por exemplo, no atletismo?

A confiabilidade da experimentação é um aspecto importante de nossa investigação. O sucesso da atividade depende em muito dos alunos “acreditarem” e confiarem no que estão fazendo por si mesmos. Saiba o leitor, no entanto, que o erro na marcação do tempo é inerente ao experimento¹. Isto fez-nos crer que um experimento adicional, capaz de corroborar ou não com o resultado do anterior, se fez necessário e é desejável. Pretendemos com esta pergunta voltar a atenção dos alunos à possibilidade de utilizar recursos eletrônicos e/ou áudio visuais para testar a veracidade do resultado obtido tal como se faz no esporte profissional quando há dúvidas sobre quem ganhou uma corrida, se uma bola entrou ou não, etc.

1.14) Como podemos utilizar recursos eletrônicos e/ou audiovisuais para verificar a confiabilidade de nosso experimento?

Pretendemos com esta questão dar aos alunos a liberdade de confabular sobre como os recursos eletrônicos e/ou audiovisuais podem ser utilizados. Naturalmente, temos uma idéia em mente e, no momento oportuno, esta deve aparecer através de uma pergunta mediadora: “**Se nosso problema é com a marcação do tempo, que recurso nos poderia ser útil para que tivéssemos uma marcação confiável do tempo?**” Esta pergunta conduzi-nos inescapavelmente à utilização de uma câmera digital e à gravação de um vídeo didático. O aparato utilizado para realização do vídeo é descrito no apêndice B. A gravação foi realizada no mesmo local da experimentação inicial. No entanto, a pista precisa de marcações de metro em metro (esperamos que o motivo desta especificação fique claro a seguir).

1.15) Utilizando o programa VirtualDub, analise o vídeo. Quanto tempo o carrinho demora para percorrer cada metro? Em média, quanto tempo demora o carrinho para percorrer um metro?

Depois de confeccionado, o vídeo foi transferido para o notebook e teve o seu conteúdo analisado pelo soft-

¹A precisão de cada celular é diferente, alguns são mais sensíveis ao toque, alguns alunos “dão bobeira” e disparam ou param o cronômetro com retardo, etc.

ware livre VirtualDub². Este software nos possibilita analisar o vídeo produzido quadro a quadro e construir uma tabela com o intervalo de tempo correspondente a cada metro de nossa pista³. Salientamos, entretanto, que os alunos não sabem, a priori, que construir uma tabela é a melhor forma de registrar os dados com objetivo de compará-los. Concomitantemente, recomendamos, tal como se fez em nosso caso, que os alunos não sejam orientados sobre como registrar os dados. A percepção do valor de registrar os dados em tabelas é reforçada se percebida diretamente pelos alunos, com o mínimo de ajuda. Uma breve discussão sobre a organização de dados talvez seja necessária. Com a tabela montada os alunos são capazes de informar com facilidade quanto tempo o carrinho demorou para percorrer cada metro. Esta é uma boa oportunidade também para que eles recapitem o conceito de média aritmética, abordado no começo do ensino fundamental mas talvez já “esquecido”. Esclarecemos ao leitor que a utilização do aplicativo permiti-nos, além de estimar com precisão os tempos associados ao movimento do carrinho, apresenta aos alunos um novo modo de encarar o estudo de física, uma nova ferramenta que, pela facilidade de manipulação, poderá ser utilizada em ocasiões posteriores. Assim, os alunos estudam o movimento do carrinho e ganham de “brinde” a familiarização com uma formidável ferramenta didática cujo uso é trivial e cujas aplicações são inúmeras. Embora seja opcional, desejamos relatar ao leitor que a transição entre esta pergunta e a próxima foi realizada através de um questionamento, a saber: **Os dados presentes em nossa tabela se harmonizam com o experimento que realizamos anteriormente?** Como discutiremos posteriormente, poucos alunos se arriscaram a opinar. Contudo, alguns poucos, mediante pensamento proporcional, se esforçaram em construir e espremer uma compreensão, ainda que errada, entre as informações obtidas diretamente e por meio do VirtualDub. Os demais alunos, contudo, têm na próxima pergunta uma oportunidade adicional e mais óbvia de relacionar os dados.

1.16) Ainda utilizando o VirtualDub, você consegue estimar que distância o carrinho anda, em média, por segundo?

Neste momento os alunos são confrontados diretamente com um método capaz de permitir-lhes comparar os dados. Por meio do VirtualDub, os alunos são capazes de, movimentando o cursor da barra de tempo no aplicativo, verificar quanto anda o carrinho em cada segundo. Naturalmente, quando o “timer” do aplicativo indica um segundo, o carrinho não está sobreposto a nenhuma das marcas da pista. Uma pergunta intermediária pode ser feita: **Como vamos saber quando mede este pedacinho?** Muitas sugestões surgiram, dentre as quais escolhemos uma: Aproveitar que a imagem está projetada na parede e medir diretamente na figura, com uma régua, o tamanho do “pedaço” assim como a distância entre duas marcas na pista (que na realidade distam um metro) e fazer uma “regra de três”. Com este processo, os alunos foram capazes de obter as informações requisitadas e foram, mais uma vez, estimulados a registrá-las por meio de uma tabela e estimar quantos metros o carrinho em cada segundo (em nosso caso, por conta do tamanho que escolhemos para pista, são possíveis apenas cerca de três cálculos).

²Detalhes a respeito do VirtualDub podem ser encontrados no apêndice C.

³Os alunos precisarão estimar as distâncias realizando medições diretamente na parede ou na tela de projeção. Em nosso teste pedimos que cada aluno realizasse uma medida. Seu resultado era, em seguida, conferido por um colega.

1.17) Os dois métodos oferecem o mesmo resultado?

Esta pergunta solicita a mera comparação entre os resultados obtidos.

1.18) Quantos quilômetros o carrinho andaria em um hora?

Nesta questão pede-se dos alunos que traduzam os dados obtidos em uma unidade diferente. Isto constitui um processo inverso ao realizado anteriormente. Acreditamos, ademais, que este é um momento oportuno, nem precoce nem tardio, de generalizar o conceito de velocidade. O contato que os alunos já tiveram com o conceito leva-nos a crer que não se surpreenderão em saber que assim como podemos medir o tempo e a distância em diferentes unidades, a velocidade também pode “aparecer” medida em diferentes unidades. Concordemente, dali para diante, a velocidade foi apresentada como a distância percorrida no intervalo de tempo considerado **independente das unidades**. Pensamos esta generalização como um aprofundamento natural e necessário do conceito. No entanto, ressaltamos a importância de apresentar o conceito paulatinamente aos alunos. Ser impreciso sem mentir é “um mal necessário”. Por exemplo, quando conhecemos alguém por encontrá-lo pela primeira vez, nos apresentamos e dificilmente falamos nosso nome todo. Parece-nos razoável que o primeiro nome seja o suficiente num primeiro contato. Não mentimos, apenas fornecemos a informação incompleta ou imprecisa porque acreditamos que naquele momento, ela basta. A intimidade torna necessária uma apresentação mais completa. O mesmo acreditamos ser para o estudo de física, em particular, para o estudo da cinemática e dos conceitos de velocidade e aceleração. Assim, o conceito amadurece e se torna mais preciso a medida que o contexto e os problemas exigirem isso. Deveras, para um agricultor, pensar que o Sol orbita em torno da Terra é mais do que suficiente para lidar com os problemas que a vida lhe impõe diariamente.

1.19) Vamos explorar um pouco mais este ponto: A que velocidade em km/h corresponde uma velocidade de 35m/s? Vamos nos inspirar: Uma pessoa ganha 3000 por mês, quanto ganha por dia? E por hora, se trabalha cinco dias por semana, oito horas por dia? Quanto ganha em dólares? E em euros? Consulte as taxas de conversão na internet.

Não desejamos que nosso trabalho vos pareça prolixo. Entrementes, nossa experiência indica que a abordagem das transformações de unidade que fizemos até agora podem não ter sido satisfatórias para todos os alunos. Esta suposição se apoia fortemente na literatura [8, 11]. Estamos convencidos de que a reconsideração do problema das transformações de unidade por meio de uma analogia com dinheiro mostra aos alunos a importância e amplitude do problema em questão. Desejamos que os alunos pensem nas transformações de unidade como parte essencial de um todo, como dificuldade natural de um mundo em que se falam diferentes línguas, usam-se diferentes moedas e mede-se com diferentes unidades. Gostaríamos também de ressaltar que a principal inspiração para o que acabamos de afirmar reside nos exercícios que nós professores “passamos” vez após vez aos alunos, que são tão abundantes nos livros didáticos, sobretudo do 9º ano, e que são desprovidos de significado⁴. Acreditamos

⁴Referimo-nos a exercícios do tipo: Transforme 34556 m em cm.

que no ambiente de estudo da física não há lugar para “contas injustificadas”, descontextualizadas e, porque não, extremamente “chatas”.

Atividades complementares. Propomos a seguir atividades que resolvemos por denominar “complementares” por não estarmos certos sobre como devem ser aplicadas. A aplicação depende, em nossa humilde opinião, principalmente, da carga horária semanal disponível para que se trabalhe com física. Nosso teste foi realizado na rede pública estadual do Rio de Janeiro de modo que dispomos de apenas dois tempos de 50 minutos para trabalhar física no ensino médio por semana. Por isso, decidimos realizar apenas as primeiras três questões na escola e designar as demais para casa. Ressaltamos que estas atividades foram propostas de um modo tal que possam ser ajustadas ao contexto de cada instituição de ensino, turma, carga horária, etc. Estas atividades, embora sejam ditas complementares representam uma parte importante da atividade 1, e, sob nenhuma justificativa, devem ser ignoradas ou relegadas à segundo plano. Ademais, mostrou-se eficaz que os alunos trabalhem, se possível, em pequenos grupos na realização destas questões. Passemos a elas.

1.20) Montem grupos de quatro alunos e estimem a velocidade de uma pessoa andando a pé (você podem utilizar o cronômetro do celular e própria área do colégio). Apresente seus resultados em m/s e km/h. Qual a velocidade máxima alcançada por um homem correndo? Consulte a internet se necessário. Qual a razão entre as duas velocidades?

Neste questão, incorporamos idéias outrora trabalhadas. Para realizar a estimativa, os alunos precisam marcar tempo e distância. Naturalmente, esta é uma oportunidade de utilizar as competências que começaram a ser desenvolvidas na realização do experimento com o carrinho. Esta é também uma oportunidade dos alunos trabalharem novamente o problema das unidades de medida e estimarem velocidades presentes no cotidiano. Acreditamos que o movimento de uma pessoa é o mais elementar que existe. Quando uma criança pensa em algo que se move, pensa num homem se movendo! Acreditamos também que calcular a razão entre as velocidades de uma homem andando e correndo pode estimular o desenvolvimento do raciocínio proporcional. É comum observarmos alunos ainda no ensino médio com dificuldades de fazer estimativas como comparar a massa de um adulto e de uma criança. O medo e o receio, geralmente desenvolvidos durante o ensino fundamental, muitas vezes por causa de insucessos sucessivos, desmotiva os alunos a se “arriscarem” a comparar grandezas. Um dos objetivos desta questão é começar a desmistificar e exorcizar este fantasma. Os alunos precisam perceber que, com um pouco de cuidado, podem comparar grandezas com sucesso.

1.21) Estime a velocidade de uma formiga. Como você pode fazer isso utilizando apenas uma trena e um cronômetro? Dica: Use açúcar! Compare a velocidade da formiga com a velocidade de uma pessoa andando.

Novamente nossa intenção é revisar o método anteriormente trabalho e impelir o desenvolvimento do raciocínio voltado a comparação entre as velocidades de um homem e de uma formiga, cuja diferença de escala é bem

grande. Uma possibilidade interessante que verificamos durante a realização desta atividade consiste em estimular os alunos a comparar, inicialmente, as dimensões do homem e da formiga antes de comparar as velocidades. Mostrou-se apreciável comparar as razões entre as dimensões e as velocidades de um homem andando e de uma formiga.

1.22) Estime a velocidade de um carro de passeio trafegando numa via pública utilizando, novamente, apenas uma trena e um cronômetro.

Esta atividade, que necessariamente precisa ser realizada fora escola, consiste numa extrapolação daquilo que já fizemos antes, i.e., a aplicação do método num contexto um pouco mais sofisticado. Particularmente, a atividade foi realizada em volta do colégio. Os alunos mediram cuidadosamente o tamanho da rua e, ainda trabalhando em grupos, marcaram o tempo que alguns carros demoraram para cruzar a rua. Pareceu-nos, entretantes, que envolver toda turma ao mesmo tempo nesta atividade é um desafio. Os alunos tendem a dispersar-se e a prestar atenção em outras coisas. Por isso, é preciso ter cautela e pensar na melhor maneira de desenvolver esta tarefa.

1.23) Estime a velocidade média de um carro de passeio trafegando numa rodovia. Como é possível medir as distâncias? Qual a razão entre as duas velocidades do carro numa via pública e numa rodovia?

O movimento de um carro ainda é o foco de nossa investigação. A sofisticação desta atividade é, sem dúvida maior uma vez que é necessário que os alunos realizem medições de carros em alta velocidade, perto de uma rodovia, etc. Ainda assim, consideramos que esta estimativa seja relevante para sedimentação do conceito de velocidade. Logo, temos algumas considerações acerca da atividade que precisam ser salientadas: A atividade pode ser facilitada se os alunos tiverem uma visão panorâmica do movimento, ou seja, se coloquem numa posição suficientemente distante da rodovia para garantir a segurança e minimizar o efeito da paralaxe nas medições. As marcações indicativas da própria pista podem ser utilizadas, talvez a distância entre duas placas. Naturalmente, esta atividade pode ser realizada tanto diretamente, por meio do cronômetro e da trena, quanto indiretamente, por meio da câmera fotográfica. Ressaltamos que atividades extras devem, e não titubeamos em dizer isso, ser ajustadas à realidade de cada cidade, classe, aluno, etc. Estas atividades extras foram pensadas de uma maneira tal que podem ser facilmente ajustadas a contextos diferentes; os alunos podem estudar o movimento de cavalos, bicicletas, barcos, etc. Lembramos que isso é fundamental haja vista que precisam oportunizar que os alunos lidem com o mundo que o cerca, mesmo que este seja um mundo de barcos no interior do Amazonas ou um mundo de metrô de uma metrópole no Sudeste.

1.24) Seja c o comprimento de um móvel. Por exemplo, o comprimento de um carro de passeio como o Gol é de $c=3,83$ m. Assim, se o carro trafega numa rodovia à velocidade de 100km/h , qual será sua velocidade em m/s e c/s? Estime a velocidade média da formiga em m/s, km/h e comprimento/s. Faça o mesmo para pessoa andando e correndo. Consulte a internet, se necessário.

As velocidades dos móveis em relação ao seu próprio comprimento são nosso alvo de estudo agora. Involuntariamente, os alunos são estimulados a refletir sobre a rapidez dentro de uma escala apropriada. Durante a discussão desta questão, pretendemos que os alunos percebam que comparar se um objeto é mais rápido que outro só tem sentido se considerarmos as dimensões de cada um, ou seja, se os dois estiverem na mesma escala.

1.25) Há uma regra de trânsito incorporada a concepção de direção defensiva que recomenda, como medida de segurança, que um carro mantenha um distância igual a (velocidade em km/h / 10) comprimentos do carro entre si e o carro da frente. Verifique se esta relação para um carro como Gol, sabendo que o motorista trafega 1,5s antes de acionar os freios após perceber a diminuição da velocidade do carro da frente. Com isso em mente, discuta qual seria a distância mínima entre dois carros para que esta norma de segurança seja observada

Neste momento apresentamos aos alunos um problema que justifica aquilo que discutimos na questão anterior. Nunca é demais dizer que pensamos estas atividades como um elo entre o aluno, a realidade vivida e observada por ele e a física estudada na escola. Por isso, consideramos esta última questão mui pertinente pois conecta a velocidade em relação ao comprimento à segurança no trânsito.

A.3 As velocidades da vida real - Aprofundando o conceito de velocidade

Nesta seção propomos o aprofundamento do conceito de velocidade. A atividade está dividida em três grandes blocos: O primeiro discute a velocidade aplicada ao contexto das corridas o que envolve o estudo da influência da largada numa corrida idealizada; o segundo aborda o conceito de velocidade instantânea; o terceiro discute o problema da ultrapassagem, enfatizando a idéia de ultrapassagem segura e oportunizando a gestação da idéia de velocidade relativa e da relatividade galileana. Os alunos serão confrontados com questões típicas em que o conceito de velocidade, tal como fora apresentado anteriormente, é reforçado e o limite da utilização da intuição na solução de questões é explorado. Pretendemos também que as questões exponham as fragilidades das concepções espontâneas dos alunos na interpretação dos fenômenos físicos.

No primeiro bloco, propomos a discussão da importância da largada numa corrida idealizada, ou seja, curta o suficiente para que a posição de partida seja relevante. Nesta corrida idealizada não consideramos a perícia dos pilotos, as condições e o formato da pista, que geralmente privilegiam alguém, como fatores importantes. Propomos questões que podem ser resolvidas “de cabeça”, apenas com uso do raciocínio lógico mas, propomos também questões que só podem ser resolvidas por meio da utilização da definição formal de velocidade. Um aplicativo construído na linguagem Flash é utilizado por nós na proposição de algumas das perguntas. Este aplicativo foi gentilmente desenvolvido pelo prof. Geraldo Felipe de Souza Filho⁵. O apêndice D descreve detalhadamente as possibilidades atreladas à utilização de aplicativos construídos com Flash no ensino de física.

No segundo bloco, discutimos um método de estimativa da velocidade instantânea, conceito este tão mas-

⁵E-mail: geraldofelipe.rj@uol.com.br.

sacrado nos livros didáticos do ensino médio que se reduzem, quando o fazem, a apresentar a idéia de velocidade instantânea como um limite. No entanto, lembramos ao leitor, que alunos da 1ª série do ensino médio estão começando a estudar funções e não têm, a priori, como dimensionar e “digerir” uma ferramenta matemática tão sofisticada. Por meio da consideração de um problema análogo, envolvendo o cálculo da média de altura de um conjunto de livros, propomos um método de estimativa da velocidade instantânea, segundo imaginamos, bem razoável e factível.

No último bloco, discutimos o costumeiro problema da ultrapassagem. No entanto, o fazemos tendo como norte a construção da idéia do que seria uma ultrapassagem segura em situações cada vez mais próximas da realidade. A literatura destaca a importância de explorar as implicações sociais daquilo que se ensina [11, 50]. Ademais, no ínterim desta discussão, desviamos nossa atenção e também a dos alunos, segundo imaginamos, para alvo secundário, a saber: a utilização da intuição na construção do conceito, ou pelo menos do protoconceito, de velocidade relativa. Desejamos também apresentar aos alunos a plausibilidade e naturalidade das velocidades negativas, cuja compreensão é difícil e cuja aceitação encontra enorme resistência entre os alunos⁶.

A.3.1 O problema da largada

2.1) Sejam dois carrinhos de corrida, um vermelho e um azul. Os dois partem do mesmo ponto, lado a lado. O carro vermelho percorre o trajeto da pista em 10 segundos e o carro azul em 11 segundos. Que carro foi o mais rápido, ou seja, que teve maior velocidade média?

Esta questão, trivial para grande maioria dos alunos, evidencia que a velocidade depende do intervalo de tempo. Reforça a idéia de que numa corrida em que todos os competidores percorrem a mesma distância, é o mais rápido o carro que termina o trajeto em menor tempo.

2.2) Consideremos novamente os dois carrinhos. Numa nova corrida, o carro vermelho parte um metro a frente do carro azul. No entanto, os dois recebem juntos a bandeirada no ponto final da prova. Que carro apresentou maior velocidade média?

Novamente, a maioria dos alunos resolveu a questão com facilidade. A pergunta salienta que a velocidade depende também do deslocamento considerado. Reforça a idéia de que numa corrida em que o tempo de duração é o mesmo para ambos competidores, é mais rápido o carro que percorreu a maior distância. Apregoamos a importância de os alunos expressarem “como” chegaram a conclusão apresentada. Deveras, a maioria esmagadora dos alunos foi capaz de apontar com facilidade que carro foi o mais rápido. No entanto, uma boa parcela dos alunos também demonstrou dificuldades em explicar como chegaram a esta conclusão. Este fato enfatiza a importância de exigir dos alunos que expliquem verbalmente e por escrito sua forma de pensar. Esta importância é corroborada pela literatura [34].

⁶É comum ouvir algum aluno perguntar: “A velocidade pode dar negativo?”. Isso ocorre justamente porque velocidades negativas não fazem parte do cotidiano dos alunos.

2.3) Eis um problema desafiador: veja a corrida ilustrada pela animação que se segue e aponte que carrinho foi o mais rápido. Justifique sua resposta.

O aplicativo que embasa a questão permite alterar os parâmetros posição inicial, velocidade e aceleração e nos informa a distância percorrida e o tempo decorrido. Mais detalhes a respeito do aplicativo são apresentados no apêndice D. Na animação vista pelos alunos, os parâmetros foram ajustados de modo que o carrinho vermelho parta 8m a frente do azul mas vença a corrida por uma pequena vantagem. Mais precisamente, o carrinho vermelho vence por uma vantagem comparável a 8m. Logo, a priori, não é possível afirmar que carrinho foi o mais rápido. A solução do problema só é possível por meio da consideração das informações de distância e tempo oferecidas e da aplicação do conceito discutido na atividade anterior. Esta questão reforça o caráter não apriorístico do conceito de velocidade. A intuição que guiou muito bem os alunos nas duas primeiras perguntas não é suficiente agora. Com as perguntas que se seguem pretendemos orientar os alunos e ajudá-los a criar um critério de ponderação acerca das informações fornecidas e do que se pode fazer com elas para determinar que carrinho foi o mais rápido. Vide a figura abaixo.

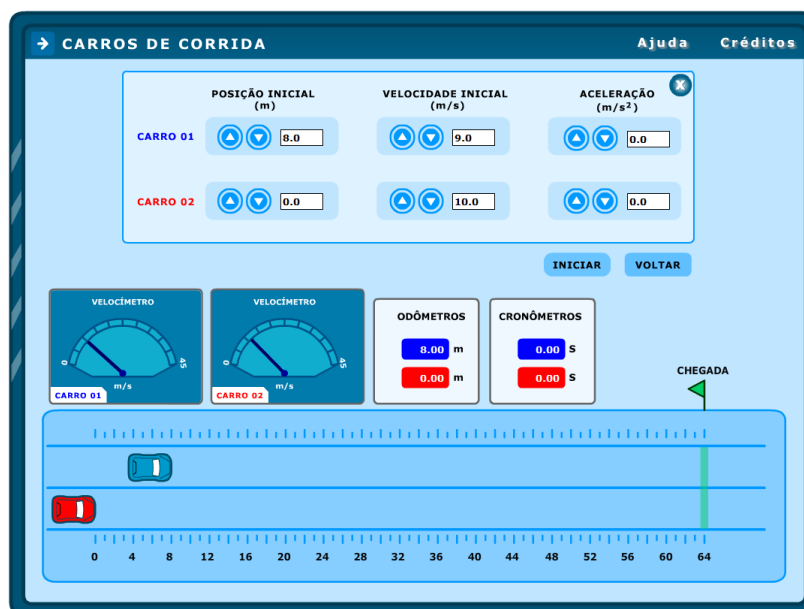


Figura A.4 - O aplicativo flash e os parâmetros utilizados na questão 2.3.

2.4) Estimar que carro foi o mais rápido neste caso é mais complicado. Será que existe um critério confiável para determinação de qual foi o mais rápido? Vamos nos inspirar: Carlos tinha 2000 reais. Após um ano guardando dinheiro, passou a ter 3500 reais. Antônio também poupou dinheiro. Inicialmente, tinha 1800 reais. Após um ano poupando, obteve 3400 reais. Qual deles poupou mais por mês, ou seja, qual a relação R\$/mês de cada um?

Novamente, nosso desejo é voltar a atenção dos alunos para existência de um método por meio do qual é possível resolver a primeira questão. Fazemos isso, novamente (e o faremos sempre que possível), através de uma analogia com situações que envolvem dinheiro. Reportamos ao leitor que temos sido muito bem sucedidos com o uso das analogias e que as analogias podem e devem ser ajustadas as circunstâncias de cada unidade escolar e clientela⁷. O ponto alto da analogia tem que ver com a forma como é recebida e entendida pelos alunos. Estes precisam perceber que o problema proposto como ilustração é análogo ao proposto inicialmente. Assim, uma discussão sobre as similaridades entre os problemas é imprescindível.

2.5) Quanto tempo leva o carrinho Vermelho para cruzar a linha de chegada? E o carrinho Azul?

A partir de agora, começamos a analisar o problema do ponto de vista formal. O tempo de corrida de cada carrinho pode ser obtido diretamente do cronômetro do aplicativo. Vide a figura abaixo.

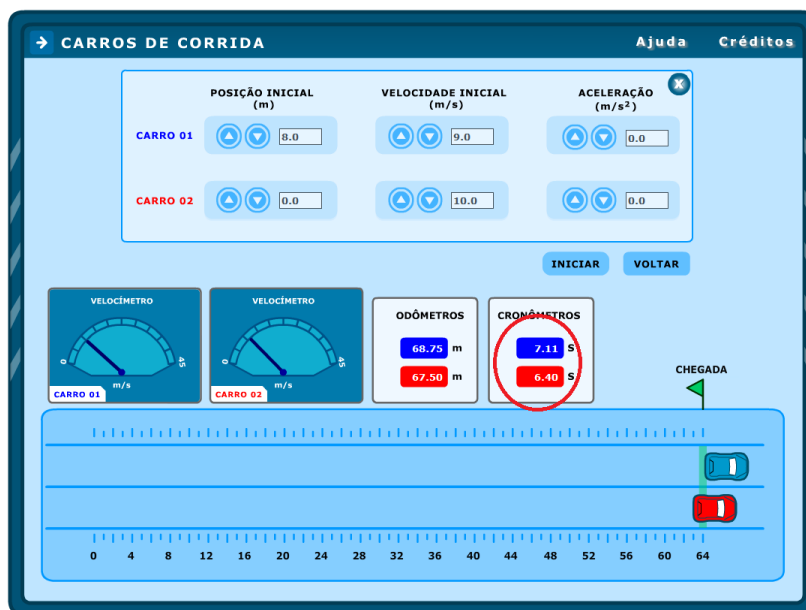


Figura A.5 - O aplicativo flash e o cronômetro que permite a medição direta do tempo.

2.6) Qual a distância percorrida pelo carrinho Vermelho? E pelo carrinho Azul?

Uma vez que os carrinhos dividem a pista, a distância percorrida por eles é a mesma. Ademais, esta informação pode ser obtida diretamente do aplicativo. Vide a figura abaixo.

⁷Deveras, observamos alguns de nossos alunos utilizando analogias para argumentar sobre algumas das questões.

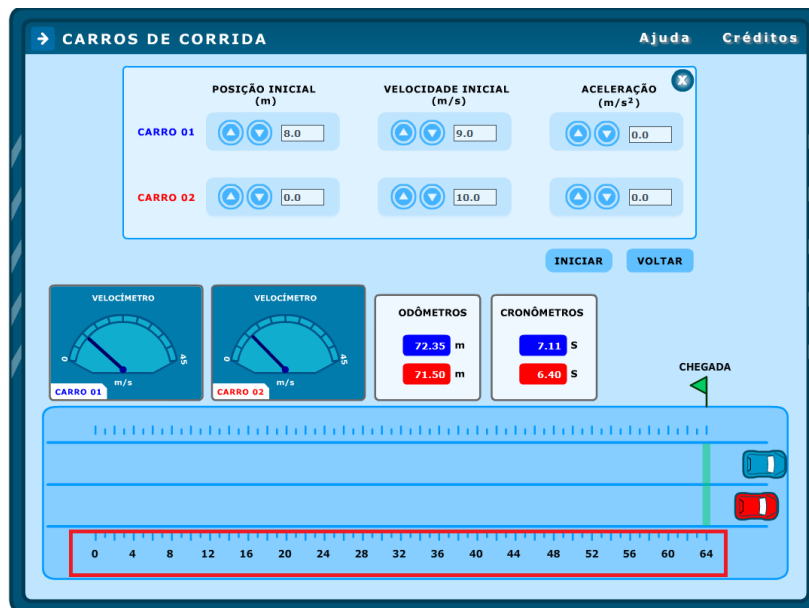


Figura 3.6 - O aplicativo flash e a régua que permite a medição direta da distância.

2.7) Qual a velocidade média de cada carrinho?

Neste momento, desejamos que o aluno estime a velocidade da forma como realizado na atividade anterior. Desejamos reforçar o conceito de velocidade tal como apresentado. Eles precisam enxergar, e há uma diferença entre ver e enxergar, que é **possível** obter os resultados com o exercício do discernimento. Este é um aspecto fundamental haja vista que os alunos criam um rótulo de que física é difícil, impossível, isso ou aquilo. E, infelizmente, este estereótipo é, muitas vezes, geminado pelo próprio sistema escolar. Esta imagem precisa ser desfeita a qualquer custo. Ao aplicarem as idéias trabalhadas anteriormente, os alunos determinaram que carro foi o mais rápido.

2.8) O mais rápido venceu a corrida?

Nosso objetivo neste caso é enfatizar que “quem chega primeiro” não é um critério fidedigno para determinação de “quem é mais rápido”. Passamos adiante à consideração de um outro problema ligado à largada, o retardo de um carro em partir.

2.9) Consideremos novamente a corrida entre o carro vermelho e o azul. Eles partem do mesmo ponto. No entanto, o carro vermelho parte cerca de 2s depois do azul, chegando o vermelho primeiro a linha de chegada. Que carro foi o mais rápido?

Assim como antes, começamos com uma questão fácil. Como o vermelho vence a corrida, nenhum aluno duvidou que o vermelho tenha sido o mais rápido. Todavia, as discussões revelaram que a maioria dos alunos não

considerou que o tempo que o carrinho vermelho ficou parado como “fazendo parte de seu movimento”. Ou seja, para eles, os dois segundos que ele permaneceu em repouso não fazem parte do seu movimento. Para combater esta forma de pensar, sublinhamos, vez após vez, que o cronômetro foi disparado, a corrida começou mas, por algum motivo que não vem ao caso, o vermelho ficou parado; ele, no entanto, “faz uma corrida de recuperação”. Esta tendência por parte dos alunos pôde ser contornada com a discussão da seguinte questão de transição: **Os dois segundos que o carrinho permanece parado afetam sua velocidade média?** Depois desta discussão, a maioria dos alunos aceitou (o que foi expresso por escrito; uma justificativa à pergunta foi requisitada) o fato de a velocidade média do carrinho envolver os dois segundos que o carrinho permanece em repouso.

2.10) Suponhamos as mesmas condições da questão anterior. No entanto, os dois chegam juntos a linha de chegada. Que carro foi o mais rápido?

Verificamos agora se os alunos realmente compreenderam a importância do tempo perdido por um dos carrinhos no começo da corrida. Então, propomos três questões de transição: **Que distância percorreu cada carrinho? Quanto tempo demorou cada carrinho para cruzar a linha de chegada? Considerando a idéia que construímos para velocidade anteriormente, que carrinho desenvolveu maior velocidade média, ou seja, foi o mais rápido?** Com isso, de acordo com resultados que obtivemos, esperávamos, o que deveras se verificou, que a maioria dos alunos compreendesse o ponto.

2.11) Eis um problema desafiador: Veja a corrida ilustrada pela animação que se segue e aponte que carrinho foi o mais rápido. Justifique sua resposta.

Novamente uma questão será proposta por meio do aplicativo flash que descrevemos e utilizamos anteriormente. Desta vez, o aplicativo descreverá um movimento em que o carrinho vermelho parte, ainda desta vez, algum tempo depois do carrinho azul mas, o carrinho azul vence por uma pequena vantagem. O efeito é conseguido escolhendo 1m/s como velocidade inicial para o carrinho vermelho e 10m/s para o carrinho azul. Deixamos a animação se desenvolver durante cerca de 1s. Em seguida, começamos a aumentar a aceleração do carrinho vermelho em tempo real de modo que no fim, o carrinho vence por uma pequena vantagem.

2.12) Estimar que carro foi o mais rápido neste caso é mais complicado. Será que existe um critério confiável para determinação quantitativa de qual foi o mais rápido? Vamos nos inspirar: Carlos e Antônio tinham 2000 reais cada. A partir de Janeiro, Carlos começou a poupar dinheiro. Antônio, por sua vez, começou a poupar a partir de Março. No final do ano Carlos tinha poupado 3500 reais enquanto Antônio tinha poupado 3450 reais. Qual deles poupou mais por mês no ano?

Assim como antes, pretendemos discutir um problema sobre dinheiro análogo ao proposto com os carrinhos. Talvez, uma única dentre as duas discussões sobre dinheiro seja necessária uma vez que seu objetivo é meramente ilustrar o raciocínio que pode ser aplicado ao problema principal, da corrida. seja Algumas perguntas de transição

foram feitas, a saber: **Quanto cada um poupou em um ano? Quanto cada um poupou em Janeiro? Em Fevereiro? Monte uma tabela. Quanto cada um poupou então por mês?** Com estas considerações introduzimos o raciocínio que se segue.

2.13) Quanto tempo leva o carrinho Vermelho para cruzar e linha de chegada? E o carrinho Azul?

Passamos a partir daqui a analisar o problema do ponto de vista formal. O tempo de corrida de cada carrinho pode ser obtido diretamente do cronômetro do aplicativo diretamente assim como antes.

2.14) Qual a distância percorrida pelo carrinho Vermelho? E pelo carrinho Azul?

Uma vez que os carrinhos dividem a pista, a distância percorrida por eles é a mesma. Ademais, esta informação pode obtida diretamente do aplicativo.

2.15) Qual a velocidade média de cada carrinho? E qual foi o mais rápido então?

Com as informações que foram obtidas anteriormente, desejamos que os alunos calculem a velocidade média de cada carrinho e percebam, por meio de uma estimativa quantitativa, que o tempo que o carrinho vermelho permanece em repouso retarda seu movimento, reduz sua velocidade média e implica na perda da corrida.

A.3.2 A velocidade instantânea - A serventia dos livros de física

2.16) Veja animação que se segue e determine a velocidade média de cada um dos carrinhos.

O que os alunos veem na animação é o carrinho vermelho ultrapassando o carrinho azul como mostra a figura abaixo.

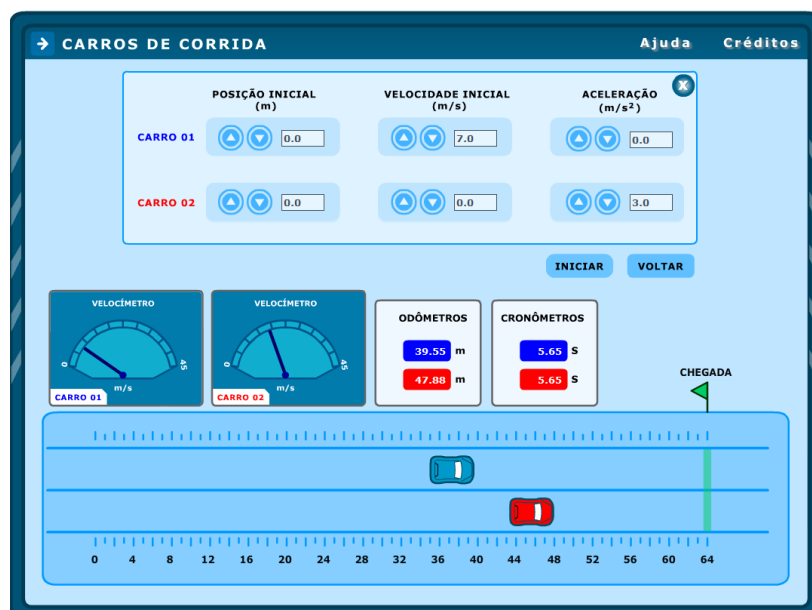


Figura A.9 - A animação flash e os parâmetros utilizados na questão 2.16.

Tal como já fizeram antes, os alunos devem calcular a velocidade média dos carrinhos a partir dos dados fornecidos pelo aplicativo. No entanto, como se verifica na figura acima, o carrinho vermelho tem aceleração maior que zero e, embora tenha velocidade inicial menor que a do carrinho azul, o ultrapassa em algum momento.

2.17) A velocidade do carrinho vermelho é a mesma durante todo o percurso? Exatamente no momento em que os carrinhos estão emparelhados, que carrinho se movimenta mais rápido? Quanto mais rápido? Justifique.

A experiência adquirida nas atividades anteriores permitiu a maioria dos alunos afirmar sem titubear que a velocidade do carrinho vermelho aumenta durante a corrida pois, embora partam do mesmo ponto e o carrinho azul deixa o vermelho para trás mas é, posteriormente, ultrapassado pelo vermelho. A experiência diária dos alunos lhes impulsiona a afirmar que durante uma ultrapassagem, quem ultrapassa está mais rápido do que quem é ultrapassado, mas quando frisamos que a pergunta refere-se exatamente ao instante que os carrinhos estão emparelhados, a certeza deles dá lugar a uma enorme e explícita interrogação. O aspecto não trivial da questão fica evidente o que nos impele a procurar um método de estimar a velocidade do carrinho num momento específico. Neste momento, dissemos aos alunos que para determinar quem é o mais rápido exatamente no momento em que os carrinhos estão alinhados, eles precisariam determinar a **velocidade instantânea** dos carrinhos neste momento. Desta forma, introduzimos o conceito de velocidade instantânea tal como imaginamos ser razoável para aqueles que se deparam com o conceito pela primeira vez: A velocidade num dado instante! Sem deltas, sem limites, sem fórmulas, etc. Em seguida, propomos um método de estimativa da velocidade instantânea dos carrinhos.

Para isso, inicialmente, mostramos aos alunos um fileira de livros de tamanhos diferentes, um ao lado do outro,

alinhados como mostra a figura abaixo e pedimos que calculem a média de altura dos livros que compõem a fileira⁸.



Figura A.10 - A fileira de livros utilizada no segundo bloco da atividade 2.

Deveras, mostrou-se prático trazer os livros de casa com as alturas já medidas e etiquetas coladas informando a altura. Em nosso caso, realizar esta parte da atividade com auxílio dos alunos foi contraproducente, um desvio de proposta porque demandou muito tempo. A seguir, dizemos aos alunos, sem fornecer detalhes desnecessários, que o problema que propusemos sobre a altura dos livros é análogo ao da esmativa de velocidade instantânea e que o método que vamos utilizar para um serve para o outro.

2.18) Qual a média de altura dos livros?

A média das alturas pode ser obtida por meio da média aritmética das alturas, ou seja, somamos as alturas e dividimos pelo número de livros. A maioria dos alunos conseguiu obter o resultado com facilidade.

2.19) O resultado mudaria se tirássemos alguns livros da fileira? Qual seria o menor valor possível para a média? E o maior?

Neste momento pretendemos estimular os alunos a refletir sobre as propriedades da média aritmética. Este

⁸Note o leitor que ao observar a figura 3.10, que ilustra a fileira de livros, tendemos a tentar correspondê-la a um gráfico Velocidade *versus* Tempo que descreve um movimento uniformemente variado. Esta comparação, contudo, tem um problema inerente: Durante o processo de estimativa da velocidade instantânea, os alunos podem ser impelidos a associar a velocidade média à média das velocidades, o que seria desastroso. Assim, recomendamos que, pelo menos inicialmente, não tente o professor comparar a figura 3.10 a qualquer gráfico correspondente a velocidade de um móvel. Para nossos propósitos neste momento, basta que os alunos entendam que o método realizado no problema com os livros é também útil no problema com velocidades.

conceito é muito importante para os alunos dentro da escola, no íterim da vida acadêmica, como fora dela, em canteiros de obras, oficinas mecânicas, cozinhas, etc. Acreditamos que raciocinar logicamente sobre esta ferramenta é tão importante quanto o conceito que por meio dela desejamos construir. Por ocasião da aplicação da atividade, consideramos pertinente a discussão de uma segunda questão, a saber: **Que livros teríamos de retirar e quais deveríamos deixar para que a média fosse máxima? E mínima?** Embora esta questão não seja imprescindível para o desenvolvimento do método, acreditamos que representa um ótima oportunidade para que os alunos aprofundem seu conhecimento sobre esta ferramenta matemática.

2.20) Qual a média de altura dos onze livros localizados mais no centro da fileira? Repita o procedimento para os nove, sete, cinco livros localizados mais ao centro da fileira.

A partir de agora, pedimos que os alunos refaçam a média de altura dos livros considerando cada vez menos deles. Parece-nos ser um bom momento também para enfatizar a importância de utilizar tabelas na organização de informações. Uma pergunta adicional facilita a discussão dos resultados: **De quanto variou a média entre o cálculo com todos os livros e os cálculos com onze, nove, sete e cinco.** É digno de nota que a maioria dos alunos utilizou tabelas por iniciativa própria. Humildemente, reconhecemos que isso não ocorreu apenas porque os incentivamos a fazê-lo anteriormente. Ressaltamos, todavia, a importância de incentivar os alunos a utilizar tabelas como uma forma de organizar e comunicar dados.

2.21) Conforme tiramos livros, a média se modificou? Aumentou ou diminuiu? Repita o procedimento para os três livros localizados mais ao centro da fileira. A média mudou novamente? Aumentou ou diminuiu?

Neste momento, os alunos devem perceber que, a medida que retiramos os livros dos extremos da fileira, a média se modifica. Em particular, se aproxima de um valor, da altura do livro do meio.

2.22) Deveras, à medida que restringimos o número de livros, a média se aproxima da altura do livro que está no meio. Qual seria a média se cortássemos longitudinalmente os dois livros que estão em volta do livro central em dois pedaços, de modo que seu “peso” estatístico no cálculo da média fosse reduzido à metade?

Neste caso, o cálculo deve ser repetido considerando que o “peso” estatístico dos livros que estão em volta do livro que está no centro foi reduzido à metade.

2.23) Repita o procedimento, considerando agora apenas 1/4 e, em seguida, 1/8 dos livros nas bordas da fileira. Qual o valor da média neste caso?

O procedimento é repetido e a média se aproxima ainda mais do livro central.

2.24) Perceba que a média se aproxima da altura do livro que está no meio. Esta afirmação independe

do livro está no meio? Modifique o livro do meio e verifique realizando novamente o procedimento descrito acima.

É mais que natural, assim como pensamos, que os alunos suponham que o procedimento foi proposto especificamente para “aquele” livro que estava no meio. A aplicação mostrou a veracidade deste pensamento: Apenas alguns poucos alunos reconheceram, inicialmente, que o procedimento independente do livro que está no centro da fileira. Assim, propomos que o procedimento seja repetido com uma outra disposição aleatória dos livros. No entanto, se o tempo disponível para implementação da proposta, como foi o nosso caso, for pouco, sugerimos que a segunda realização da tarefa ocorra em casa. Estamos convencidos de que isso não interfere no desenvolvimento do resto da atividade.

2.25) Igualmente, ao estimarmos a velocidade média de móvel por meio do VirtualDub, obtemos a média a partir de informações de vários instantes. No entanto, se nos restringirmos aos instantes próximos daquele que queremos estudar (tão próximos quanto possível), nos aproximamos do valor da velocidade no instante desejado! Teste este método para tentar resolver a questão 2.17.

Uma vez construído o arcabouço teórico e o ferramentário matemático necessário, retornamos ao problema da velocidade instantânea. Produzimos um vídeo a partir da animação que aparece na tela. Rodamos a animação assim como antes. Produzimos o vídeo e o analisamos com o virtualDub. A idéia a ser ressaltada é a necessidade que temos de considerar o movimento do carrinho apenas nos instantes em torno do desejado, em que a ultrapassagem ocorre. Ademais, as animações do Flash foram convertidas em vídeo por meio de aplicativo livre, o Freez Screen Video Capture, capaz de gerar um arquivo de vídeo a partir do que é exibido na tela do computador⁹

2.26) Repita o procedimento anterior. No entanto, considere dois, três e quatro instantes em volta do desejado. O que ocorre com a valor da velocidade?

Ao realizarem o método inverso, os alunos verificaram que quanto mais instantes consideraram, mais impreciso é o resultado. Esta idéia pode ser sublinhada pela reconsideração do problema dos livros. Lembramos ao leitor que neste caso, a altura do livro do meio já era conhecida desde o começo da atividade. Desta forma, a aproximação dos valores na medida em que restringimos a quantidade de livros considerados, medidos diretamente com a régua e calculados por meio do método, apenas confirma a validade do método. Esta é uma importante oportunidade de para salientar que este método é tão eficaz quanto mais “próximos conseguirmos chegar” do instante desejado.

⁹Para mais detalhes sobre o Freez Screen Video Capture, veja o apêndice E.

A.3.3 O problema da ultrapassagem

2.27) A segurança de uma ultrapassagem depende em muito do tempo que esta demora. Quanto menor o tempo de ultrapassagem, mais segura é a manobra. Como podemos estimar o tempo de uma ultrapassagem?

Desejamos que os alunos se confrontem com uma situação que só pode ser corretamente entendida à luz daquilo que estudamos. Problemas envolvendo o trânsito, em particular, uma ultrapassagem, demonstram as implicações sociais daquilo que estamos estudando, afinal, quantos acidentes de trânsito não são causados anualmente por imprudência ou imperícia. A literatura confirma a relevância de questões envolvendo tráfego e trânsito no ensino de cinemática [42–44]. Desejamos com esta pergunta que os alunos percebam que a questão não é trivial e é inerente à realidade vivida por todos eles.

2.28) Por exemplo, um carro de 5 metros viaja a 70km/h e começa a ultrapassar um caminhão de 22m de comprimento que viaja a 60km/h. Supondo que a ultrapassagem se inicia quando a dianteira do carro alcança a traseira do caminhão e termina quando a traseira do carro passa pela dianteira do caminhão, quanto tempo demora a ultrapassagem? Vejamos.

Começamos a consideração do problema por meio de uma questão envolvendo um carro e um caminhão. Há um consenso bem razoável entre aqueles que dirigem ou andam de carro com frequência de que ultrapassar caminhões compridos é uma das manobras mais arriscadas que existem. Além disso, propomos o problema com valores que se harmonizam com os reais. Notavelmente, quando esta questão foi proposta, alguns, os de mais iniciativa, já começaram a fazer “contas” para tentar estimar a duração da ultrapassagem. Não consideramos isto ruim, muito pelo contrário, elogiamos a atitude dos alunos e os estimulamos a prestar atenção a consideração que faríamos a seguir, que poderia elucidar como a estimativa pode ser feita e corroborar com as respostas deles.

2.29) Quais são as velocidades do carro e do caminhão em m/s?

Inicialmente, os alunos devem compatibilizar as unidades. Esta é mais uma oportunidade que eles têm de trabalhar a mudança de unidade dentro de um contexto bem definido.

2.30) Quanto o carro se adianta em relação ao caminhão em um segundo?

Pretendemos com esta pergunta que os alunos percebam que o carro se adianta em relação ao caminhão exatamente a diferença entre as velocidades. A dificuldade demonstrada por alguns alunos para perceber este conceito foi minimizada com a construção de uma tabela comparativa dos deslocamentos de cada um em relação ao tempo. Este é um momento apropriado para endereçar este “adiantamento” do carro em relação ao caminhão como a **velocidade de ultrapassagem**.

2.31) Qual é a distância mínima que o carro tem que adiantar ao caminhão para completar a ultrapassagem?

Para responder corretamente esta questão os alunos precisaram recorrer àquilo que definimos como limite de ultrapassagem, na questão 2.31. A maioria conseguiu perceber com certa facilidade que a distância corresponde à soma dos comprimentos.

2.32) Quanto tempo, no mínimo, demora o carro para completar a ultrapassagem ?

Uma vez definidas a velocidade de ultrapassagem e a distância a ser percorrida, os alunos devem aplicar o conceito de velocidade para estimar o tempo de ultrapassagem.

2.33) Quanto tempo demoraria o carro para completar a ultrapassagem com uma margem de segurança? Por exemplo, considerando que a ultrapassagem se inicia quando a distância entre eles é de 15 metros e só termina nas mesmas condições, quanto tempo demoraria a ultrapassagem?

Neste caso, consideramos condições ligeiramente diferentes: O tempo de ultrapassagem deve ser calculado considerando uma margem de segurança.

2.34) Que distância percorre o carro enquanto executa a manobra de ultrapassagem neste caso?

Pretendemos oportunizar com esta pergunta que os alunos revelem explicitamente se perceberam que a distância de ultrapassagem é acrescida a margem de segurança de 30 metros.

2.35) Quanto tempo demora a ultrapassagem com margem de segurança? Qual a diferença entre os tempos de ultrapassagens?

Os alunos devem, neste momento, calcular o novo tempo e comparar os tempos de ultrapassagem “na risca” e com segurança.

2.36) A distância calculada no item 2.37 é a mínima que o condutor do carro tem de visualizar livre para realizar a ultrapassagem com segurança. Naturalmente, quanto maior o tempo que o carro permanece na contramão, maior o risco de acidentes. No entanto, como diminuir este tempo de exposição na contramão? Vejamos.

Desejamos explorar um pouco mais que este problema por proporcionar que os alunos refaçam as estimativas para situações ligeiramente diferentes. Nosso intuito é que destes reencontros brotem generalizações por parte dos alunos.

2.37) Refaça os cálculos anteriores e estime o tempo de exposição na contramão em três outras situações: (1) O caminhão trafegando a uma velocidade de 60km/h e o carro a 80km/h, (2) o caminhão trafegando a uma velocidade de 60km/h e o carro a 90km/h e (3) O caminhão trafegando a uma velocidade de 60km/h e o carro a 100km/h.

Ao refazer os cálculos, pretendemos que os alunos consigam perceber que quanto maior a velocidade do carro que ultrapassa, menor é o tempo de exposição na contramão e, conseqüentemente, mais segura é a ultrapassagem. Ressalvamos que este pode ser um momento pertinente para um interlúdio em que se pode discutir outros fatores que possam interferir na segurança da ultrapassagem como a qualidade da pista, por exemplo. A potência do carro também pode ser alvo de discussão: Embora os alunos ainda não saibam o que é potência, trabalho, força ou aceleração, todos pareceram, pelos menos em nossa amostra, saber que a ultrapassagem é mais “fácil” se o carro for um “2.0” do que se um “1.0”. Assim, acreditamos que este problema pode ser profícuo no estudo de outros conceitos físicos.

2.38) Voltemos à situação descrita na questão 2.31. Contudo, considere que, ao começar a ultrapassagem vemos um carro, vindo no sentido contrário na outra pista. Alguma coisa muda? Vejamos. Suponhamos que o carro é idêntico ao primeiro, move-se a 50km/h e está a 50m do caminhão quando é avistado pelo motorista que deseja ultrapassar. Qual a velocidade do carro no sentido contrário em m/s?

Mais uma vez, os alunos precisarão transformar unidades para considerar este novo problema. Note o leitor que a grau de sofisticação das questões que propomos aumenta gradativamente. Nosso objetivo, tal como descrevemos outrora, é provocar conflitos cognitivos com questões que cada vez mais, incorporem elementos que os alunos reconheçam como pertencentes à sua realidade. Consideramos que esta dificuldade gradual é necessária para que os alunos se “sintam” capazes de encontrar as soluções. Cada acerto reforça a idéia de que a próxima solução pode ser encontrada.

2.39) Em quanto diminui a distância entre os carros por segundo?

Será esta a primeira vez em que os alunos encaram movimentos em sentidos diferentes. Os alunos que não reconheceram de imediato que a **velocidade de aproximação** é obtida pela soma das velocidades foram ajudados a chegar a esta conclusão, novamente, com o auxílio de uma tabela que eles mesmos contruíram constando as posições ocupadas por cada um ao longo do tempo

2.40) Que distância será percorrida pelos dois carros até que um eventual choque ocorra? Quanto tempo levará para que este suposto choque ocorra?

A distância entre os carros foi apontada pela maioria dos alunos com facilidade. No entanto, alguns só recon-

heceram os 50 metros depois que um desenho esquemático foi apresentado no quadro. Pareceu-nos interessante, então, pedir aos alunos que desenhem em seu caderno um esquema da situação antes de realizar qualquer estimativa, i.e., logo depois da questão 2.31. Naturalmente, o esquema deve ser refeito após a questão 2.41. Os alunos podem então comparar o desenho que fizeram com aquele que o professor fez. O tempo em que ocorreria a colisão pode ser calculado utilizando a velocidade de aproximação obtida anteriormente. Um pergunta de transição pode ser útil ou talvez até necessária: **Quanto os carros se aproximam a cada segundo?**

2.41) Compare o tempo de ultrapassem (segura) com o tempo encontrado na questão anterior.

A “cereja do bolo” é saber se a ultrapassagem tem ou não sucesso. Esta questão tem este objetivo.

2.42) A que distância mínima o motorista do carro deveria avistar o outro carro, no sentido contrário, para que a ultrapassagem fosse possível? A que velocidade máxima deveria se mover o carro que vem no sentido contrário ao do caminhão para que a ultrapassagem fosse possível?

Neste momento, propomos a situação inversa: Sabendo quanto no mínimo deve demorar a ultrapassagem para que a colisão não ocorra, os alunos devem, inicialmente, calcular a que distância mínima de afastamento entre os carros e, em seguida, a velocidade máxima que pode ter o carro que vem no sentido contrário ao do caminhão para que a colisão não ocorra.

2.43) Estime esta distância mínima para um carro que se move no sentido contrário com velocidade de 70km/h, 90km/h e 110km/h.

Os alunos devem repetir o procedimento para típicas velocidades das rodovias do Brasil. A idéia com a repetição, novamente, é promover a construção de uma idéia geral sobre o que seria uma ultrapassagem segura em condições bem próximas da realidade.

2.44) Suponha agora que um caminhão trafegue a 50km/h. 200 metros atrás dele está um carro (1) movendo-se a 60km/h. 200 metros a frente do caminhão, porém na pista contrária, movendo-se no sentido contrário, está um carro (2) idêntico ao primeiro movendo-se a 60km/h, no entanto, no sentido contrário ao do caminhão. Que carro alcançará o caminhão primeiro? Explique.

Começamos, a partir daqui, a mudar o enfoque da atividade. Desejamos começar a construir a idéia, ou pelo menos uma protoidéia, de velocidade relativa. Naturalmente, a solução desta questão demanda uma boa compreensão das idéias de velocidade de ultrapassagem e aproximação, outrora construídas.

2.45) Então, se nosso referencial fosse solidário ao caminhão, ou seja, se o movimento fosse observado pelo

motorista do caminhão, qual seria a velocidade do carro (1)? E do carro 2?¹⁰

A realização desta questão demanda uma compreensão clara do conceito de referencial. Como dissemos anteriormente, este conceito é imprescindível para o desenvolvimento de toda nossa proposta. No entanto, durante a aplicação da atividade mostrou-se produtivo reforçar a idéia de que para o motorista o caminhão, o caminhão está em repouso. Este momento é apropriado para introduzir duas idéias que, segundo esperamos, já estejam “no forno”, na mente dos alunos: Com o referencial fixo no caminhão, a velocidade do carro (1) é a velocidade de ultrapassagem e a velocidade do carro (2) é a velocidade de aproximação. Concordamos que a construção desta idéia seja uma das mais difíceis dentro do todo de nossas atividades. Concordemente, sugerimos a construção de duas tabelas apresentando as informações do movimento relativo entre o caminhão, o carro (1) e o carro (2) nos dois referenciais, solidário à rodovia e solidário ao caminhão. As tabelas devem conter pelo menos cinco colunas abarcando os instantes de tempo, as posições ocupadas por cada um dos móveis, quanto o caminhão e o carro (1) se aproximam em cada instante e quanto o caminhão e o carro (2) se aproximam em cada instante. Cada tabela deve ser construída considerando um referencial. As similaridades entre os dados nas duas tabelas mostram aos alunos que as duas descrições são equivalentes e correspondem à mesma física. A análise das tabelas nos permite também ratificar a validade da **relatividade galileana**. No entanto, acreditamos que este aspecto precise ser trabalhado um pouco mais. Propomos isto em seguida.

2.46) Vamos explorar um pouco mais este ponto. Suponha que você esteja no interior de um carro (1) movendo-se a 80km/h. Ao ultrapassar outro carro (2) movendo-se a velocidade de 75km/h, com que velocidade e em que sentido você vê o movimento do carro (2)?

A idéia agora é que os alunos percebam que ao ultrapassar o carro (2), o que se vê é o carro (2) se movendo para trás com a velocidade de ultrapassagem. Mostrou-se produtivo sugerir que um desenho fosse feito para expressar o sentido do movimento pois alguns alunos demonstraram dificuldades em descrever o movimento do carro (2).

2.47) Se for ultrapassado por um carro (3) se movendo a 85 km/h, e você continua no carro (1) a 80 km/h, com que velocidade e em que sentido você vê o movimento do carro (3)?

Nesta questão, os alunos precisam perceber que ao ser ultrapassado pelo carro (3), o que se vê é o carro (3) se movendo para frente com a velocidade de ultrapassagem.

2.48) Como podemos diferenciar estes dois movimentos, ultrapassar e ser ultrapassado, sem precisar informar o sentido em que o movimento ocorre?

¹⁰Lembramos ao leitor que ao fixar o referencial no caminhão, o caminhão passa a ocupar uma posição fixa, a origem, enquanto o carro (1) encontra-se na posição $-200m$ e o carro (2) na posição $200m$. Deveras, estas idéias podem ser reforçadas com a realização de um desenho na lousa. Lembramos, ademais, que a linguagem visual tem um forte efeito, muitas vezes, mais substancial e prolongado do que a linguagem verbal, sobre os alunos.

A partir daqui, introduzimos um novo problema. A priori, a diferenciação entre os movimentos pode ser feita de qualquer modo e aos alunos é concedida a liberdade cabal de sugerir como se pode fazê-lo. Contudo, no final da discussão, chamamos a atenção dos alunos para possível existência de um modo de diferenciar os movimentos que seja o “natural” e simples. Isto é possível com a proposição da seguinte pergunta de transição: **Embora tenhamos liberdade para escolher a forma como diferenciamos os movimentos, será que existe um modo natural de fazê-lo, i.e., será que existe um modo, evidentemente mais simples do que os outros para diferenciá-los?**

2.49) Vamos refletir um pouco. Se o referencial é solidário ao carro (1), nossa régua e nosso relógio viajam também a velocidade de 80km/h. Assim, a origem da régua, i.e., o ponto zero da régua, está em movimento. Quando as ultrapassagens ocorrem, a posição de partida é sempre zero, porque localizamos o referencial solidário ao carro. No entanto, em relação a este referencial, em que posição se encontrarão os carros (2) e (3) após uma hora?

As implicações de fixarmos o referencial no carro (1) são lembradas novamente. Em seguida, os alunos devem utilizar as velocidades relativas entre os carros para calcular em que posição se encontrarão os carros (2) e (3) depois de uma hora. Naturalmente o carro (2) estará na posição -5km enquanto o carro (3) estará na posição 5km. Lembramos que nesta escala, o comprimento dos carros é irrelevante para o problema.

2.50) Quais serão os seus respectivos deslocamentos? E suas velocidades médias?

Os alunos devem utilizar seus conhecimentos prévios para calcular o deslocamento e a velocidade de cada carro. Um dos deslocamentos dá resultado negativo. Isso gerou, por ocasião da aplicação da proposta um “clima tenso” entre alguns alunos. Embora eles já tivessem sido instruídos sobre isso anteriormente (a possibilidade de termos deslocamentos negativos), alguns apresentaram-se relutantes em aceitar este resultado. Para contornar esta dificuldade, a seguinte pergunta foi proposta: **Qual o significado deste deslocamento negativo?** A idéia é fazer os alunos perceberem ou recordarem que um deslocamento negativo ocorre toda vez que um movimento é contrário ao sentido de crescimento de nossa régua de referência¹¹. Com a idéia dos deslocamentos bem sedimentada, passamos ao cálculo das velocidades. Neste momento, subimos mais um grau de sofisticação no entendimento do conceito de velocidade. Dizemos aos que, rigorosamente, a velocidade é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo. Logo, a velocidade média concatenada ao deslocamento negativo será também negativa. A pergunta “**Qual o significado desta velocidade negativa?**” serviu de base para discussão subsequente. Apregoamos que a velocidade negativa deve ser entendida **simplesmente** como a velocidade que corresponde a um deslocamento negativo, i.e., um movimento no sentido contrário ao definido por nossa régua de referência.

2.51) Que sinal seria então o mais apropriado para diferenciar os dois movimentos? Perceba que o sinal de

¹¹A capacidade do observador de medir posições, deslocamentos e distâncias é, segundo entendemos, bem expressa pela existência de um objeto imaginário que, em nossa instrução, nos acostumamos a chamar de “régua de referência”.

menos aparece naturalmente e é, logicamente, o mais simples para expressar a idéia de um movimento que ocorre no sentido contrário ao da régua de referência. Suponha agora que nosso referencial seja solidário a pista e que suas marcações de quilometragem definam o sentido da régua no referencial. Se um carro parte do km200 e depois de 1h passa pela placa que indica o km150, qual foi seu deslocamento e velocidade neste intervalo de tempo?

Desejamos, finalmente, ratificar o conceito proposto anteriormente, a saber, que o sinal de menos é ideal para sinalizar movimentos que ocorrem no sentido contrário àquele que escolhemos como positivo.

A.4 Descendo a ladeira e construindo o conceito de aceleração

Em nossa terceira atividade, propomos a discussão da diferença entre num movimento plano e um movimento de descida. Com isso, pretendemos promover a construção do conceito de aceleração que, por sua vez, consideramos extremamente abstrato e praticamente inacessível aos alunos. Por isso, escolhemos como tônica desta atividade a discussão dos agentes físicos responsáveis pela aceleração. Sem mais delongas, apresentamos a seguir nossa proposta.

3.1) Quais as diferenças entre o movimento de um carrinho descendo uma ladeira e o movimento plano que estudamos?

Neste novo tópico, desejamos que os alunos construam o conceito de aceleração. Acreditamos que a melhor forma de fazê-lo é por meio da investigação de um problema, a saber, quais são as diferenças entre o movimento plano e o movimento de descida. Parece-nos que este seja o caminho mais natural para abordagem do tema uma vez que a maioria, senão todos, já desceram uma ladeira e verificaram que existem diferenças entre as sensações percebidas por nosso corpo quando nos movimentamos no plano e quando descemos uma ladeira. Este é também, muito provavelmente, o movimento acelerado mais fácil de ser reproduzido e estudado.

3.2) Utilizando o VirtualDub, estude o movimento do carrinho descendo uma ladeira.

Os alunos observaram um carrinho tal como aparece na figura 3.11 descendo uma pista tal como se vê na figura 3.12. A pista que contruímos consiste de uma chapa de compensado com cerca de 220cm de comprimento. Nela delimitamos, por meio de três pedaços de ripa, duas pistas, uma que foi lixada e envernizada e uma na madeira crua. A ripa do meio apresenta marcações de 10cm em 10cm. A pista foi elevada para que o movimento ocorresse num plano inclinado. A inclinação foi obtida por meio da colocação de pedaços de madeira em baixo da pista e foi escolhida de um modo tal que o movimento durasse pelos menos três segundos. O carrinho que utilizamos é da marca Hot wheels. Este tipo de carrinho mostrou-se muito adequado aos nossos propósitos pois é

pequeno (cerca de 6cm) e é estável¹². O movimento do carrinho foi gravado e analisado por meio do VirtualDub. A análise foi compartilhada por todos os alunos por meio da utilização do projetor de slides. Acrescentamos que nas últimas medições, como focalizamos a filmagem para acompanhar o carrinho, as marcas na ripa apareceram borradas. Ainda assim isto não atrapalha o método uma vez que tomamos o ponto médio do borrão. Uma forma de contornar este problema, que verificamos posteriormente, é realizar a filmagem focalizando a pista, um tipo de filmagem panorâmica, e/ou diminuindo a inclinação da pista para que as velocidades finais não sejam tão grandes.



Figura A.11 - O carrinho

¹²Uma grande dificuldade por nós encontrada foi manter o carrinho movendo-se em linha reta. A maior parte dos carrinhos que não tem controle tendem a se movimentar em trajetória curva depois de uma pequena distância. Assim, depois de testarmos alguns carrinhos, verificamos que este apresentava a maior estabilidade, ou seja, mantém-se em linha reta por mais tempo. Além disso, as marcações da pista limitam o movimento do carrinho. Eventualmente, colisões aconteceram entre o carrinho e as ripas, aumentando o atrito. Todavia, o desenho do carrinho e preparação que fizemos das ripas (lixando e lubrificando) atenuaram este efeito e o tornaram insignificante para os nossos propósitos.



Figura A.12 - A pista de madeira

3.3) Qual a velocidade média do carrinho? Qual sua velocidade entre $t=0s$ e $t=1s$? Entre $t=1s$ e $t=2s$? Entre $t=2s$ e $t=3s$? Lembre-se que ao calcularmos a velocidade do carrinho entre $t=0s$ e $t=1s$, nos aproximamos da velocidade instantânea no instante $t=0,5s$ e assim sucessivamente. Qual a diferença entre a média e cada uma destas velocidades?

Começamos por requisitar que os alunos realizem procedimentos com os quais já estão familiarizados, a saber: O cálculo da velocidade média e a estimativa da velocidade instantânea. Em seguida, pede-se que calculem as diferenças entre as velocidades instantâneas e a média. Desejamos que os alunos comecem a perceber as diferenças entre este movimento e o movimento plano que estudamos anteriormente. Em particular, o movimento analisado na primeira atividade, em que a miniatura do carrinho de corrida se move praticamente com velocidade constante.

3.4) A velocidade do carrinho está variando com o tempo? Diminuindo ou aumentando? Qual a diferença entre a velocidade instantânea entre $t=0,5s$ e $t=1,5s$? E entre $t=1,5s$ e $t=2,5s$? Utilizando as variações calculadas, estime quanto, em média, a velocidade varia a cada segundo?

A verificação de que a velocidade está aumentando é imediata. Deve-se dar ênfase que as diferenças calculadas correspondem a quanto a velocidade varia durante o intervalo considerado. A coincidência dos resultados (das diferenças) precisa ser enfatizada; os alunos precisam perceber que esta diferença nos remete a uma característica peculiar daquele movimento, que denominamos aceleração. Consideramos este o momento ideal para definir **aceleração como a quantidade de m/s que a velocidade varia em um segundo**. É prudente salientar também que é costumeiro chamar esta aceleração de **média**, justamente, porque fora estimado em média.

3.5) Assim, podemos dizer que, no movimento do carrinho, a velocidade muda porque o carrinho acelerava. No entanto, o que cria esta aceleração no caso de nosso carrinho? Vejamos.

Nosso desejo, a partir de agora, é direcionar a discussão para os agentes físicos que podem acelerar os corpos. Esta escolha define a diretriz desta atividade. Consideramos que aceleração é um conceito físico abstrato demasiadamente. Assim, acreditamos que focar os agentes físicos capazes de acelerar os corpos seja o melhor modo de tornar evidentes algumas peculiaridades deste conceito. Concordemente, colocamos um dos carrinhos no meio da pista e pedimos que os alunos respondam as perguntas que se seguem.

3.6) Por conta própria o carrinho pode deixar o repouso?

Embora os alunos ainda não tenham estudado a dinâmica dos corpos, em nossa aplicação da atividade, a maioria esmagadora dos alunos aceitou confortavelmente a idéia de que, por conta própria, o carrinho não se move onde se obtém que o movimento só é possível por meio da intervenção de algum agente externo¹³.

3.7) Veja agora o que acontece quando o ligamos o secador de cabelo perto do carrinho (este é um novo carrinho, no qual foi instalada uma vela). Ele pode ser visto na figura 3.13. O carrinho estava parado e começou a se mover. Logo, foi acelerado, vocês concordam? O que fizemos para acelerá-lo?

Ao ligarmos o secador de cabelo na frente do carrinho, este se move. Deve-se frizar que uma aceleração ocorreu uma vez que, inicialmente, o carrinho está em repouso e, em seguida, começa a se mover. Facilmente, todos os alunos associaram esta aceleração ao ato de ligar o secador. Todavia, desejamos que os alunos percebam que o fator preponderante é o **vento** e não o ato de ligar o secador, o secador, etc. O enfoque correto pode ser reforçado demonstrando que o mesmo ocorre se soprarmos o carrinho. Como o efeito é o mesmo, enfatiza-se que o vento é o agente físico responsável pela alteração da velocidade do carrinho, ou seja, por sua aceleração.

¹³Inicialmente, este agente não foi qualificado. Nos restringimos a dizer que este agente é “qualquer coisa” que possa fazer o carrinho se mover.



Figura A.13 - O carrinho à vela

3.8) De fato, o vento é o agente físico responsável por acelerar o carrinho. Qual seria o agente físico responsável pela movimento acelerado ladeira abaixo? Você imagina a existência de outros agentes físicos que poderiam acelerar o carrinho?

Alguns alunos esboçaram uma resposta à primeira pergunta. Embora nenhuma resposta articulada tenha sido oferecida, a palavra “gravidade” apareceu na boca de alguns alunos ainda que de forma tímida. Acreditamos que este seja um momento oportuno para indicar aos alunos a existência de atração entre a Terra qualquer corpo próximo dela. Esta atração se verifica na forma de “puxão” semelhante aquele que se observa quando aproximamos um metal de um ímã¹⁴. Ressaltamos, contudo, que não desejamos dedicar tempo e atenção excessiva e indevida a questão da atração gravitacional. Tão logo que os alunos aceitem a idéia, deve-se passar adiante. Lembramos ao leitor que a ação da força gravitacional será reconsiderada posteriormente, talvez, até em mais de uma situação, de modo que entendemos que dar atenção exacerbada a este ponto configura-se um desvio de proposta. Com a segunda pergunta, nosso interesse é reforçar a idéia de que um corpo só é acelerado se há um agente físico capaz de acelerá-lo.

3.9) Veja esta foto onde aparecem as posições ocupadas por uma bolinha caindo livremente. Na queda, a velocidade se modifica? Aumenta ou diminui? Como você pode afirmar isso? Com base nesta figura, você é capaz de estimar qual a aceleração do movimento?

Neste momento apresentamos aos alunos a figura A.14, extraída de [55]. Como em nossa instrução, esta é a primeira vez que os alunos se deparam com uma foto estroboscópica, talvez, uma explicação sobre as características da foto seja necessária. Com o entendimento da foto bem sedimentado, as perguntas subsequentes tem

¹⁴Pode-se demonstrar a atração entre um ímã e um metal “ao vivo” caso se perceba que o fenômeno não é familiar aos alunos.

sentido. É possível fazer medições diretamente da foto donde, segundo aquilo que já fizemos antes, podemos estimar a aceleração da gravidade. As perguntas a seguir conduzem a estimativa. No artigo de onde a foto abaixo foi extraída, os autores a utilizaram para estimar o valor da aceleração da gravidade e obtiveram resultados bem satisfatórios ($9,74 \pm 0,05m/s^2$). Na imagem abaixo, as posições foram tomadas a cada $1/30$ s. Note também o leitor que para aplicar o método, precisamos saber a proporção entre o tamanho da figura projetada e o tamanho real da imagem. Para isso, é necessário apenas que saibamos a altura de onde a bolinha é solta para que estimemos a proporção.



Figura A.14 - A foto estroboscópica que utilizamos.

3.10) Qual a velocidade média entre duas leituras sucessivas? Por exemplo, qual a velocidade média entre $t=0$ e $t=1/30$ s, i.e., uma aproximação da velocidade instantânea em $t=1/60$? Qual a velocidade média entre $t=11/30$ s e $t=12/30$? Estime qual foi a variação da velocidade em um segundo?

Descrevemos por meio desta questão o procedimento que permite a estimativa da aceleração da gravidade. Nosso objetivo neste momento não é discutir um método preciso de estimativa da aceleração da gravidade tal como proposto por M. A. Dias *et al.* [55] porque isso demandaria um tempo que não temos. Desejamos apenas que os alunos se familiarizem com o movimento de queda livre, percebam que é acelerado e que, dentro de uma

incerteza razoável, esta aceleração é constante.

3.11) De fato, a aceleração pode ser entendida com a divisão ou a razão entre a variação da velocidade e o intervalo de tempo em que esta variação ocorre. Retorne aos dados que você obteve e verifique a validade desta afirmação, ou seja, tome quaisquer outros pares de valores de velocidade e tempo e estime a aceleração. Verifique se o resultado é o mesmo.

Nossa tentativa com esta questão é apresentar uma definição um pouco mais rigorosa do conceito de aceleração. Em seguida, os alunos devem retornar ao dados da questão anterior e refazer as contas com quaisquer pares de velocidades instantâneas. Deve-se enfatizar que a aceleração que impele os corpos que caem livremente tem um valor “fixo”, o que é corroborado pela coincidência entre os resultados obtidos nos itens 3.10 e 3.11 dentro de uma margem aceitável.

3.12) Vocês já prestaram atenção no que acontece com um carrinho de fricção? Inicialmente está em repouso mas, depois de solto, dispara acelerando. Na opinião de vocês, que agente físico é responsável por esta aceleração?

Como desejamos chamar atenção para os agentes físicos capazes de acelerar um corpo, sublinhamos que há um destes agentes num carrinho de fricção. Se necessário, pode-se levar um carrinho de fricção para sala e demontá-lo para que os alunos possam “ver” a mola no seu interior e discutir seu funcionamento.

3.13) Notavelmente, quando empurramos um carrinho que está parado ele ganha velocidade mas, por fim, volta ao repouso. Rigorosamente, se o carrinho tem alguma velocidade e, em seguida, para, ocorreu uma variação da velocidade e como vimos antes, esta variação de velocidade é, em todos os casos que consideramos, causada por um agente físico. Neste caso o que temos é uma aceleração negativa, concordam? ¹⁵ Qual seria o agente físico responsável por esta desaceleração?

Continuamos focalizando nossa atenção nos agentes físicos responsáveis pela aceleração. No entanto, neste caso, temos uma desaceleração. Nosso objetivo é que os alunos percebam que entre o chão e as rodas do carrinho há algum tipo de “agarramento”, que em algum momento podemos denominar atrito, que desacelera o carrinho, ou seja, diminui sua velocidade até que se encontre em repouso. Pode-se também destacar a ação deste agente em situações envolvendo automóveis reais. Isso pode ser feito através das seguintes perguntas: **Por que mantemos nosso pé no acelerador do carro para que sua velocidade permaneça constante? Se, ao pisarmos no pedal, aceleramos o carro, a velocidade não deveria aumentar continuamente enquanto nosso pé permanecesse pressionando o pedal? Por que isto não acontece?** Por meio destas perguntas, pode-se discutir o papel do atrito

¹⁵Pode-se frizar que assim como a velocidade é negativa quando o movimento ocorre no sentido contrário ao que definimos como positivo, o mesmo ocorre com a aceleração. Entrementes, lembramos ao leitor que o termo desaceleração deve ser evitado. Este termo é dúbio uma vez que corresponde a uma diminuição do módulo da aceleração.

no movimento.

3.14) De fato, uma desaceleração pode frear o carrinho e fazê-lo parar. Mas será que pode fazer mais que isso? Vejamos.

Pretende-se, doravante, explorar a inversão de movimentos acelerados. Para isso, novamente, mostramos aos alunos o carrinho equipado com a vela descendo um plano inclinado, tal como fizemos no começo da atividade. Contudo, no ínterim da descida o carrinho é confrontado com o secador de cabelo que inicialmente faz com que o carrinho pare e, posteriormente, inverta seu movimento. Uma série de perguntas pretende explorar melhor este experimento.

3.15) Suponhamos que o carrinho com a vela tenha sido empurrado e atingido certa velocidade. Se ele movimentar-se numa região perfeitamente lisa, haveria algum agente físico capaz de freá-lo? Se não há nenhum agente físico capaz de acelerar ou desacelerar o carrinho, o que ocorre com sua velocidade?

Retornamos aqui à ação do atrito. Por meio deste experimento virtual, desejamos que os alunos se conscientizem que na ausência do atrito ou de qualquer agente físico capaz de acelerar ou desacelerar o carrinho, sua velocidade permaneceria constante por tempo indefinido. Como esta é uma situação imaginária, talvez seja necessário detalhar melhor o problema. Numa das aplicações da proposta, pedimos aos alunos que imaginassem um movimento numa pista de gelo infinita. Embora esta analogia tenha suas limitações, mostrou-se eficaz para nossos intuítos.

3.16) Qual seria então o movimento esperado para o carrinho?

Pretendemos reafirmar aos alunos que o movimento seria perpétuo e com a mesma velocidade.

3.17) Assim, naturalmente, o carrinho se moveria perpetuamente com a mesma velocidade, certo? Baseado naquilo que você observou antes, descreva o movimento do carrinho se o confrontássemos com o secador assim como fizemos com o carrinho descendo a ladeira?

Basicamente, com a discussão desta questão, os alunos precisam se convencer de que uma inversão do movimento ocorreria se um carrinho movimentando-se numa pista infinita e perfeitamente lisa fosse confrontado com um secador de cabelo tal como eles observaram que ocorreu na demonstração anterior.

3.18) O que acontece com a velocidade do carrinho daí para diante?

Os alunos precisam apenas descrever o movimento subsequente do carrinho.

3.19) Exatamente no momento em que inverte o movimento, qual é a velocidade do carrinho? E a aceleração?

A maioria dos alunos admitiu sem dificuldade que a velocidade é nula no momento da inversão do movimento. Alguns até argumentaram que esta seria uma condição para que a inversão ocorresse. Em relação a aceleração, nenhum dos alunos desejou argumentar. Apenas alguns, “chutaram”, como era de se esperar, que a aceleração fosse nula também.

3.20) Para não ficarmos com dúvidas sobre a aceleração neste momento, consideremos o seguinte: Qual o agente físico que desacelera o carrinho e faz o movimento se inverter? Nós desligamos o secador em algum momento?

Neste momento, voltamos a atenção dos alunos para o vento, qual agente físico que provoca a aceleração, e para o fato de não termos desligado o secador em nenhum momento.

3.21) Perceba que a aceleração inverteu o movimento do carrinho. Vocês conhecem algum outro movimento onde uma inversão similar acontece?

Desejamos que os alunos reflitam sobre a existência de movimentos em que a velocidade se inverte. Durante a realização da atividade apareceram alguns exemplos interessantes cuja discussão pode, de acordo com o tempo e o desejo do professor, ser pertinente como: O movimento do brinquedo língua de sogra, o movimento de uma cadeira de balanço, o movimento de uma bóia, etc.

3.22) Observe o movimento a seguir (lançamos uma bolinha para o ar e observamos o movimento completo de subida e descida). Vamos definir a posição zero de nosso referencial no chão com valores crescentes na direção ascendente. Em que intervalo de tempo e/ou instante a velocidade é positiva? E negativa? E nula?

O lançamento vertical não representa nenhuma novidade para nossos alunos. A dificuldade reside em estudá-lo de forma eficiente e natural. Se a idéia de referencial já estiver bem maturada nos alunos, eles não terão dificuldades em aceitar as considerações preliminares que fizemos. Caso seja necessário, sugerimos que o professor coloque uma régua perpendicular ao chão para os alunos visualizem a escolha da origem do nosso sistema de eixos assim como a orientação que escolhemos como positivo. Se necessário, pode-se lembrar aos alunos quando consideramos que nossa velocidade seja positiva e negativa.

3.23) E a aceleração, em que intervalo de tempo e/ou instante é positiva? E negativa? E nula? Vamos raciocinar comparando o lançamento vertical ao movimento do carrinho impelido pelo vento.

Neste momento remetemos os alunos ao movimento do carrinho impelido pelo vento. Os alunos precisam perceber que a comparação entre os dois movimentos delinea o caminho a ser seguido na análise. Cabe ao pro-

fessor então, reforçar as similaridades entre os movimentos para que os alunos entendam que a comparação é a vereda a ser seguida.

3.24) A medida que a bolinha sobe, sua velocidade aumenta ou diminui? Justifique. Perceba que o mesmo ocorre com a velocidade do carrinho quando se aproxima do secador. O que isso indica sobre a aceleração da bolinha?

Durante a subida a bolinha reduz o módulo da velocidade. Esta redução na velocidade indica aceleração no sentido contrário ao da velocidade na subida. De acordo com nossa escolha do referencial, esta aceleração será negativa na subida.

3.26) A medida que a bolinha desce, sua velocidade aumenta ou diminui? Perceba que o mesmo ocorre com a velocidade do carrinho quando se afasta do secador. O que isso indica sobre a aceleração da bolinha?

Durante a descida a bolinha aumenta o módulo da velocidade. Este aumento na velocidade indica aceleração no mesmo sentido da velocidade na subida. De acordo com nossa escolha do referencial, esta aceleração será ainda negativa na subida.

3.27) Sua resposta sobre a aceleração nos dois itens anteriores foi diferente ou não? Exatamente quando o movimento se inverte, qual a aceleração da bolinha? Justifique lembrando que no movimento impelido pelo vento, não modificamos nada no agente físico (o vento produzido pelo secador) tanto na aproximação quanto no afastamento.

Os resultados anteriores devem ser discutidos para que fique claro para os alunos que em movimentos em que há inversão, a aceleração é a mesma antes e depois da inversão. Por fim, lembramos aos alunos que no movimento do carrinho impelido pelo vento, não se observa nenhuma modificação no agente físico responsável pela aceleração em nenhum momento do movimento e este (o movimento do carrinho à vela) é idêntico ao observado no lançamento vertical. Nosso desejo é que os alunos, ao final da atividade, percebam que no momento da inversão a aceleração é a mesma de todo o resto do movimento porque nada alteramos no agente físico responsável por ela.

Apêndice B

Câmeras digitais entre outras coisas

Em duas de nossas atividades, a utilização de uma câmera digital assim como um tripé apropriado é imprescindível. A câmera que utilizamos foi uma ES60 da Samsung e um tripé do modelo Tr60n da D-concepts. A câmera é capaz de gravar com áudio em alta qualidade e pode ser facilmente acoplada ao tripé que, por sua vez, pode alcançar uma altura de 1,80m. Ademais, o tripé apresenta uma alavanca, fundamental para nossos propósitos, que permite a gravação de vídeos em movimento com uma atenuação da vibração. A câmera e o tripé podem ser visualizados abaixo.



Figura B1 - A câmera



Figura B2 - O tripé

Apêndice C

O virtual Dub

O VirtualDubMod é um aplicativo livre que permite a edição e conversão de vídeos. Ademais, é muito útil e popular como encoder, ou seja, para aplicar legendas em vídeos. Pode ser obtido diretamente no sítio <http://www.virtualdub.org/>, acessado em 17/06/2011, 16H20. O arquivo de vídeo pode ser acessado diretamente, por meio da opção “file” e, em seguida, “open”; uma janela que permite procurar o arquivo se abre imediatamente. Uma vez carregado, o vídeo pode ser visto “frame a frame” por meio de um cursor interativo que reage aos movimentos do mouse. A figura abaixo mostra o layout do programa.

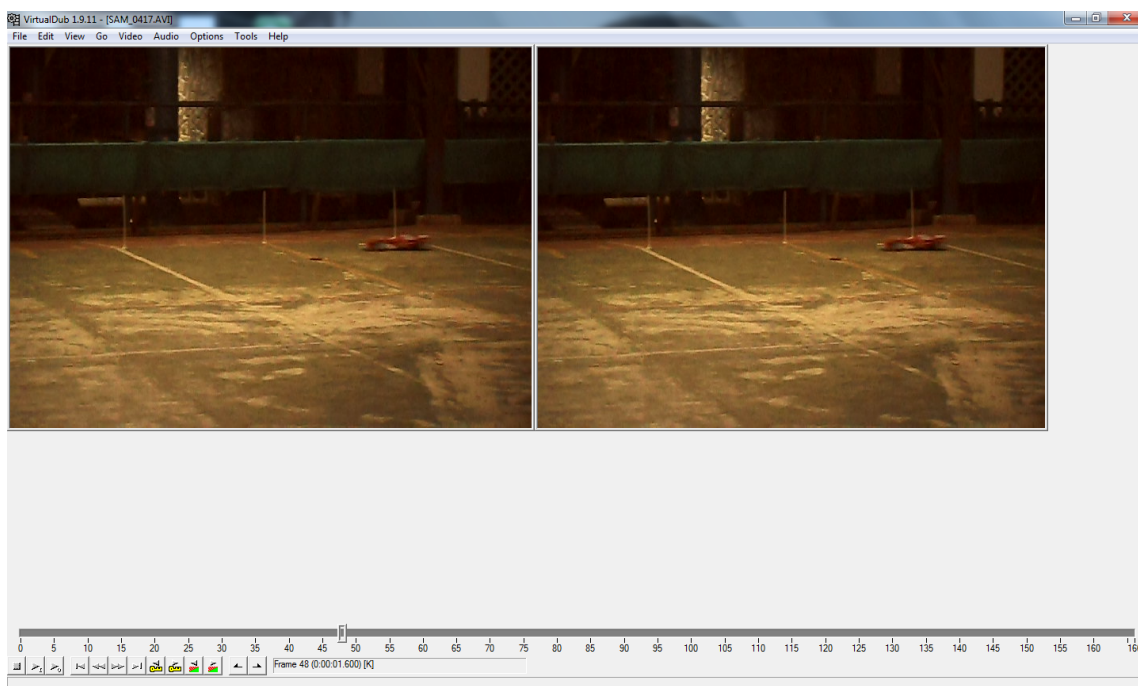


Figura C1 - Layout do VirtualDub

Apêndice D

Aplicativos em Flash

A utilização de aplicativos Flash nos foi muito útil, sobretudo no desenvolvimento da segunda atividade. O aplicativo em flash que utilizamos foi produzido exclusivamente para este trabalho pelo professor Geraldo Filipe Souza Filho, a quem somos muito gratos pela prontidão e generosidade. O trabalho do professor Geraldo, em colcaboração com a prof.^a Marta Barroso, é bem amplo, abarca quase todas as áreas da física e resultou numa série de bons trabalhos [51–53].

Os aplicativos criados por este grupo assim como outros trabalho produzidos pelo programa de pós graduação em ensino física da UFRJ podem ser acessados na home do programa dentro do sítio www.if.ufrj.br.

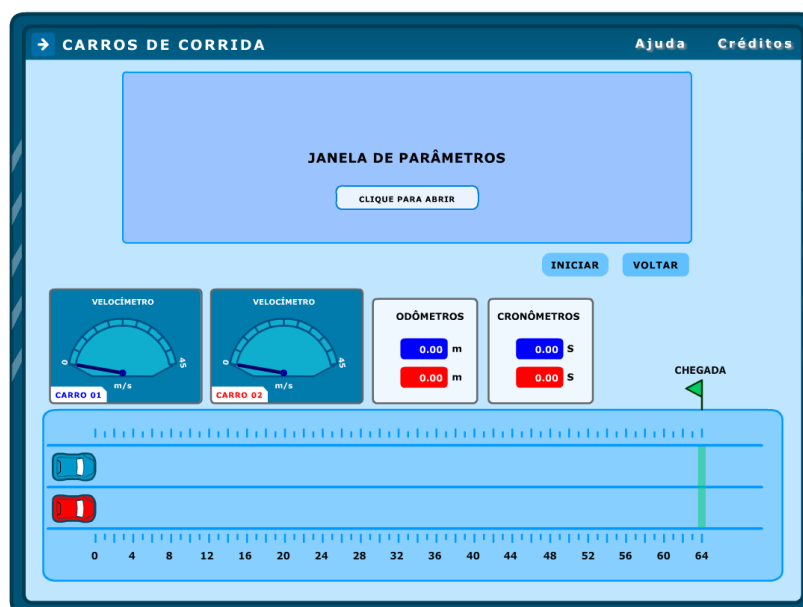


Figura D1 - Aplicativo Flash para o estudo de cinemática.

Apêndice E

O Freez Screen Video Capture

O aplicativo Freez Screen Video Capture é um software livre capaz de converter em vídeo aquilo que aparece no desktop do computador. Em nosso caso, o utilizamos na segunda atividade para produzir o vídeo que, posteriormente, será analisado com o VirtualDub uma animação do flash. A interface do software traz apenas três controles: Iniciar, pausar e deter a gravação. Para realizar captura de vídeo, basta clicar em “Record” e definir a área que deve ser registrada. Depois de apertar a tecla “Stop”, é possível salvar o arquivo no formato .avi. O aplicativo pode ser obtido no sítio <http://freez-screen-video-capture.softonic.com.br/>, acessado em 17/06/2011, 16H00. O layout do aplicativo pode ser visualizado na imagem abaixo.

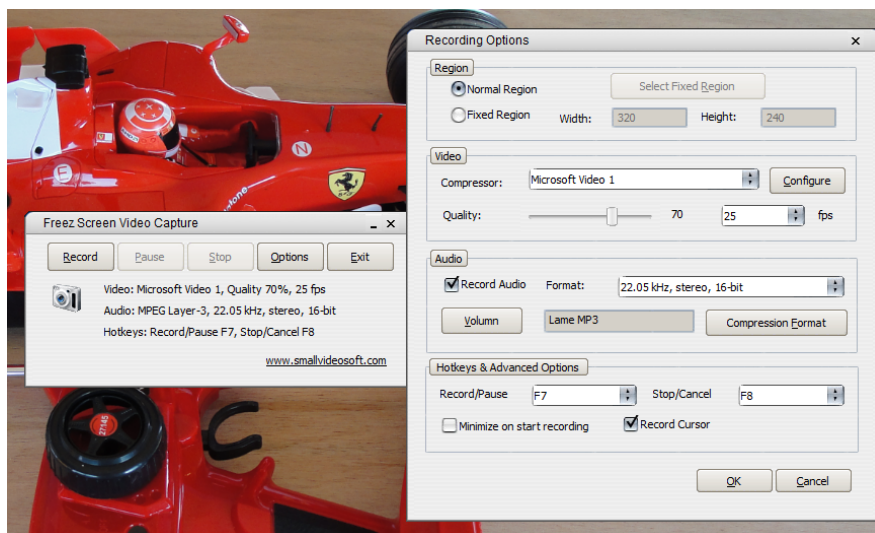


Figura E1 - Layout do Freez Screen Video Capture

Apêndice F

Produção de fotos estroboscópicas

Na terceira atividade de nossa proposta utilizamo-nos de uma imagem estroboscópica produzida sem o uso de uma lâmpada estroboscópica por Dias *et al.* [54]. A produção e utilização de fotos estroboscópicas no ensino é discutida também em outro trabalho do mesmo grupo [55]. A figura abaixo retrata uma imagem produzida pelo prof. Marco Adriano Diaz para o estudo do movimento do centro de massa de um halter lançado horizontalmente.

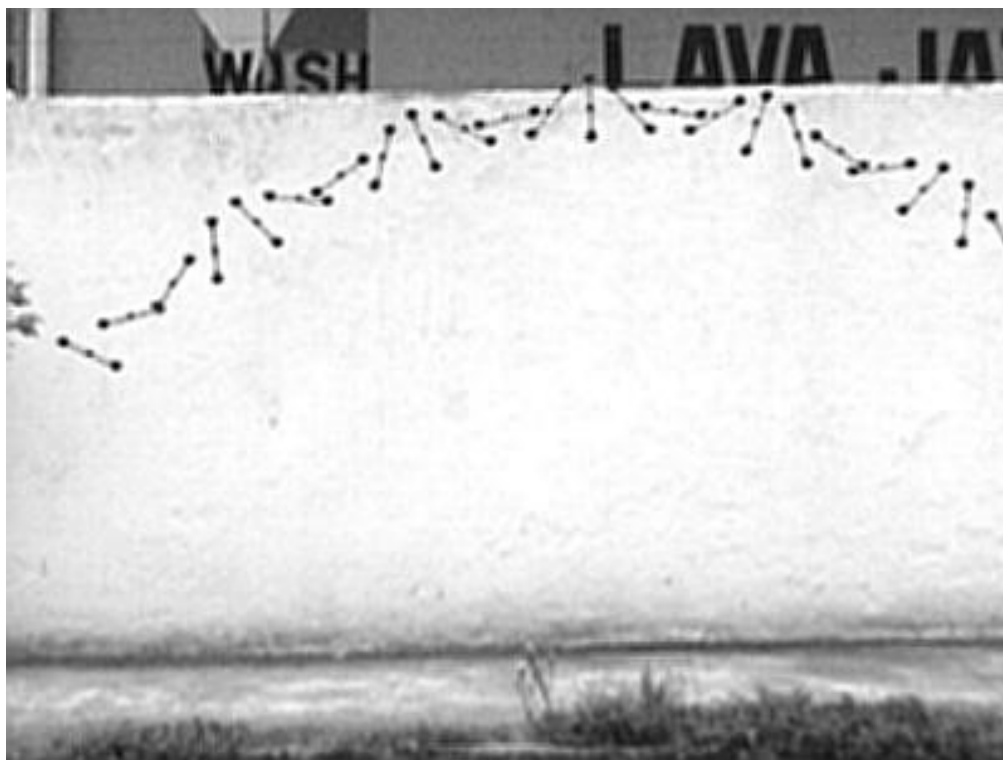


Figura F1 - Foto estroboscópica produzida sem lâmpada estroboscópica

Bibliografia

- [1] Brasil. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional(LDB)*, Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996;
- [2] Brasil. Ministério da educação. Secretária de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (PCN)*. Brasília: SEMTEC/MEC, 2000;
- [3] Brasil. Ministério da educação. Secretária de Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)*. Brasília: SEMTEC/MEC, 2002;
- [4] Brasil. Ministério da educação. Secretária de Educação básica. *Orientações curriculares para o ensino médio (OCEM)*. Brasília: SEMTEC/MEC, 2006;
- [5] Brasil. Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro. *Diretrizes para o Ensino Médio da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (DEMSEERJ)*. Rio de Janeiro: SEE-RJ, 2005;
- [6] A. Gaspar. *O “R” de retilínio*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v.11, n.1, p.7-10, abril, 1994;
- [7] M. Pietrocola. *Construção e realidade: o papel do conhecimento físico no entendimento do mundo*. Ensino de Física, Conteúdo, metodologia e epistemologia no concepção integradora, 2ª edição, organizador: Maurício Pietrocola, Editora da UFSC. Florianópolis: 2005;
- [8] A. Arons. *Teaching Introductory Physics*. John Wiley & Sons, INC. 1997;
- [9] A. Máximo e B. Alvarenga. *Curso de Física*; Volume 1. Editora: Scipione. São Paulo: 2011;
- [10] F.M. Goldberg e J.H. Anderson. *Student Difficulties with Graphical Representations of Negative Values of Velocity*. Physics Teacher, April, 1989, p. 254-260;
- [11] L. C. McDermott, *Guest comment: how we teach and how students learn - a mismatch?*, American Journal of Physics 61(1), Abril, 1993;
- [12] C.A. de Souza e Silva e M. I. Martins. *Analogias e metáforas nos livros didáticos de física*, Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v. 27, n. 2: p. 255-287, ago. 2010;
- [13] L.L. da Silva, E.A. Terrazzan e C.D. Gazola. *Familiaridade de alunos do ensino médio com situações análogas* Atas do IX ENPEF;
- [14] M.R. Otero. *Como usar analogías en clases de física?* Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v.14, n2: p.179-187, ago.1997.

- [15] L.C. Gomes e L.N. Bellini. *Uma revisão sobre aspectos fundamentais da teoria de Piaget: possíveis implicações para o ensino de física*. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v.31, n.2, 2301, 2009;
- [16] L. Ferracioli. *Aspectos da construção do conhecimento e da aprendizagem na obra de Piaget*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v.16, n.2, p.180-194, agosto, 1999;
- [17] J. Piaget e B. Inhelder. *A Psicologia da Criança*. Rio de Janeiro: Difel, 1978;
- [18] J. Piaget. *Reading of Child Behavior and Development* editado por C. S. Lavattelly e F. Stendler. Nova Iorque: Hartcourt Brace Janovich, 1972;
- [19] M.A. Moreira. *Subsídios teóricos para o Professor Pesquisador em ensino de ciências* disponível em <http://www.if.ufrgs.br/moreira/Subsidios5.pdf>, acessado em 19/08/2011;
- [20] J. Piaget. *Development and Learning. Journal of Research in Science Teaching*. New York, n. 2, v. 3, p. 176-86, 1964;
- [21] J. Piaget. *O raciocínio da criança*. Rio de Janeiro: Record, 1967;
- [22] J. Filocre. *A teoria de Piaget como sistema de referência para compreensão da “física intuitiva”*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v.3, n.2, p.85-96, agosto, 1986;
- [23] D. Munford e M.E. Lima. *Ensinar Ciências por Investigação: Em que estamos de acordo?*, Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências, v.7, n.1, 2007 ;
- [24] B.A. Rodrigues e A.T. Borges. *O ensino por investigação: reconstrução histórica*. Atas do XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, Curitiba, 2008;
- [25] M.C. Azevedo. *Ensino por Investigação: Problematizando as atividades em sala de aula.*, In: A.M.P. Carvalho (org.), *Ensino de Ciências: Unindo a Pesquisa e a Prática*, p. São Paulo: Thomson, 2004;
- [26] A.M.F. Lewin e T.M.M. Lomáscolo. *La metodología científica en la construcción de conocimientos*. Enseñanza de las ciencias, 20(2), p.147 - 1510, 1998;
- [27] E. F. Sá, et al. *As características das atividades investigativas segundo tutores e coordenadores de um curso de especialização em ensino de ciências.*, Atas do VI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciência, Belo Horizonte, 2007;
- [28] J. M. Júlio e A. M. Vaz. *Grupos de alunos como grupos de trabalho: Análise e avaliação de atividades de investigação escolar em física*, Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, Curitiba, 2008;
- [29] J. Piaget. *The Child's Conception of Movement and Speed*. Traduzido por G.E.T. Holloway e M.J. Mackenzie. Nova Iorque: Basic Books, INC., Publishers, 1970;
- [30] L.C. McDermott e D.E. Trowbridge. *Investigation of student understanding of the conception of velocity in one dimension*, American Journal of Physics, 48(12), p.1020-8, 1980;
- [31] L.C. McDermott e D.E. Trowbridge. *Investigation of student understanding of the conception of acceleration in one dimension*, American Journal of Physics, 49(3), p.242-53, 1981;
- [32] O.P.B. Teixeira. *Desenvolvimento do conceito de velocidade: Um estudo a partir de questões típicas*. Tese (Mestrado em ensino de ciências) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1985;

- [33] J. Piaget e E. McNear. *Essais sur la Perception de Vitesseschez l'Enfant et chez l'Adulte*. In: Archives de Psychologie, XXXVI, p.253-327;
- [34] M. C. M. Cappechi. *Argumentação numa aula de física.*, In: A.M.P. Carvalho (org.), Ensino de Ciências: Unindo a Pesquisa e a Prática, São Paulo: Thomson, 2004;
- [35] C.E. Laburu. *Desenvolvimento e aprendizagem do conceito de aceleração em adolescentes*. Tese (Mestrado em ensino de ciências) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1987;
- [36] C.E. Laburu e A.M. Pessoa de Carvalho *Noções de Aceleração em adolescentes: uma Classificação*. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v.15, n.s(1-4), 61, 1993;
- [37] L.C. McDermott e M.L. Rosenquist. *A conceptual approach to teaching kinematics*, American Journal of Physics, 55(5), p.407-15, 1987;
- [38] M. F. de Castro e Lima e V. Soares. *Brincar para construir o conhecimento: Jogo e cinemática*. Física na Escola, v. 11, n. 1, 2010;
- [39] M. F. de Castro e Lima e V. Soares. *É tempo de brincar no espaço de aprendizado*. Atas do XIX Simpósio Nacional de Ensino de Física - Manaus, AM, 2011;
- [40] M. F. de Castro e Lima e V. Soares. *O ensino de cinemática reforçando o problema: A percepção da velocidade como causa da aceleração*. Atas do XIII Encontro de Pesquisa em Ensino de Física - Foz do Iguaçu - 2011;
- [41] J.L. dos Santos, C.E. Aguiar e A. Miron. *Modelos cinemáticos no atletismo e na natação*. Atas do XIX Simpósio Nacional de Ensino de Física - Manaus, AM, 2011;
- [42] H.O. Di Rocco. *Cinemática elemental aplicada a cuestiones de seguridad del tráfico en rutas*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v. 26, n. 2: p. 342-354, ago. 2009;
- [43] A.A. Kleer, M.R. Thielo e A.C.K. dos Santos. *A física utilizada na investigação de acidentes de trânsito*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v.14,n2: p.160-169, ago.1997;
- [44] F.L. da Silveira. *Inclinações das ruas e das estradas*. Física na Escola, v. 8, n. 2, 2007;
- [45] L.C. McDermott and the Physics Education Group at the University of Washington. *Physics by Inquiry*, Volumes I & II, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996;
- [46] L.C. McDermott, Peter S. Shaffer, and the Physics Education Group at the University of Washington. *Tutorials in Introductory Physics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2002;
- [47] F. Catelli, J. A. Martins e F. S. da Silva. *Um estudo de cinemática com câmara digital*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 32, n. 1, 1503 (2010);
- [48] E.P. Moraes Corveloni *et al.* *Utilização de máquina fotográfica digital (multi-burst) para aulas experimentais de cinemática - queda livre*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 3, 3504 (2009);
- [49] B.N. Sismanoglu *et al.* *A utilização da filmadora digital para o estudo do movimento dos corpos*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 1, 1501 (2009);
- [50] A. I. Vannucchi. *A relação Ciência, Tecnologia e Sociedade no Ensino de Ciências.*, In: A.M.P. Carvalho (org.), Ensino de Ciências: Unindo a Pesquisa e a Prática, p. São Paulo: Thomson, 2004;

- [51] G. F. de Souza Filho. *Simulações computacionais para o ensino de Física: uma discussão sobre produção e uso*. Tese (Mestrado em ensino de física) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011;
- [52] R. Neumann e M. Barroso. *Simulações computacionais e animações no ensino de oscilações*. Atas do XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física - Rio de Janeiro, RJ, 2005;
- [53] G. F. de Souza Filho, M. Barroso e C.M. Porto. *Simulações computacionais no ensino de relatividade restrita*. Atas do XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física - Rio de Janeiro, RJ, 2005;
- [54] M.A. Dias. *Utilização de fotografias estroboscópicas digitais para o estudo da queda dos corpos*. Tese (Mestrado em ensino de física) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011;
- [55] M.A. Dias, H.S. do Amorim e S.S. Barros. *Produção de fotos estroboscópicas sem lâmpada estroboscópica*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v. 26, n. 3: p.492-513, dez. 2009.