Mestrado Profissional em Ensino de Física

Instituto de Física – Universidade Federal do Rio de Janeiro

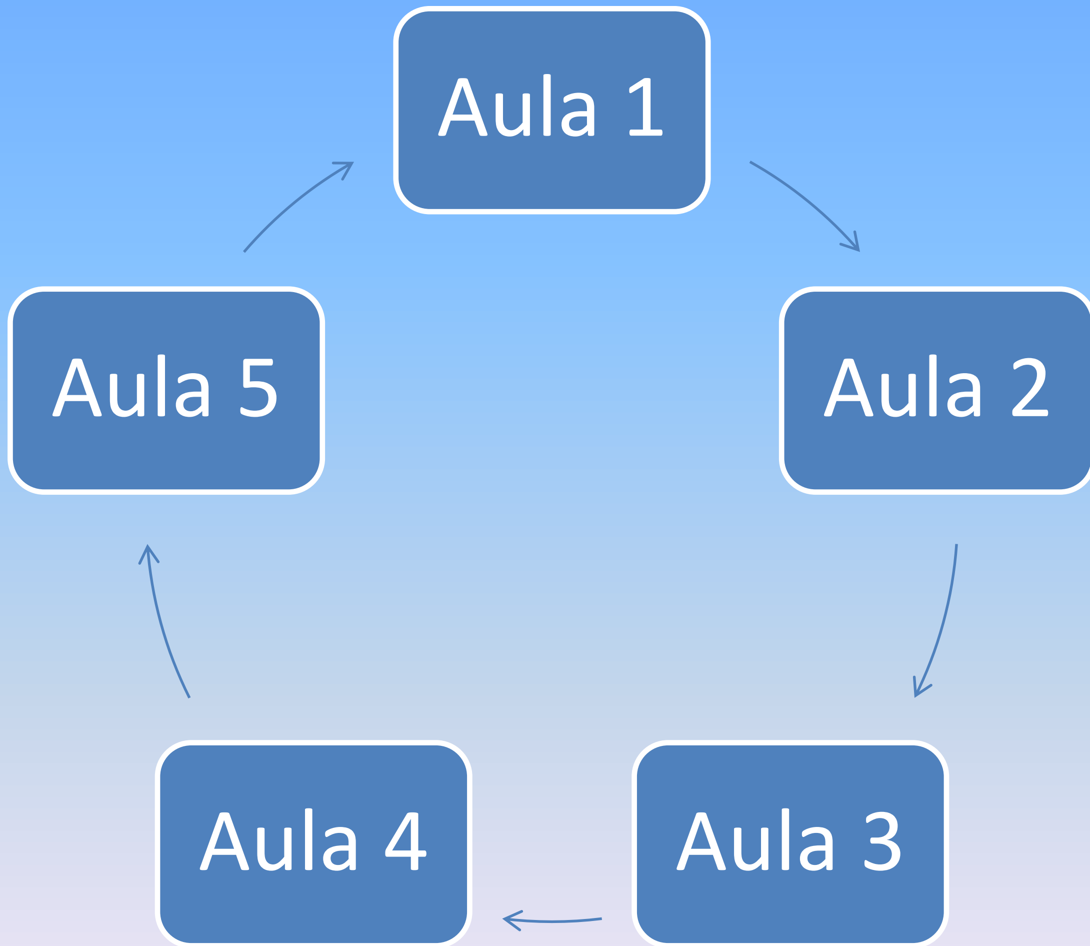
Autores

André da Silva Ramos de Faria

Vitorvani Soares

Menu

Uma abordagem geométrica à cinemática da partícula



Créditos

Aula 1

- Nesta aula introduziremos as definições básicas da geometria Euclidiana que serão os pilares para construirmos os conceitos físicos relevantes para a descrição do movimento de uma partícula.

Aula 1

- Em sua obra Os elementos, o filósofo e matemático grego Euclides, introduziu definições básicas de geometria. No livro I são definidos os objetos geométricos cujas propriedades desejamos estudar. São 23 definições, entre as quais são definidos ponto, reta, círculo, triângulo, retas paralelas e ângulos. Acrescenta-se ainda cinco axiomas e nove noções comuns que são afirmações admitidas como verdades óbvias. (EUCLIDES, Os elementos. Tr. pt. de Bicudo 2009). Tomaremos como início algumas das definições dadas por Euclides, em sua obra.

Aula 1

Definições:

- 1. Um ponto é aquilo de que nada é parte.
- 2. E linha é comprimento sem largura.
- 3. E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma.
- 6. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.
- 7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma.
- 8. E ângulo plano é a inclinação, entre elas, de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta.
- 15. Círculo é uma figura plana contida por uma linha (que é chamada circunferência),
- em relação à qual todas as retas que se encontram (até a circunferência do círculo), a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si.
- 17. E diâmetro do círculo é alguma reta traçada através do centro, e terminando, em cada um dos lados, pela circunferência do círculo e que corta o círculo em dois.

Aula 1

1
- Elementos

2
- Descrição do Plano

3
- Circunferência

4
- Circunferência 2

5
- Triângulo Equilátero

6
- Quadrado

Menu

Aula 1 - Elementos

•

Aula 1 - Elementos

1. Um ponto é aquilo de que nada é parte.

Aula 1 - Elementos

Aula 1 - Elementos

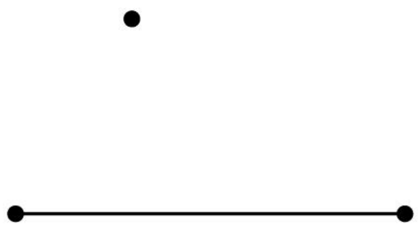
Dois pontos definem uma reta.

Aula 1 - Elementos

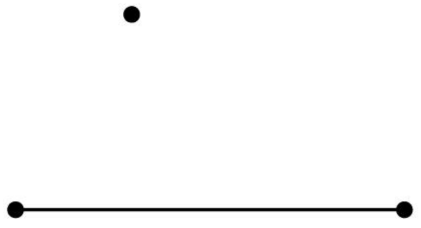
Aula 1 - Elementos

2. E linha é comprimento sem largura.

Aula 1 - Elementos

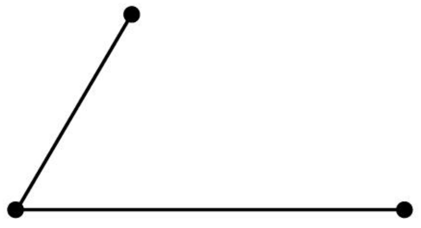


Aula 1 - Elementos

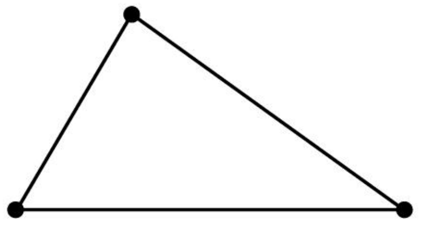


Três pontos não colineares entre si.

Aula 1 - Elementos



Aula 1 - Elementos



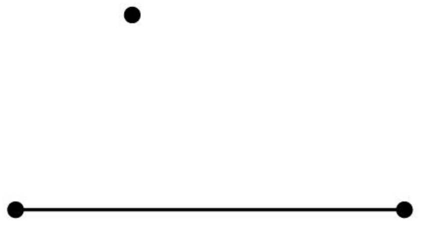
Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma.

Aula 1 – Descrição do Plano

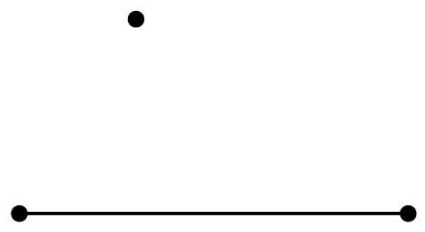
Aula 1 – Descrição do Plano

Traçamos uma reta através de dois pontos, nos extremos direito e esquerdo da reta.

Aula 1 – Descrição do Plano

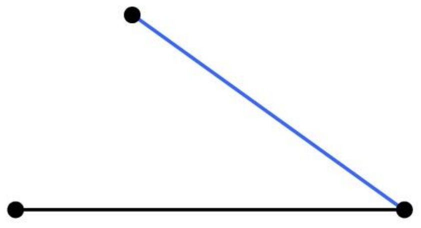


Aula 1 – Descrição do Plano

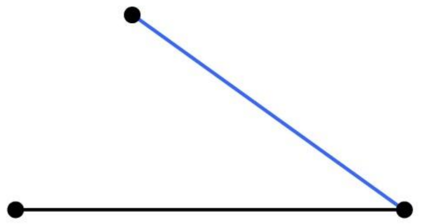


Junto a reta colocamos um terceiro ponto.

Aula 1 – Descrição do Plano

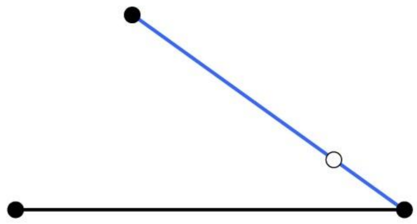


Aula 1 – Descrição do Plano

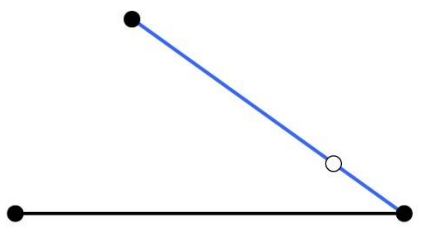


Traçamos um segmento reta do ponto externo ao lado esquerdo ao terceiro ponto.

Aula 1 – Descrição do Plano

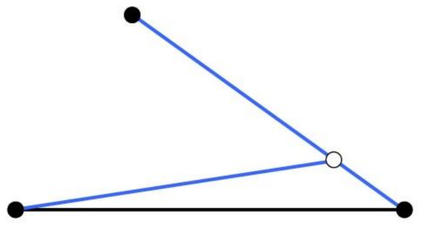


Aula 1 – Descrição do Plano

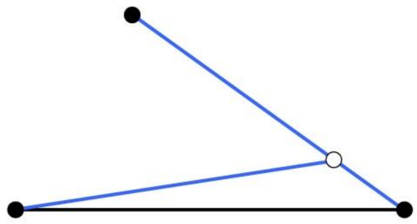


Marcamos um quarto ponto no segmento de reta que une o terceiro ao ponto externo ao lado esquerdo.

Aula 1 – Descrição do Plano

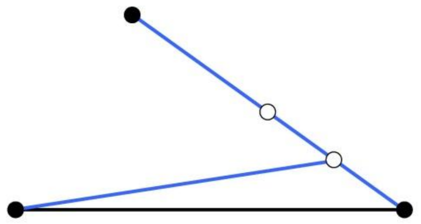


Aula 1 – Descrição do Plano

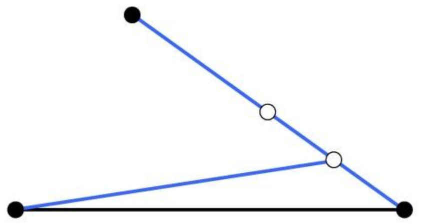


Traçamos um segmento de reta que une o quarto ponto ao ponto externo ao lado direito.

Aula 1 – Descrição do Plano

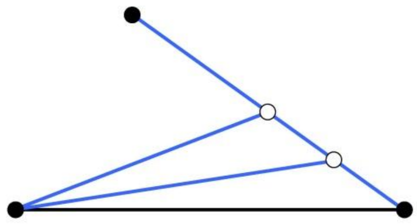


Aula 1 – Descrição do Plano

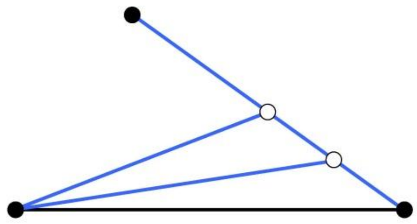


Escolhemos outro ponto sobre a reta que liga o terceiro ao ponto externo ao lado esquerdo.

Aula 1 – Descrição do Plano

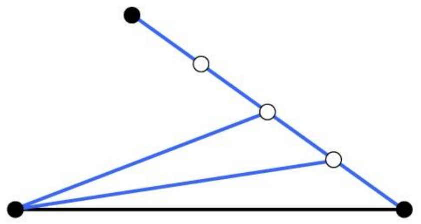


Aula 1 – Descrição do Plano

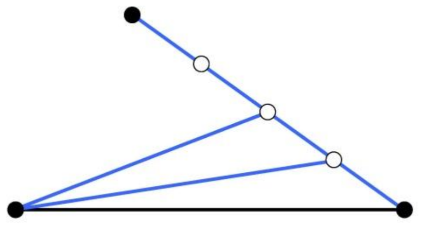


Fazemos a mesma sequência

Aula 1 – Descrição do Plano

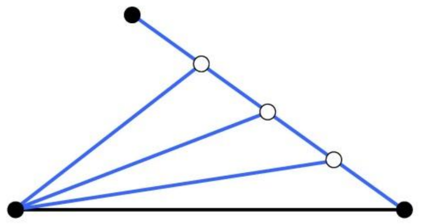


Aula 1 – Descrição do Plano

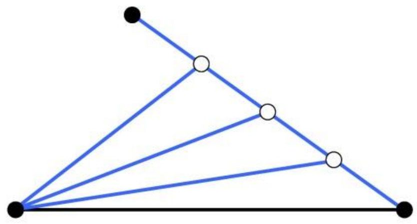


Escolhemos um terceiro ponto sobre a reta.

Aula 1 – Descrição do Plano

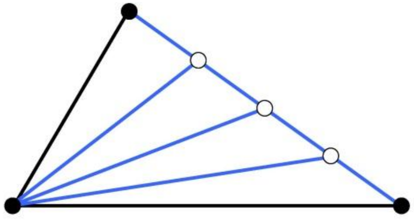


Aula 1 – Descrição do Plano

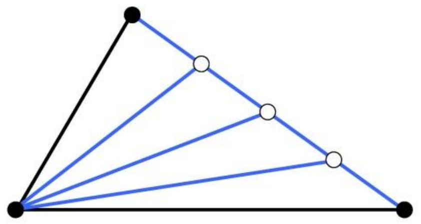


Ligando os pontos, estamos deslizando os infinitos pontos sobre a reta que une os dois pontos, isso mostra uma inclinação entre as retas traçadas.

Aula 1 – Descrição do Plano

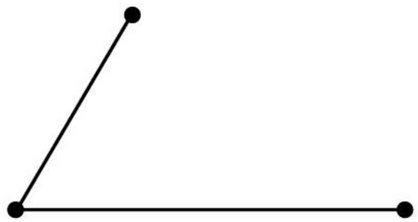


Aula 1 – Descrição do Plano

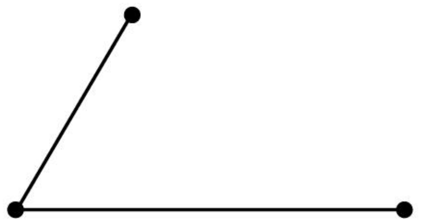


Finalmente ligando o ponto inicial a reta.

Aula 1 – Descrição do Plano

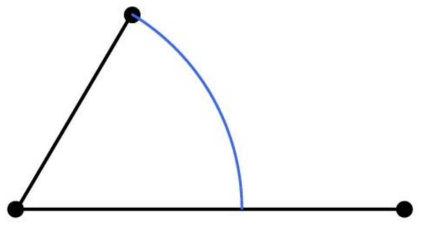


Aula 1 – Descrição do Plano

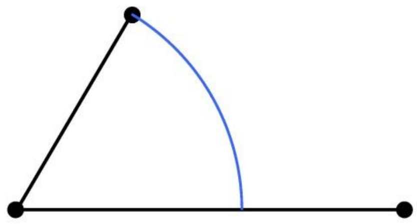


Dois segmentos de reta que possuem a mesma origem e possuem uma inclinação.

Aula 1 – Descrição do Plano



Aula 1 – Descrição do Plano



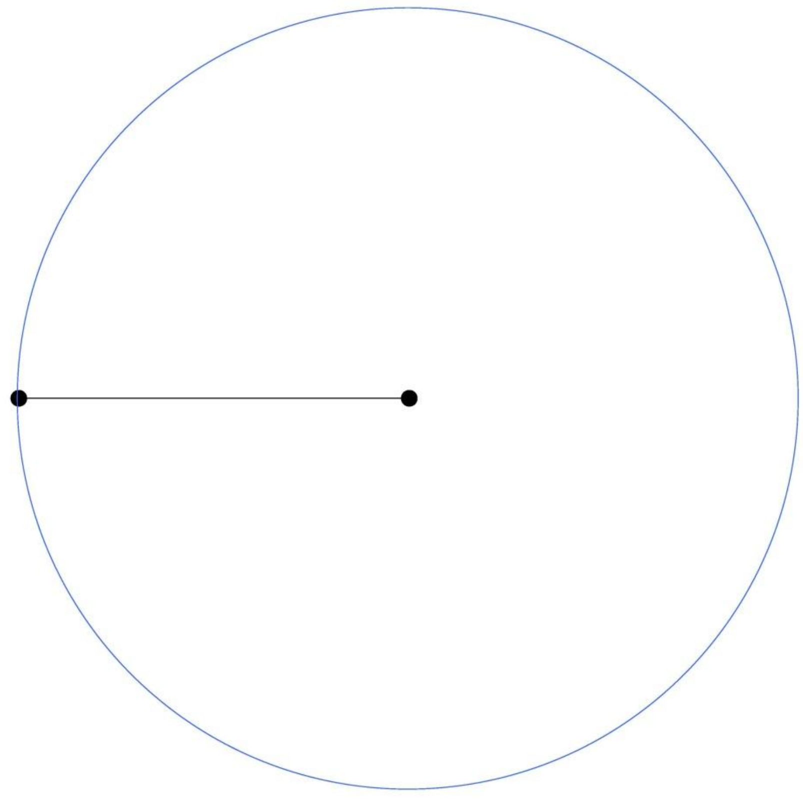
Ângulo em relação às duas retas contidas no mesmo plano.

Aula 1 – Circunferência

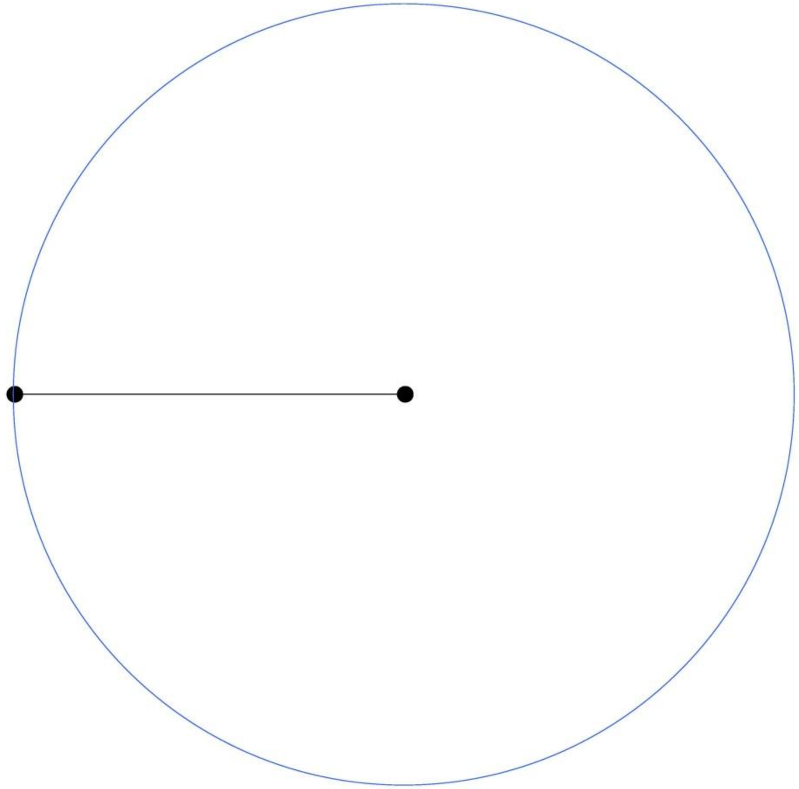
Aula 1 – Circunferência

Dado o diâmetro construiremos uma circunferência.

Aula 1 – Circunferência

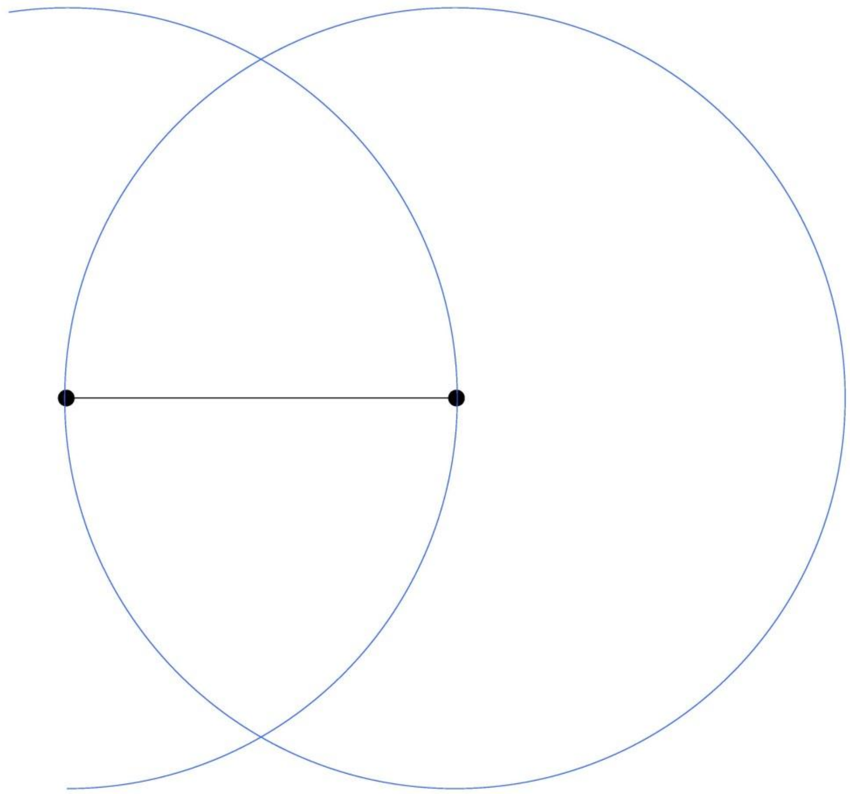


Aula 1 – Circunferência

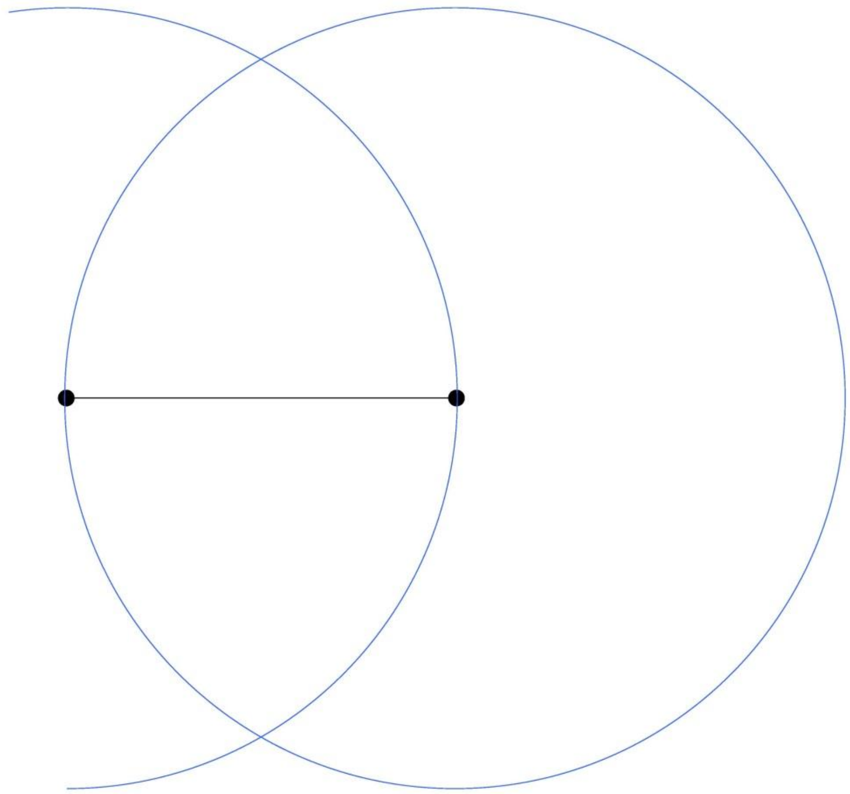


Com o compasso traçaremos uma circunferência de raio igual ao diâmetro dado incialmente.

Aula 1 – Circunferência

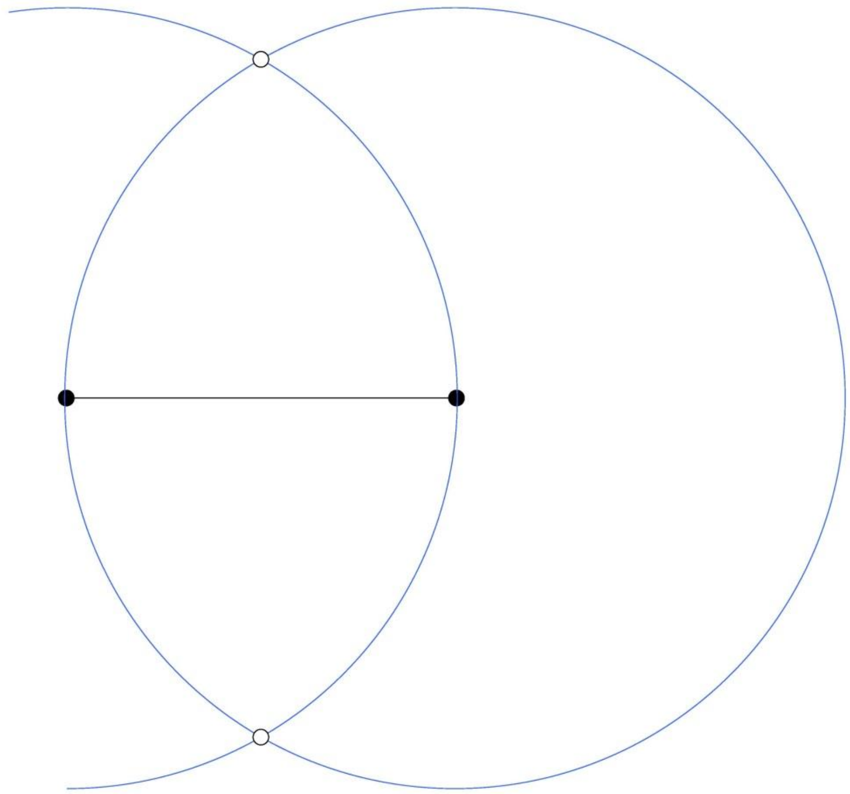


Aula 1 – Circunferência

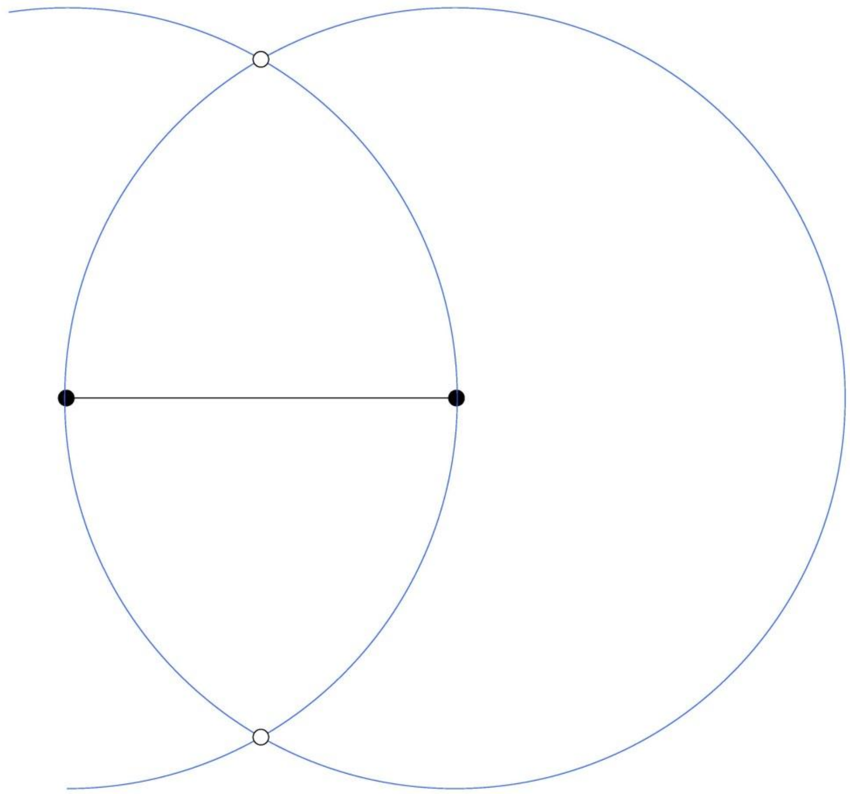


Trocando os locais da ponta seca e do grafite traçaremos outra circunferência.

Aula 1 – Circunferência

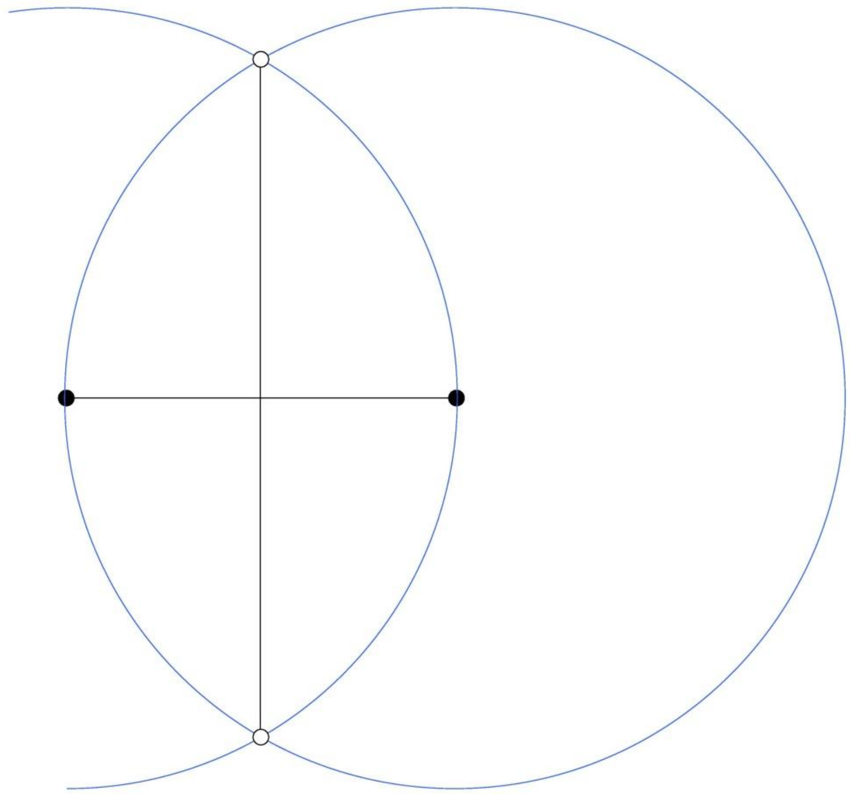


Aula 1 – Circunferência

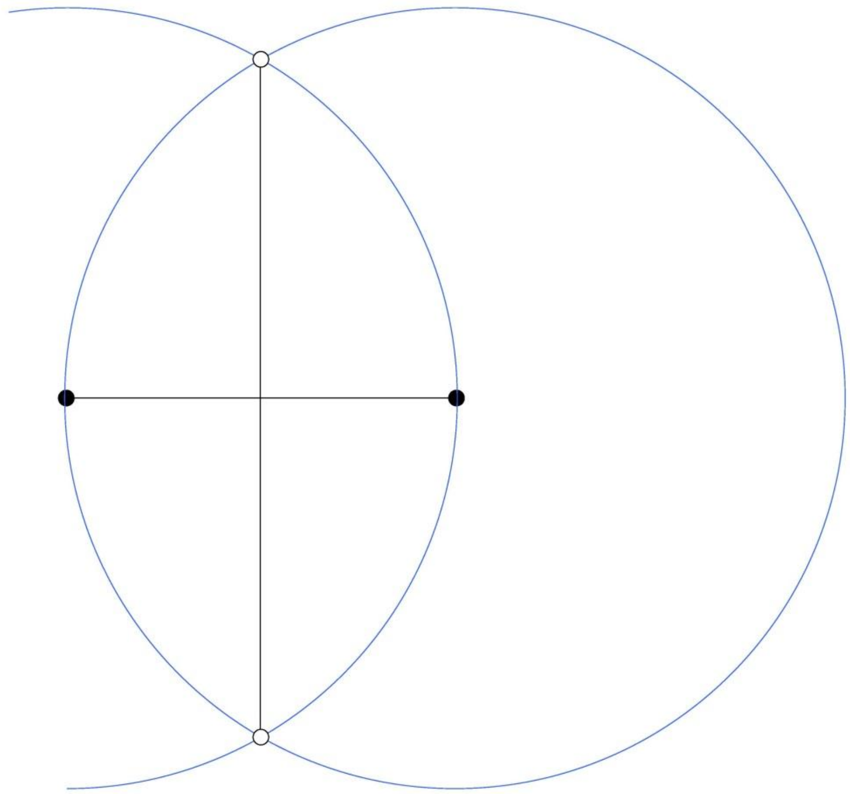


Marcamos as duas interseções das circunferências com um ponto em cada uma.

Aula 1 – Circunferência

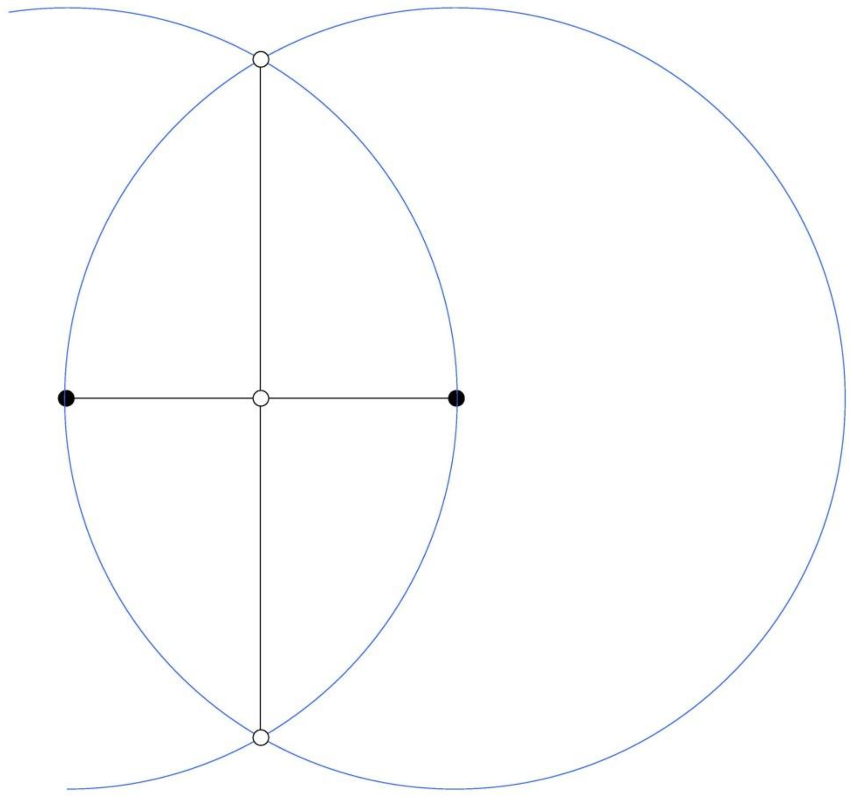


Aula 1 – Circunferência

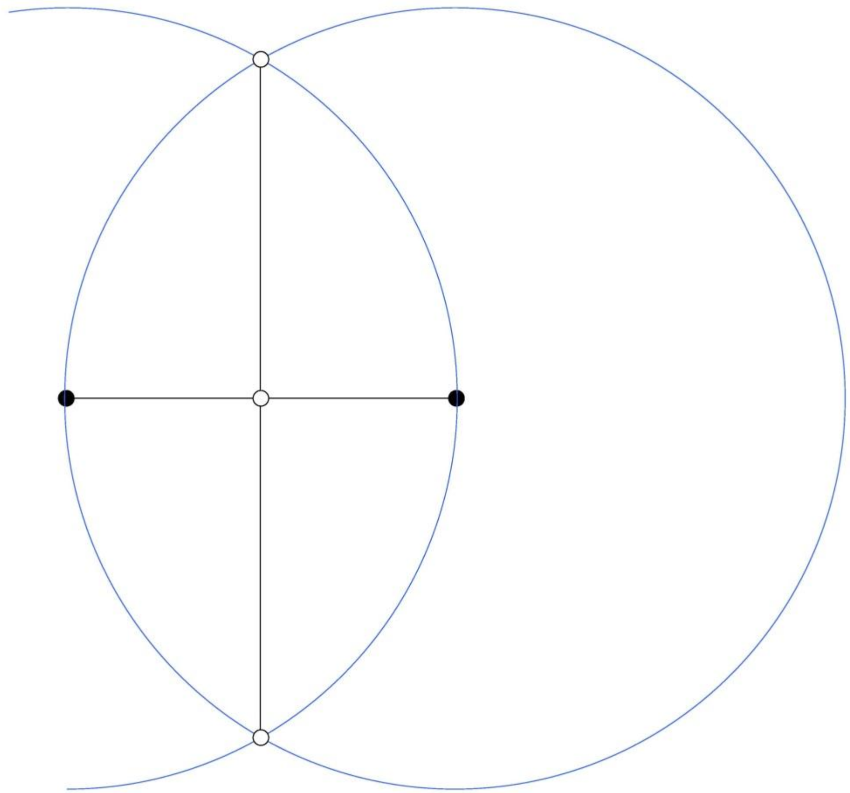


Traçamos uma reta que divide o diâmetro em duas partes iguais.

Aula 1 – Circunferência

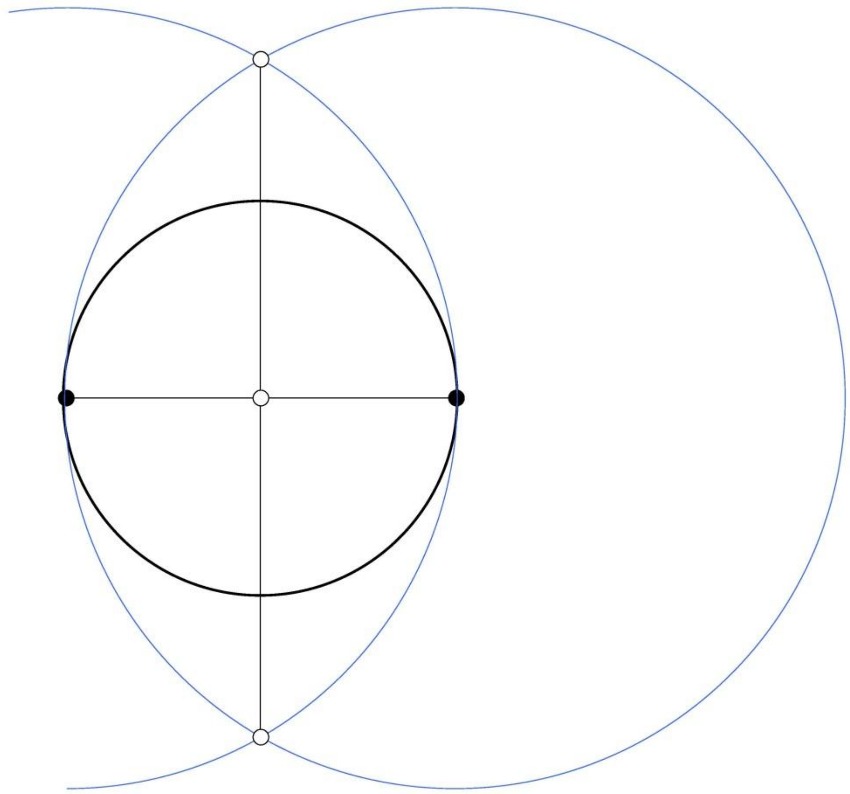


Aula 1 – Circunferência

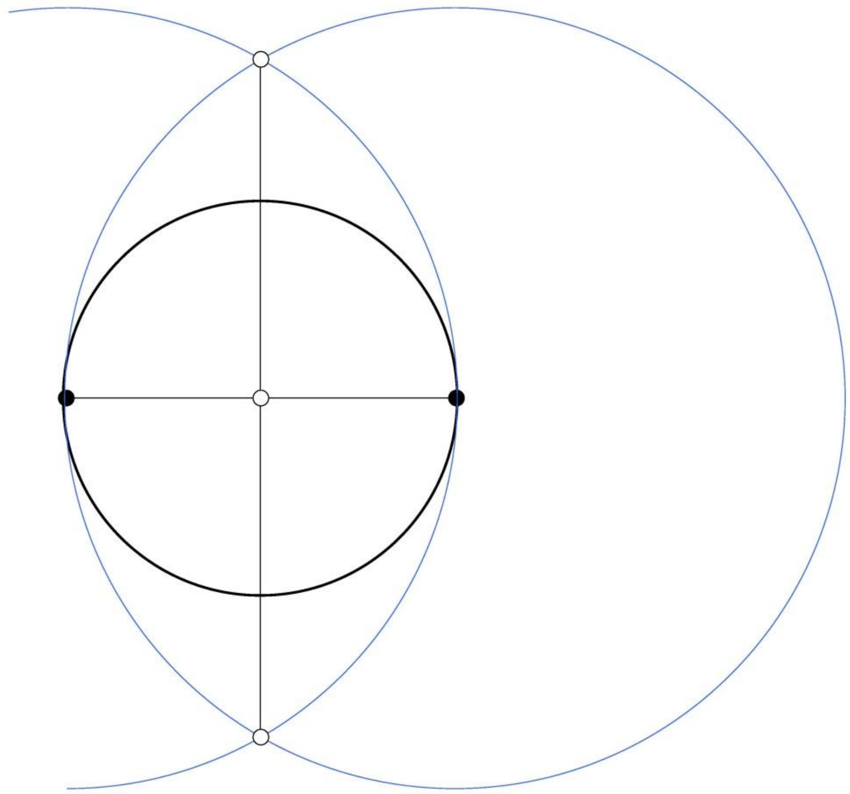


Marcamos o ponto que divide o diâmetro em duas partes iguais, ou seja, descobrimos o raio da circunferência.

Aula 1 – Circunferência

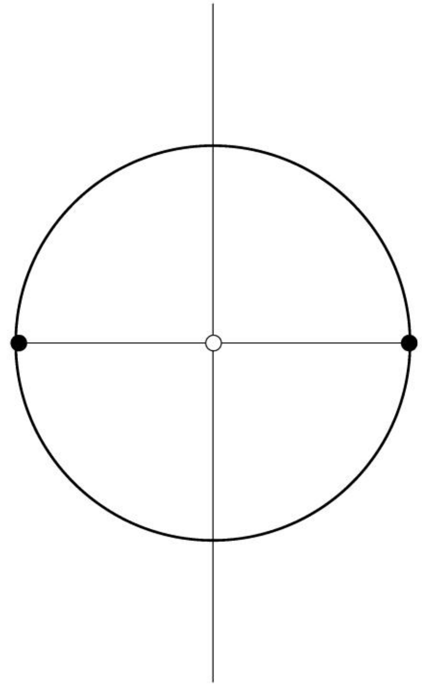


Aula 1 – Circunferência

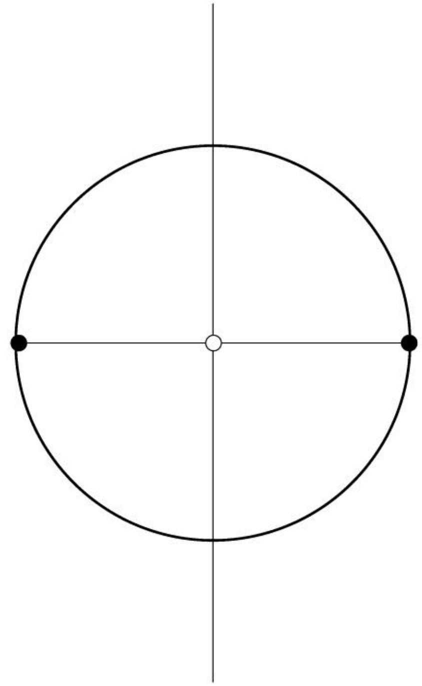


Traçamos a circunferência através do raio que descobrimos.

Aula 1 – Circunferência



Aula 1 – Circunferência



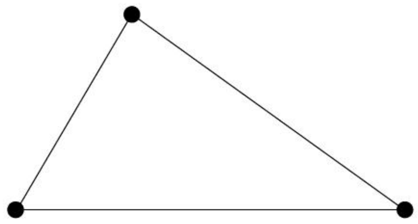
Apagando as construções temos a circunferência que está dividida em 4 partes iguais. Chamamos de ângulo reto o ângulo que corresponde a inclinação entre as duas retas que divide qualquer circunferência em 4 partes iguais.

Aula 1 – Circunferência 2

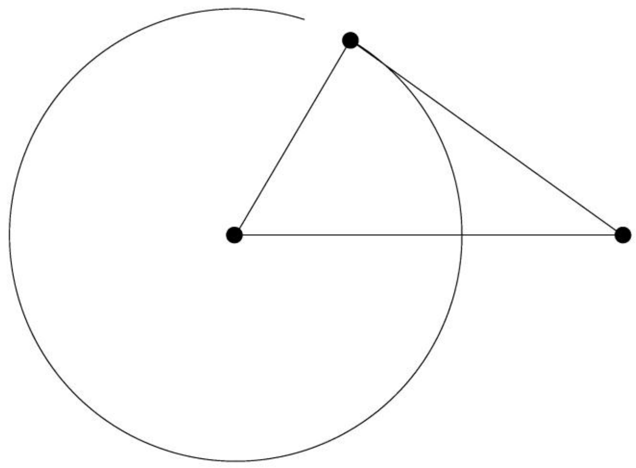
Aula 1 – Circunferência 2

A partir de quaisquer três pontos não colineares entre si, podemos traçar uma circunferência que passe pelos mesmos.

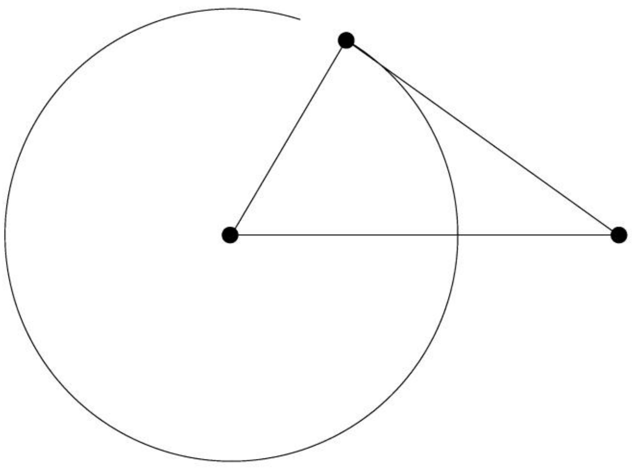
Aula 1 – Circunferência 2



Aula 1 – Circunferência 2

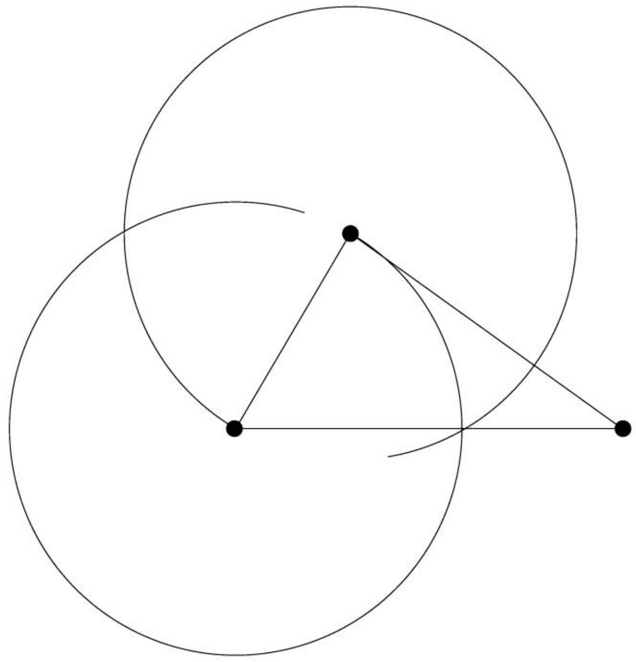


Aula 1 – Circunferência 2

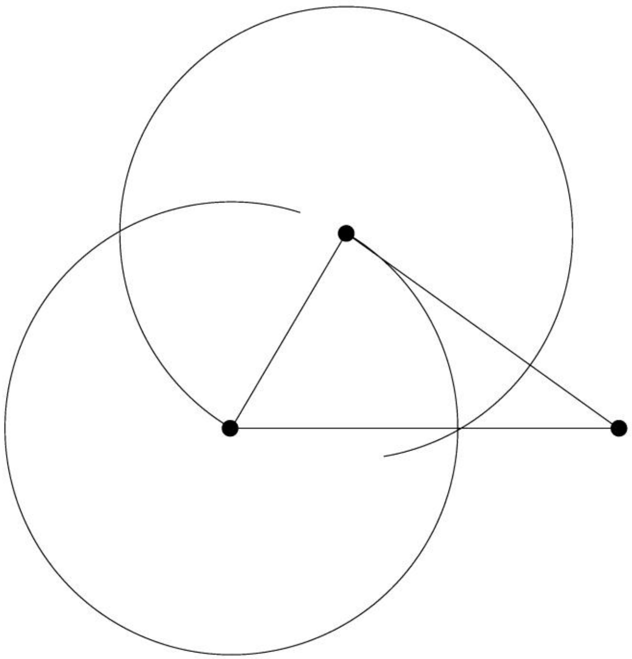


Com o compasso traçamos uma circunferência de origem em um ponto que passa pelo outro ponto.

Aula 1 – Circunferência 2

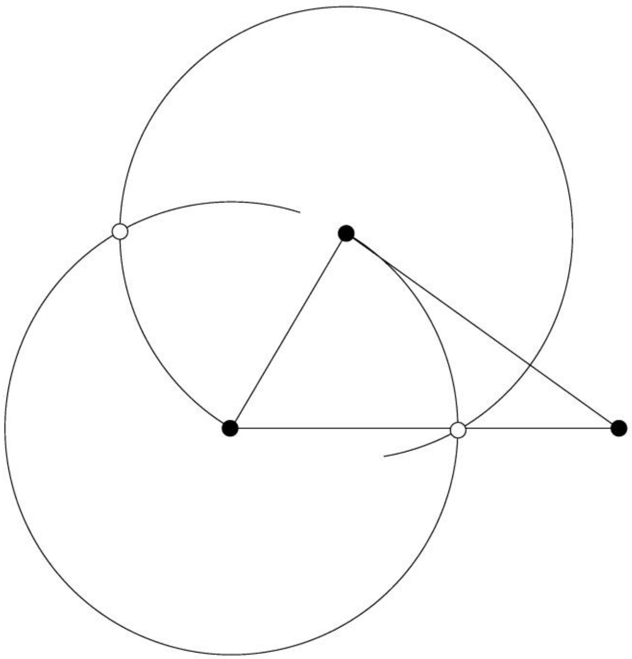


Aula 1 – Circunferência 2

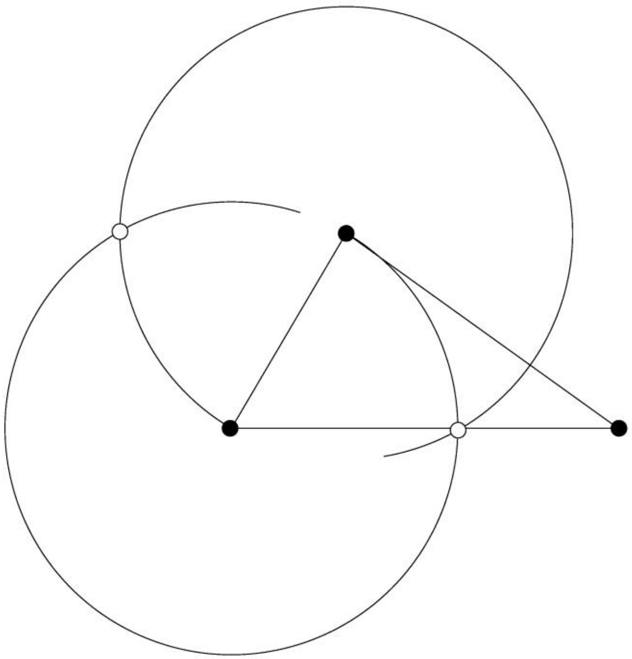


Traçamos outra circunferência de origem em um ponto que passa pelo outro ponto.

Aula 1 – Circunferência 2

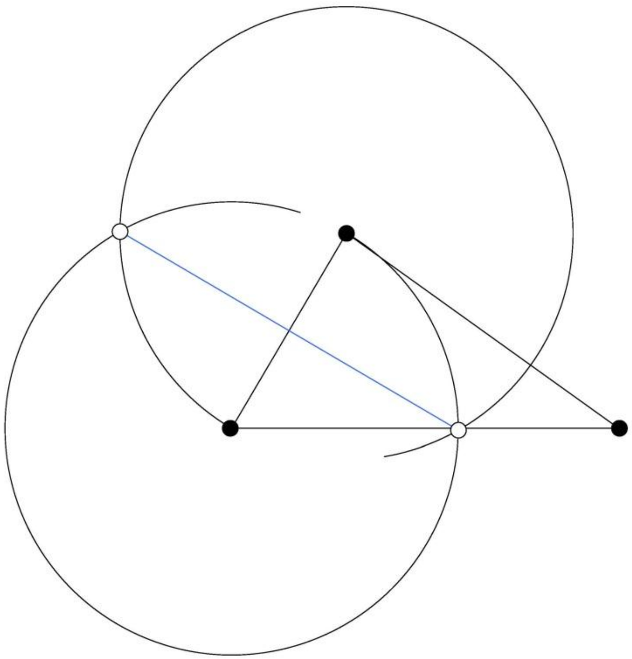


Aula 1 – Circunferência 2



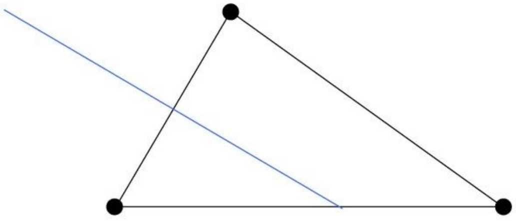
Marcamos cada uma das interseções das circunferências com pontos.

Aula 1 – Circunferência 2

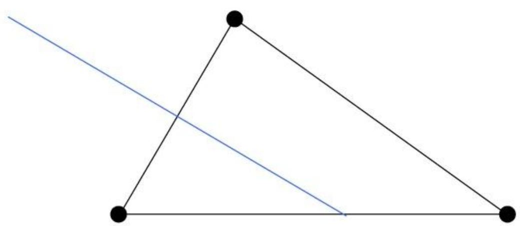


Traçamos um segmento de reta que une os dois pontos, e divide o segmento anterior em duas partes iguais, a mediatriz.

Aula 1 – Circunferência 2

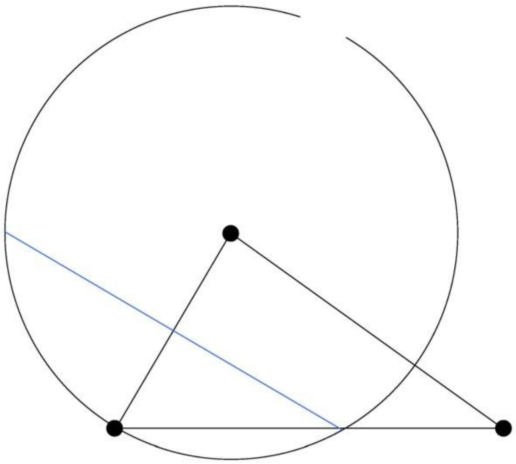


Aula 1 – Circunferência 2

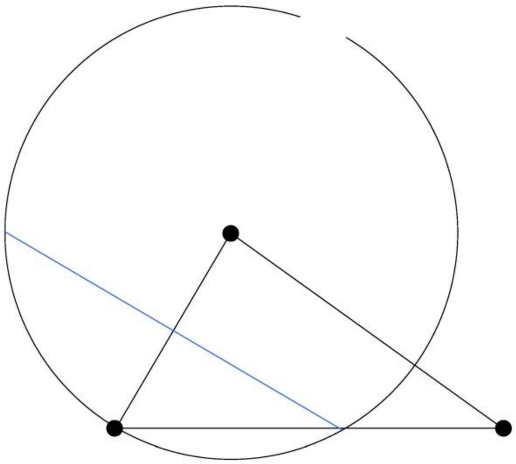


Apagamos as circunferências auxiliares e deixamos somente a mediatriz.

Aula 1 – Circunferência 2

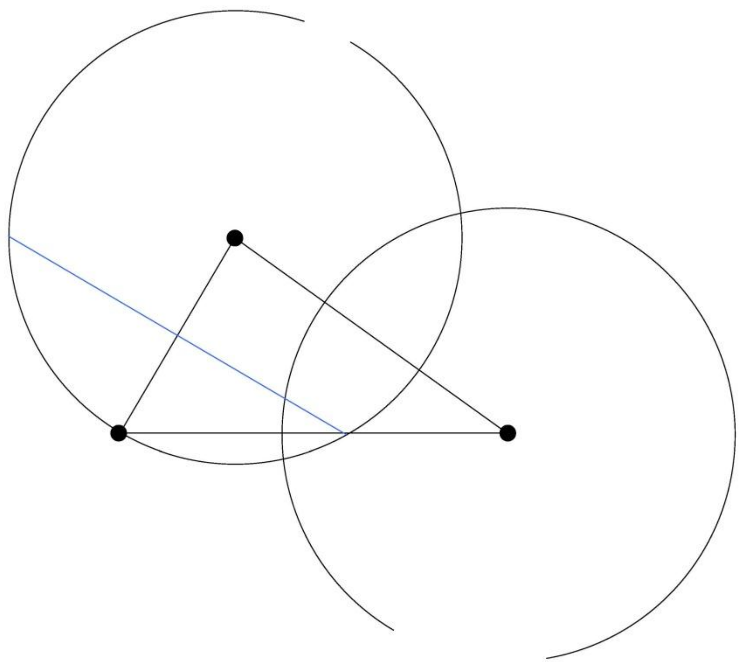


Aula 1 – Circunferência 2

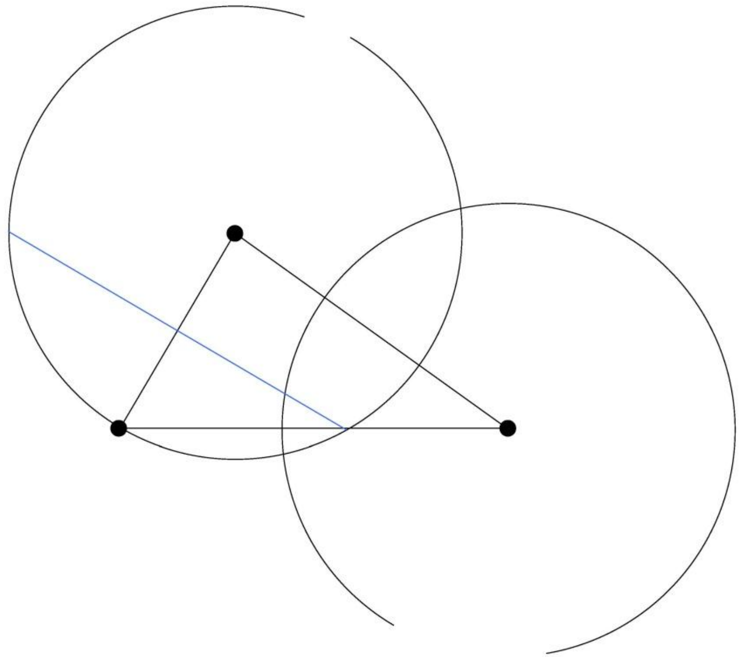


Traçamos a mesma circunferência.

Aula 1 – Circunferência 2

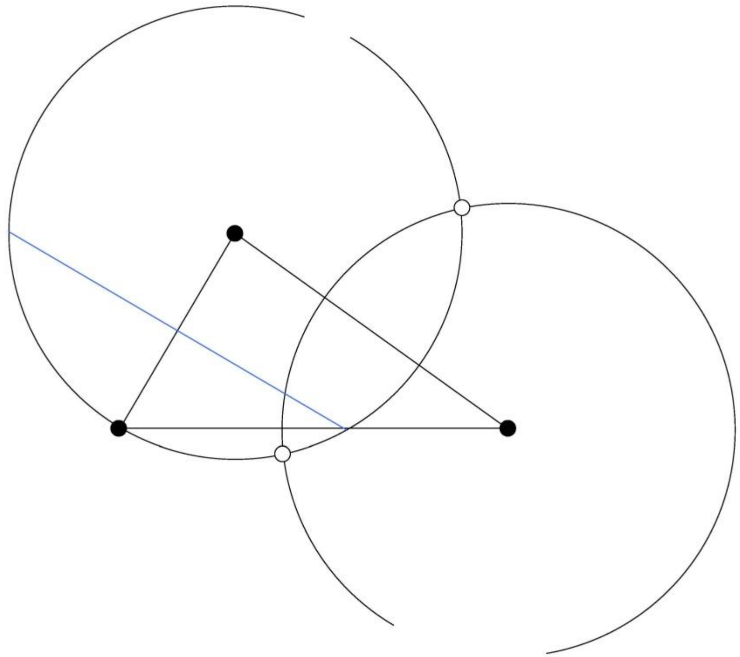


Aula 1 – Circunferência 2

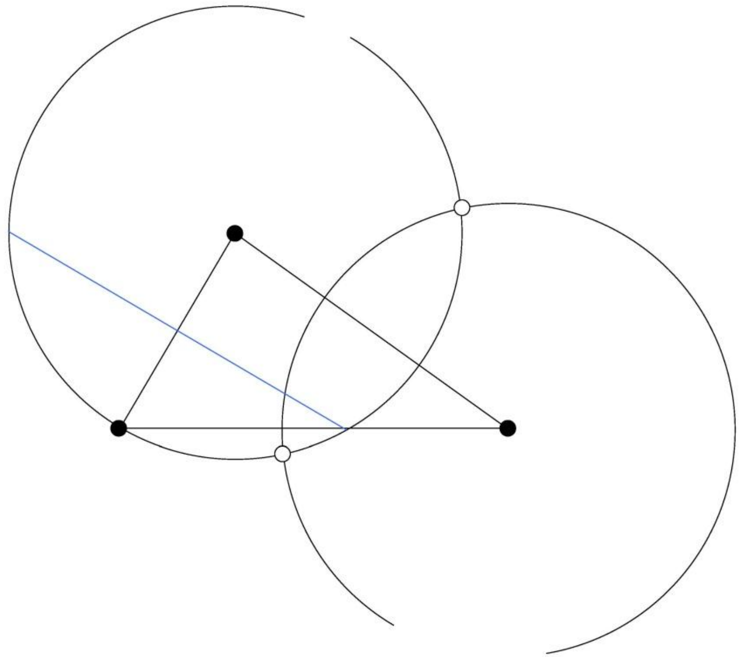


Traçamos outra circunferência de mesmo raio da anterior com centro e um ponto que passa pelo outro.

Aula 1 – Circunferência 2

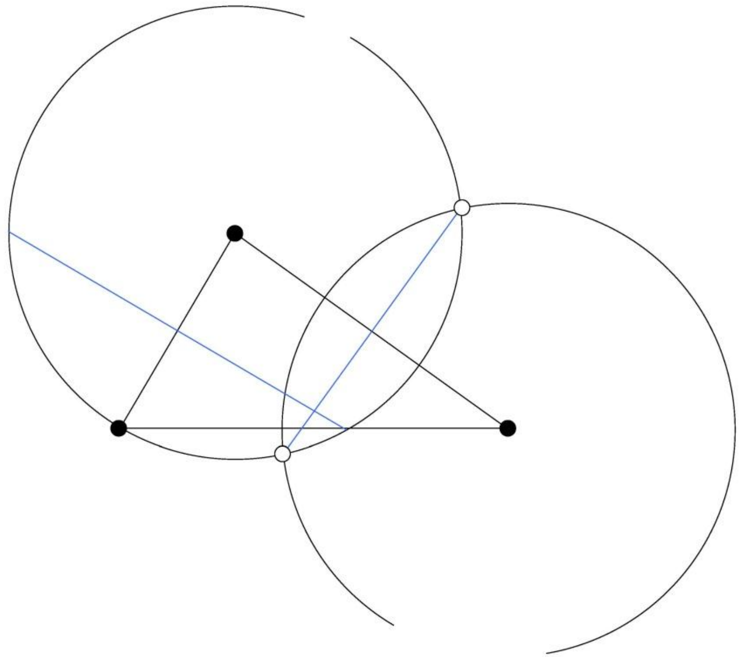


Aula 1 – Circunferência 2

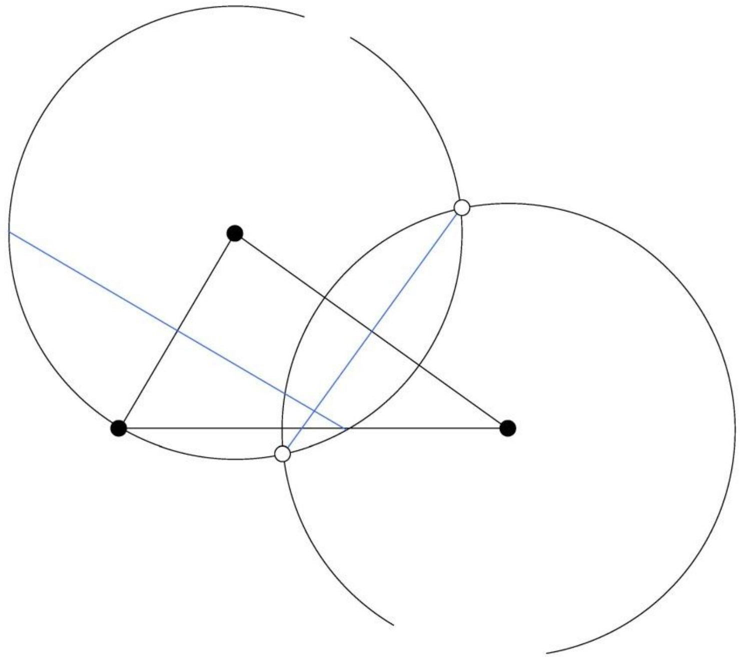


Marcamos cada uma das interseções das circunferências com pontos.

Aula 1 – Circunferência 2

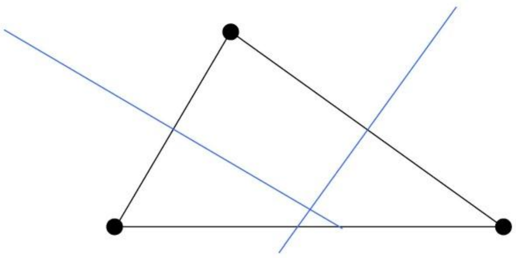


Aula 1 – Circunferência 2

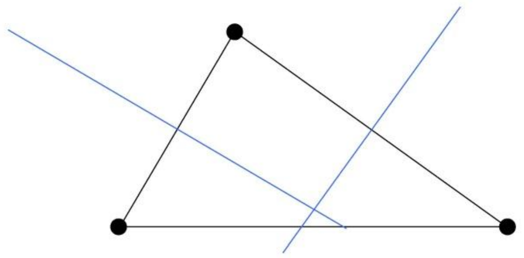


Traçamos um segmento de reta que une os dois pontos, e divide o segmento anterior em duas partes iguais, a mediatriz.

Aula 1 – Circunferência 2

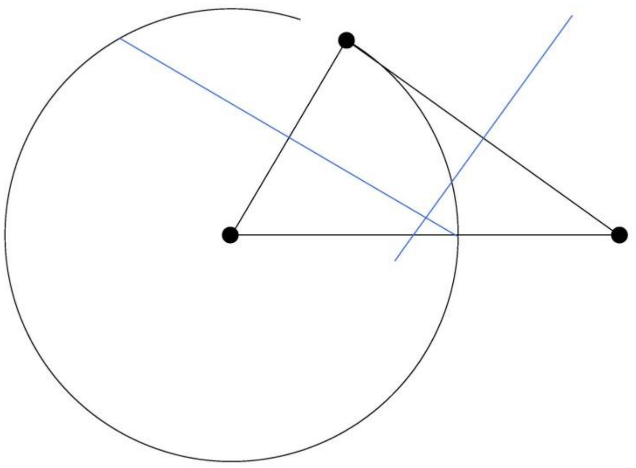


Aula 1 – Circunferência 2

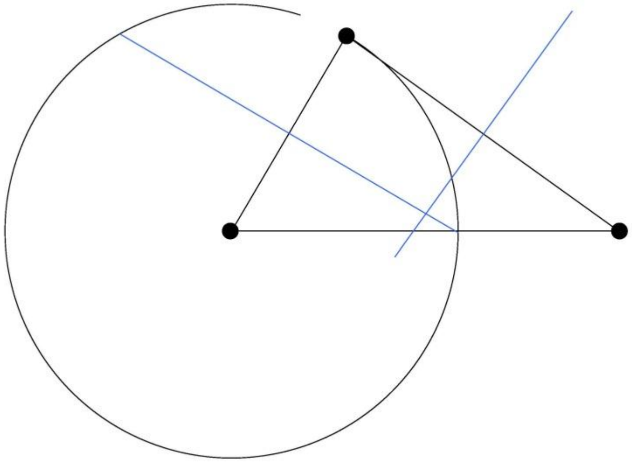


Apagamos as circunferências auxiliares e deixamos somente as duas mediatrizes.

Aula 1 – Circunferência 2

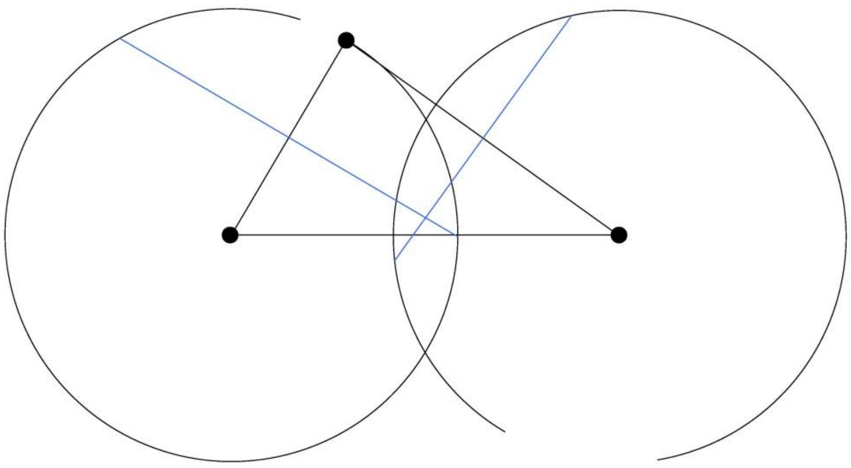


Aula 1 – Circunferência 2

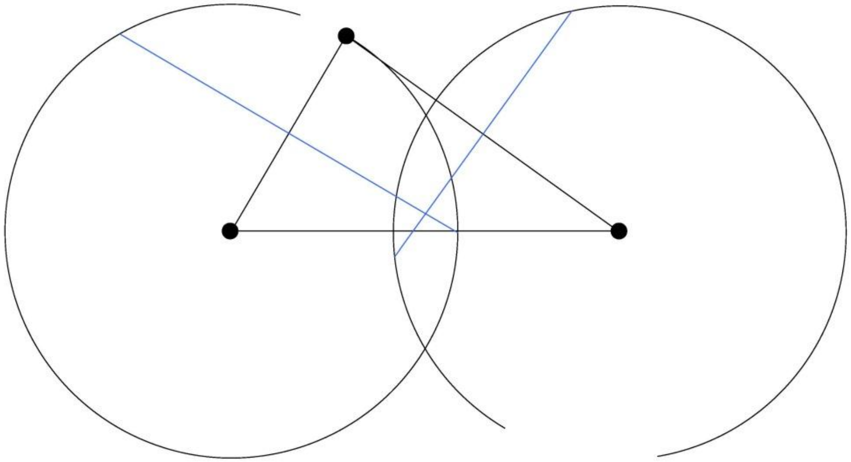


Traçamos a mesma circunferência.

Aula 1 – Circunferência 2

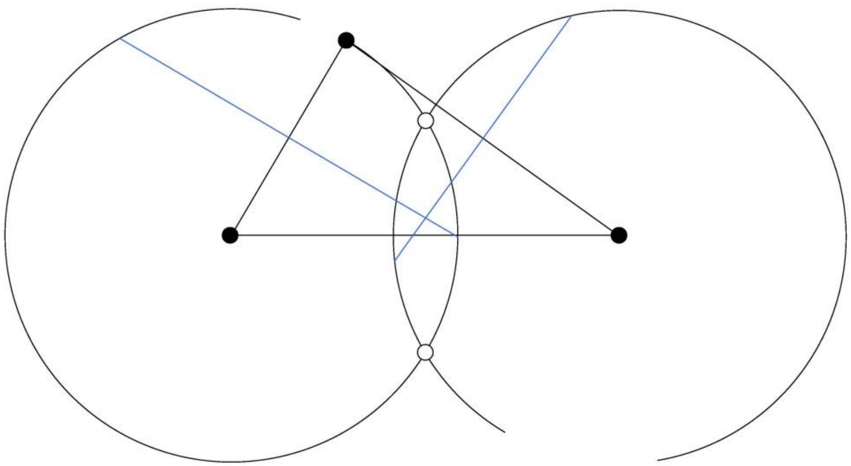


Aula 1 – Circunferência 2

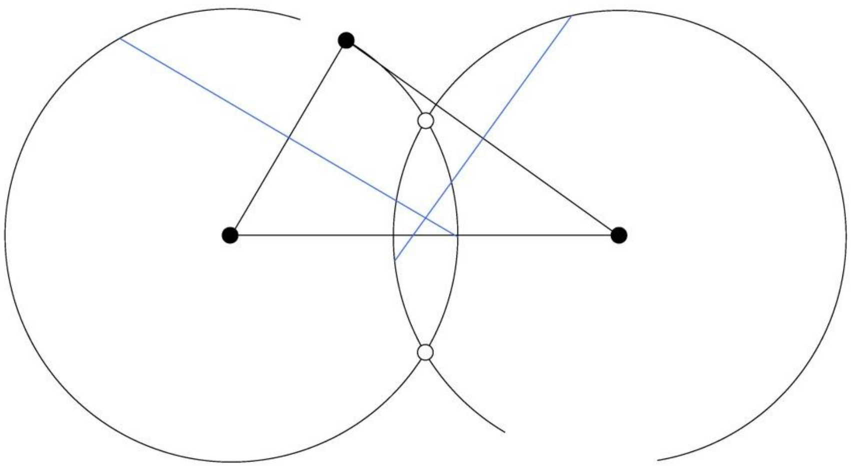


Traçamos outra circunferência de mesmo raio da anterior com centro e um ponto que passa pelo outro.

Aula 1 – Circunferência 2

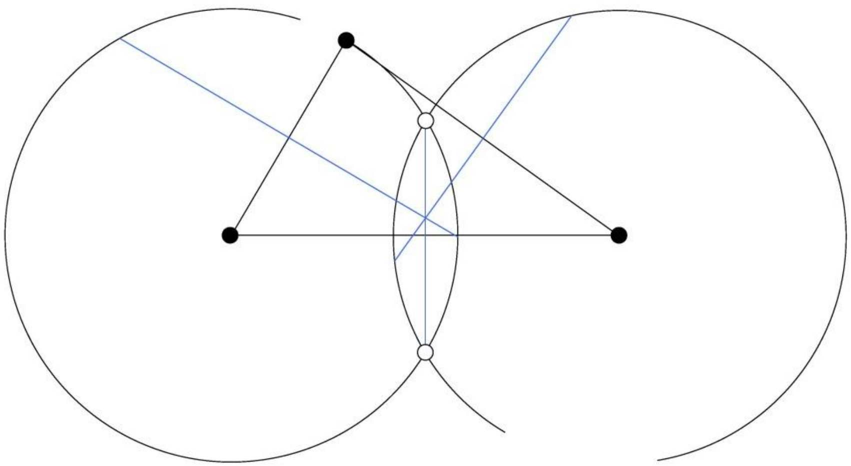


Aula 1 – Circunferência 2

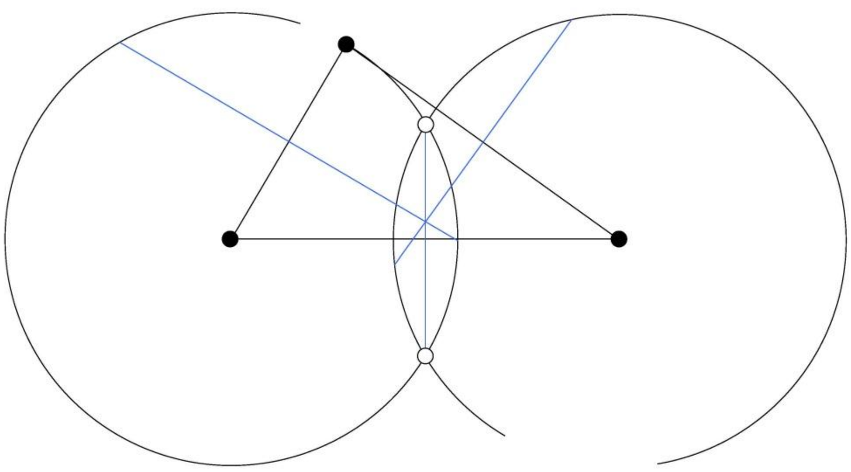


Marcamos cada uma das interseções das circunferências com pontos.

Aula 1 – Circunferência 2

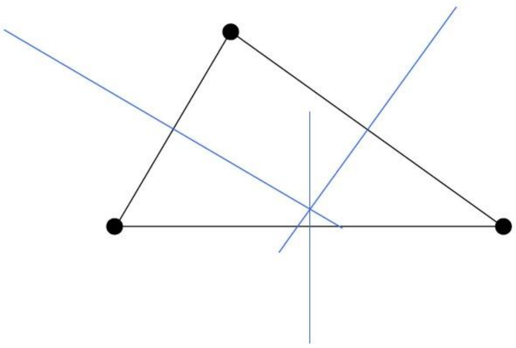


Aula 1 – Circunferência 2

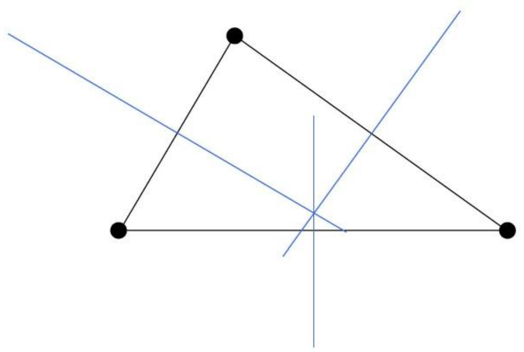


Traçamos um segmento de reta que une os dois pontos, e divide o segmento anterior em duas partes iguais, a mediatriz.

Aula 1 – Circunferência 2

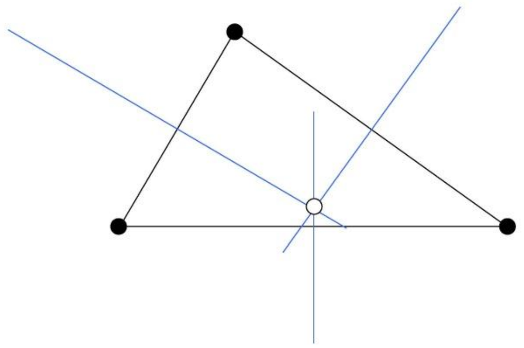


Aula 1 – Circunferência 2

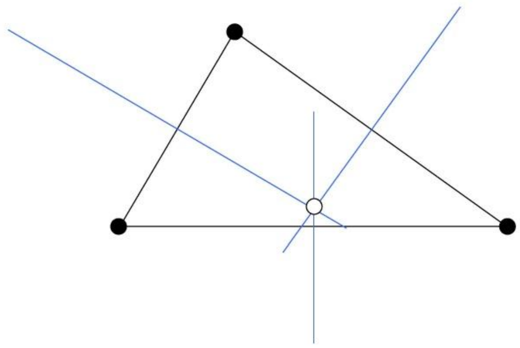


Apagamos as circunferências auxiliares e deixamos somente as três mediatrizes.

Aula 1 – Circunferência 2

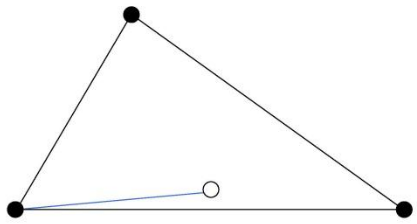


Aula 1 – Circunferência 2

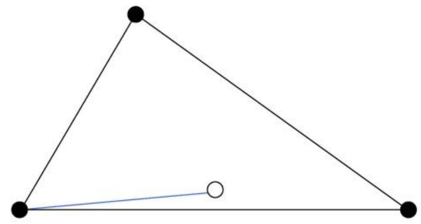


Marcamos com um ponto a interseção das mediatrizes.

Aula 1 – Circunferência 2

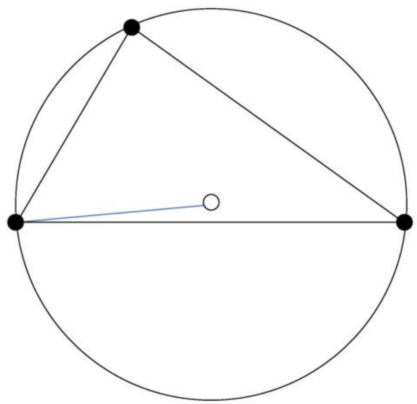


Aula 1 – Circunferência 2

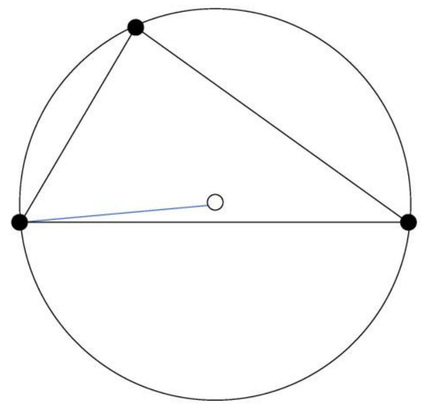


O ponto da interseção das mediatrizes é equidistante aos três pontos iniciais.

Aula 1 – Circunferência 2

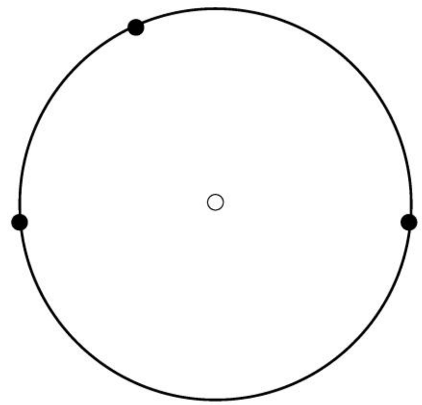


Aula 1 – Circunferência 2



Com o compasso traçamos a circunferência que passa pelos três pontos iniciais.

Aula 1 – Circunferência 2



Aula 1 – Triângulo Equilátero

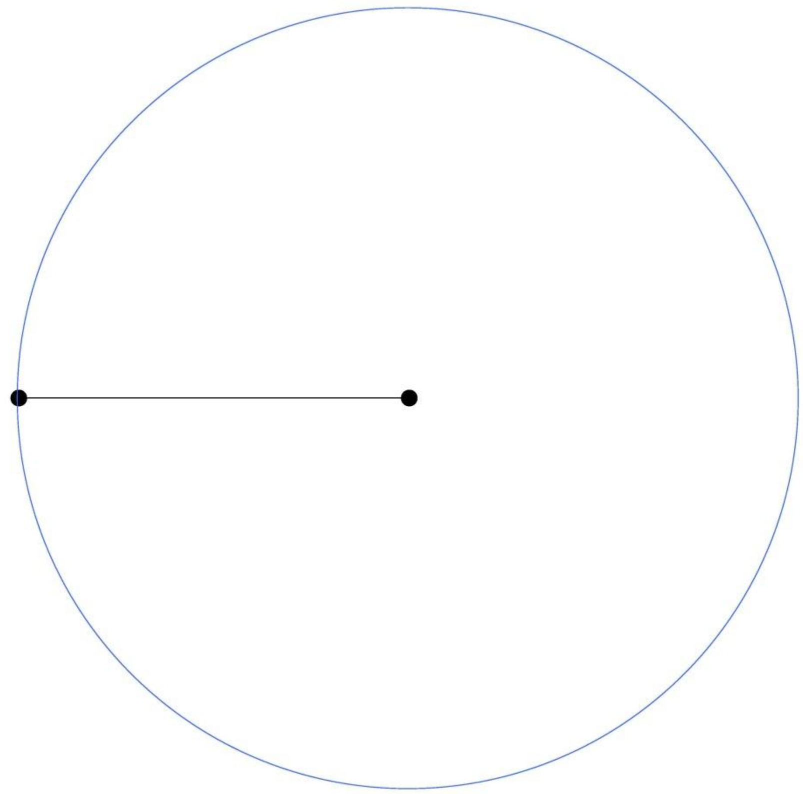
- A partir da construção de uma circunferência traçaremos um triângulo equilátero inscrito na mesma.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

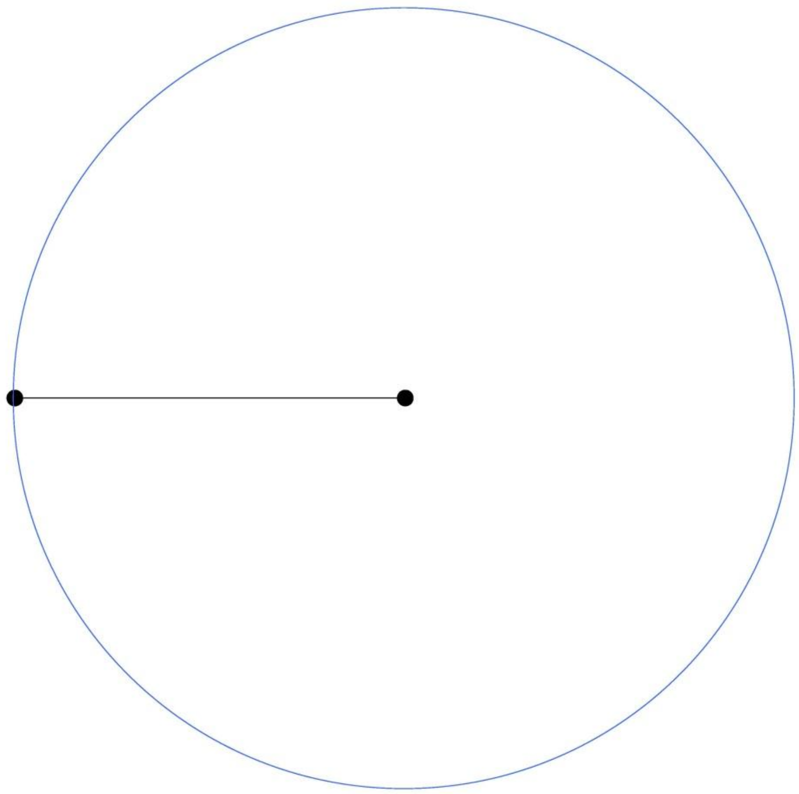
Aula 1 – Triângulo Equilátero

Dado o diâmetro construiremos a circunferência.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

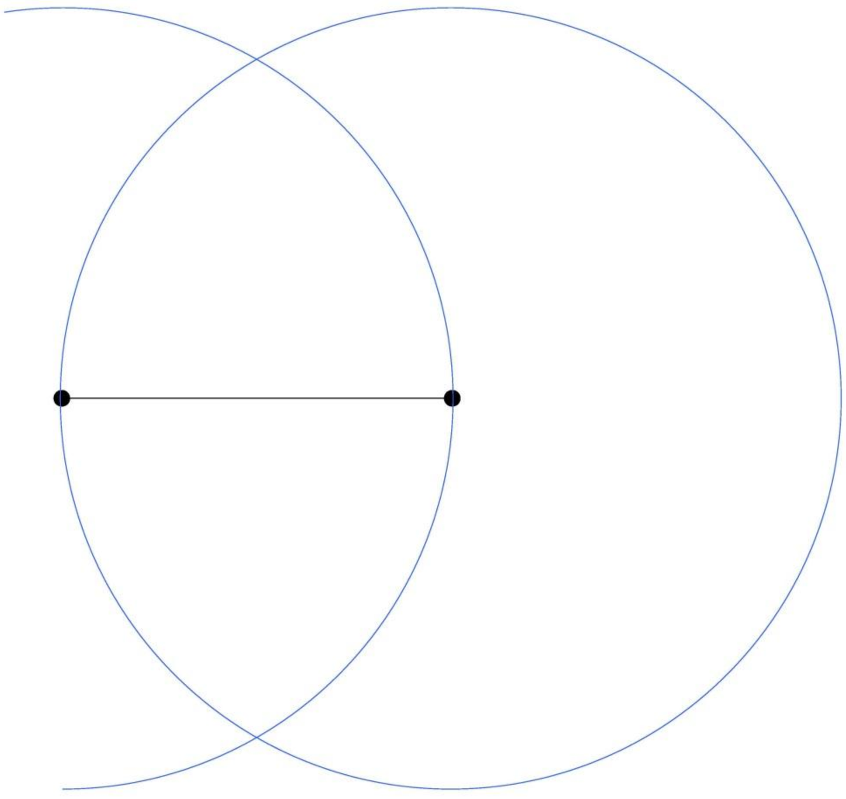


Aula 1 – Triângulo Equilátero

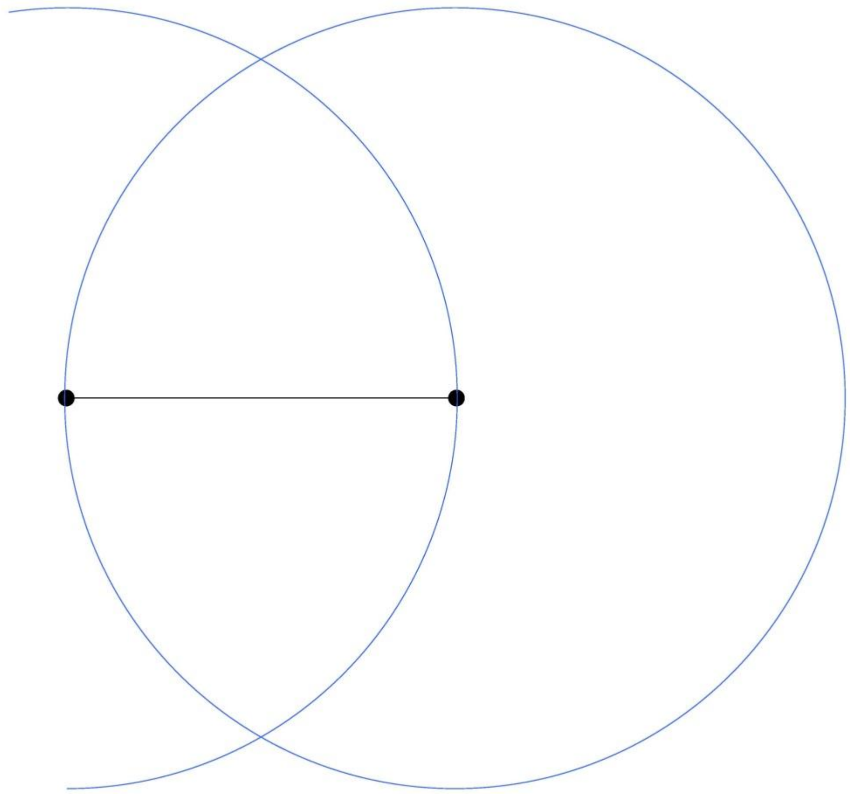


Com o compasso traçaremos uma circunferência de raio igual ao diâmetro dado incialmente.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

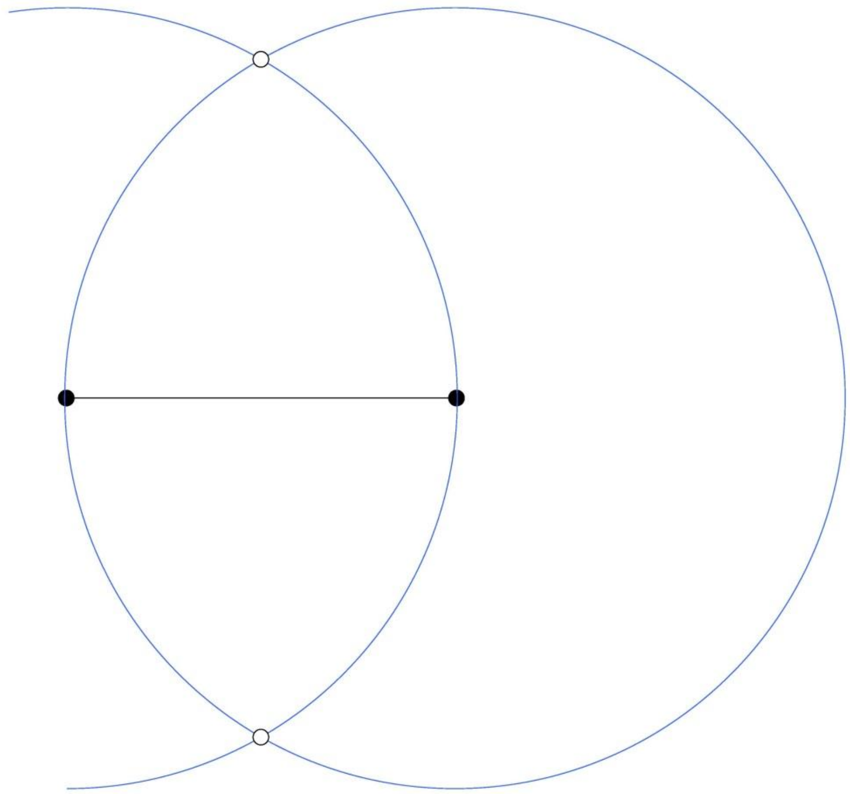


Aula 1 – Triângulo Equilátero

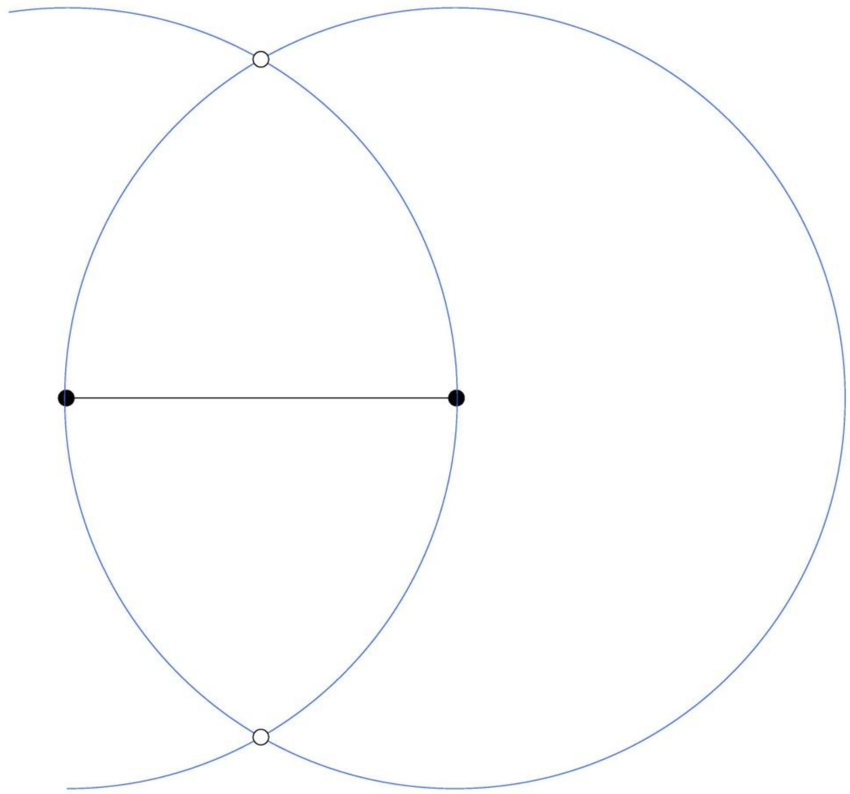


Trocando os locais da ponta seca e do grafite traçaremos outra circunferência.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

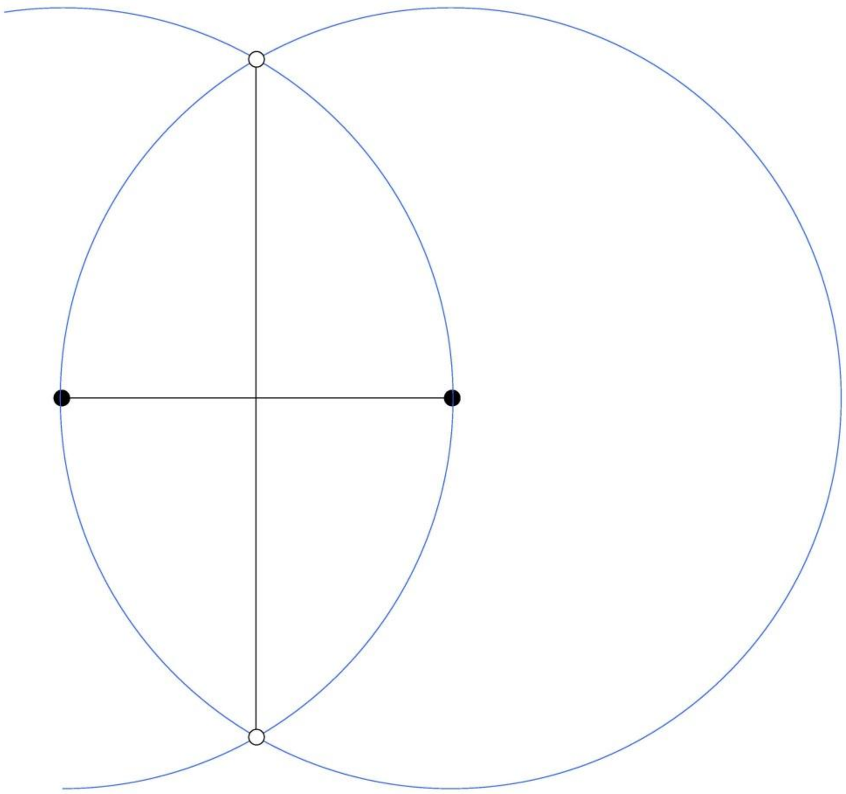


Aula 1 – Triângulo Equilátero

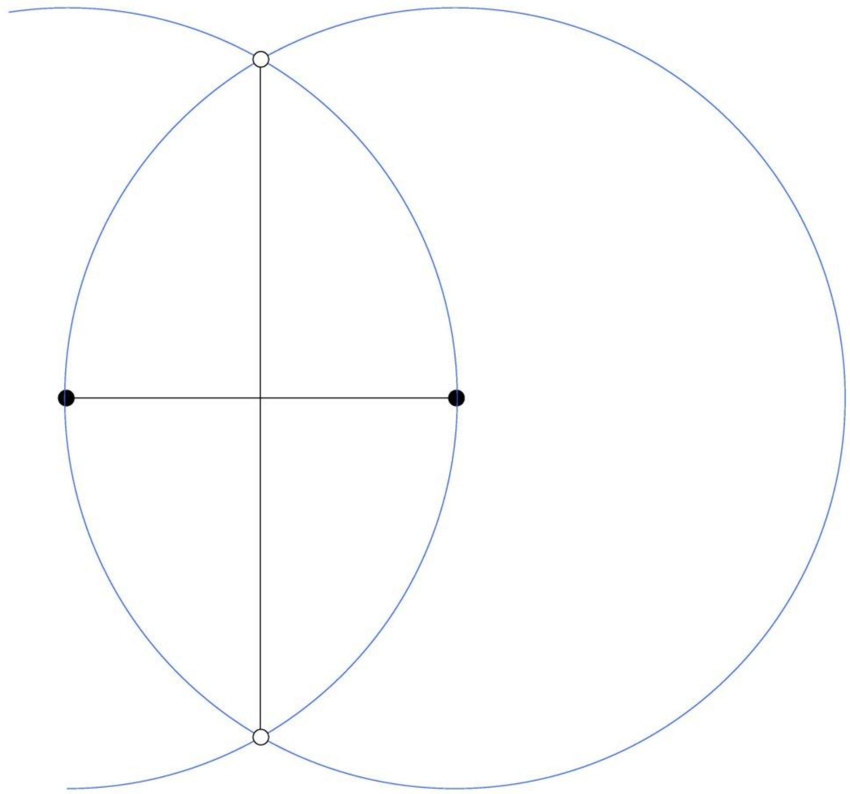


Marcamos as duas interseções das circunferências com um ponto em cada uma.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

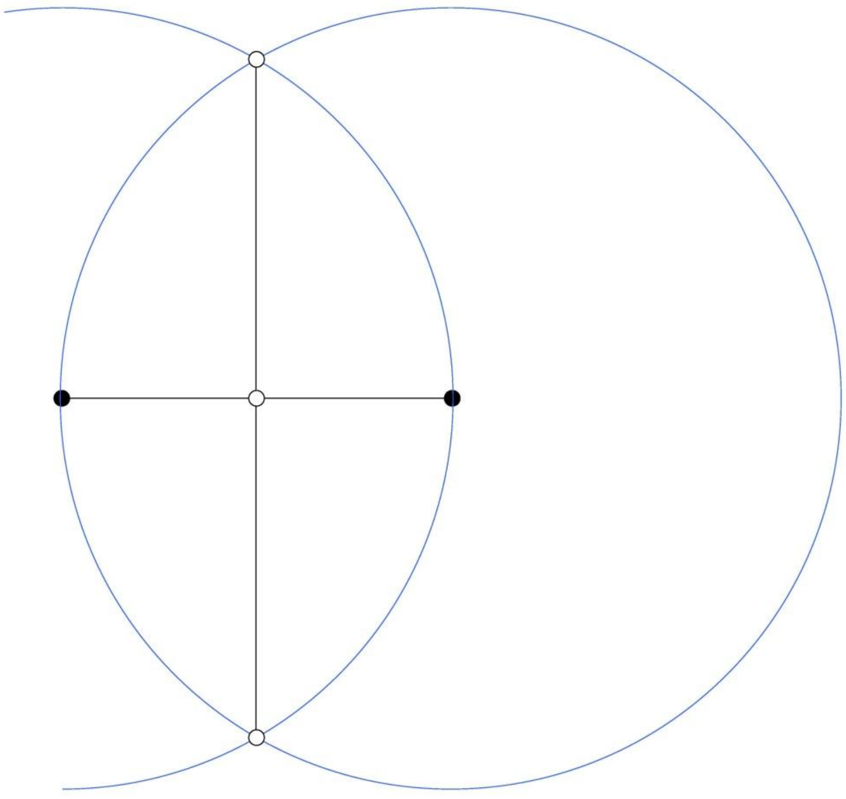


Aula 1 – Triângulo Equilátero

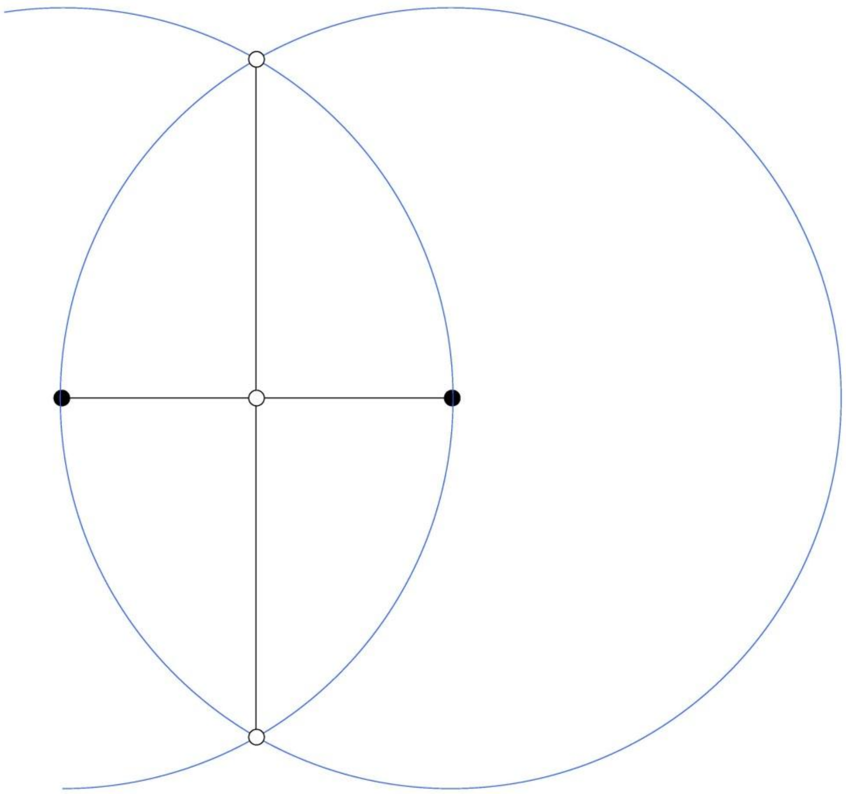


Traçamos uma reta que divide o diâmetro em duas partes iguais.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

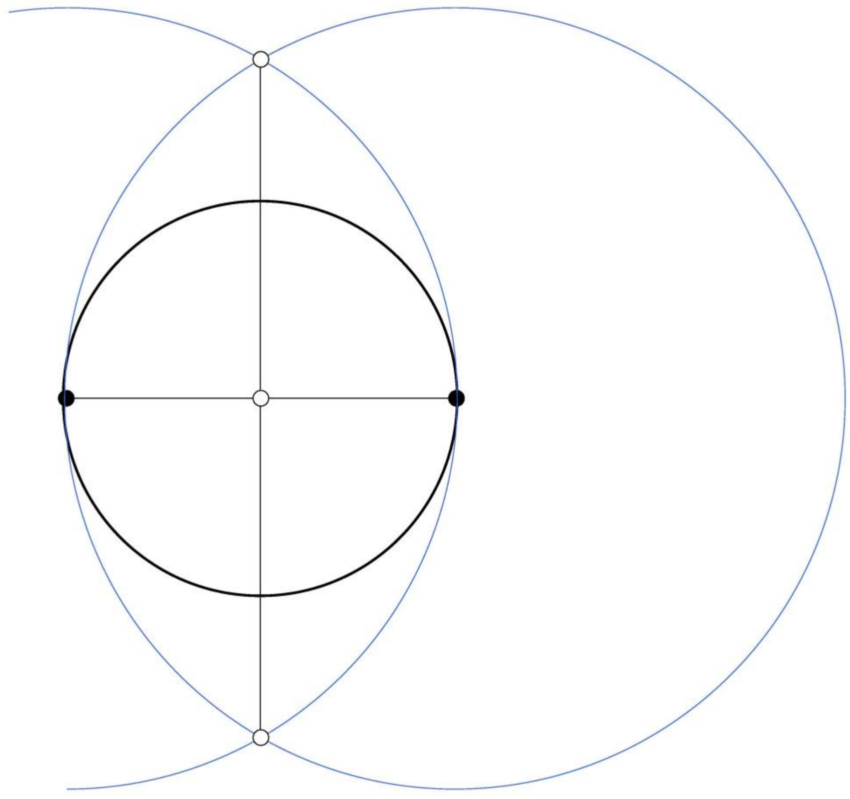


Aula 1 – Triângulo Equilátero

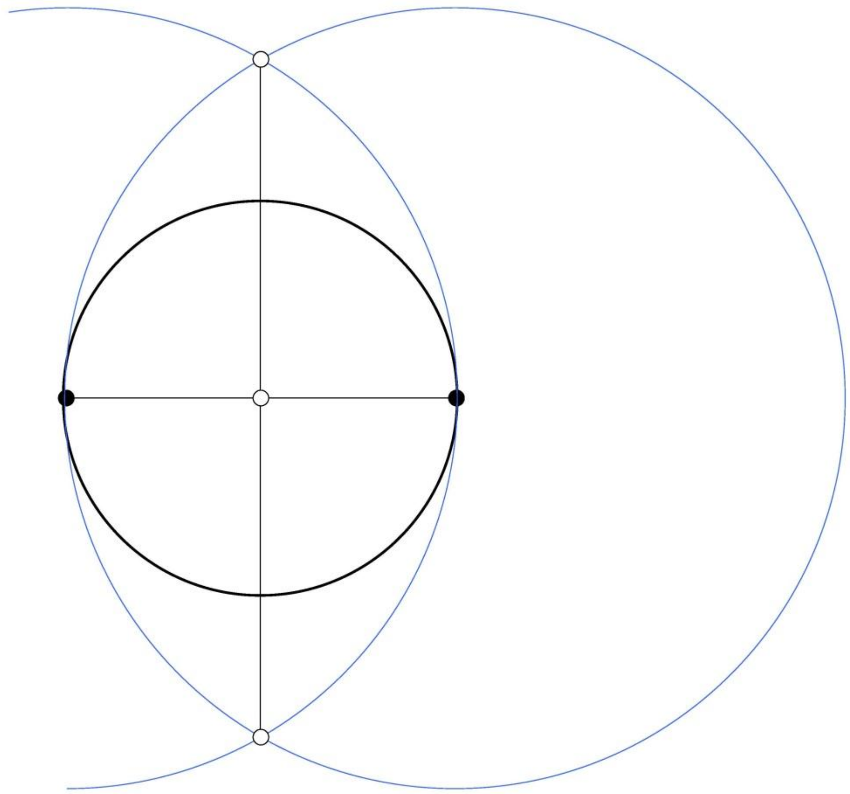


Marcamos o ponto que divide o diâmetro em duas partes iguais, ou seja, descobrimos o raio da circunferência.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

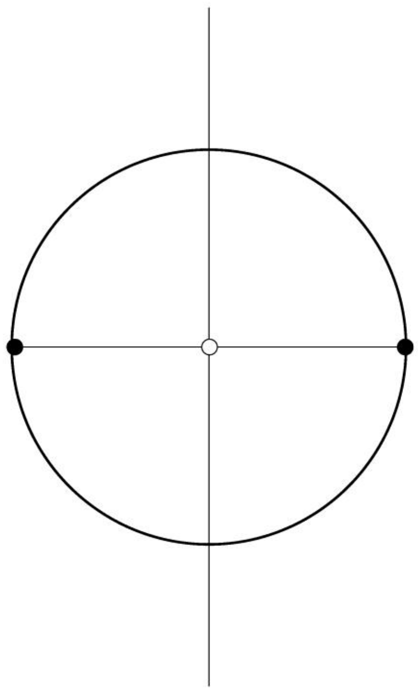


Aula 1 – Triângulo Equilátero

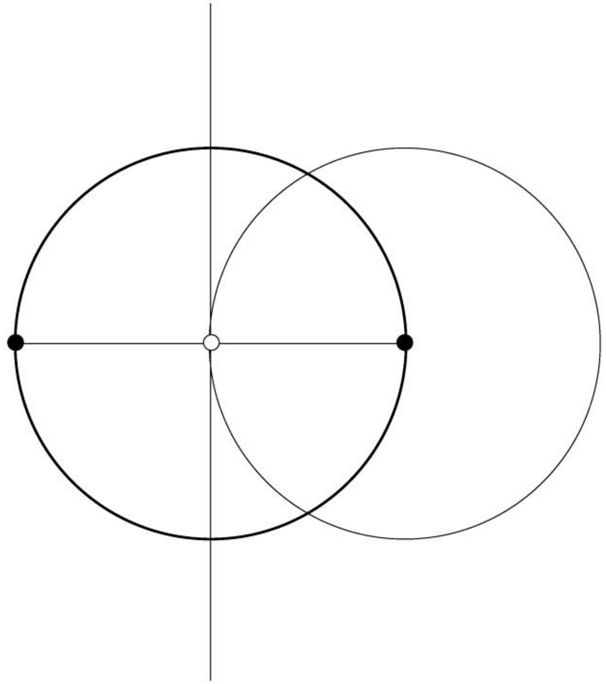


Traçamos a circunferência através do raio que descobrimos.

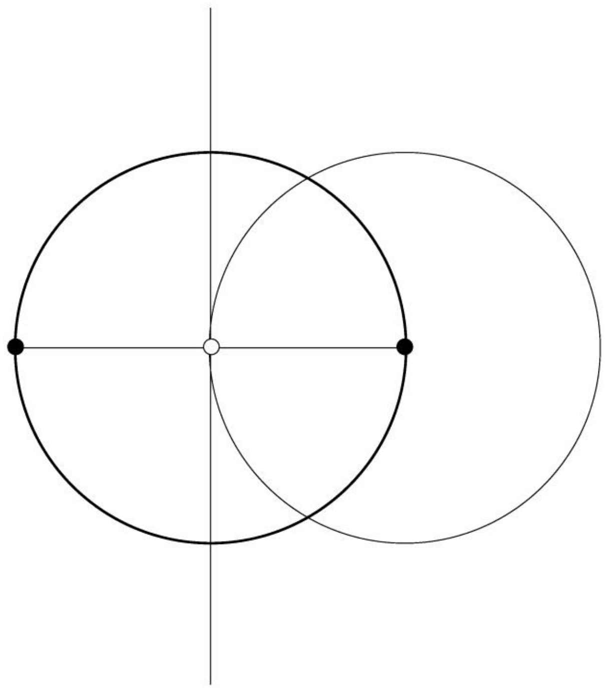
Aula 1 – Triângulo Equilátero



Aula 1 – Triângulo Equilátero

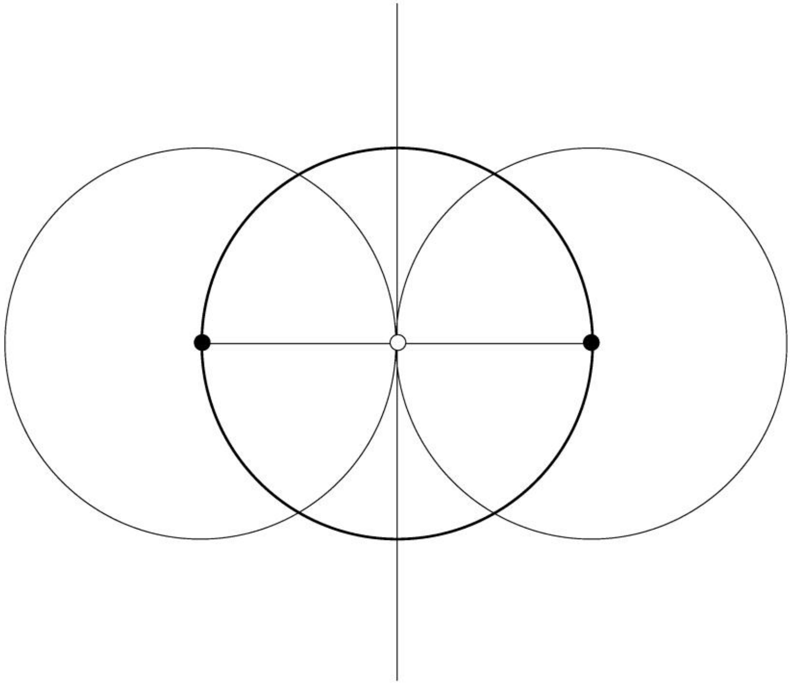


Aula 1 – Triângulo Equilátero

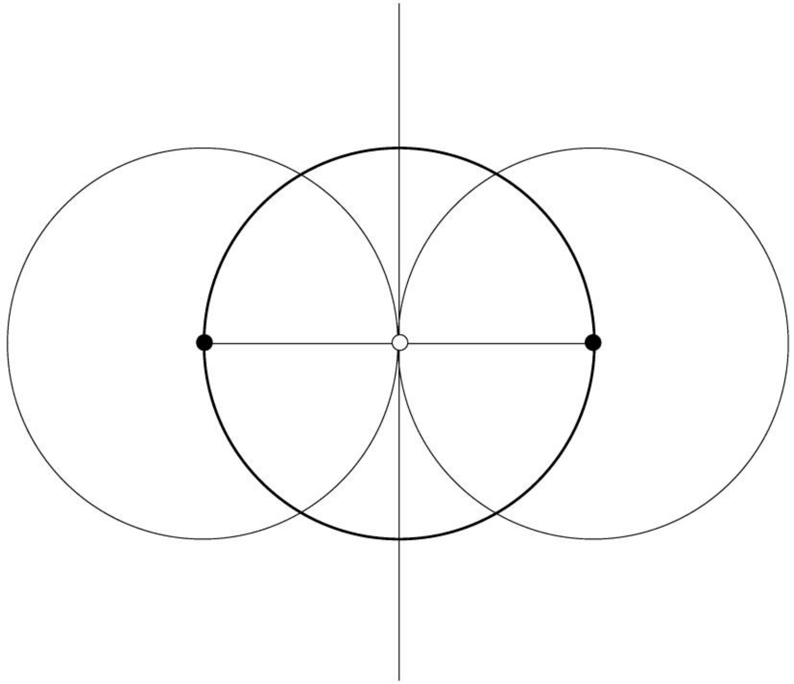


Traçamos outra circunferência com centro em uma das extremidades mas de mesmo raio da circunferência anterior.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

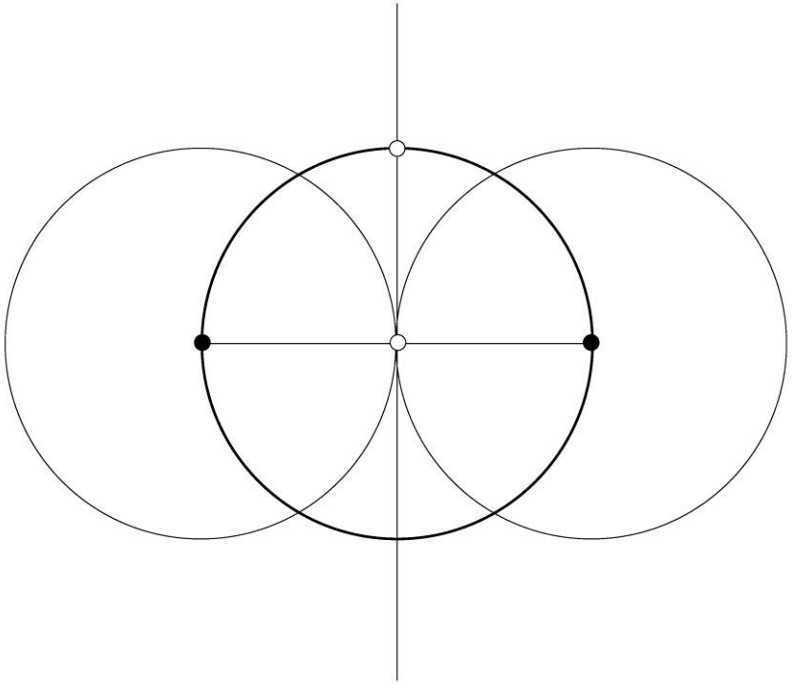


Aula 1 – Triângulo Equilátero

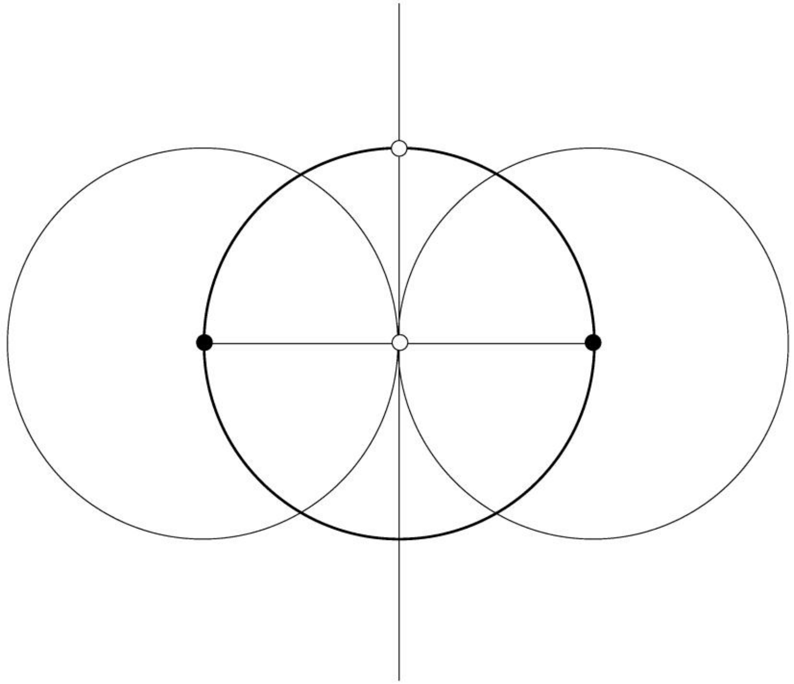


Traçamos mais uma circunferência com centro em uma das extremidades mas de mesmo raio da circunferência anterior.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

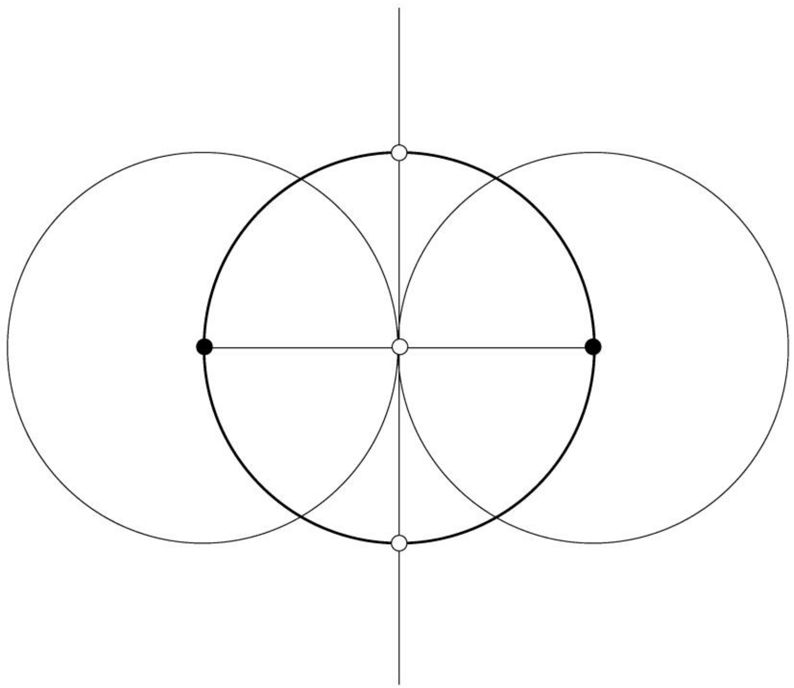


Aula 1 – Triângulo Equilátero

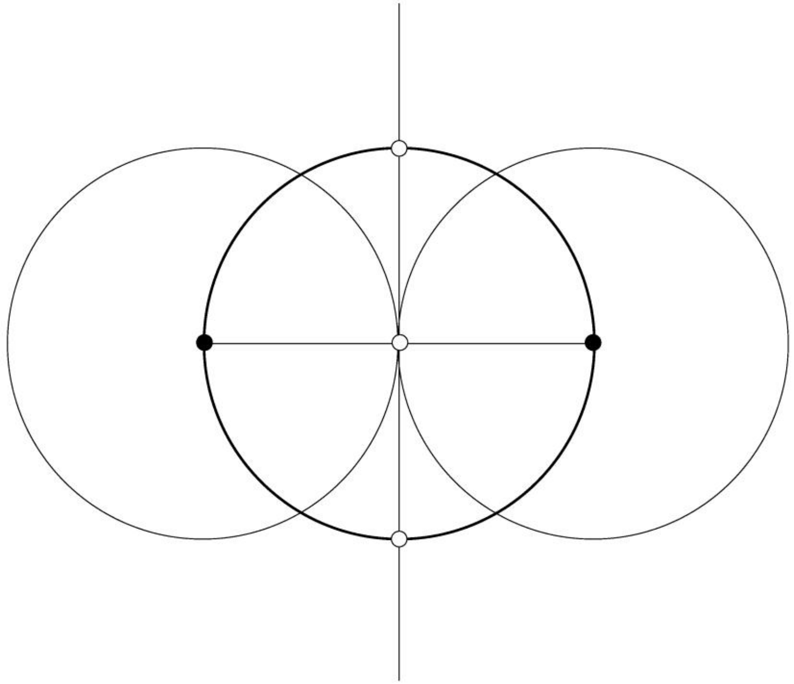


Marcamos com um ponto uma das interseções da circunferência central com a reta vertical.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

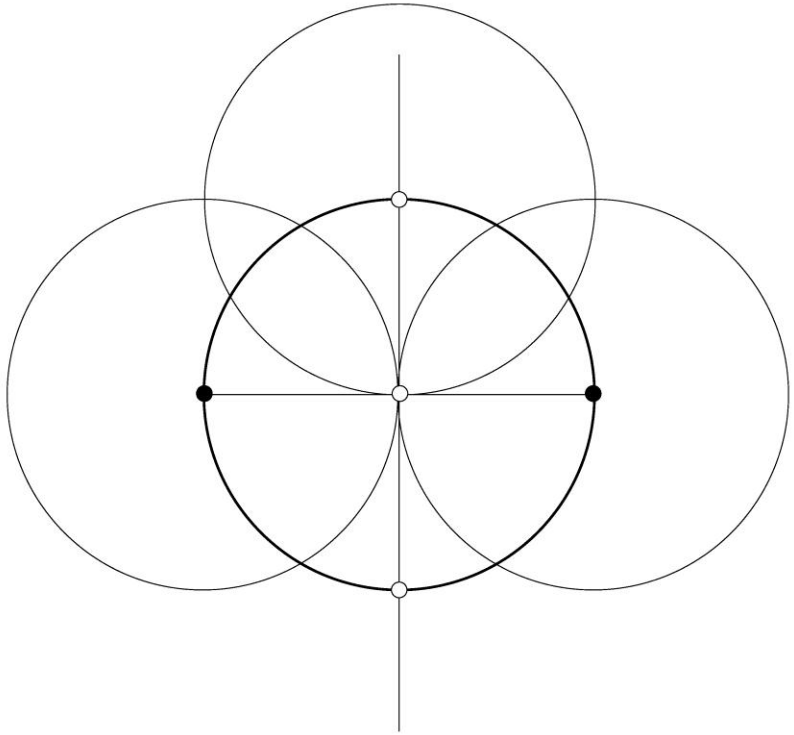


Aula 1 – Triângulo Equilátero

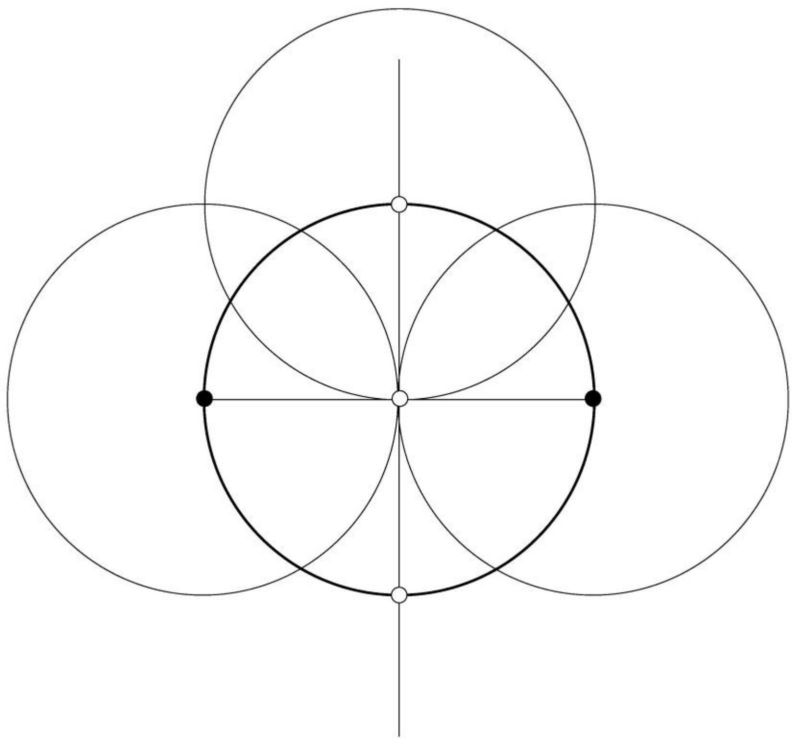


Marcamos com outro ponto a outra interseção da circunferência central com a reta vertical.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

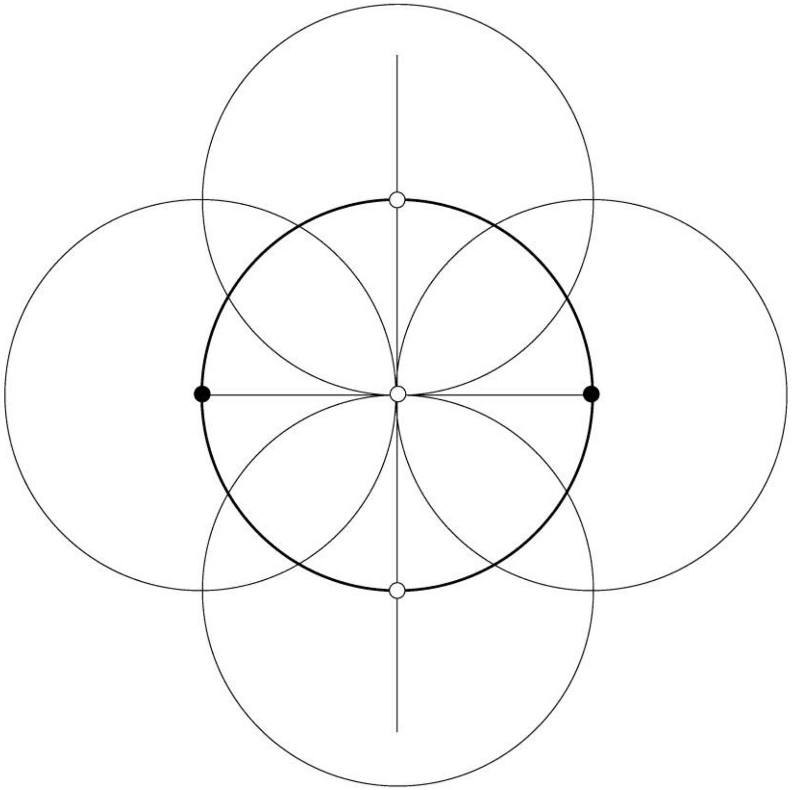


Aula 1 – Triângulo Equilátero

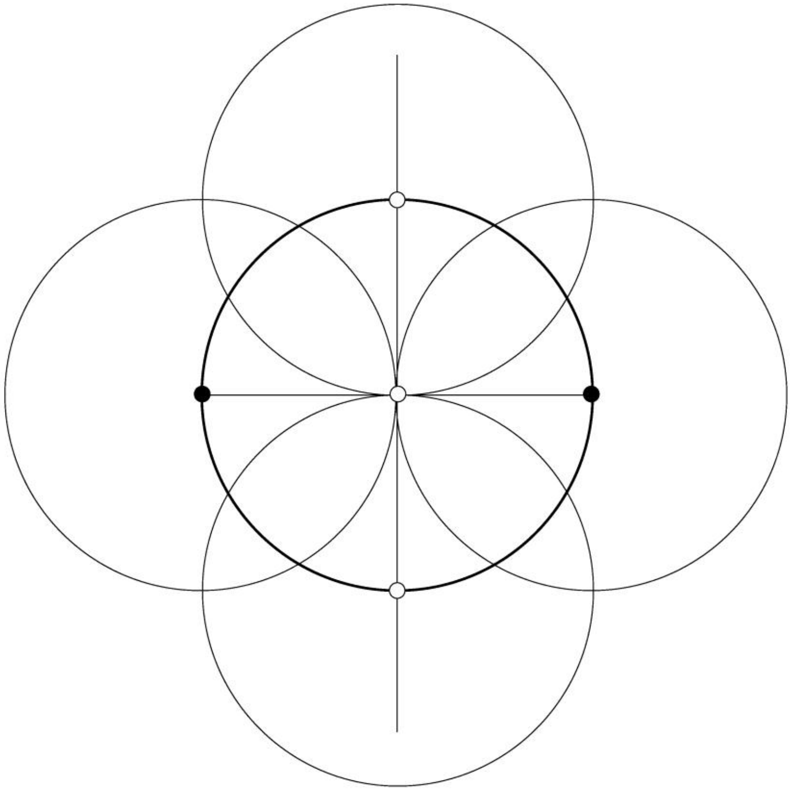


Traçamos uma circunferência com centro em uma das extremidades onde marcamos com um ponto.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

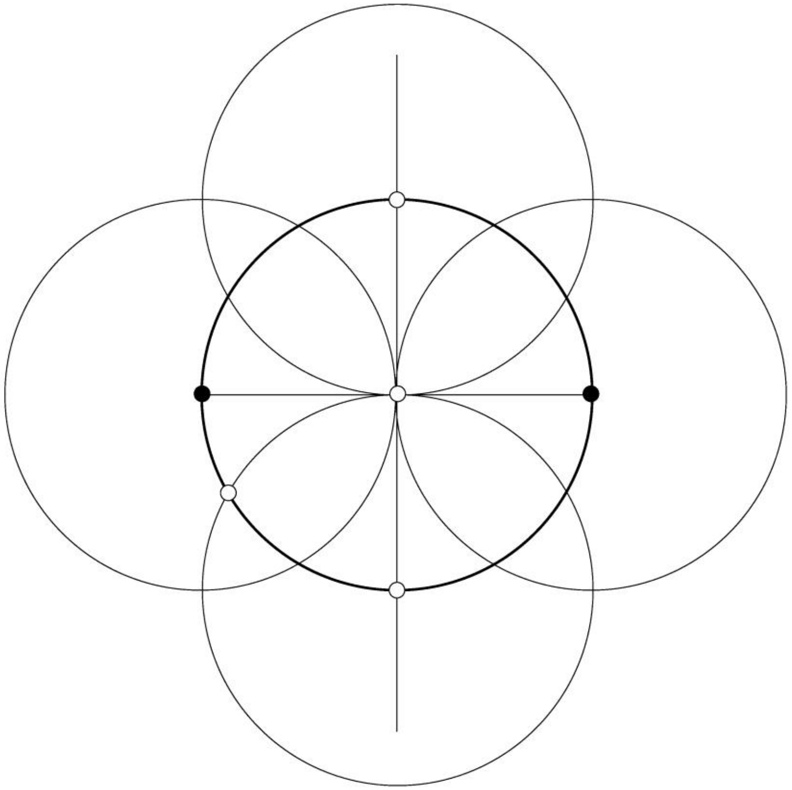


Aula 1 – Triângulo Equilátero

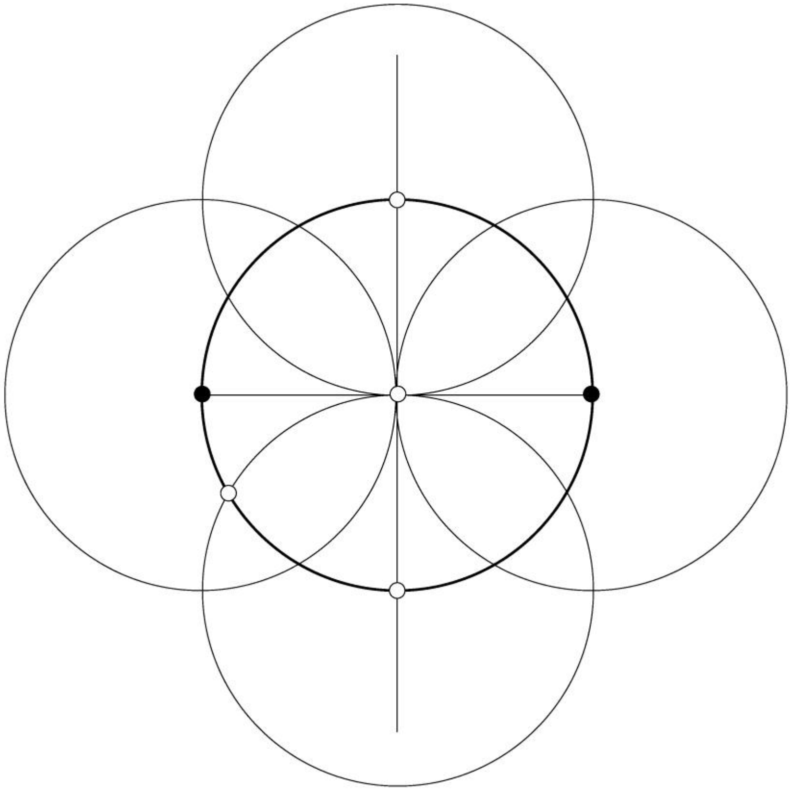


Traçamos outra circunferência com centro na outra extremidade onde marcamos com outro ponto.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

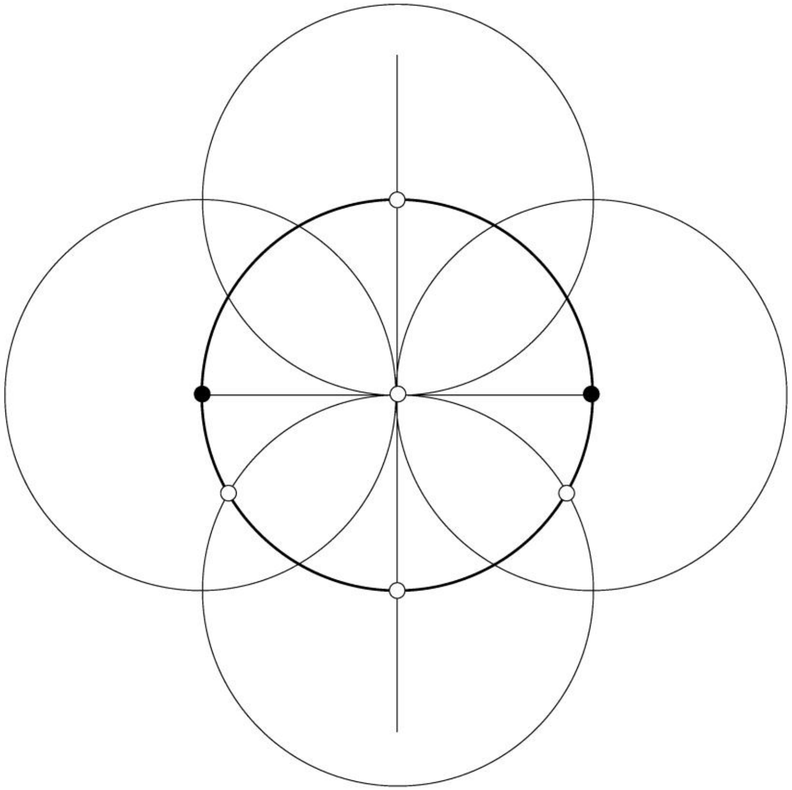


Aula 1 – Triângulo Equilátero

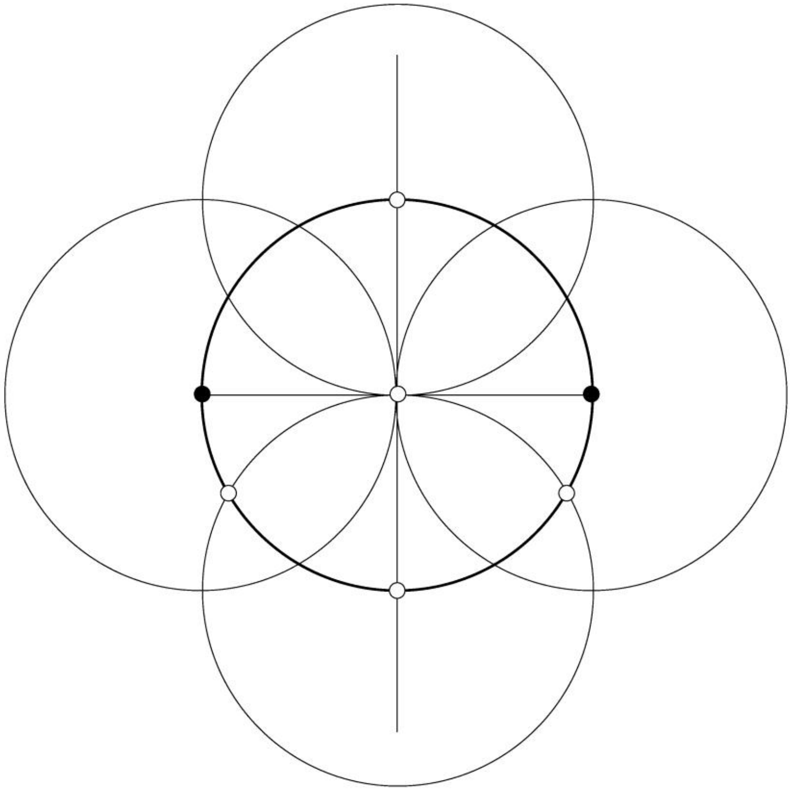


Marcamos com um ponto uma das interseções das circunferências.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

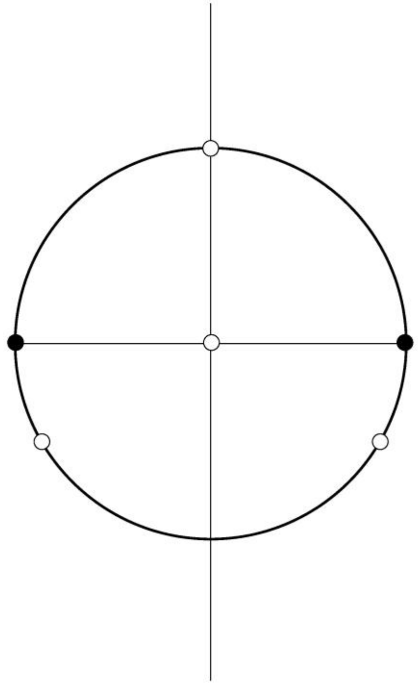


Aula 1 – Triângulo Equilátero

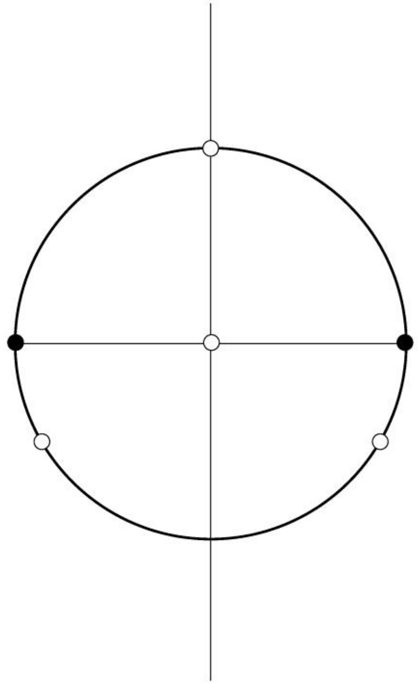


Marcamos com outro ponto a outra interseção das circunferências.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

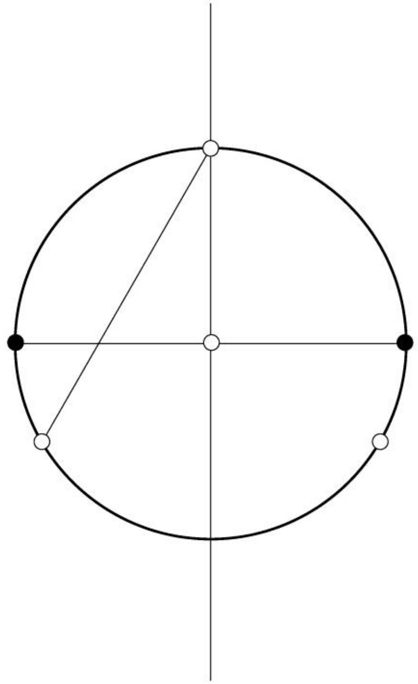


Aula 1 – Triângulo Equilátero

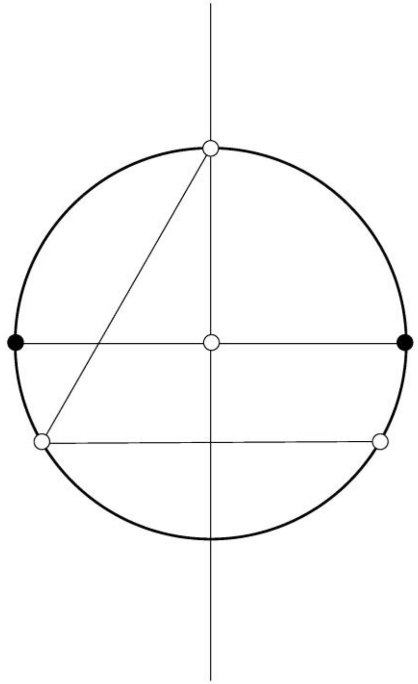


Apagamos as circunferências auxiliares.

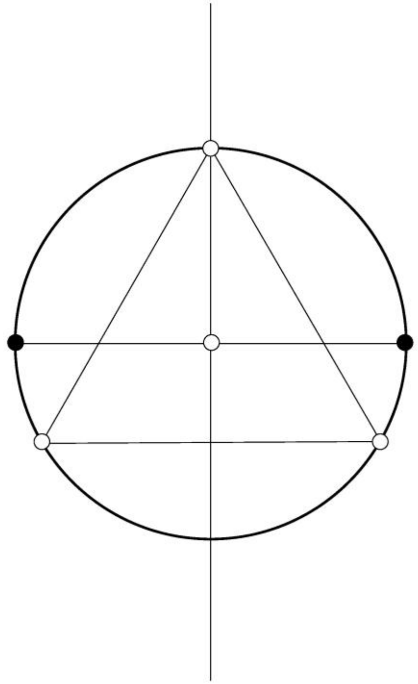
Aula 1 – Triângulo Equilátero



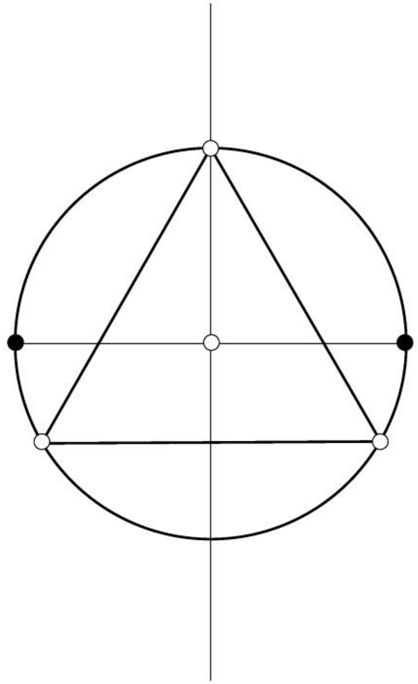
Aula 1 – Triângulo Equilátero



Aula 1 – Triângulo Equilátero

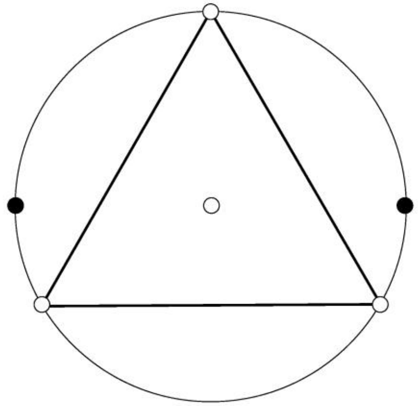


Aula 1 – Triângulo Equilátero



Temos assim um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência.

Aula 1 – Triângulo Equilátero

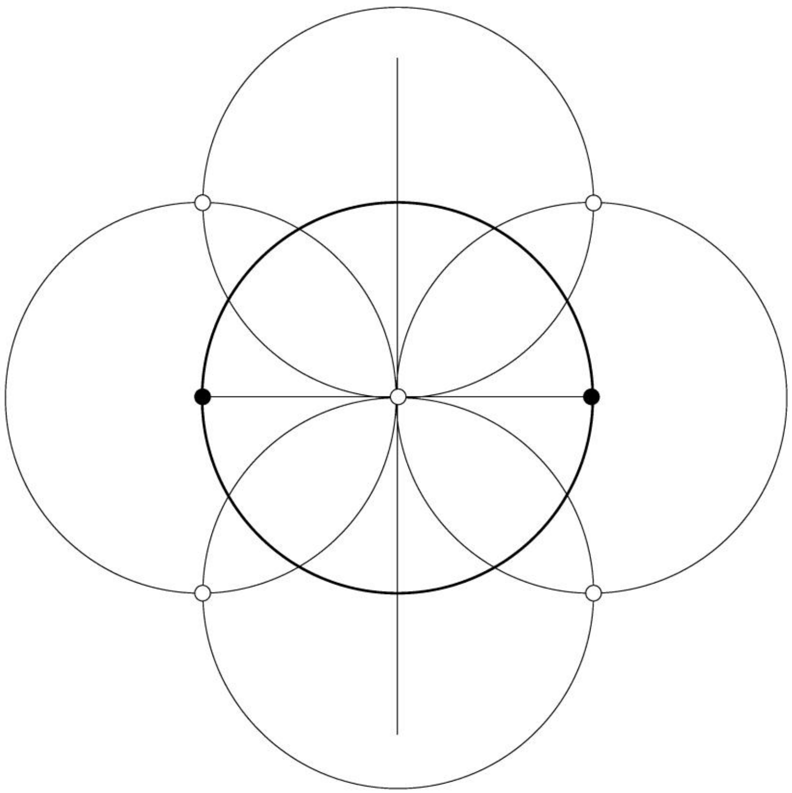


Aula 1

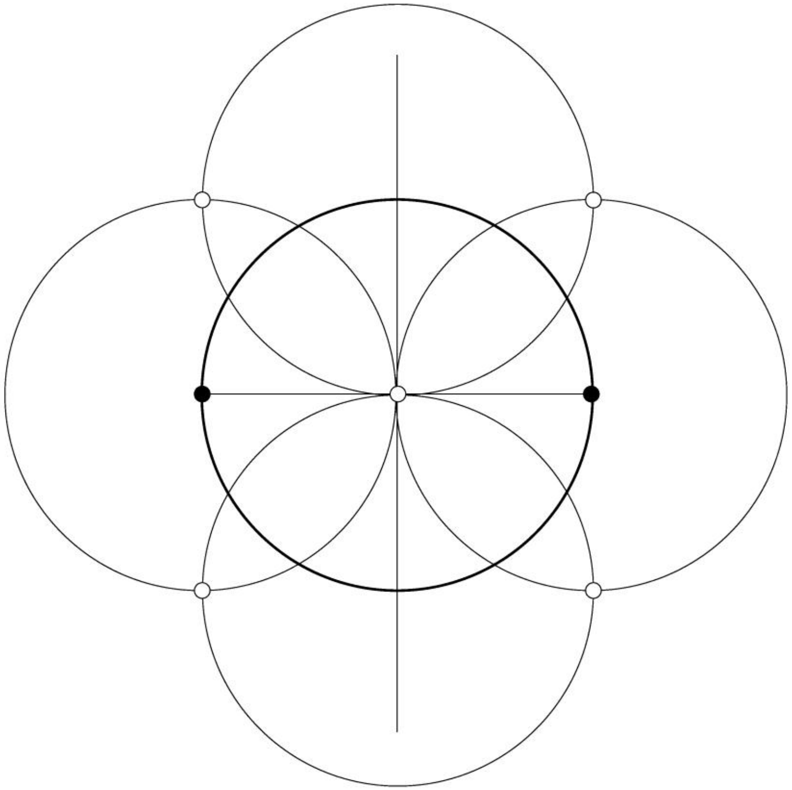
Aula 1 – Quadrado

- A partir das construções da circunferência e do triângulo equilátero construiremos um quadrado circunscrito em uma circunferência.

Aula 1 – Quadrado

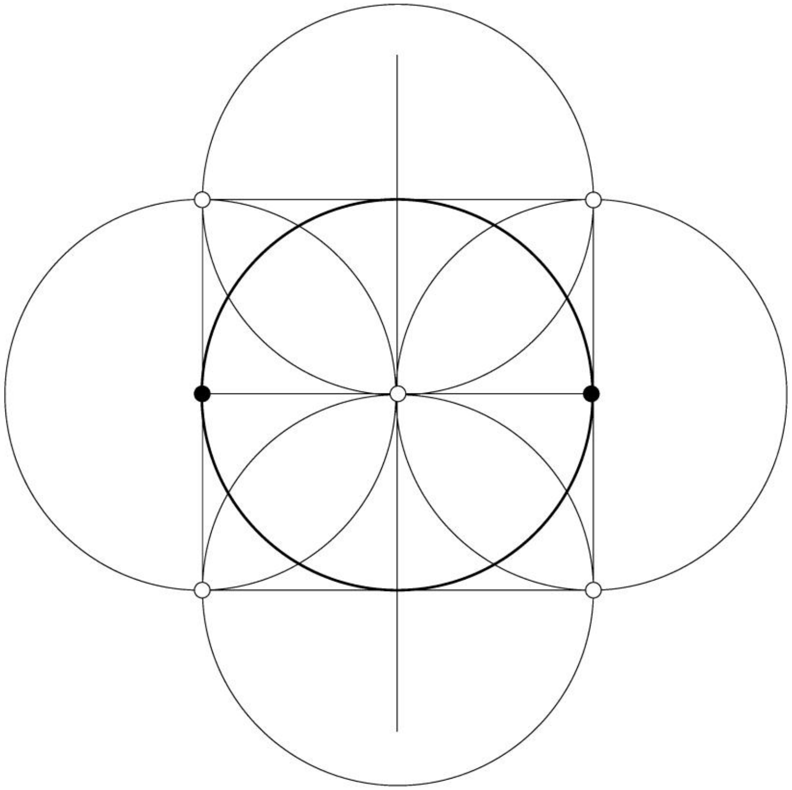


Aula 1 – Quadrado

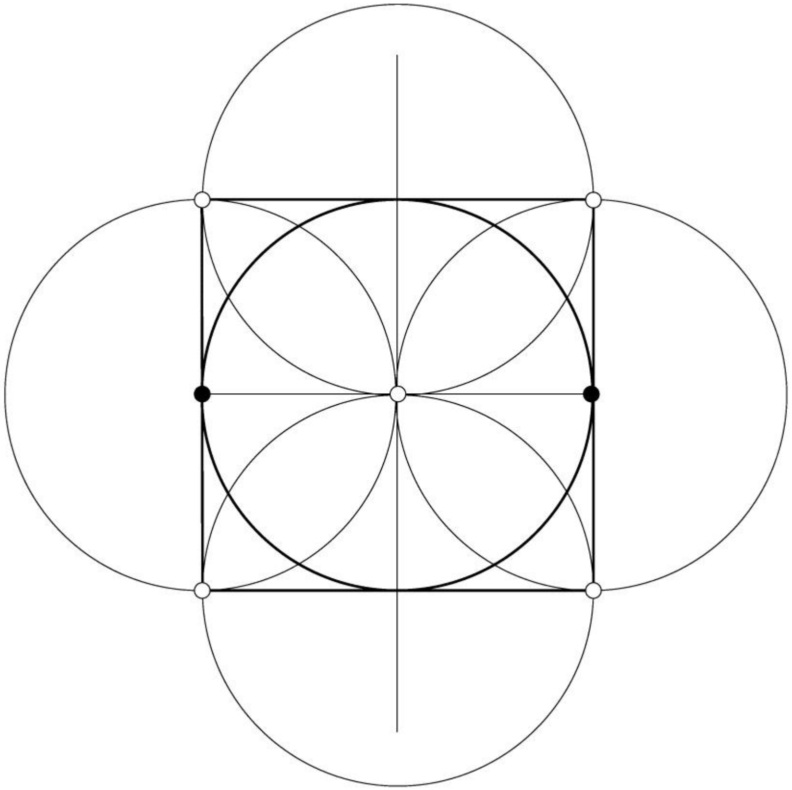


Iniciaremos a partir dessa representação onde a construção foi feita nas seções anteriores. Marcamos as interseções das circunferências auxiliares em quatro pontos.

Aula 1 – Quadrado

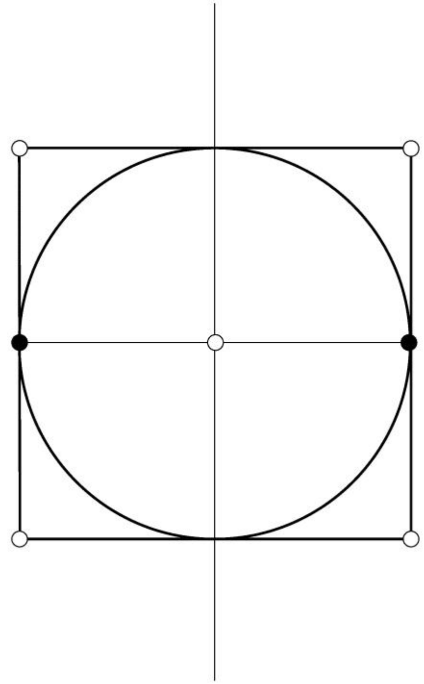


Aula 1 – Quadrado

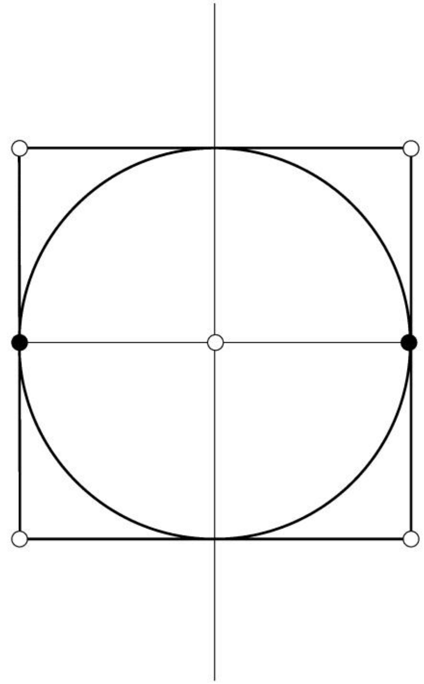


Ligando as interseções obtemos o quadrado.

Aula 1 – Quadrado

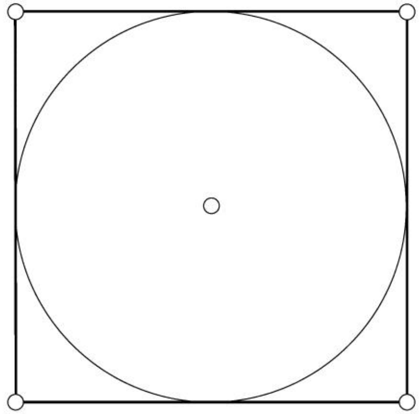


Aula 1 – Quadrado



Apagamos as circunferências auxiliares.

Aula 1 – Quadrado



Aula 2

- Nesta aula introduziremos as representações geométricas dos produtos notáveis, uma demonstração do teorema de Pitágoras, as relações de três médias da Grécia antiga e demonstraremos a constante de Arquimedes.

Aula 2

1. Produtos Notáveis
2. O teorema de Pitágoras
3. Médias da Grécia antiga
4. Área da Circunferência
5. Perímetro da Circunferência
6. Medida de um ângulo qualquer

Menu

Aula 2 - Produtos Notáveis

Aula 2 - Produtos Notáveis

a

Aula 2 - Produtos Notáveis

Aula 2 - Produtos Notáveis

Aula 2 - Produtos Notáveis

Uniremos os dois segmentos de reta.

Aula 2 - Produtos Notáveis

Aula 2 - Produtos Notáveis

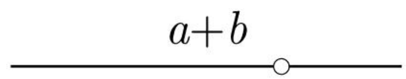
Marcamos o ponto que une os dois segmentos.

Aula 2 - Produtos Notáveis

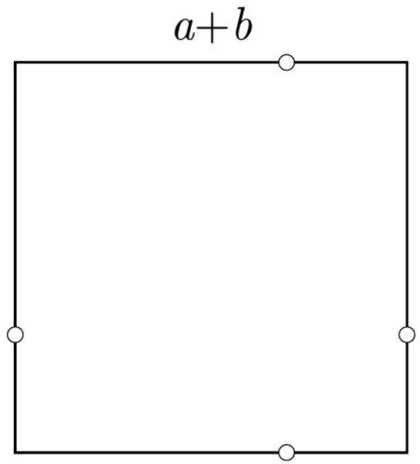
Aula 2 - Produtos Notáveis

Traçamos uma reta para que os dois segmentos se tornem um único segmento.

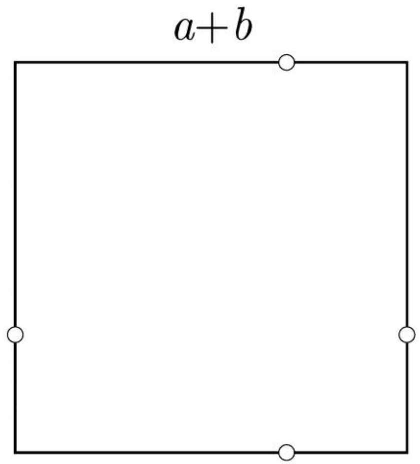
Aula 2 - Produtos Notáveis



Aula 2 - Produtos Notáveis

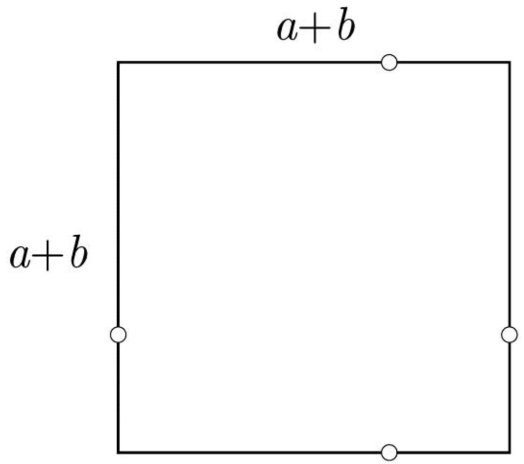


Aula 2 - Produtos Notáveis

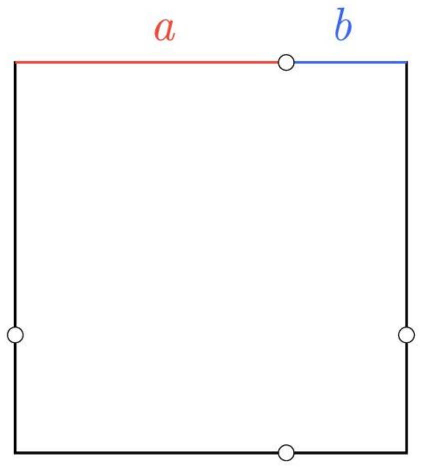


Quadrado de lado $a + b$.

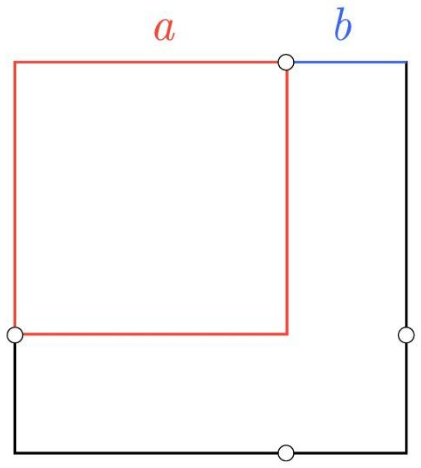
Aula 2 - Produtos Notáveis



Aula 2 - Produtos Notáveis

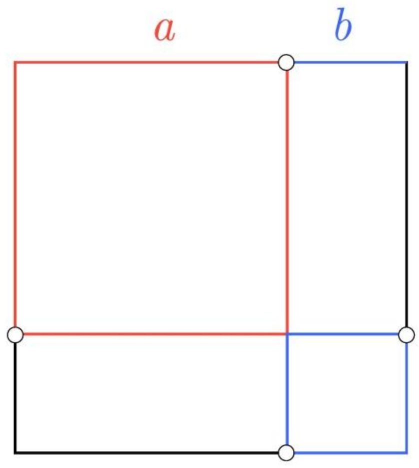


Aula 2 - Produtos Notáveis



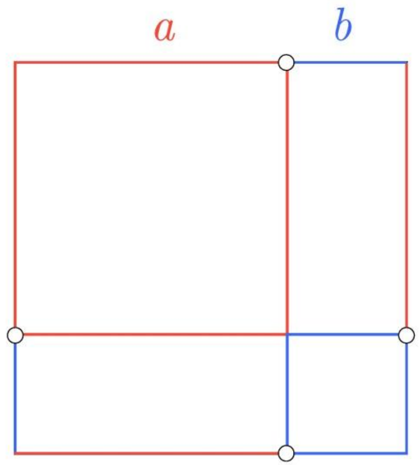
Em vermelho o quadrado de lado a.

Aula 2 - Produtos Notáveis



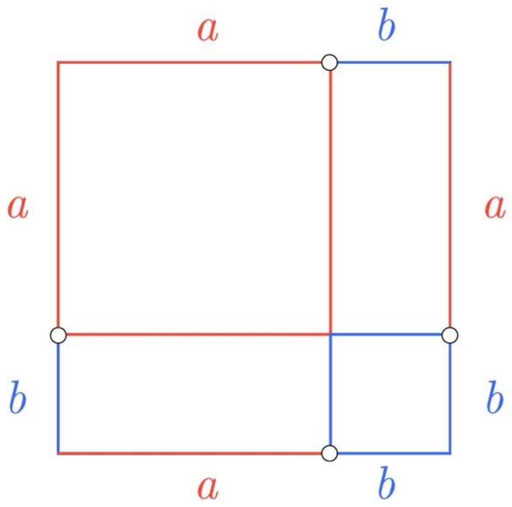
Em azul o quadrado de lado b.

Aula 2 - Produtos Notáveis



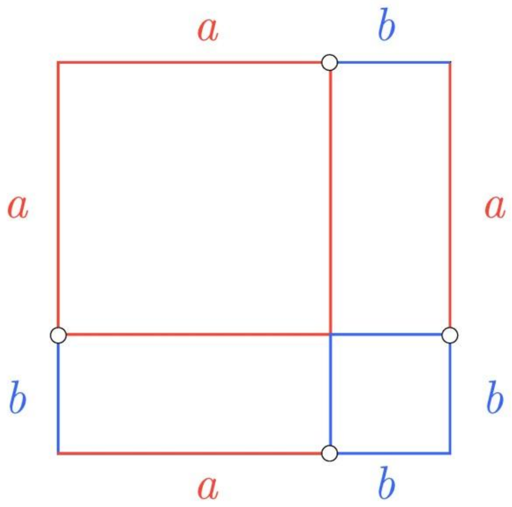
Traçamos dois retângulos que contém cada lado de mesma medida dos lados dos quadrados anteriores.

Aula 2 - Produtos Notáveis



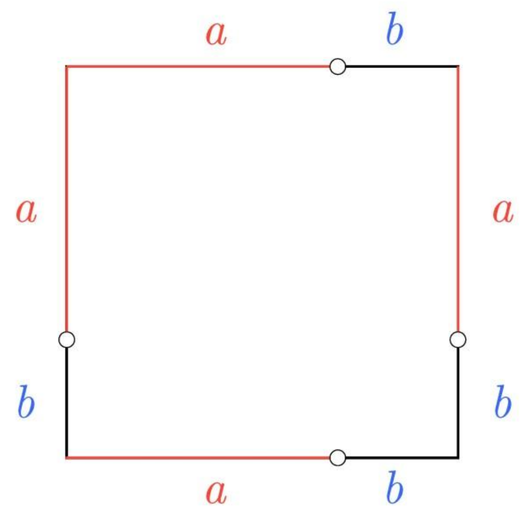
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Aula 2 – O teorema de Pitágoras

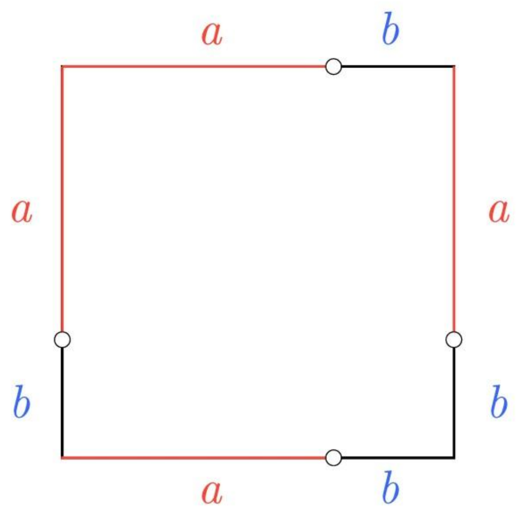


A partir das construções feitas anteriormente iniciaremos a demonstração a partir dessa representação.

Aula 2 – O teorema de Pitágoras

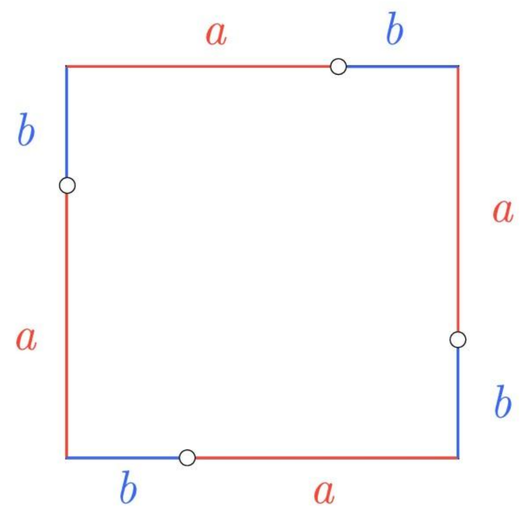


Aula 2 – O teorema de Pitágoras

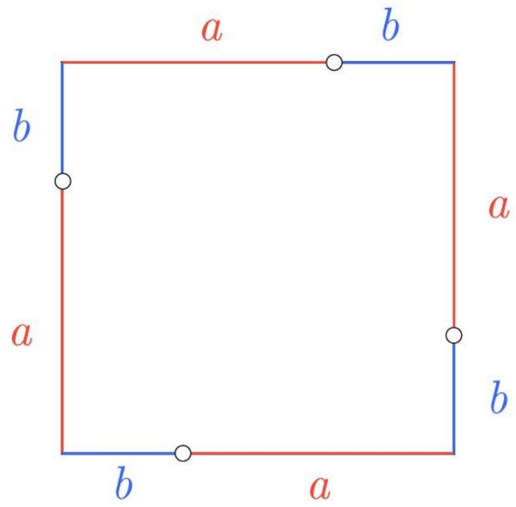


Apagamos as linhas perpendiculares que dividem o quadrado em dois retângulos e dois quadrados.

Aula 2 – O teorema de Pitágoras

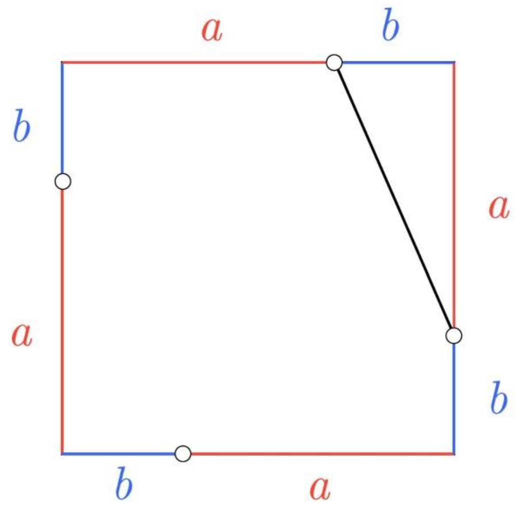


Aula 2 – O teorema de Pitágoras

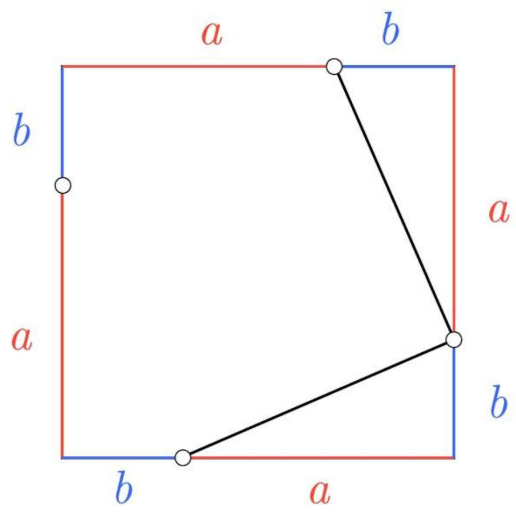


Invertemos dois segmentos.

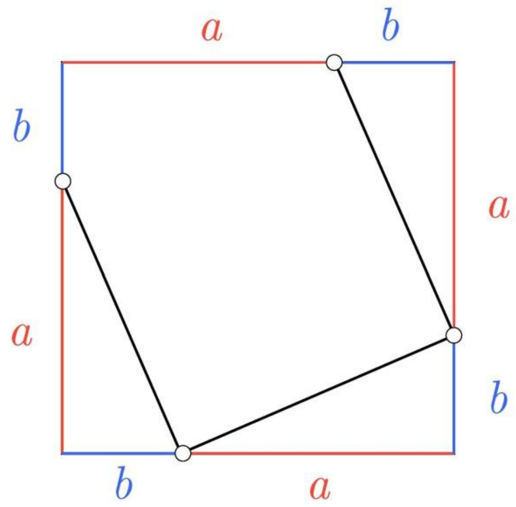
Aula 2 – O teorema de Pitágoras



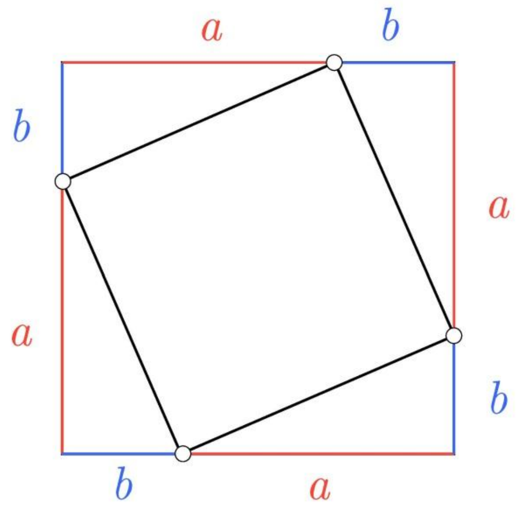
Aula 2 – O teorema de Pitágoras



Aula 2 – O teorema de Pitágoras

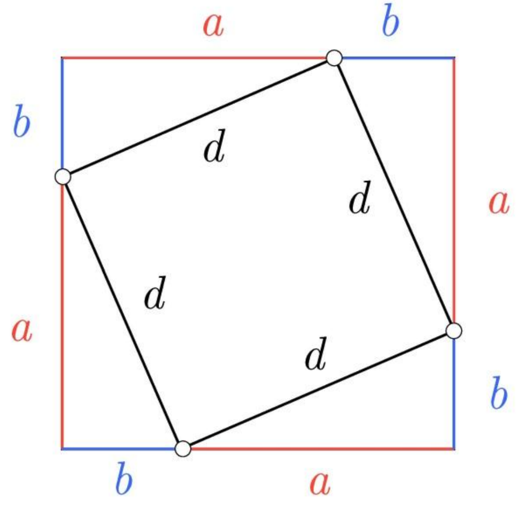


Aula 2 – O teorema de Pitágoras

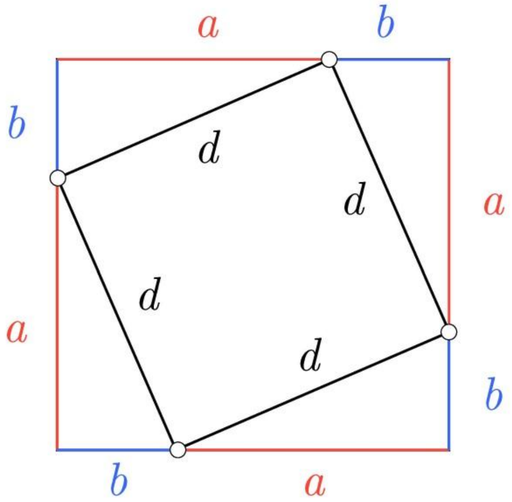


Conectamos os pontos extremos de a e b. Deste modo, construímos um quadrado interno ao inicial. Nessa construção, além do quadrado interno, existem quatro triângulos, semelhantes entre si.

Aula 2 – O teorema de Pitágoras

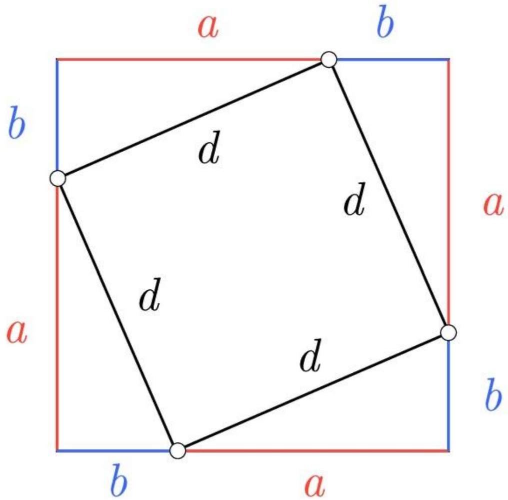


Aula 2 – O teorema de Pitágoras



$$d^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right) = (a+b)^2$$

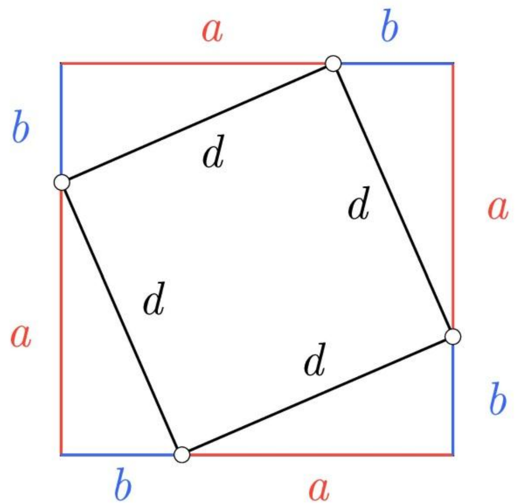
Aula 2 – O teorema de Pitágoras



$$d^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right) = (a+b)^2$$

$$d^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right) = a^2 + 2ab + b^2$$

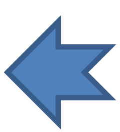
Aula 2 – O teorema de Pitágoras



$$d^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right) = (a+b)^2$$

$$d^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$d^2 = a^2 + b^2$$

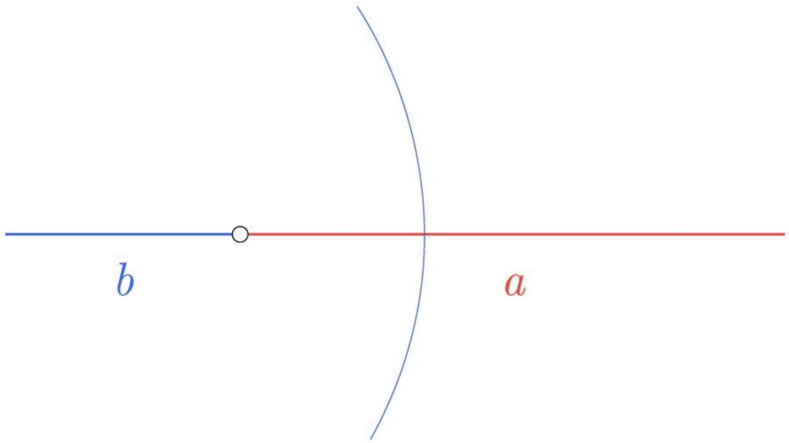


Aula 2 - Médias da Grécia antiga

Aula 2 - Médias da Grécia antiga

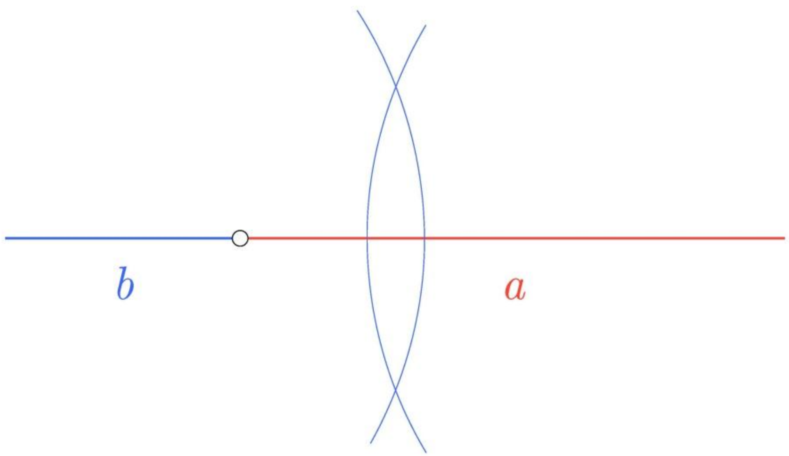
Aula 2 - Médias da Grécia antiga

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



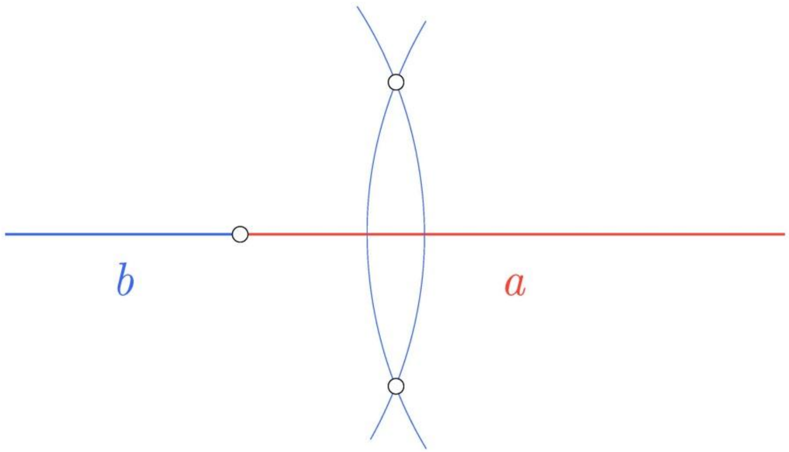
Com o compasso traçamos um arco de circunferência com centro na extremidade esquerda.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



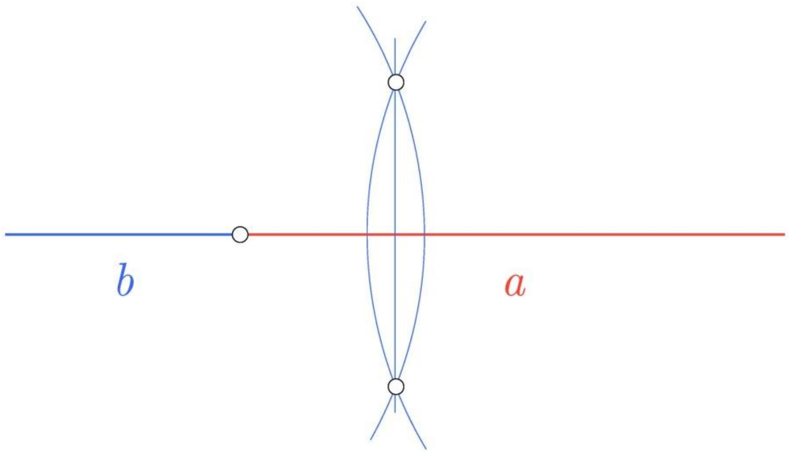
Com o compasso traçamos um arco de circunferência com centro na extremidade direita.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



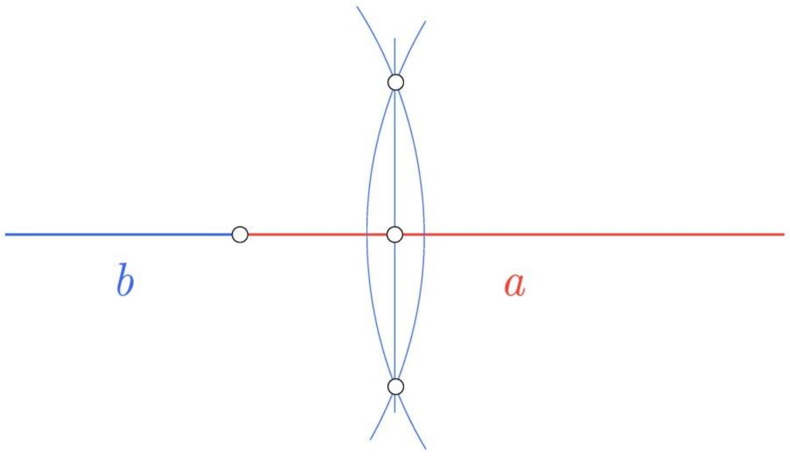
Marcamos com pontos as interseções dos arcos.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



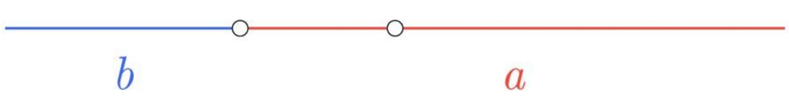
Traçamos um segmento de reta que une os dois pontos.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



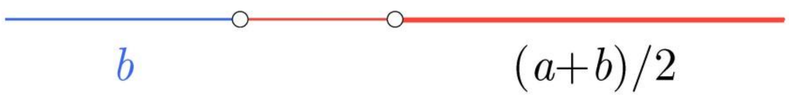
Marcamos com outro ponto a interseção da reta traçada na figura anterior com a reta inicial.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



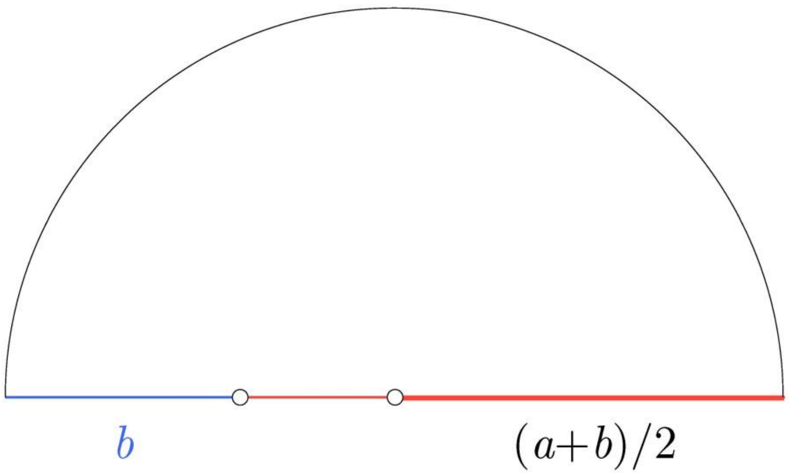
Apagamos as construções e temos o ponto que divide o segmento original em duas partes iguais, ou seja, a média aritmética.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



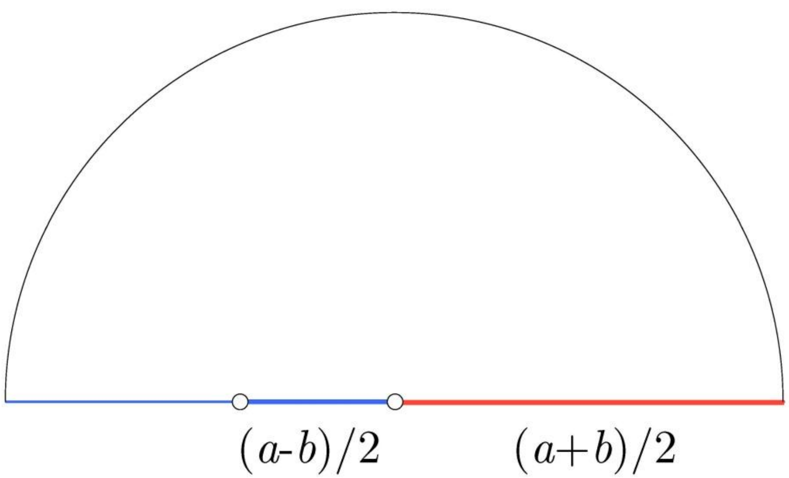
Traçamos a média aritmética.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



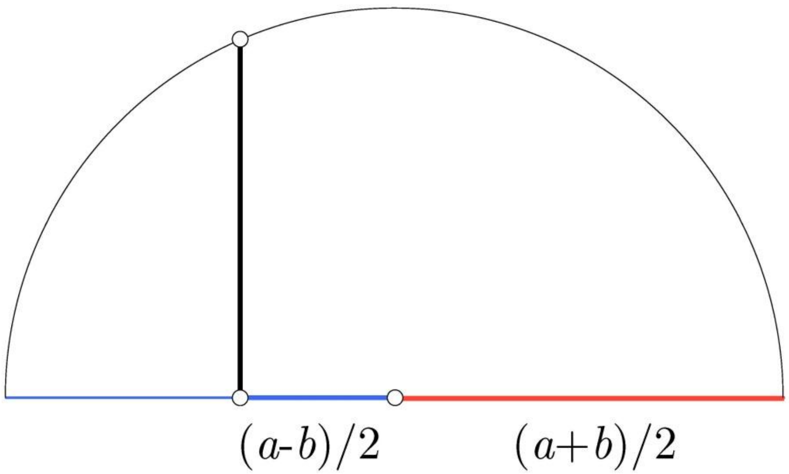
Traçamos um arco de circunferência cujo raio coincide com a média aritmética.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



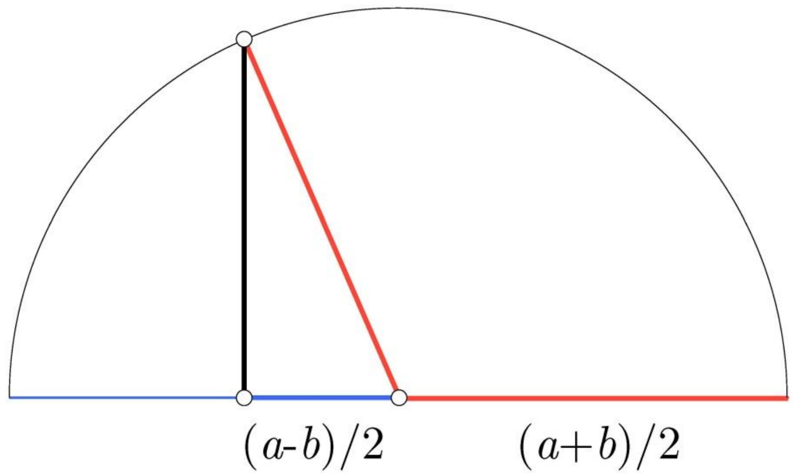
Traçamos outro segmento de reta $(a - b)/2$.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



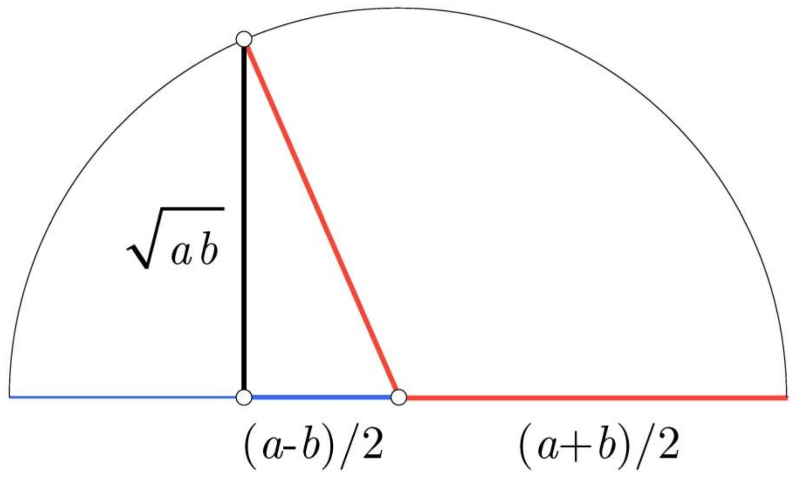
Traçamos assim uma reta perpendicular ao segmento original $a + b$ na união dos segmentos.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



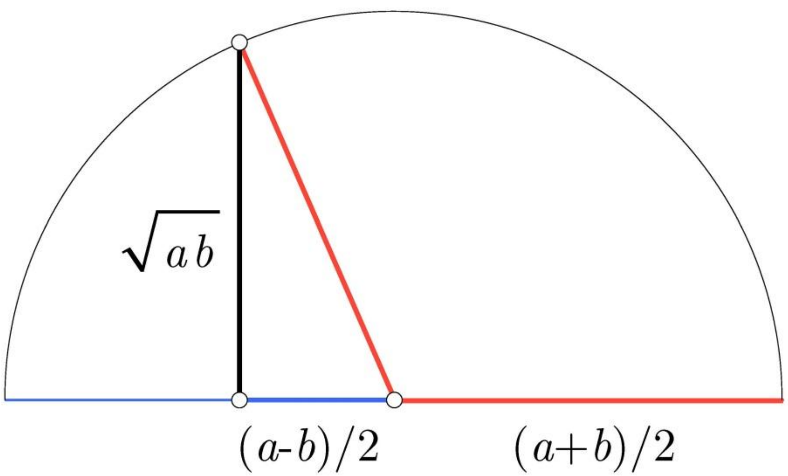
Traçamos também o raio da circunferência, que é a média aritmética, de modo a formar um triângulo retângulo.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga

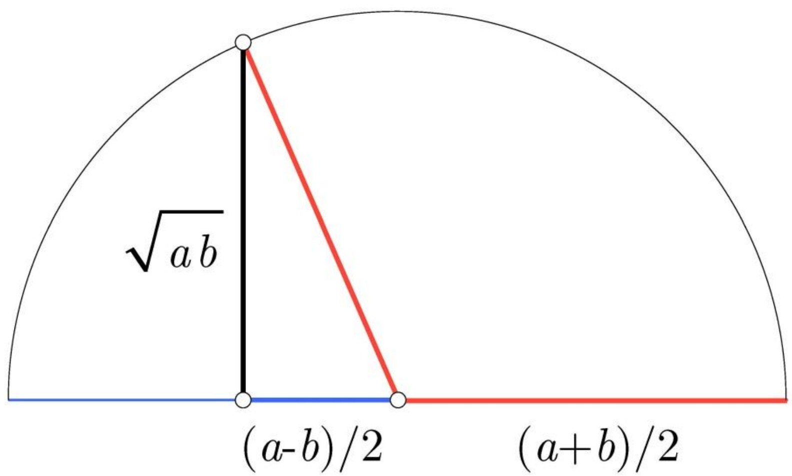


Geometricamente temos a média geométrica representada pelo segmento perpendicular ao segmento original $a + b$.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga

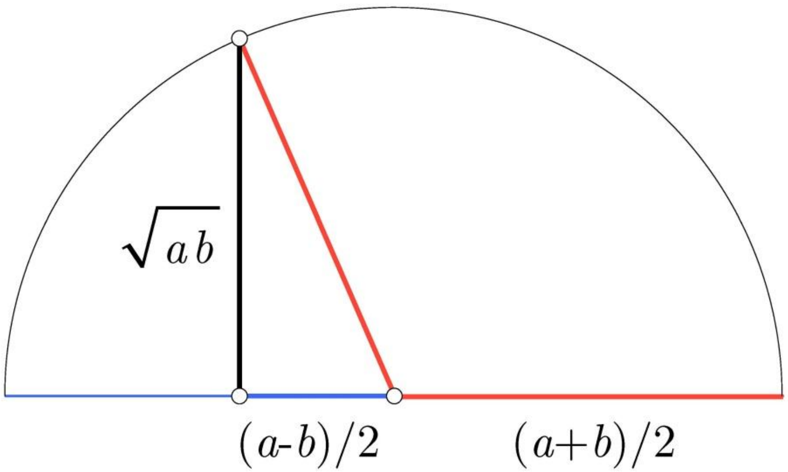


Aula 2 - Médias da Grécia antiga



$$x^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

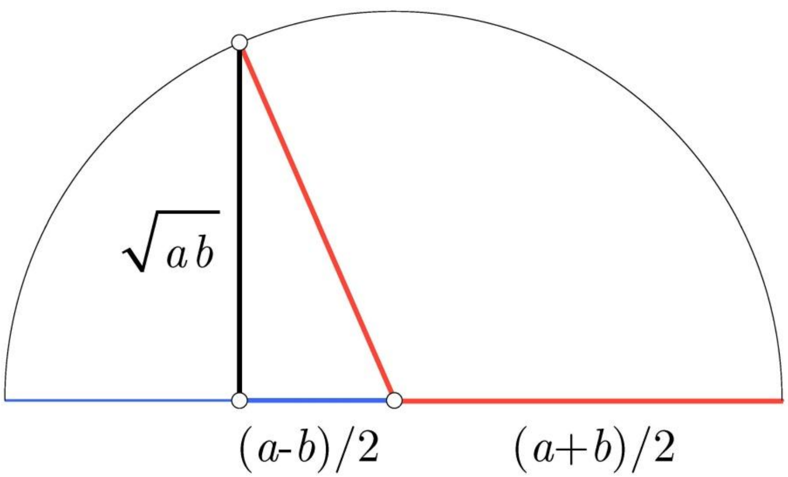
Aula 2 - Médias da Grécia antiga



$$x^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

$$x^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

Aula 2 - Médias da Grécia antiga

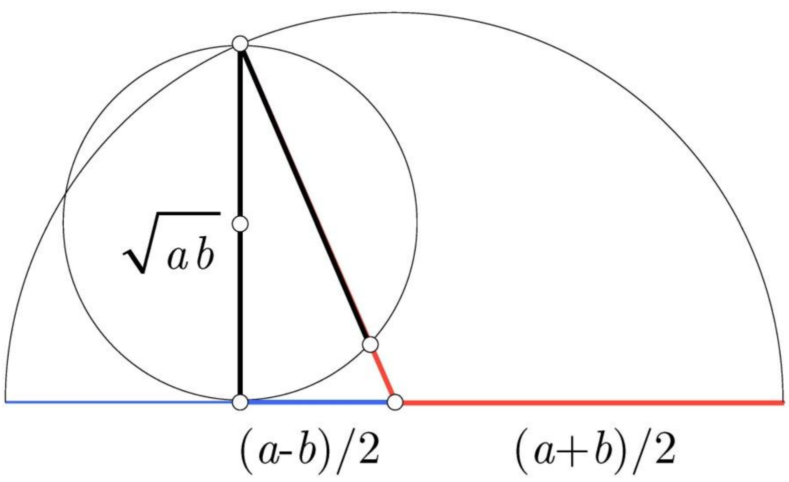


$$x^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

$$x^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

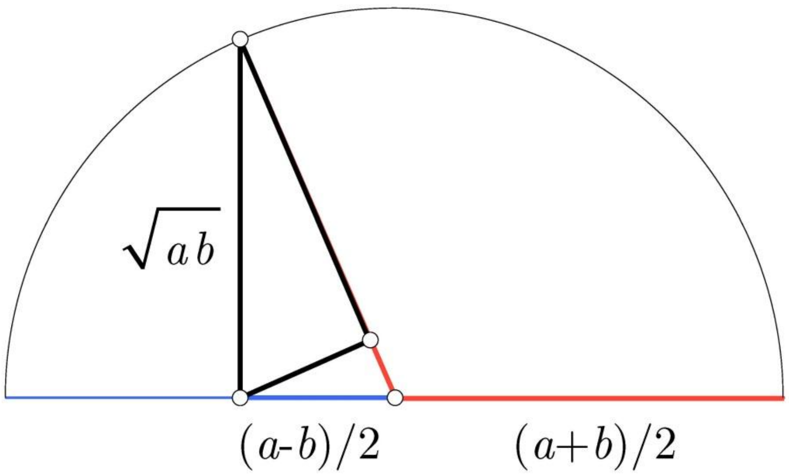
$$x = \sqrt{ab}$$

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



Traçamos uma circunferência cujo raio tem metade do valor da média geométrica e marcamos com um ponto a interseção dessa curva com o raio da circunferência.

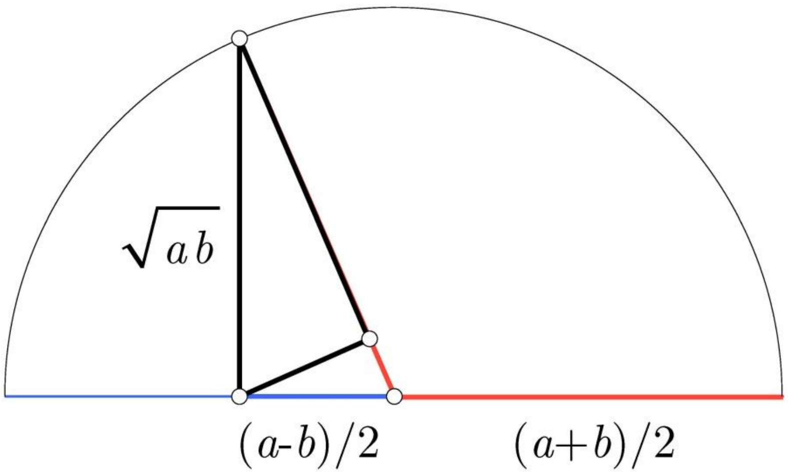
Aula 2 - Médias da Grécia antiga



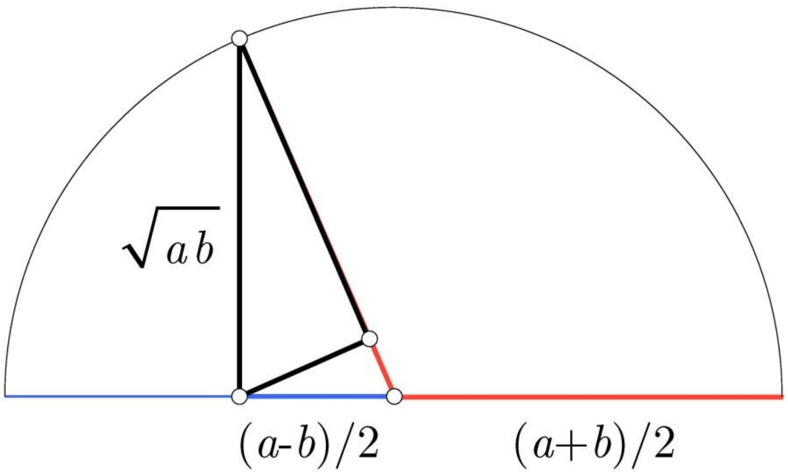
Apagamos a circunferência para melhor visualização.

Aula 2 - Médias da Grécia antiga

$$\frac{ab}{Zh} = \frac{a+b}{2}$$



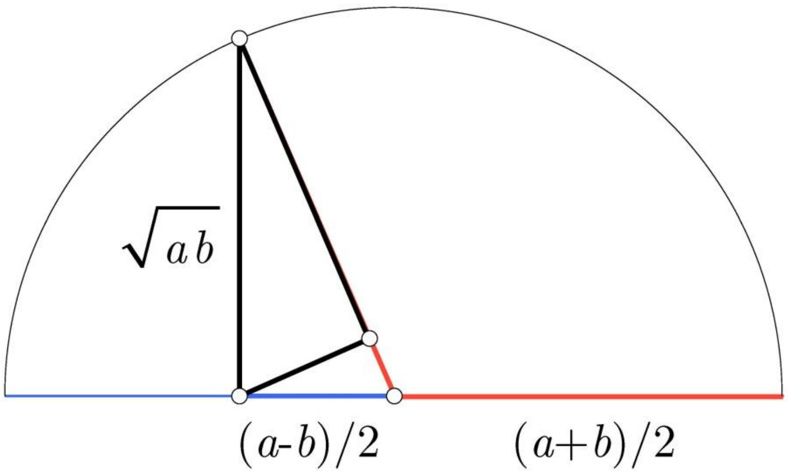
Aula 2 - Médias da Grécia antiga



$$\frac{ab}{Zh} = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{\sqrt{ab}\sqrt{ab}}{Zh} = \frac{a+b}{2}$$

Aula 2 - Médias da Grécia antiga

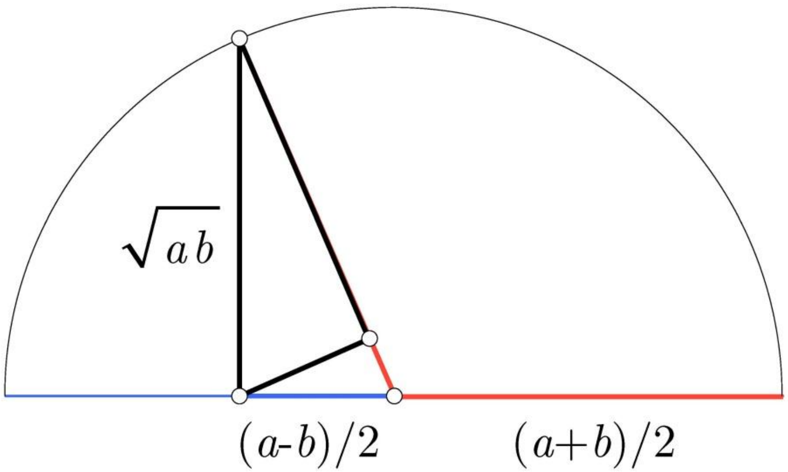


$$\frac{ab}{Zh} = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{\sqrt{ab}\sqrt{ab}}{Zh} = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{\sqrt{ab}}{Zh} = \frac{(a+b)/2}{\sqrt{ab}}$$

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



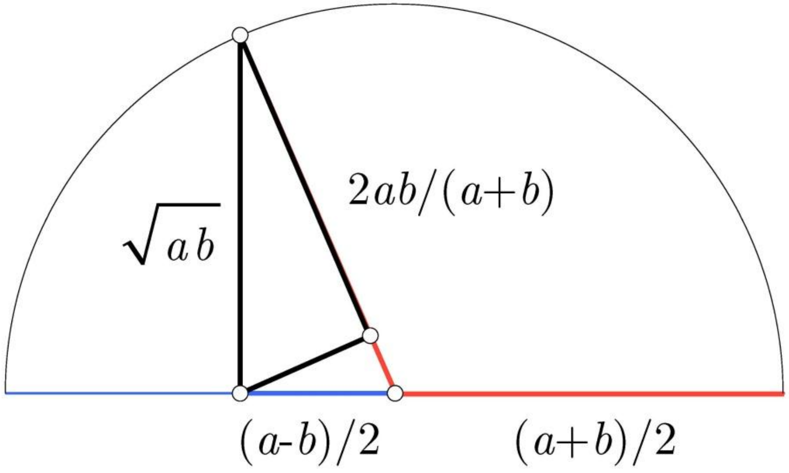
$$\frac{ab}{Zh} = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{\sqrt{ab}\sqrt{ab}}{Zh} = \frac{a+b}{2}$$

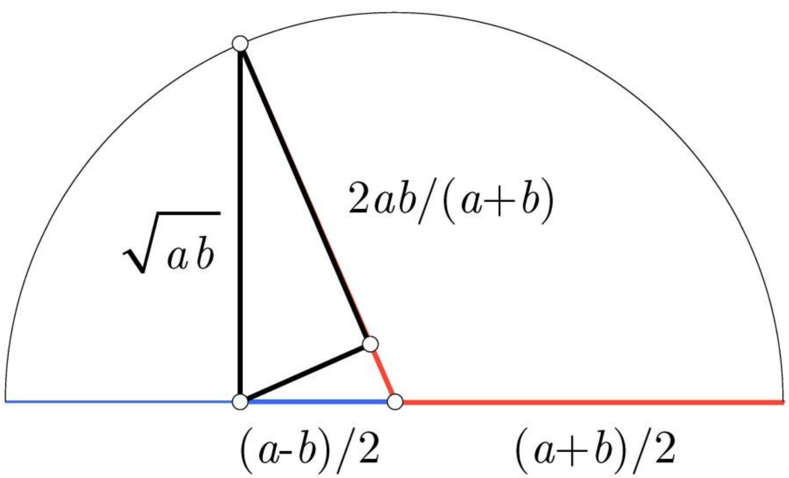
$$\frac{\sqrt{ab}}{Zh} = \frac{(a+b)/2}{\sqrt{ab}}$$

$$\frac{Zg}{Zh} = \frac{Za}{Zg}$$

Aula 2 - Médias da Grécia antiga



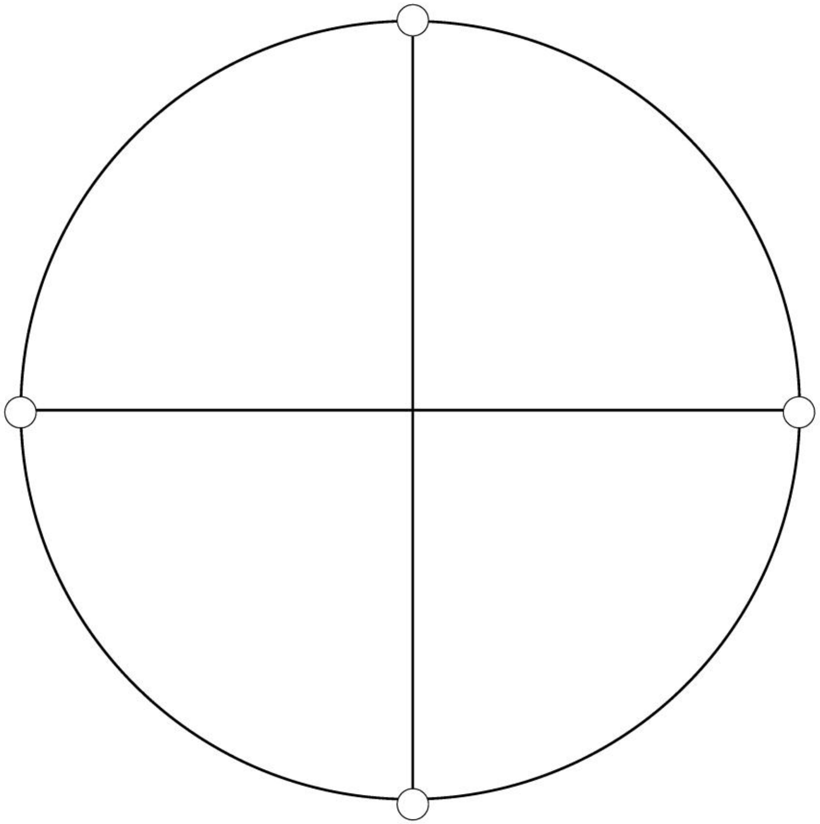
Aula 2 - Médias da Grécia antiga



$$\frac{Zg}{Zh} = \frac{Za}{Zg}$$

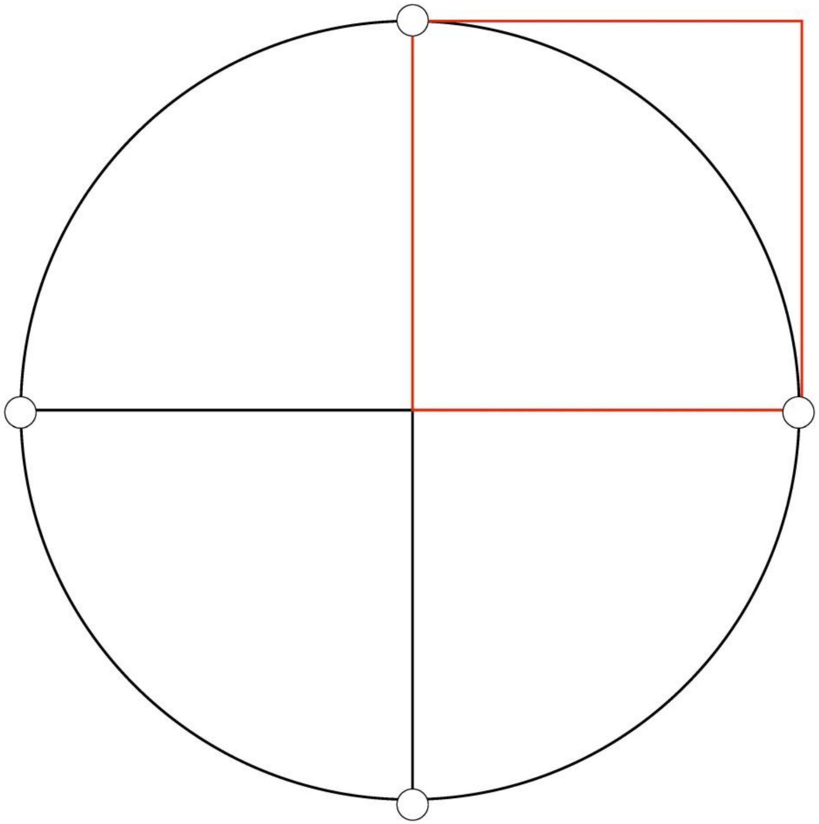
Aula 2

Aula 2 – Área da Circunferência



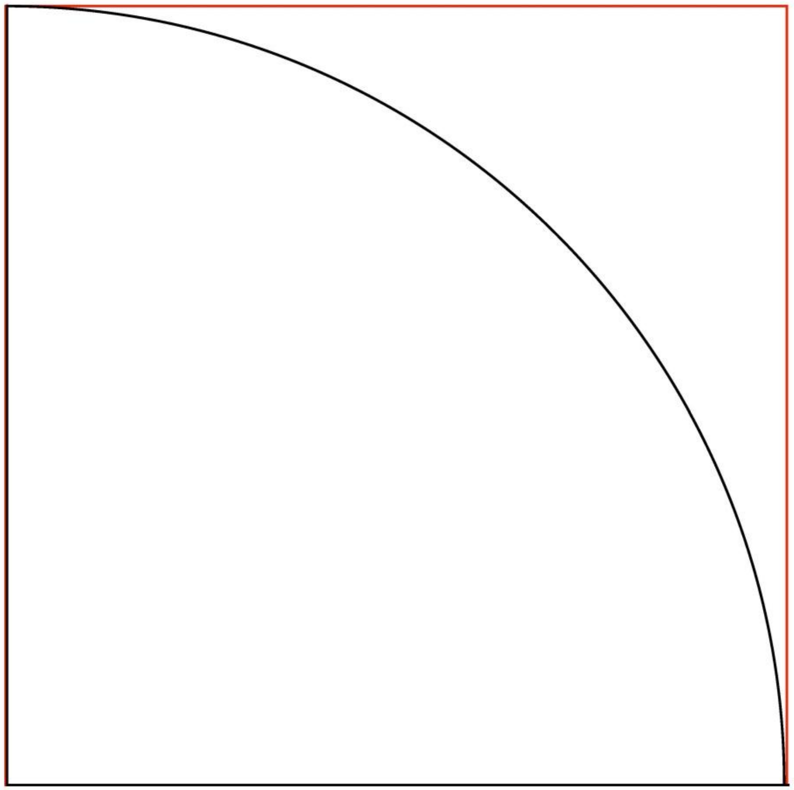
Circunferência de raio R dividida em quatro partes iguais.

Aula 2 – Área da Circunferência



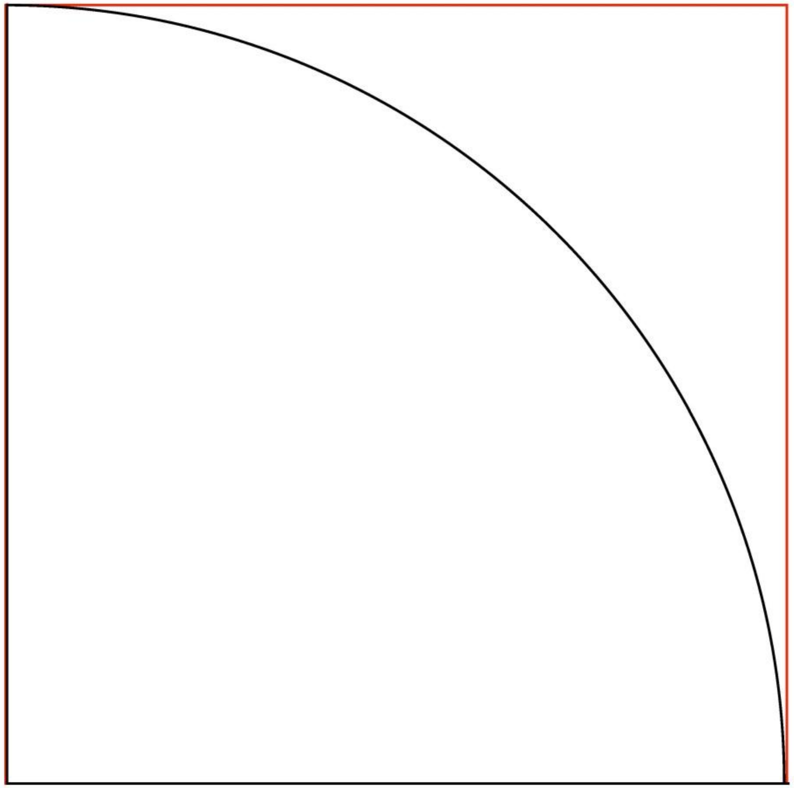
Representação do quadrado de lado R que contêm o arco de circunferência e área A.

Aula 2 – Área da Circunferência



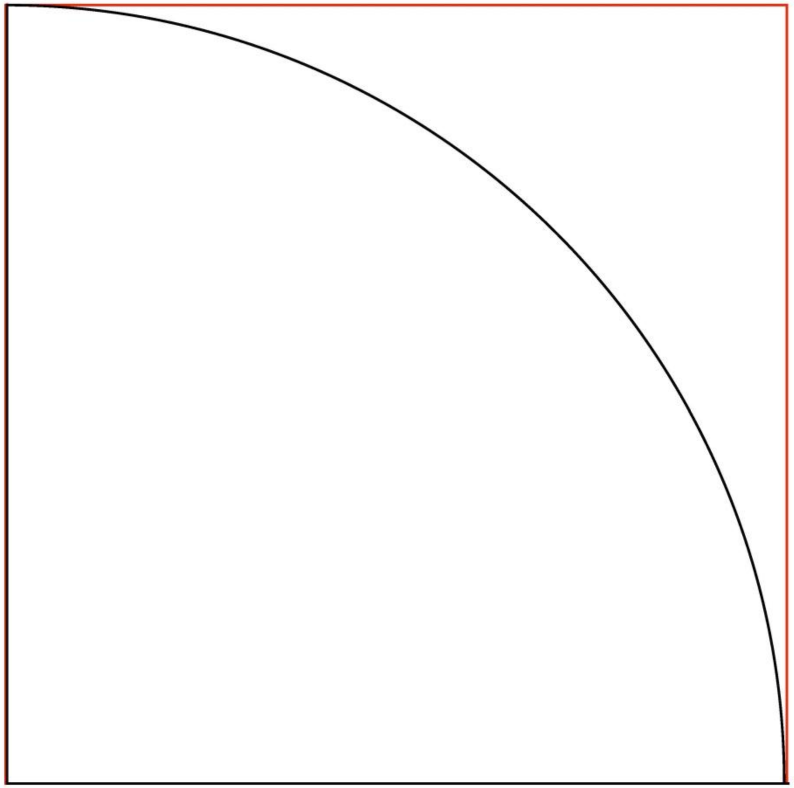
Representação de apenas um quadrante para facilitar a visualização do procedimento.

Aula 2 – Área da Circunferência



$$\frac{A}{4} < R^2$$

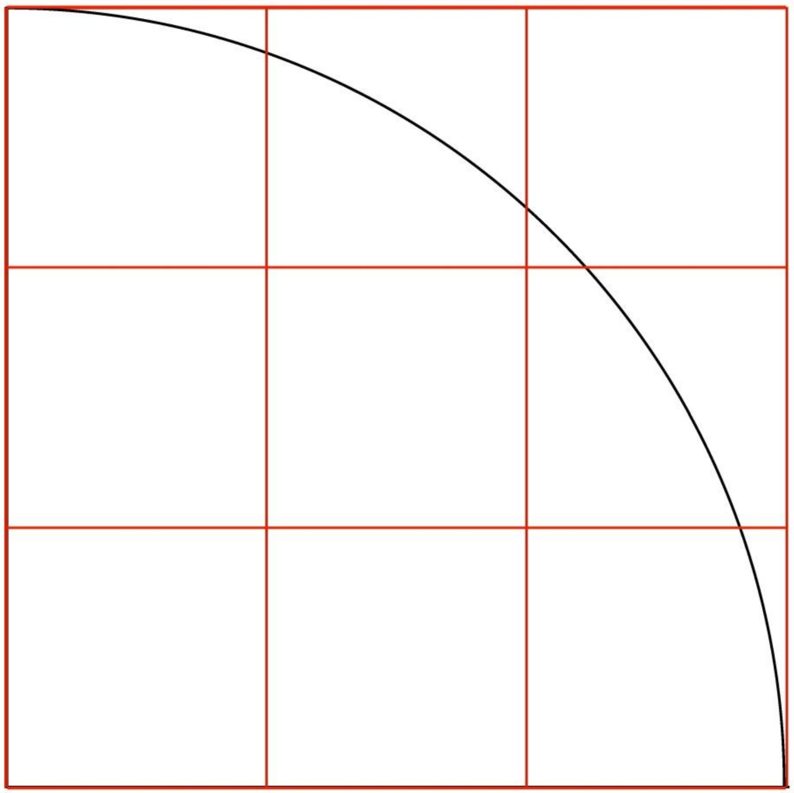
Aula 2 – Área da Circunferência



$$\frac{A}{4} < R^2$$

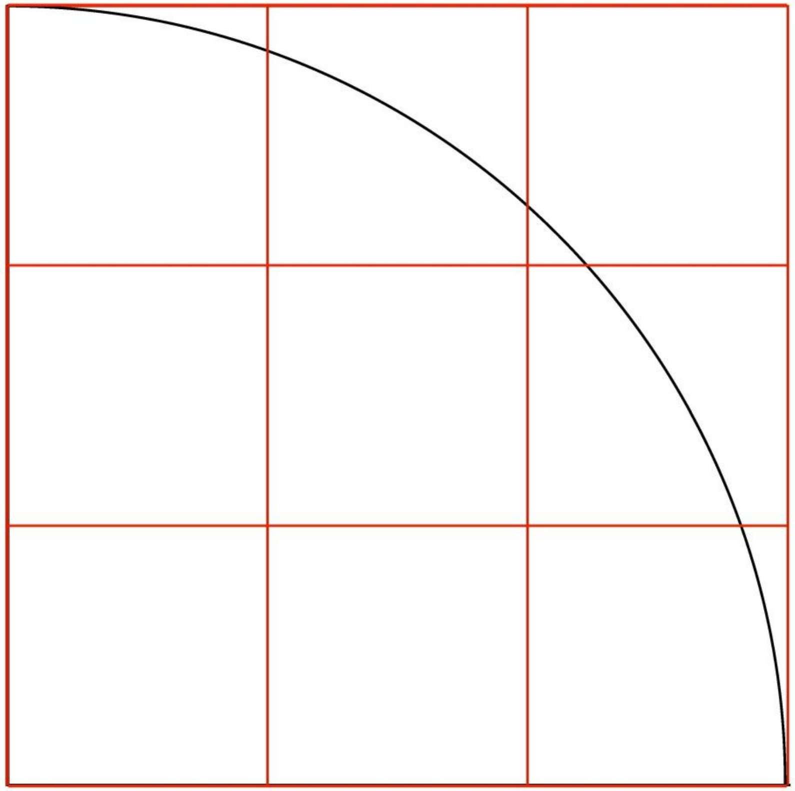
$$A < 4R^2$$

Aula 2 – Área da Circunferência



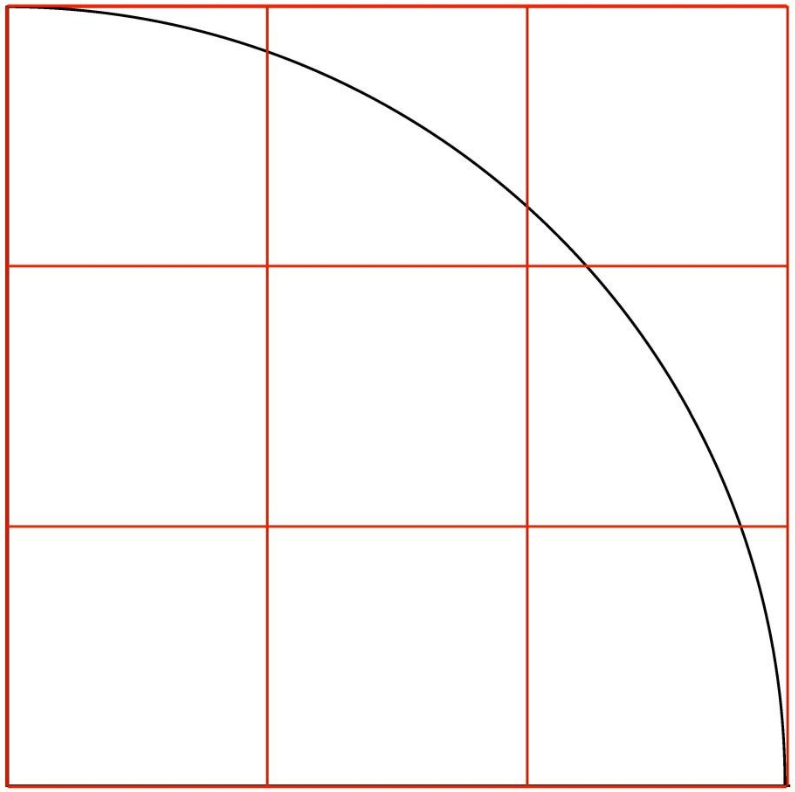
Divisão do quadrado de lado R em 9 partes iguais.

Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{7}{9}\right)R^2$$

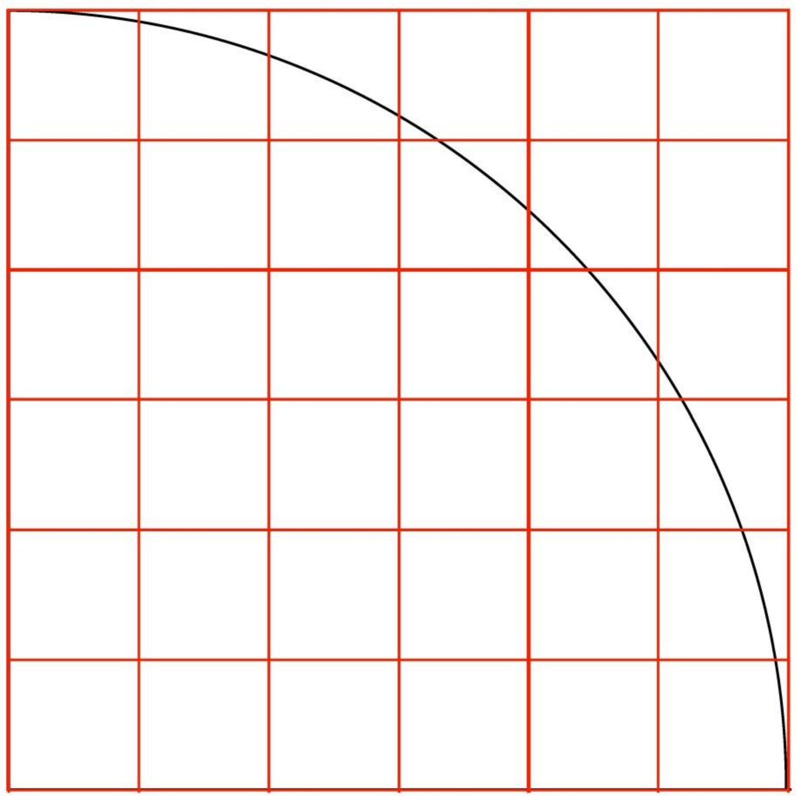
Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{7}{9}\right)R^2$$

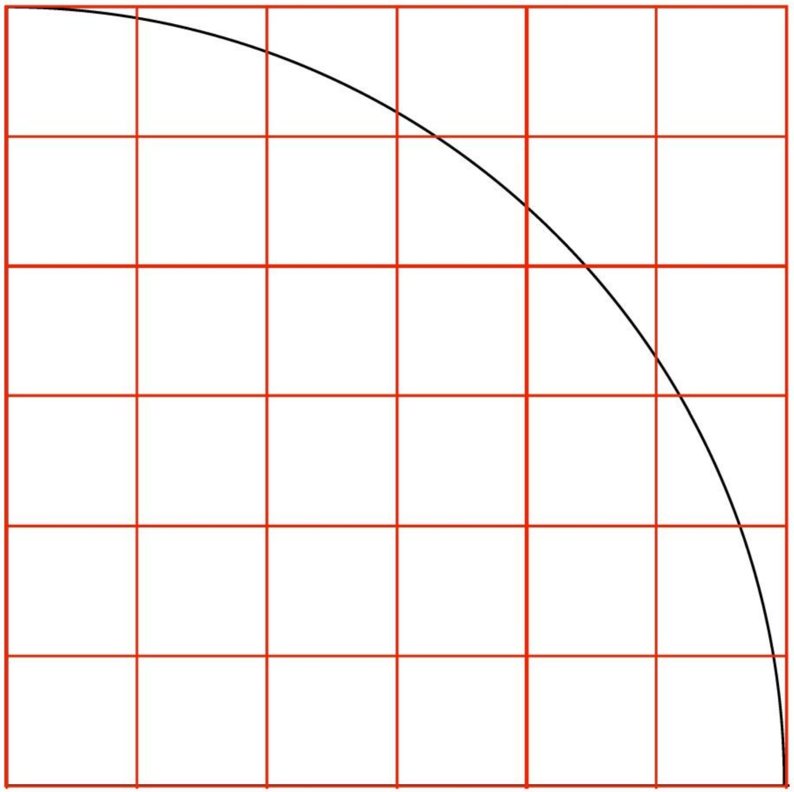
$$A \approx 3,11R^2$$

Aula 2 – Área da Circunferência



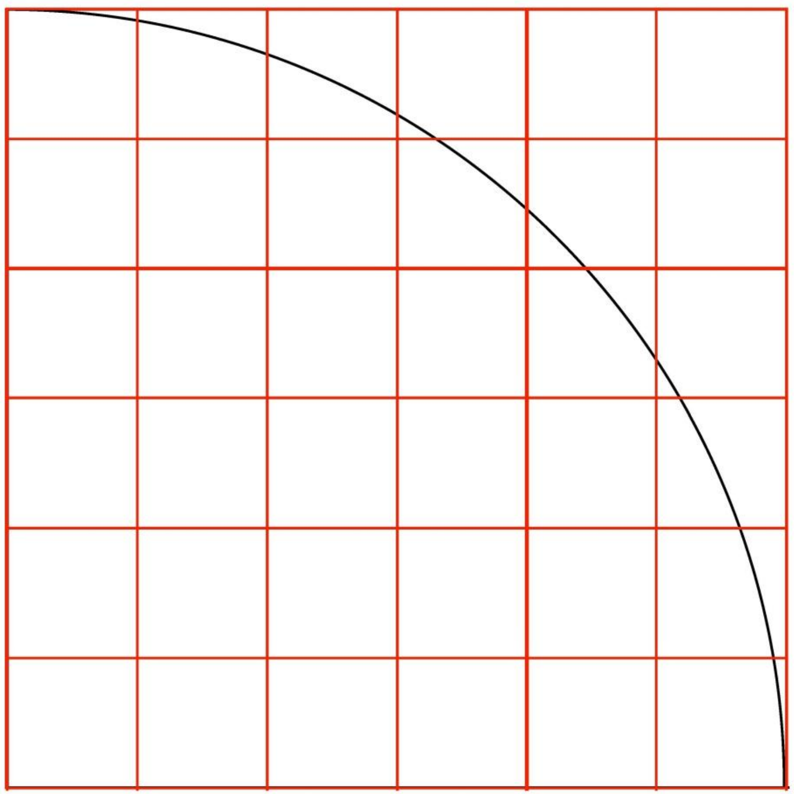
Divisão do quadrado de lado R em 36 partes iguais.

Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{28}{36}\right)R^2$$

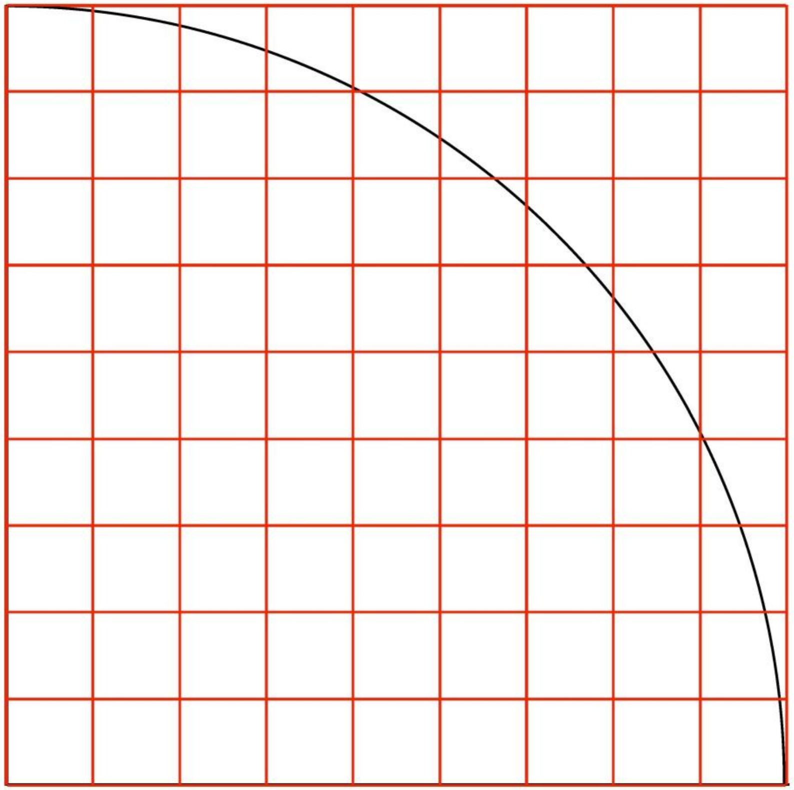
Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{28}{36}\right)R^2$$

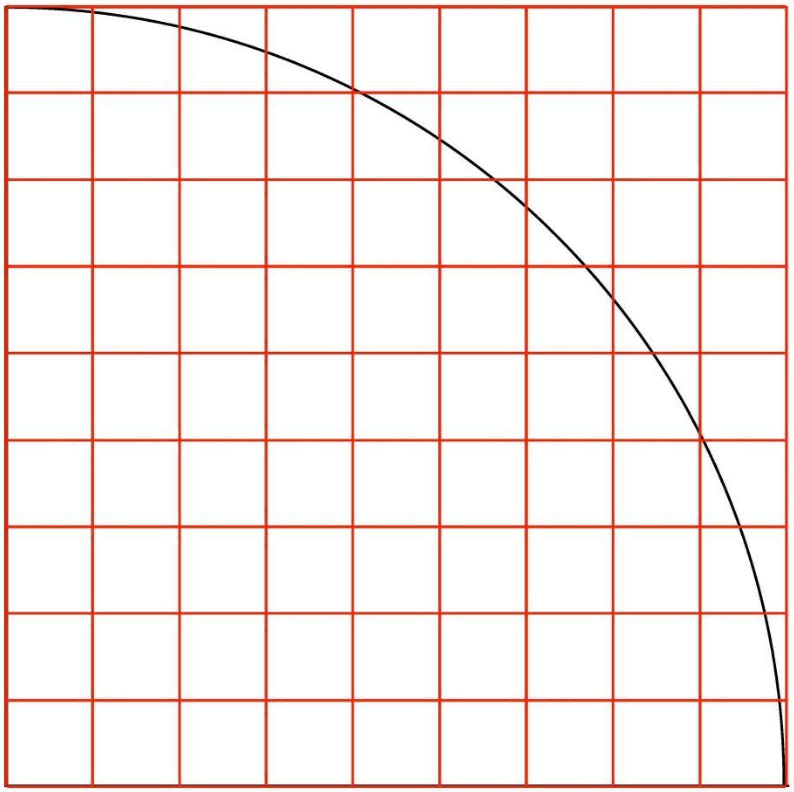
$$A \approx 3,11R^2$$

Aula 2 – Área da Circunferência



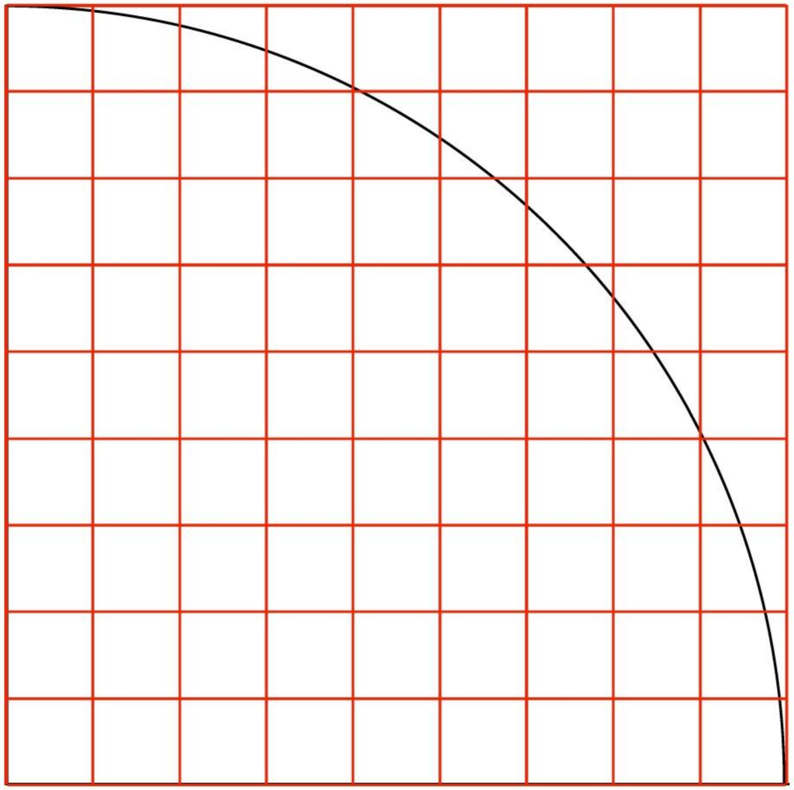
Divisão do quadrado de lado R em 81 partes iguais.

Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{64}{81}\right)R^2$$

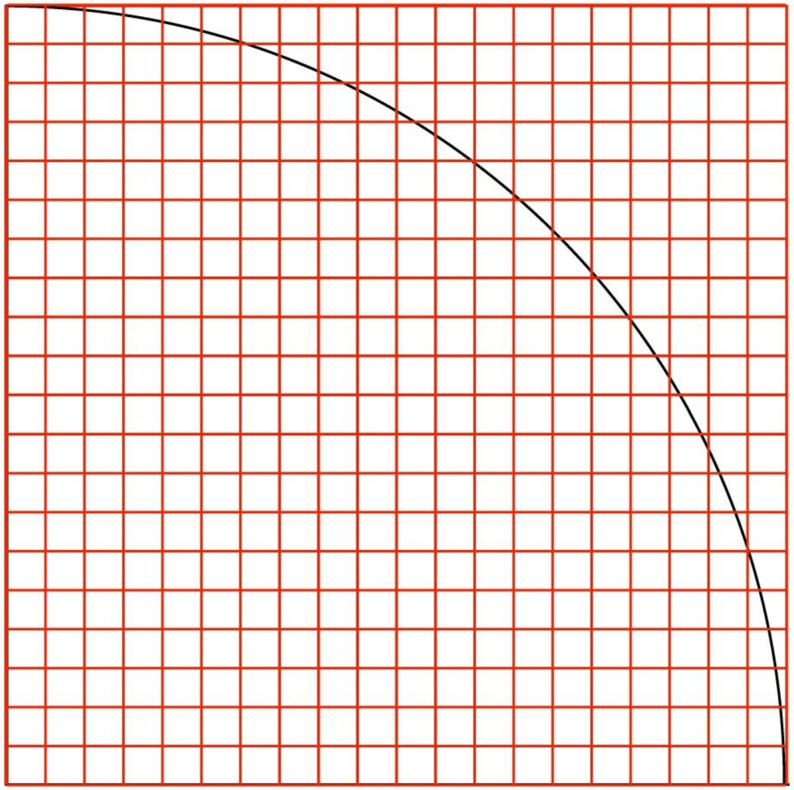
Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{64}{81}\right)R^2$$

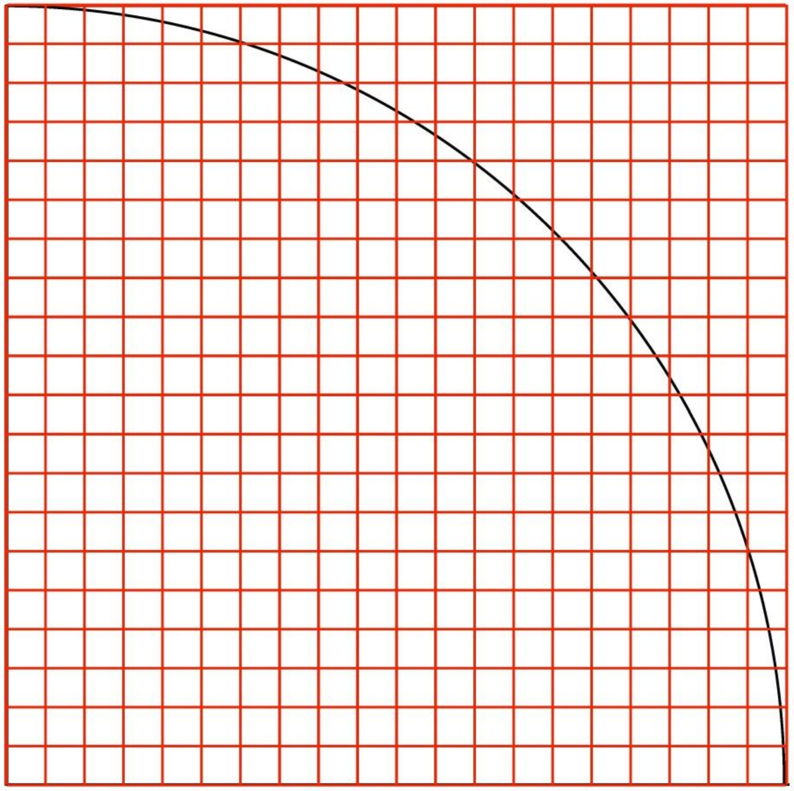
$$A \approx 3,16R^2$$

Aula 2 – Área da Circunferência



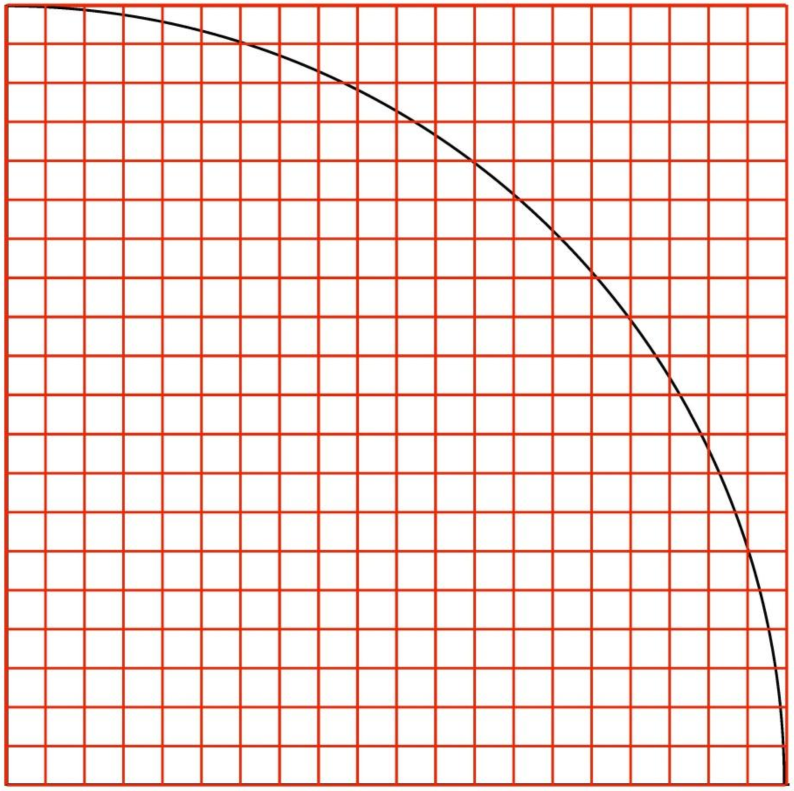
Divisão do quadrado de lado R em 324 partes iguais.

Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{255}{324}\right)R^2$$

Aula 2 – Área da Circunferência



$$A < 4\left(\frac{255}{324}\right)R^2$$

$$A \approx 3,14R^2$$

Aula 2 – Área da Circunferência

Se chamarmos essa constante de π, ficaremos com o seguinte resultado:

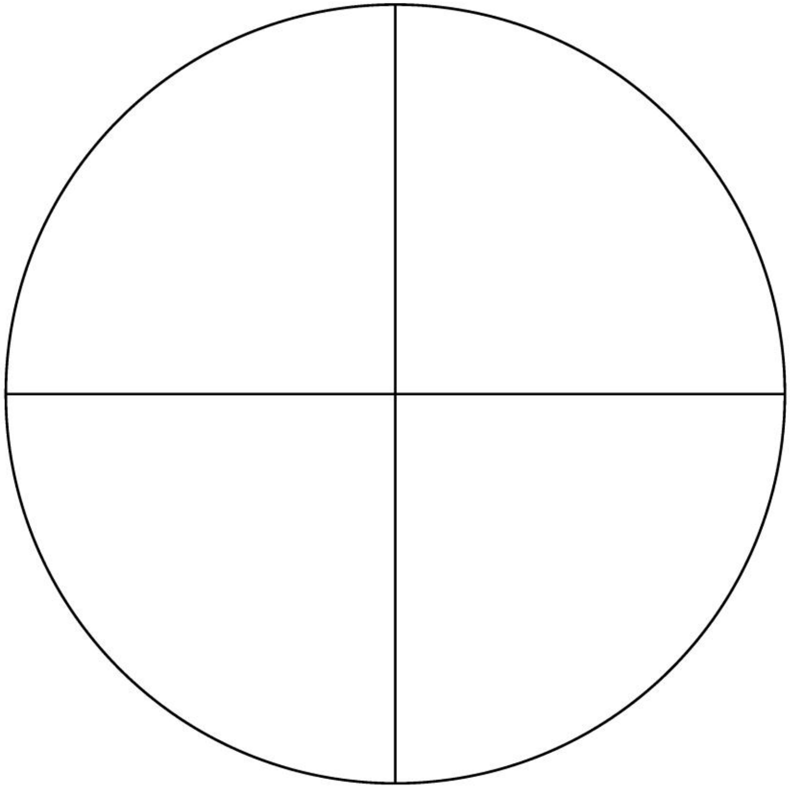
Aula 2 – Área da Circunferência

Se chamarmos essa constante de π, ficaremos com o seguinte resultado:

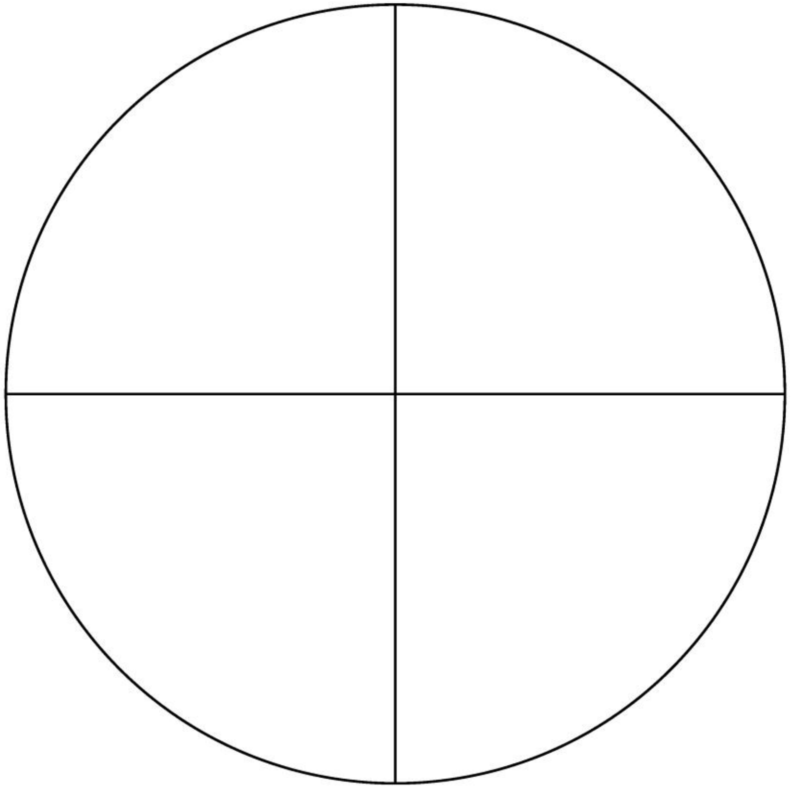
$$A = \pi R^2$$

Aula 2

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

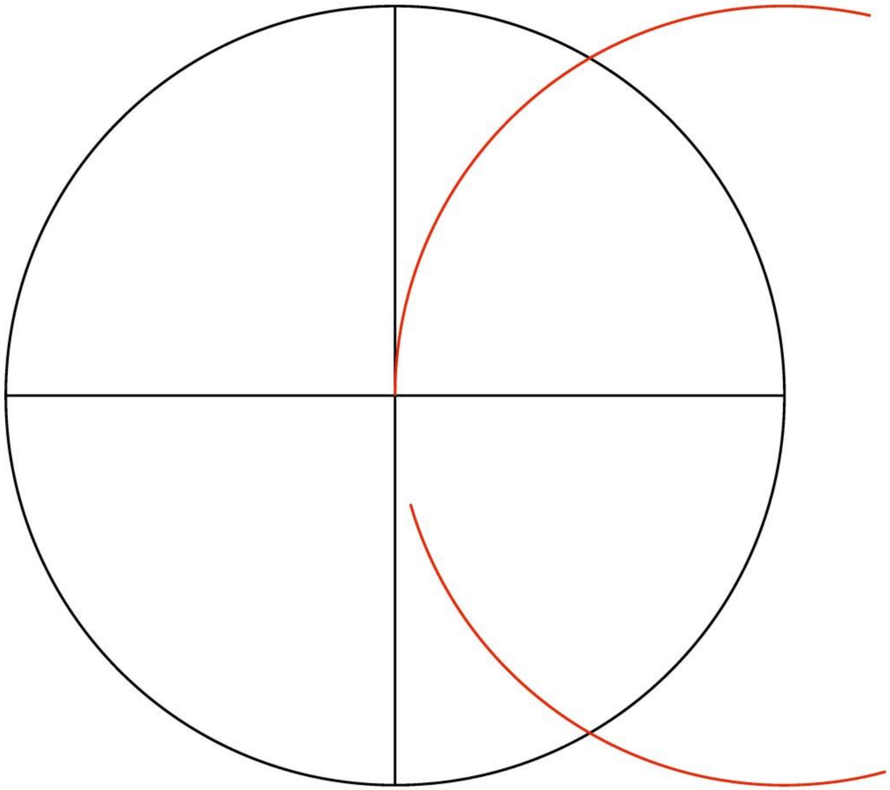


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

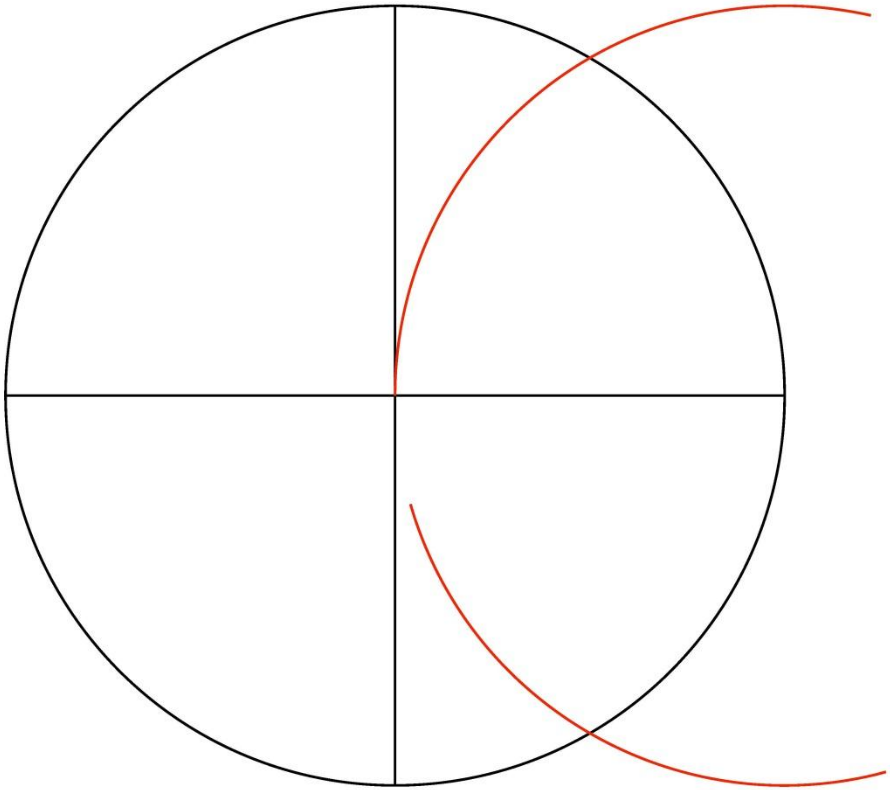


Representação do circulo de raio R.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

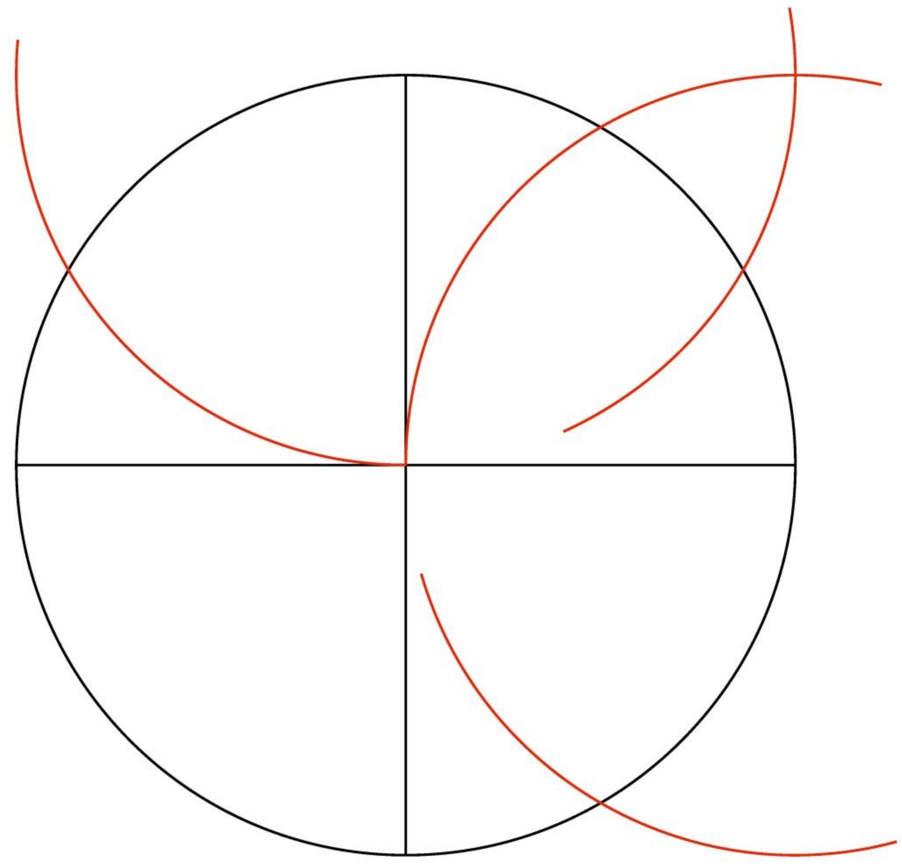


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

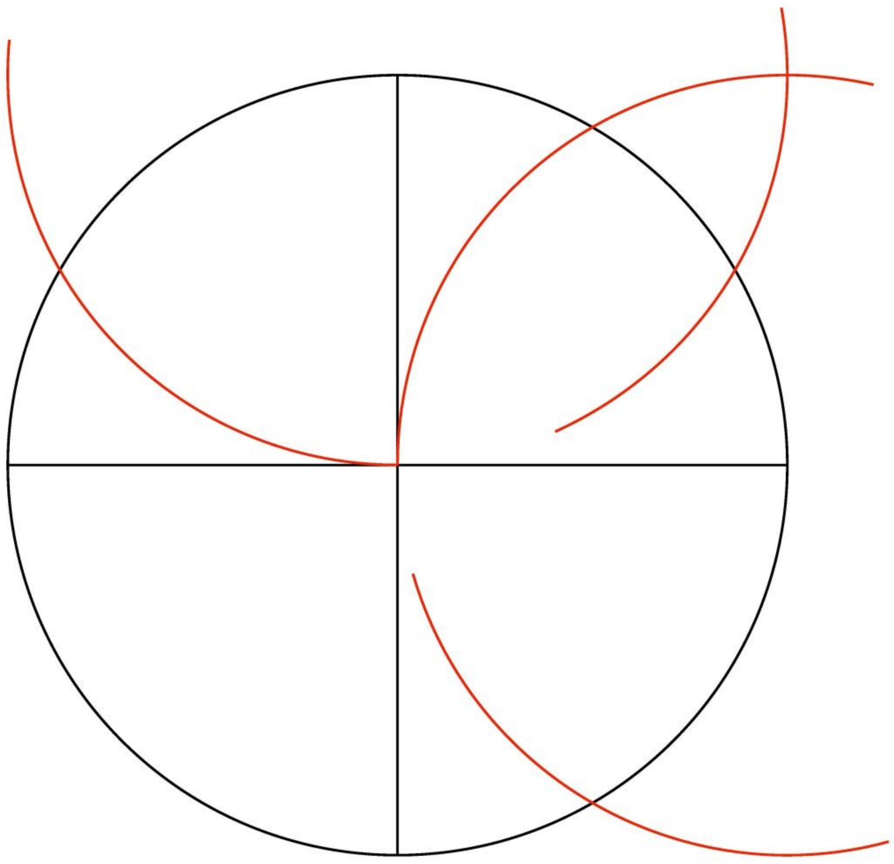


Primeiro arco de circunferência.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

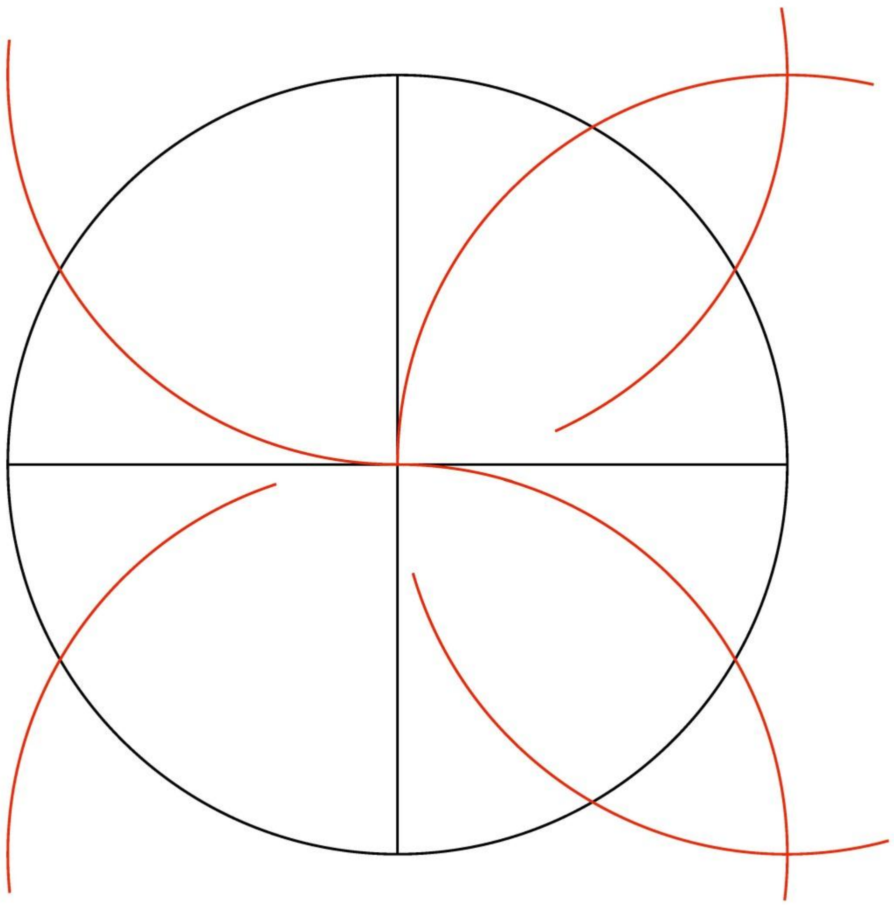


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

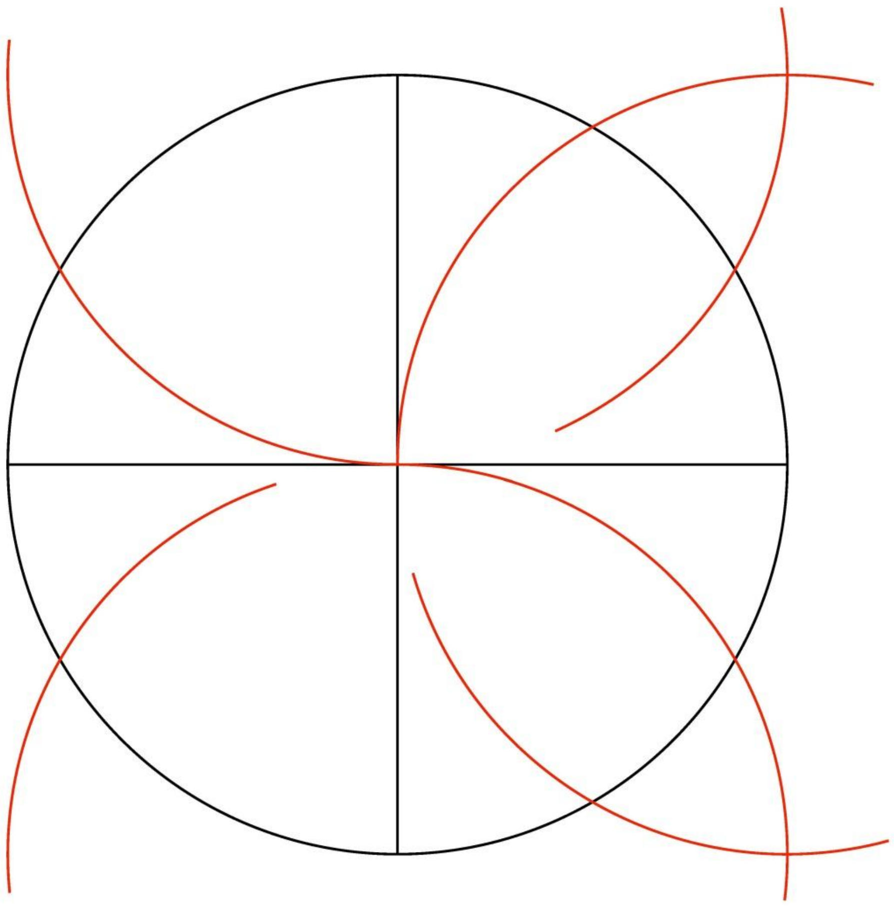


Segundo arco de circunferência.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

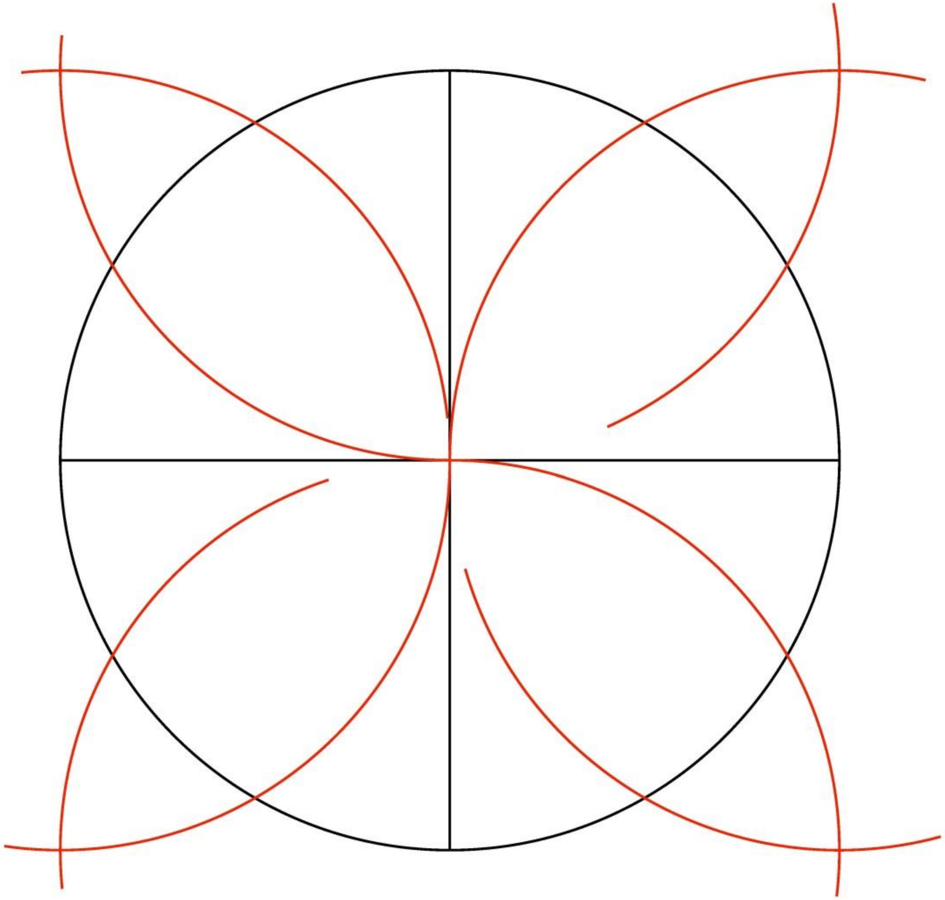


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

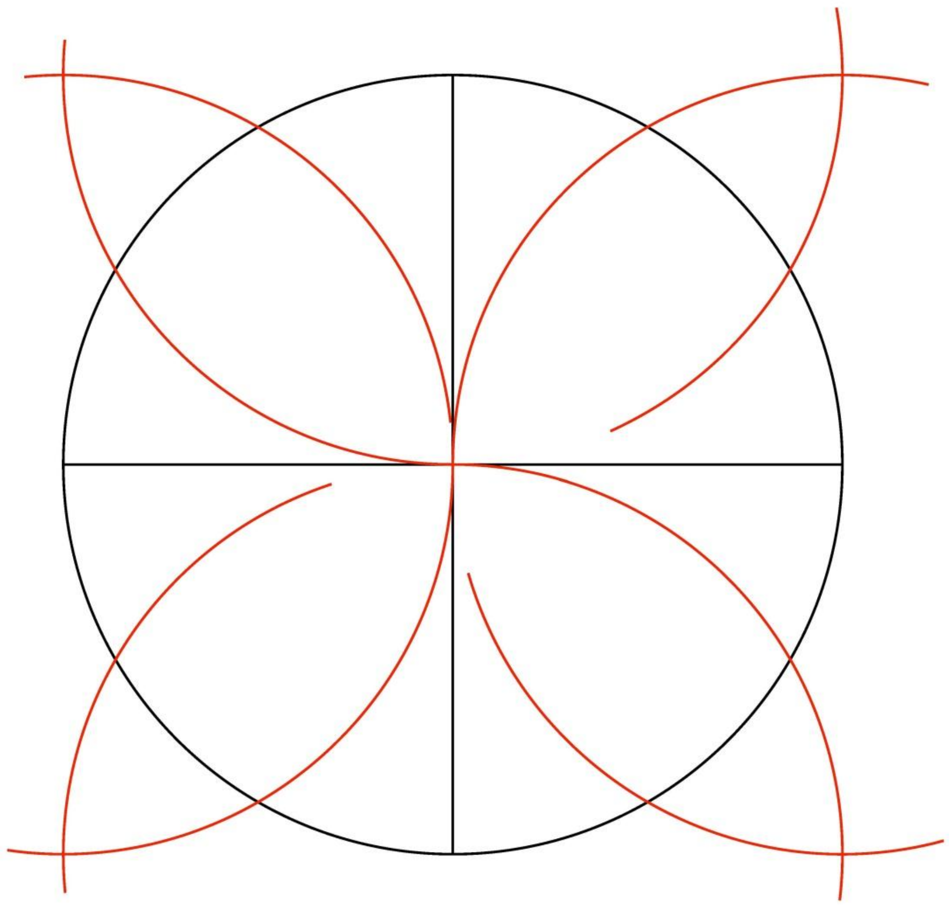


Terceiro arco de circunferência.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

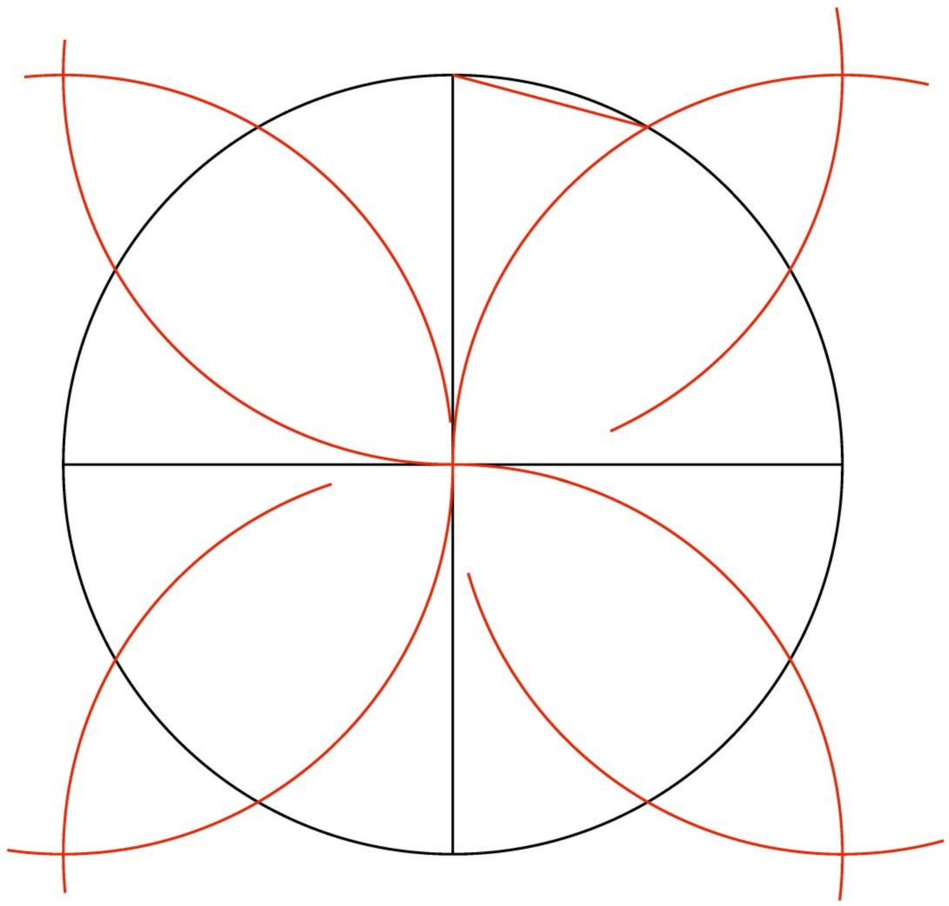


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

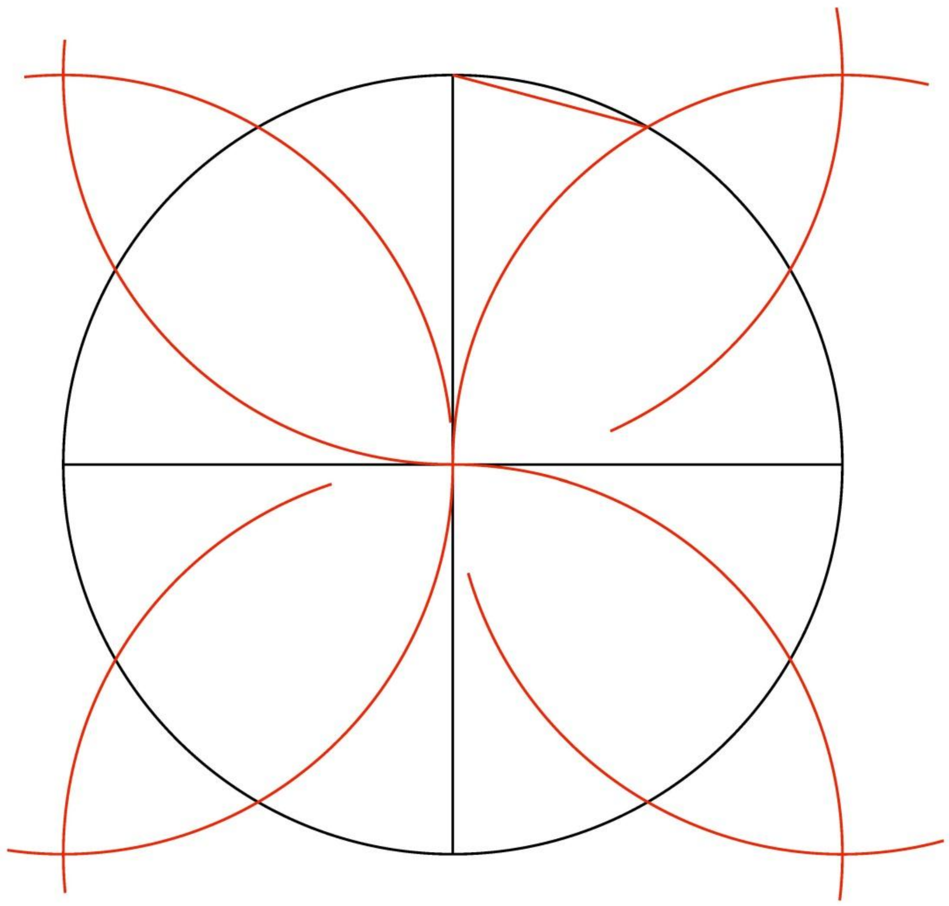


Quatro arcos de circunferência que dividem a circunferência principal em doze partes iguais.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

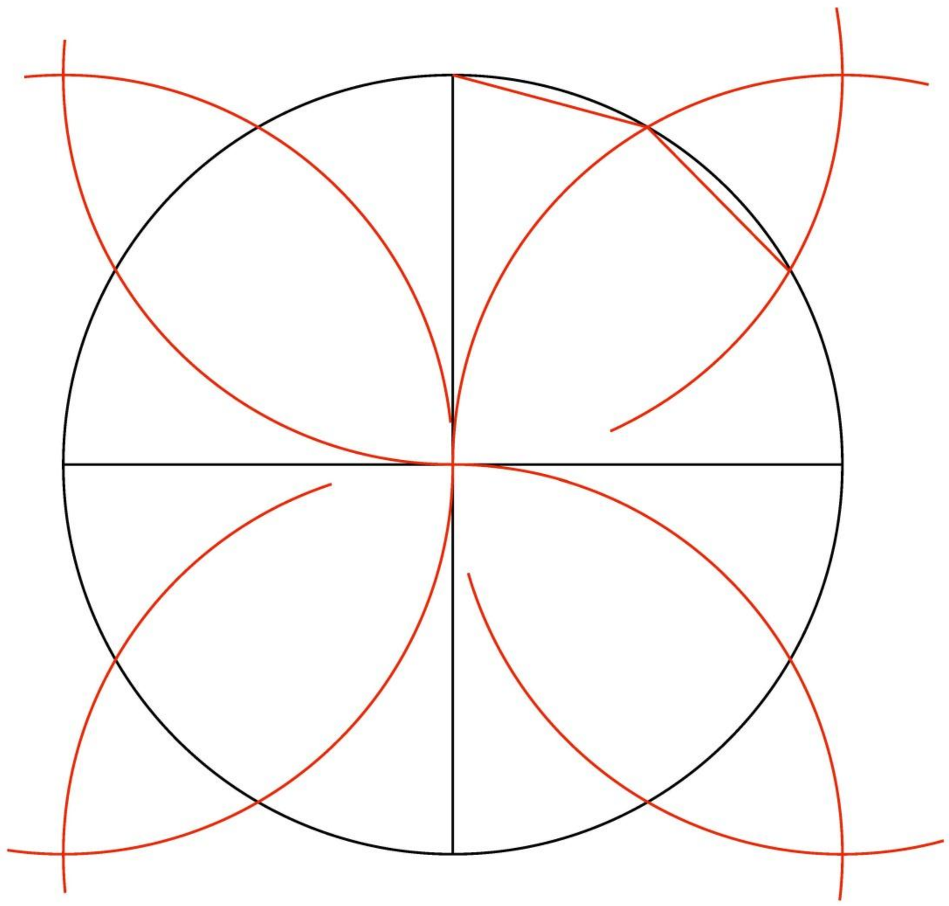


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

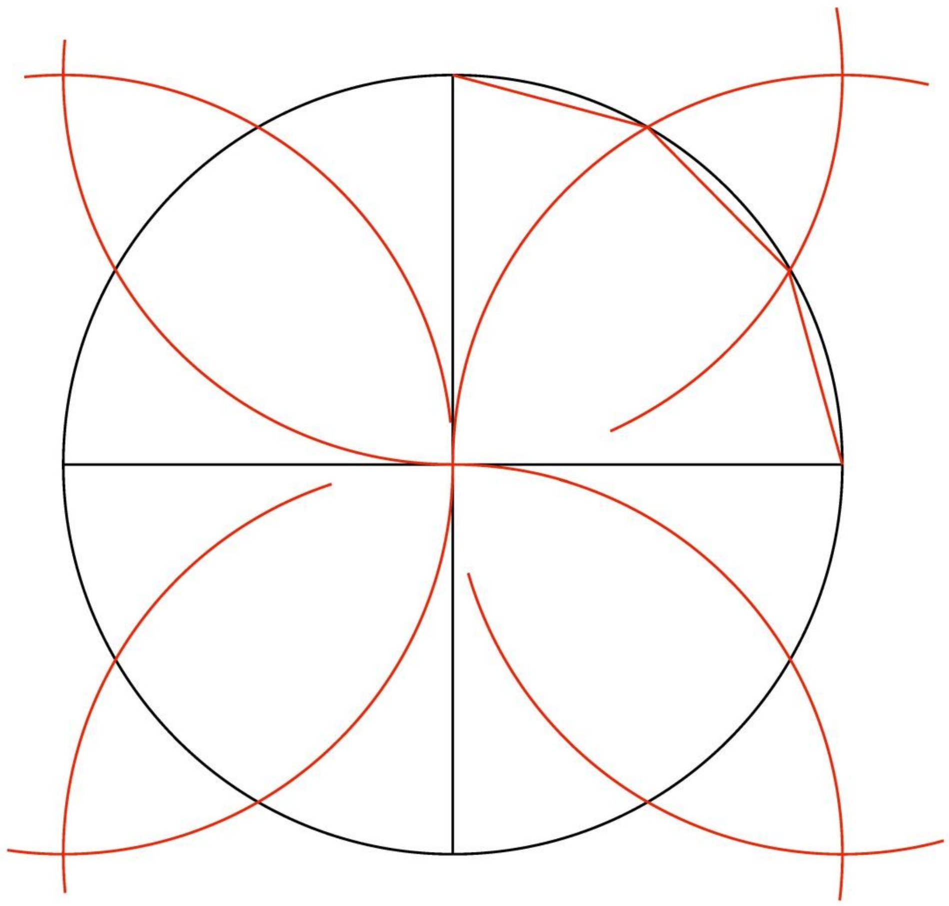


Com uma régua, uniremos os pontos do polígono.

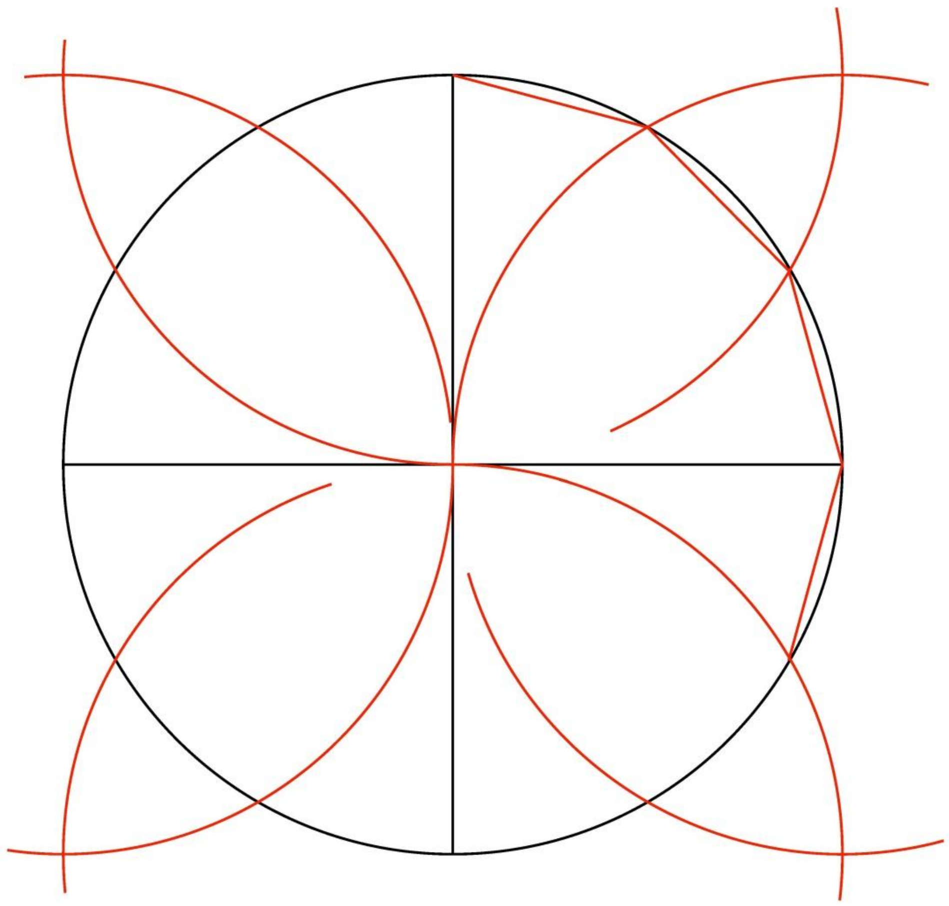
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



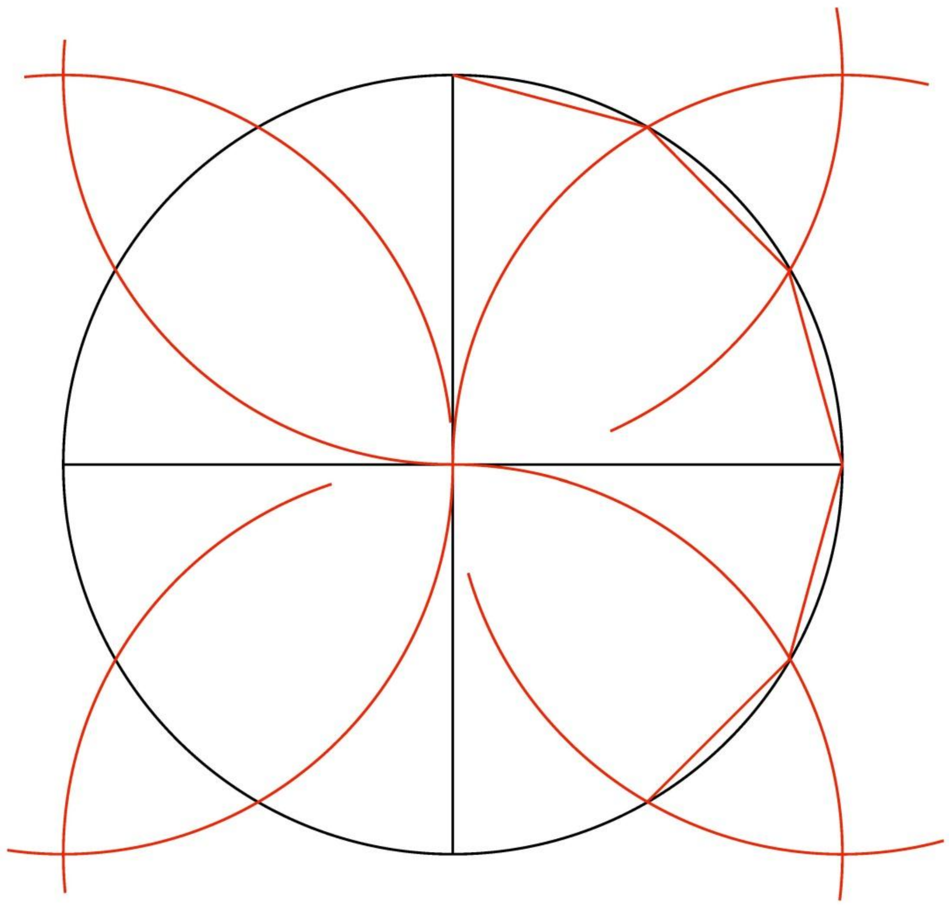
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



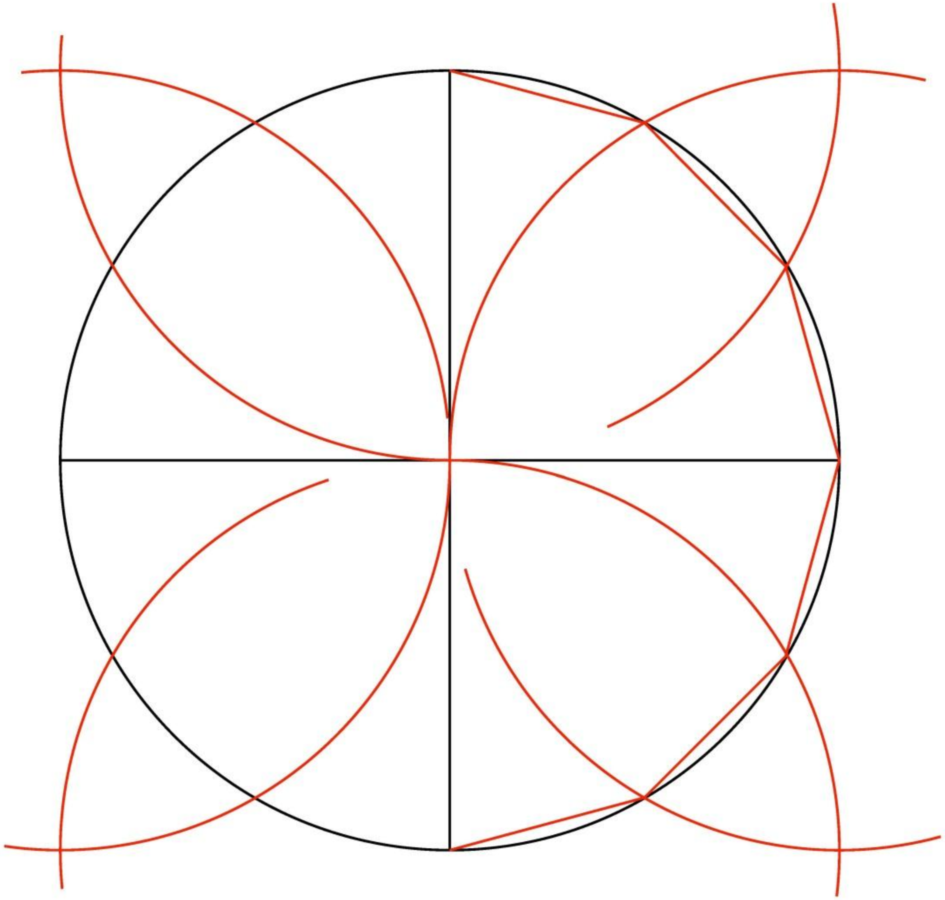
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



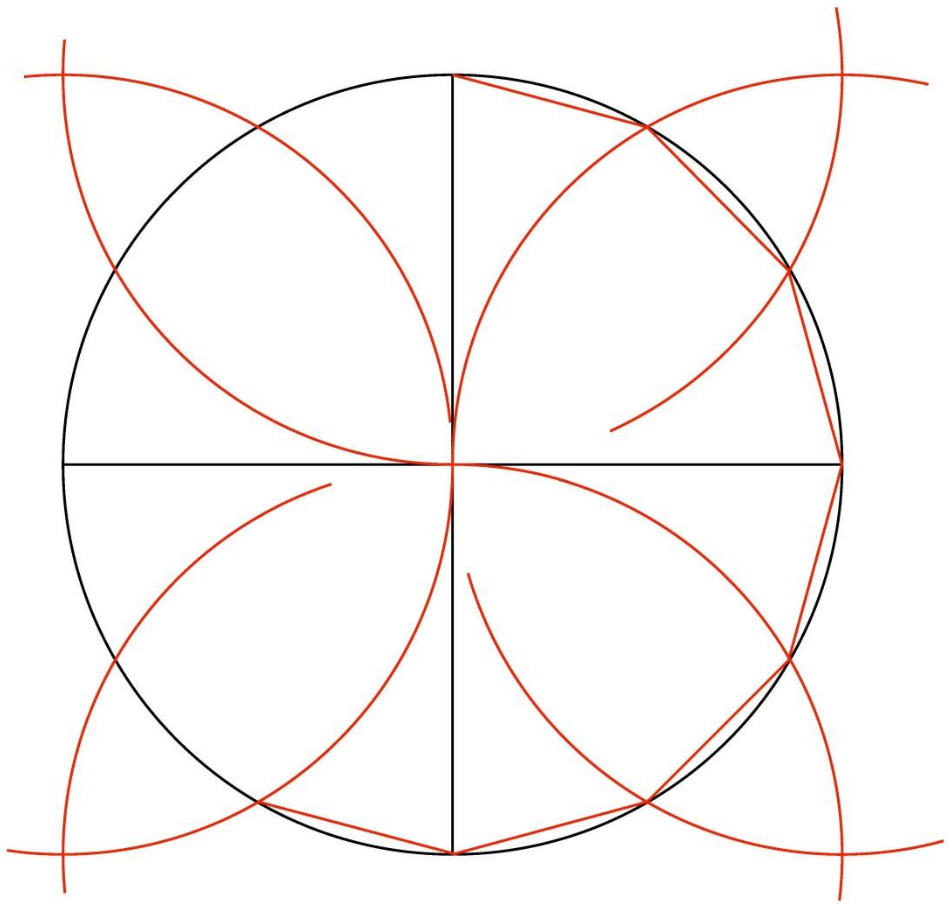
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



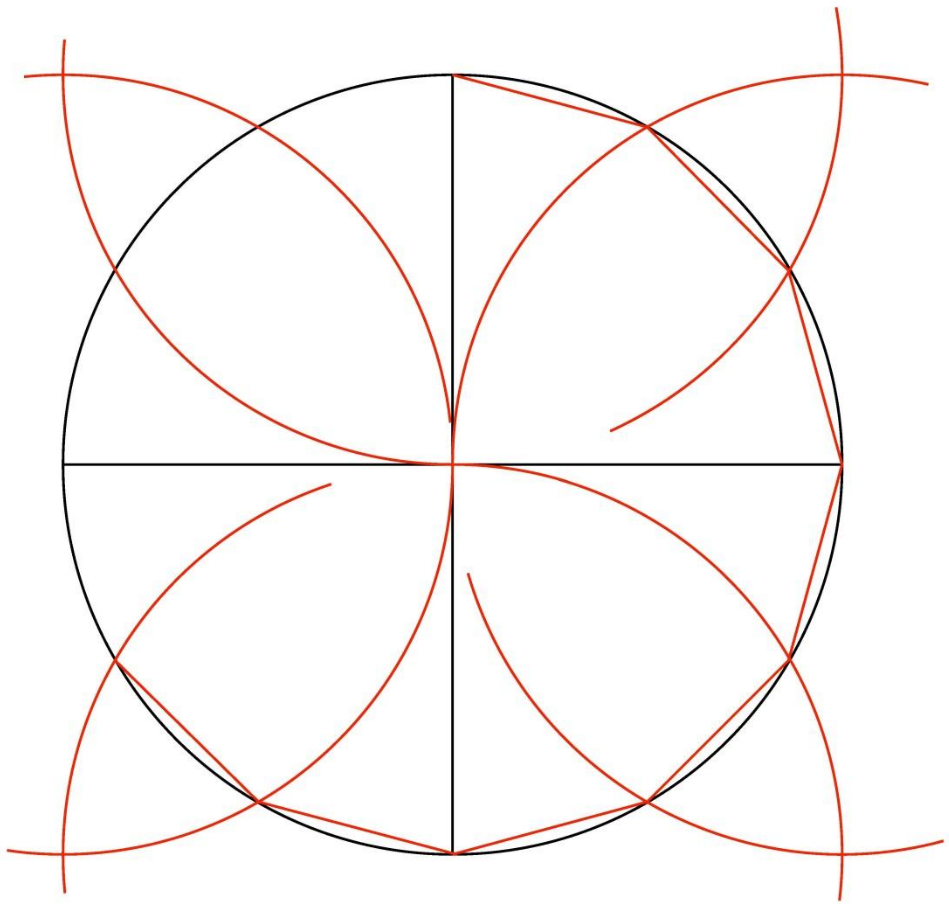
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



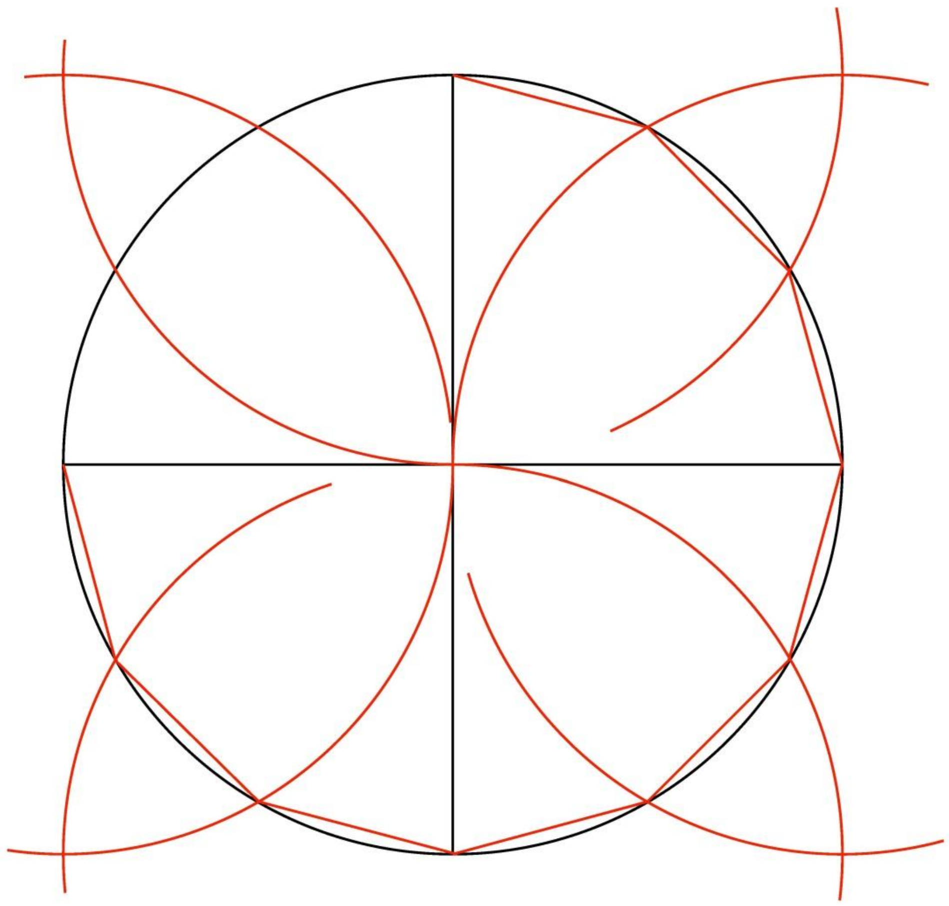
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



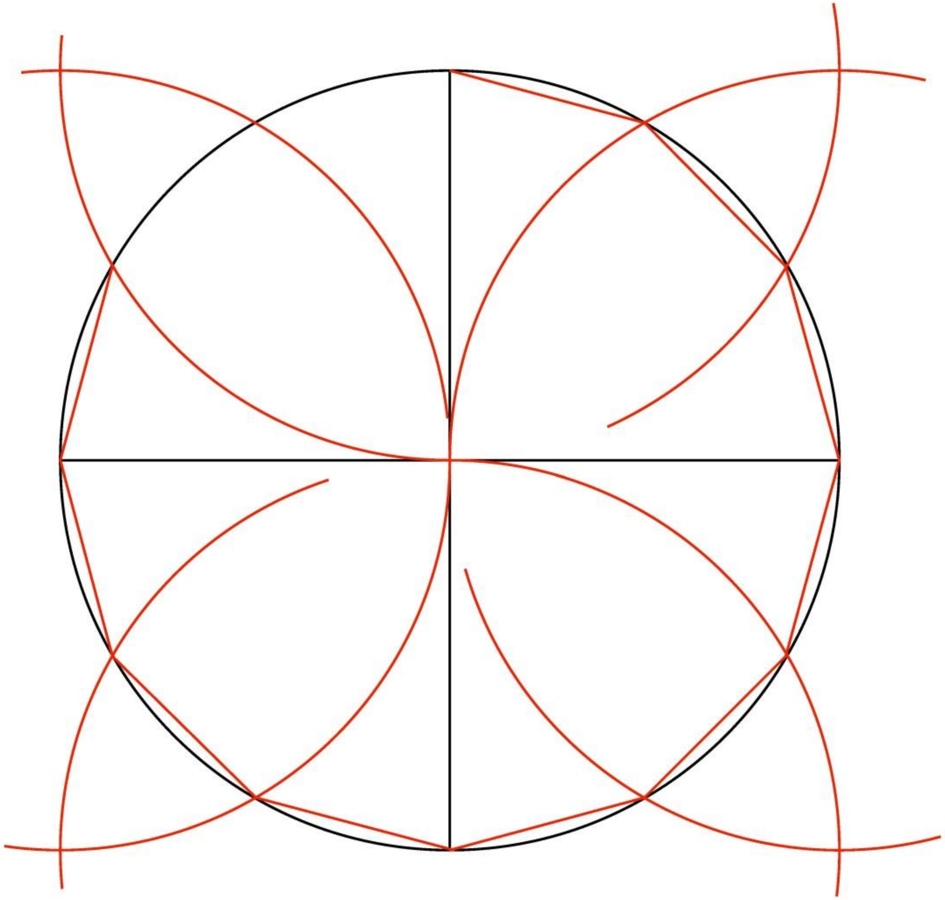
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



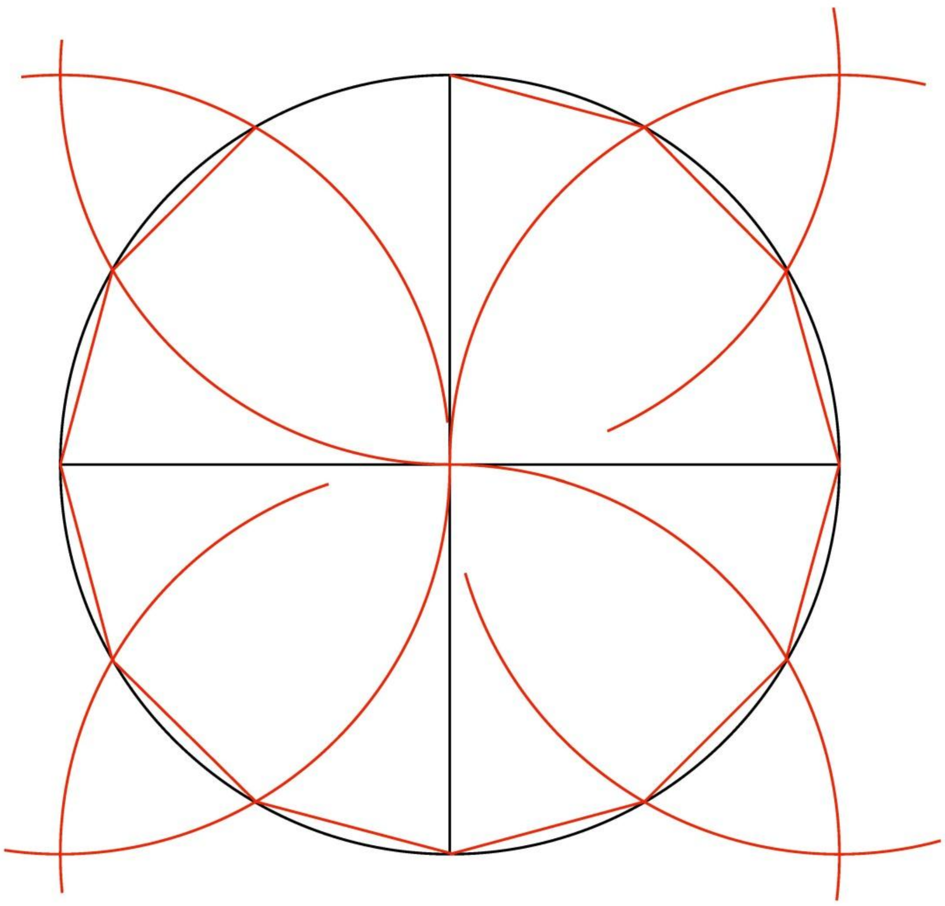
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



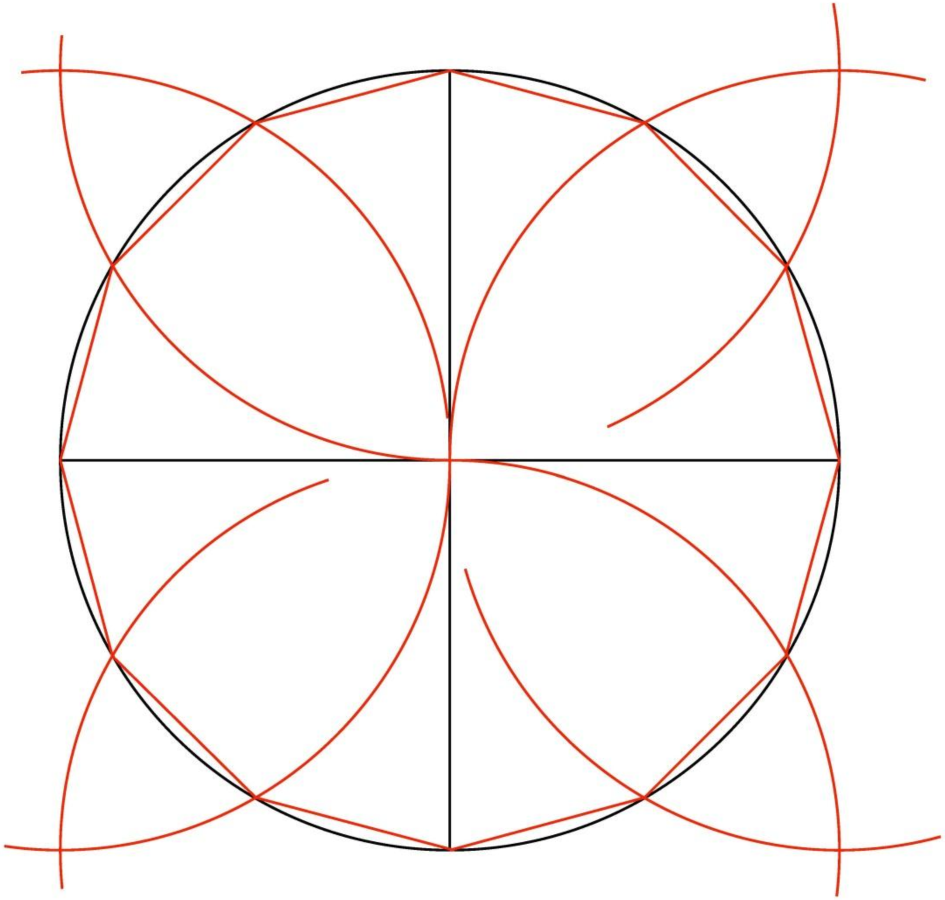
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



Aula 2 – Perímetro da Circunferência

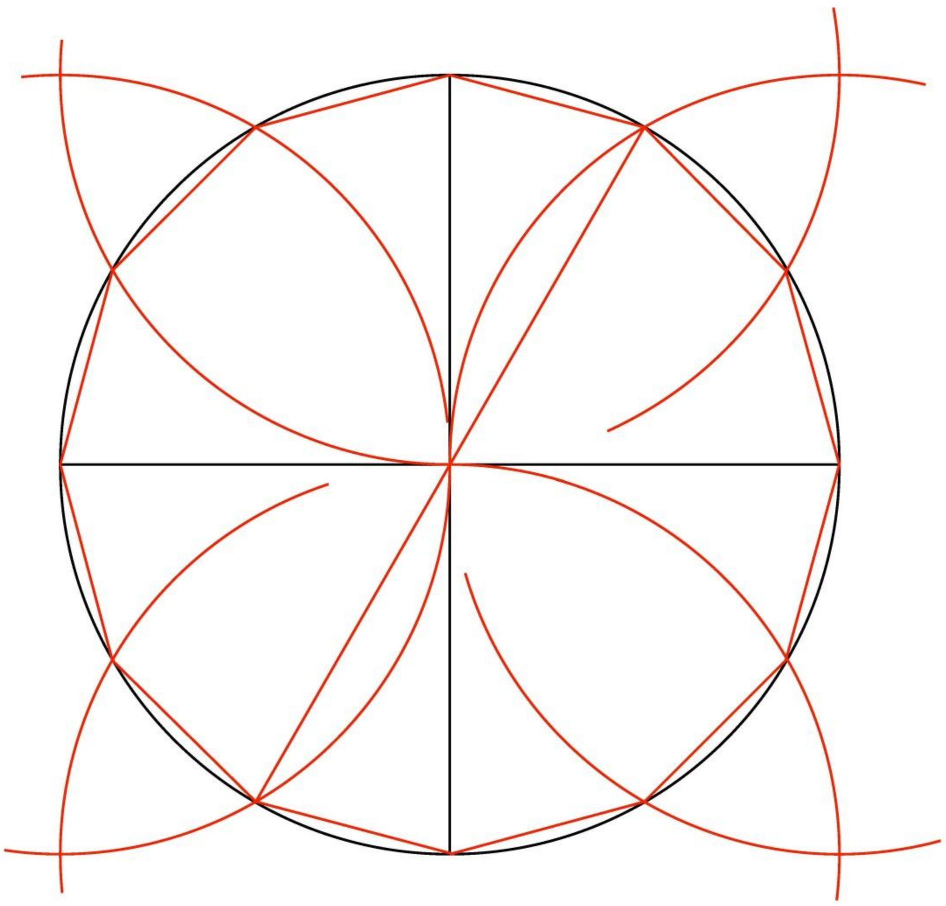


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

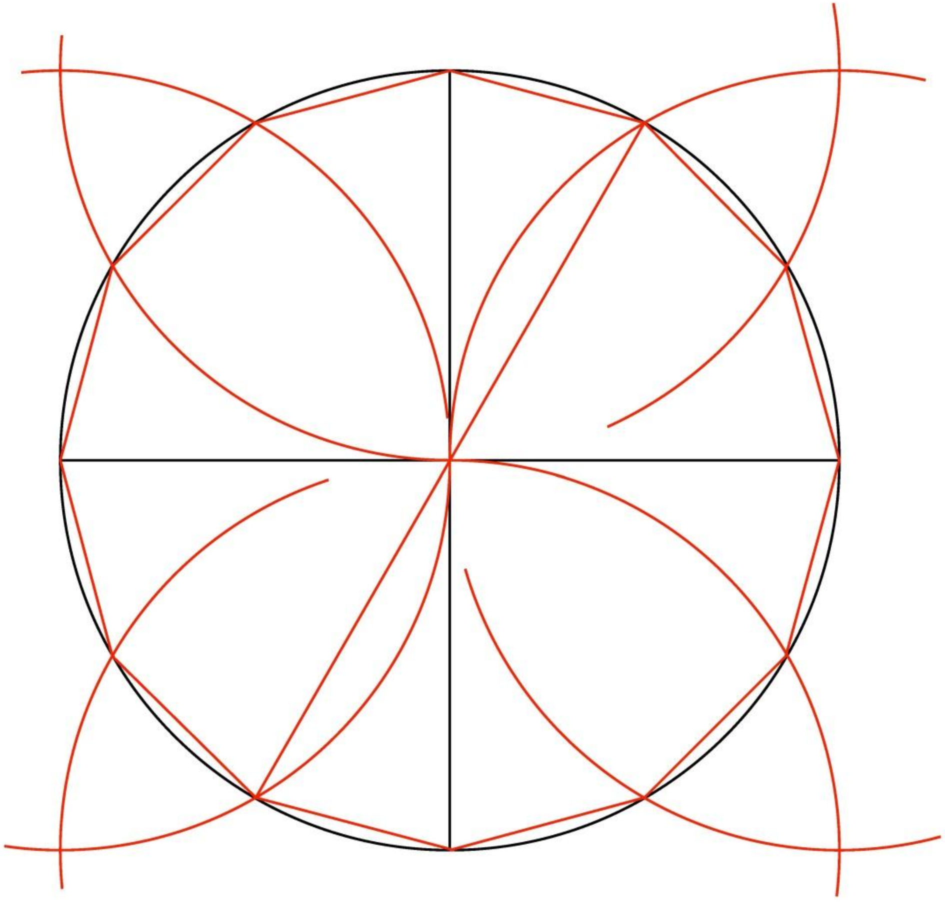


Representação dos 12 traços feitos com a régua que dividem circunferência em 12 partes iguais.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

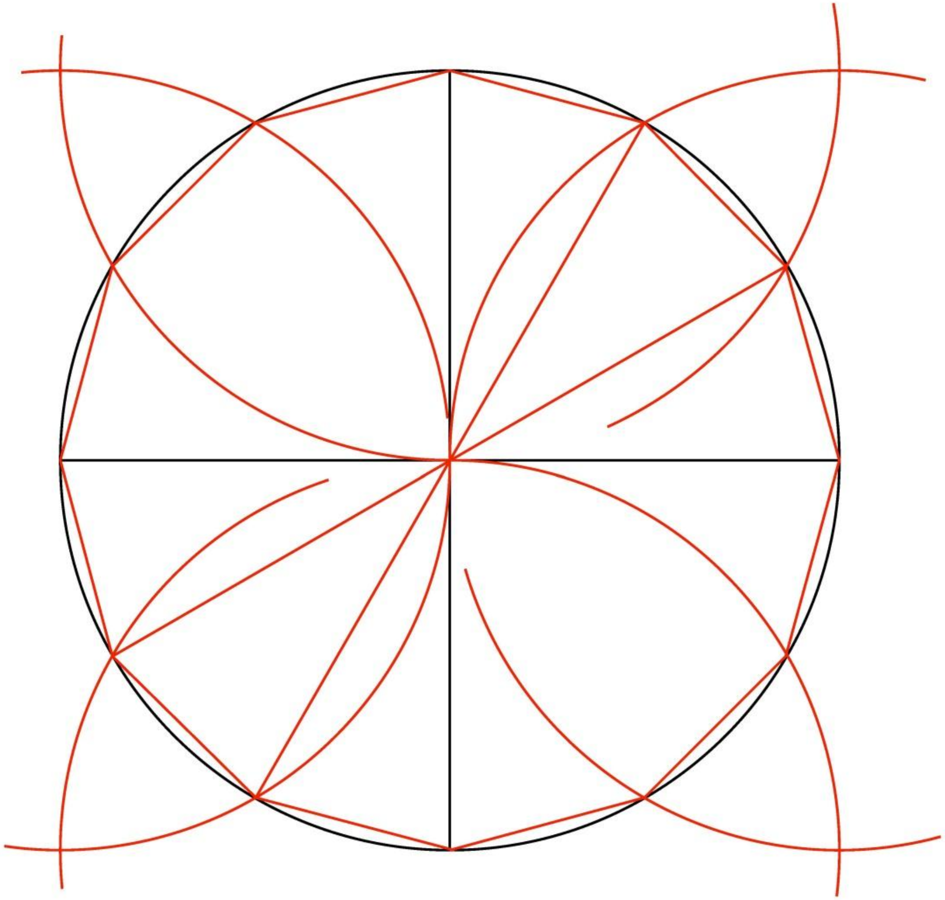


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

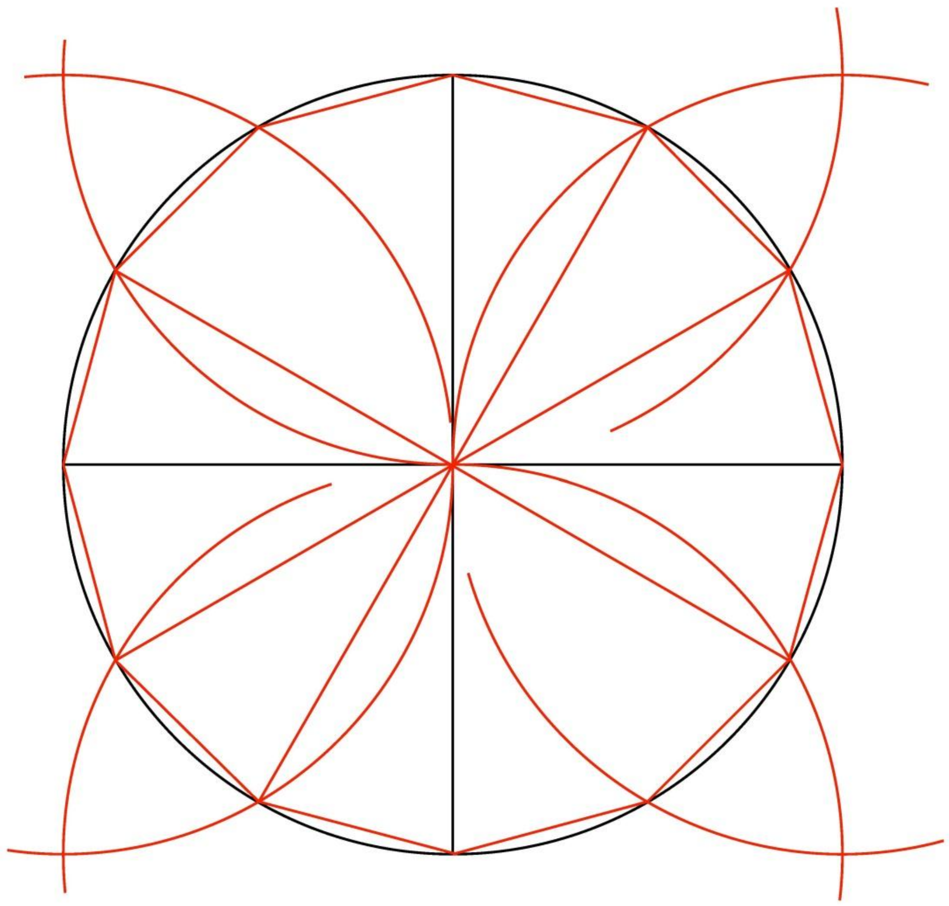


Traçamos as diagonais do polígono

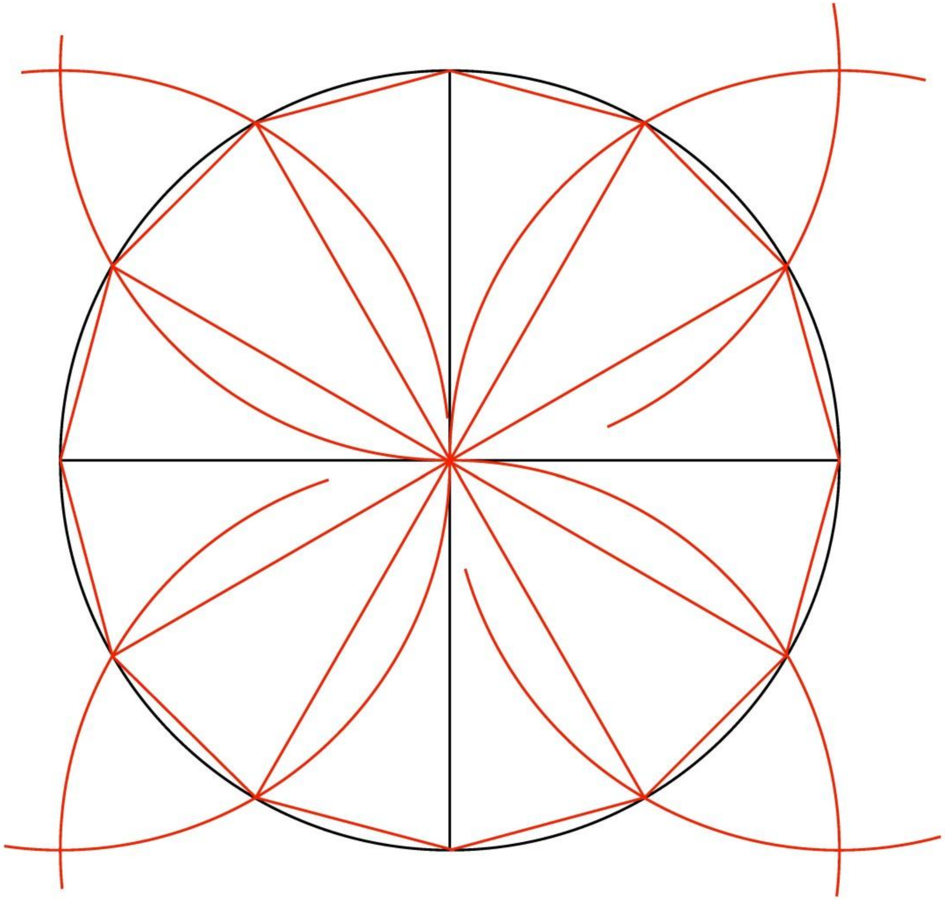
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



Aula 2 – Perímetro da Circunferência

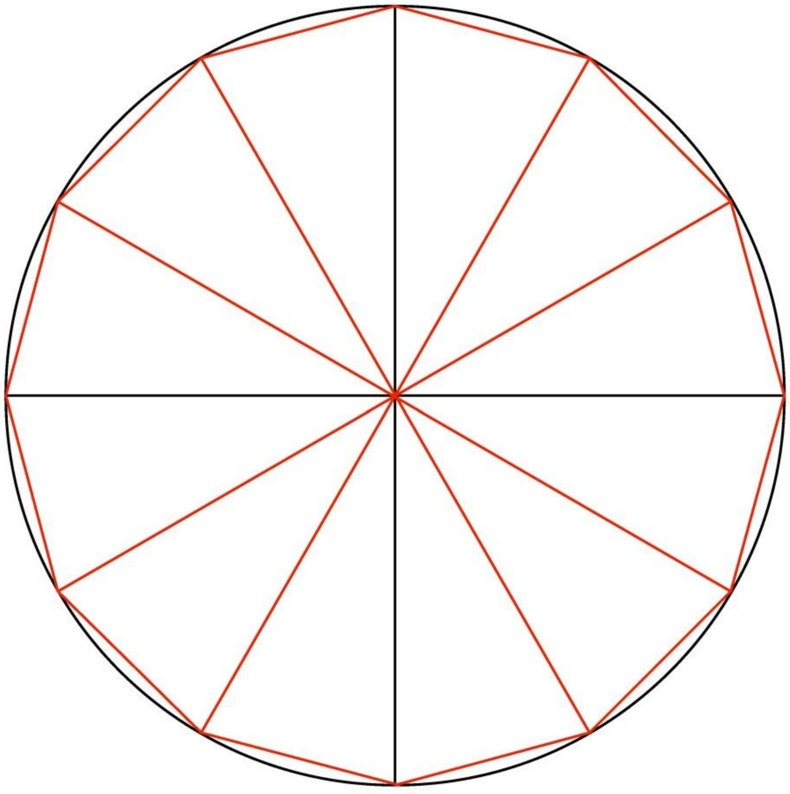


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

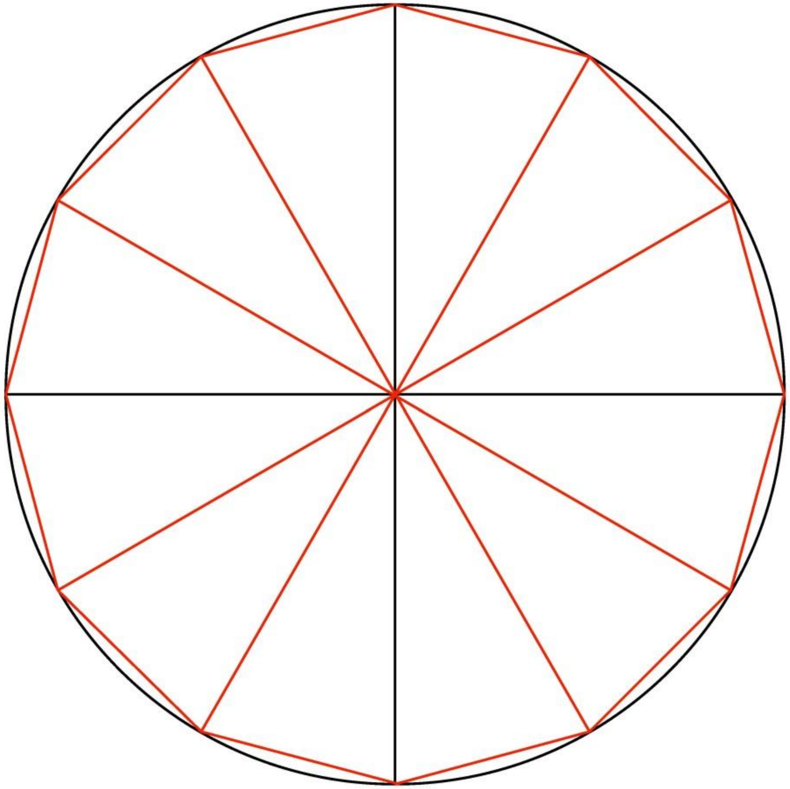


Após as diagonais traçadas formamos doze triângulos semelhantes entre si.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

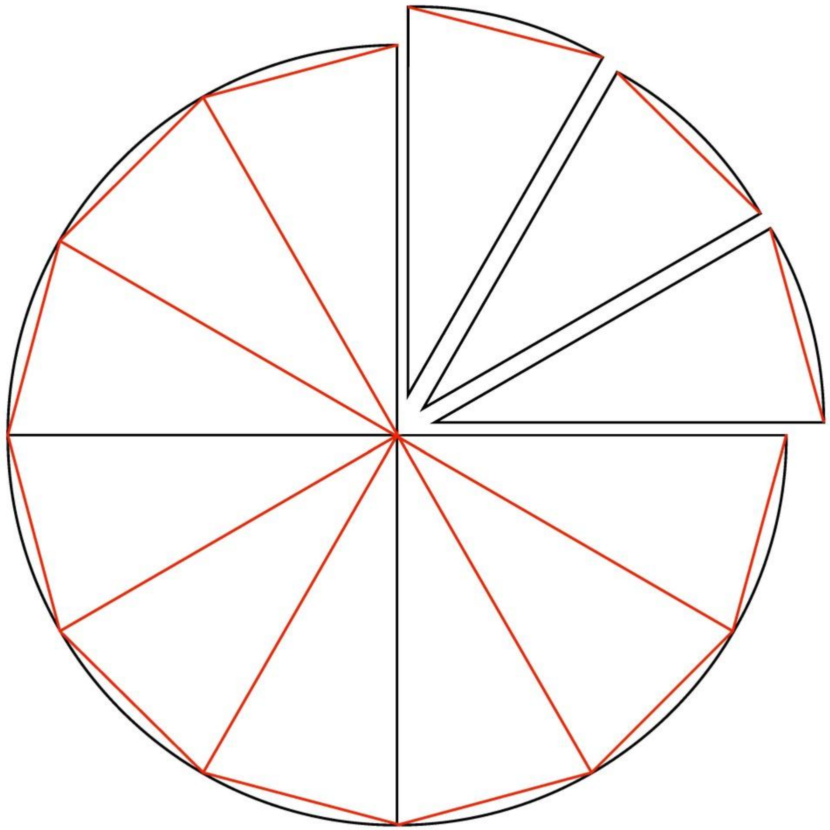


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

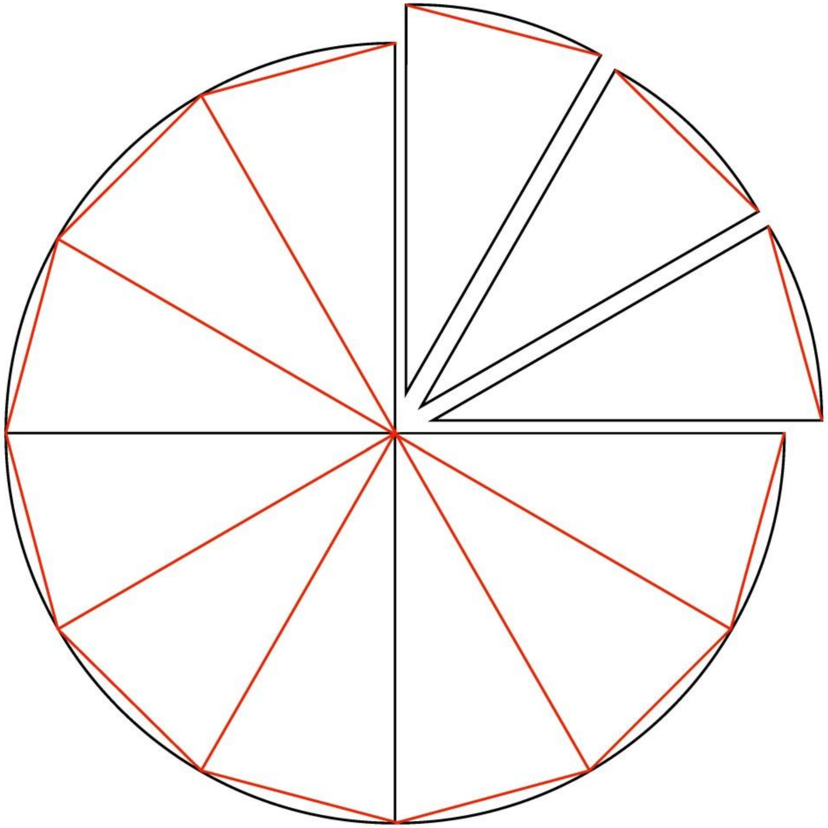


Apagamos as construções para melhor observação dos 12 triângulos idênticos uns aos outros.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

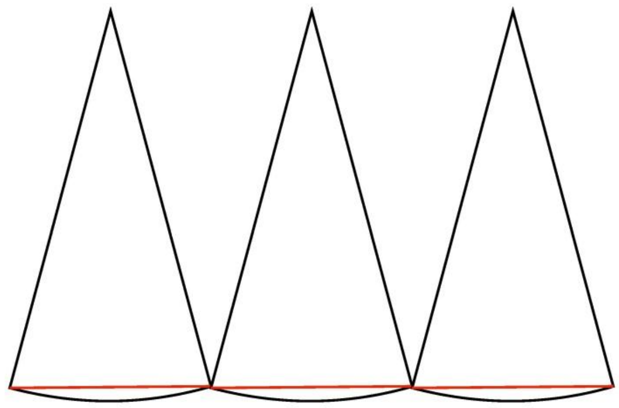


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

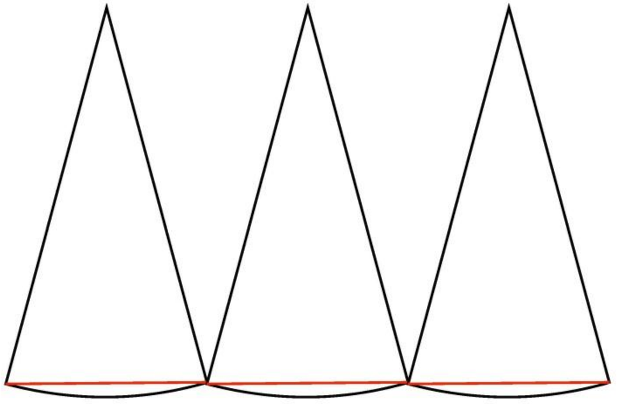


Recortamos os triângulos semelhantes.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

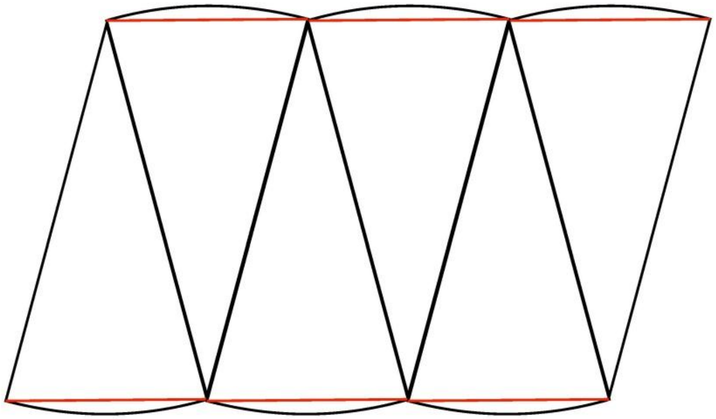


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

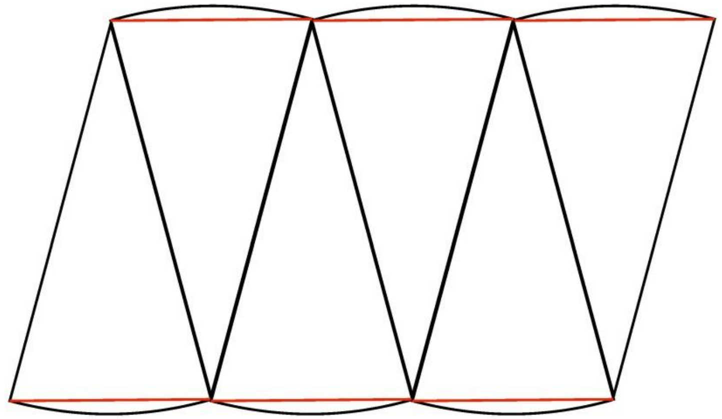


Agrupamento dos triângulos recortados.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

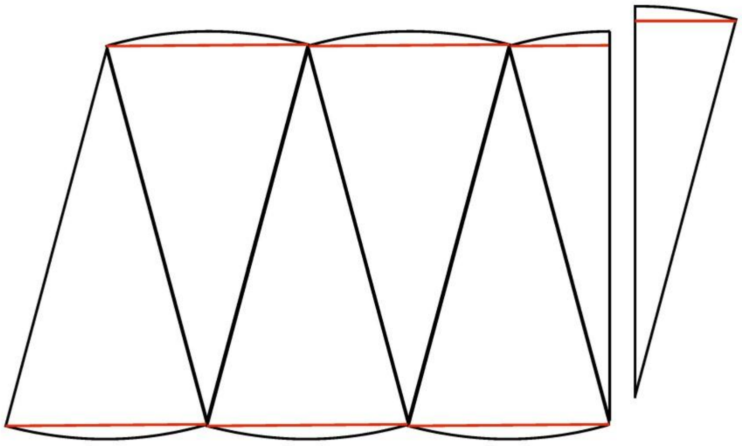


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

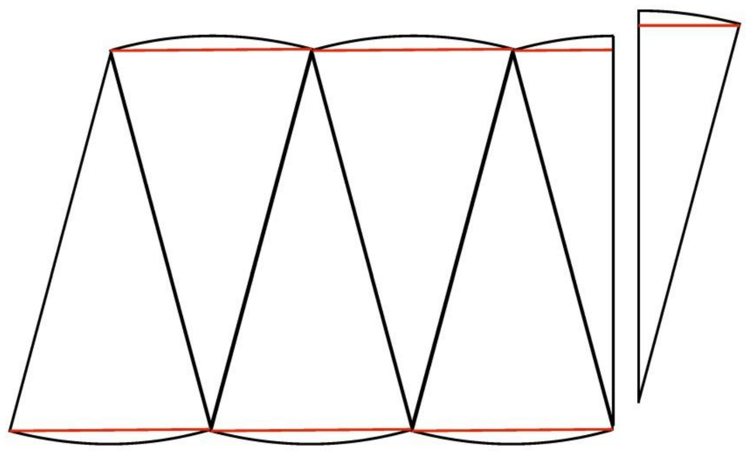


Agrupamento dos seis triângulos recortados.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

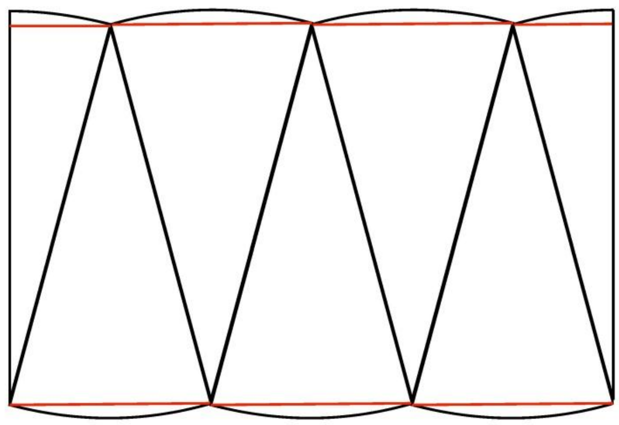


Aula 2 – Perímetro da Circunferência

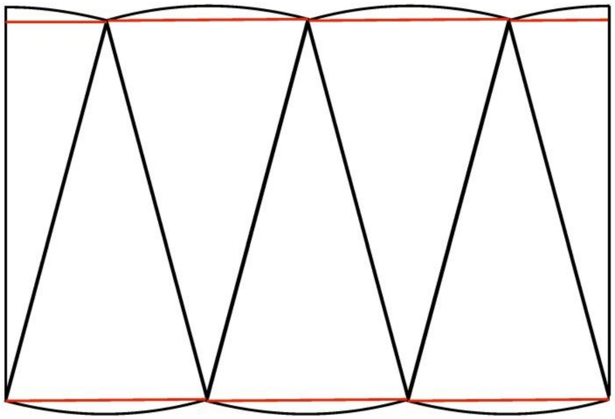


Recorte de um dos triângulos da extremidade.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

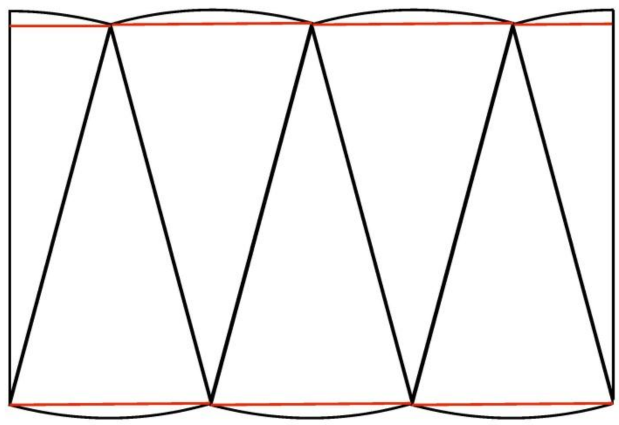


Aula 2 – Perímetro da Circunferência



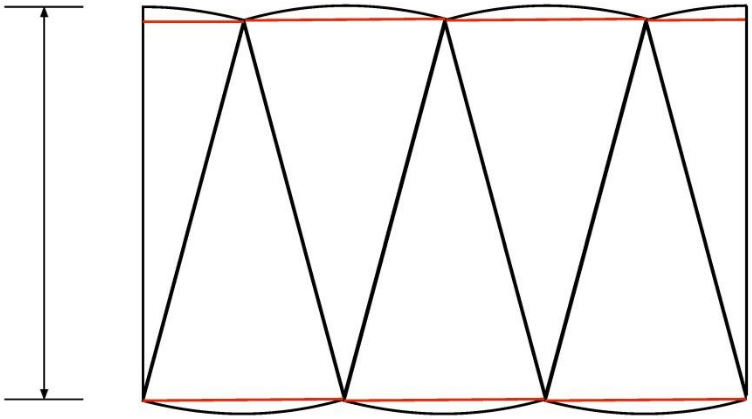
Acoplamento do triângulo recortado na outra extremidade, formando uma figura que se assemelha à um retângulo.

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

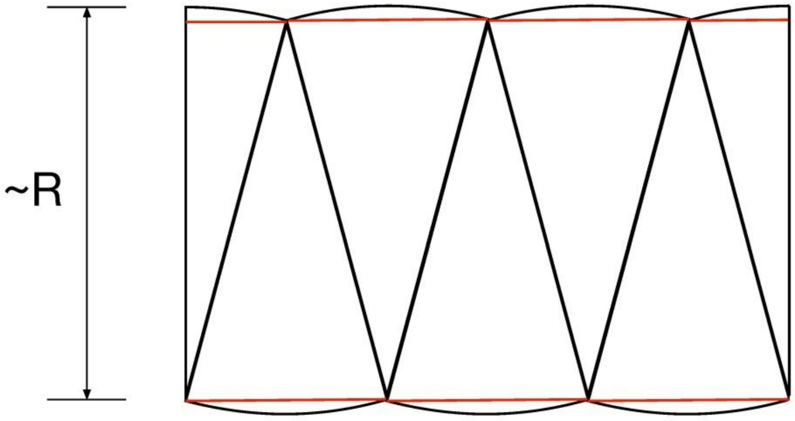


Ficamos com um retângulo de altura semelhante ao raio da circunferência e de comprimento semelhante à um quarto do perímetro do polígono.

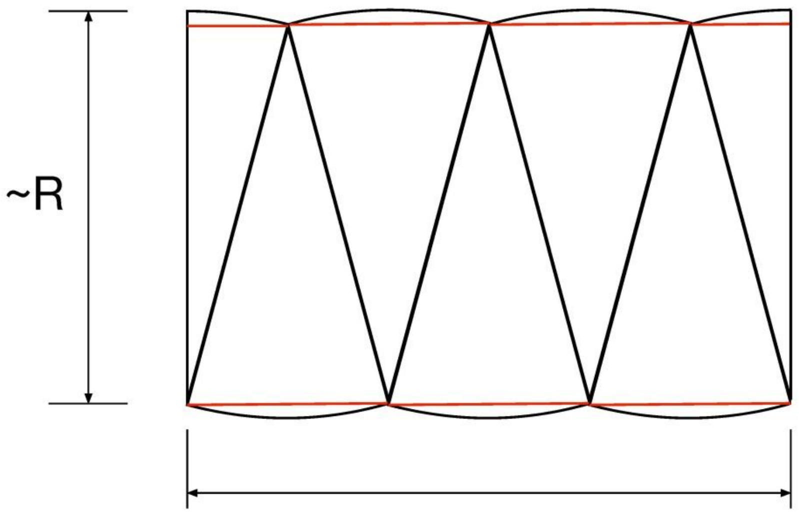
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



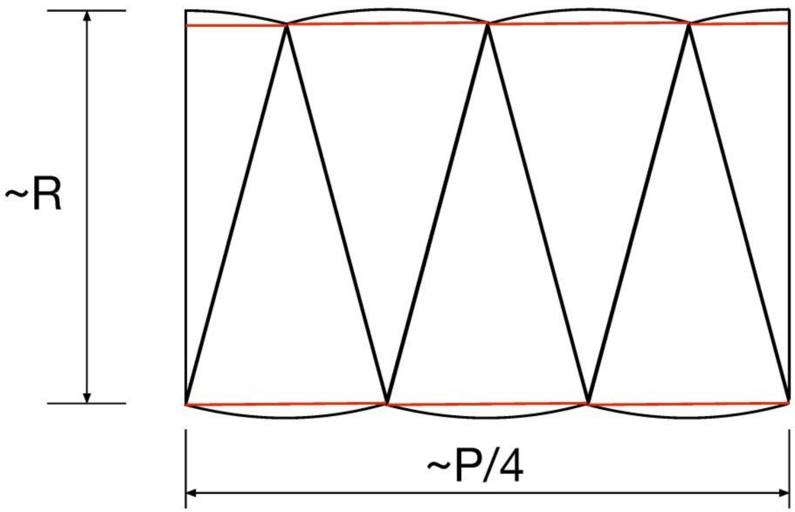
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



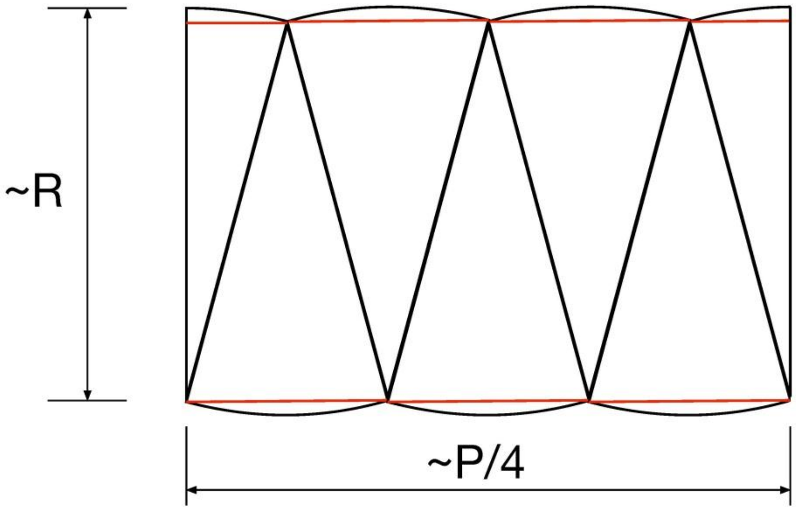
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



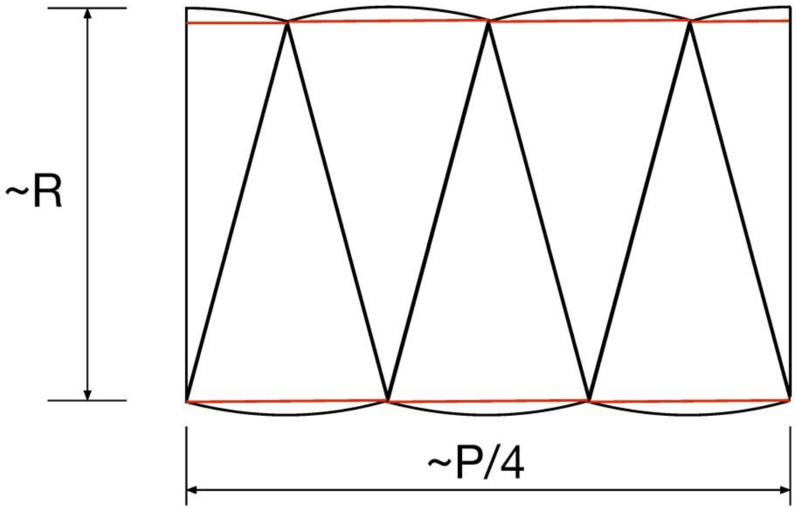
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



Aula 2 – Perímetro da Circunferência

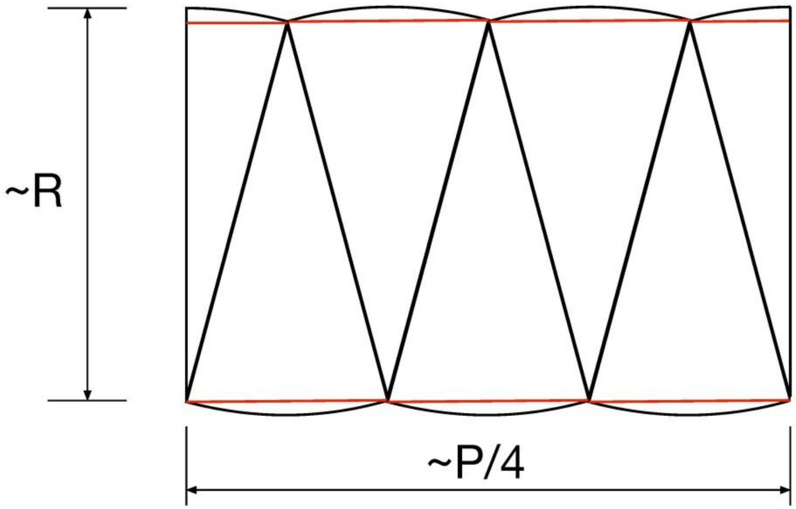


Aula 2 – Perímetro da Circunferência



$(P/4)R = A/2,$

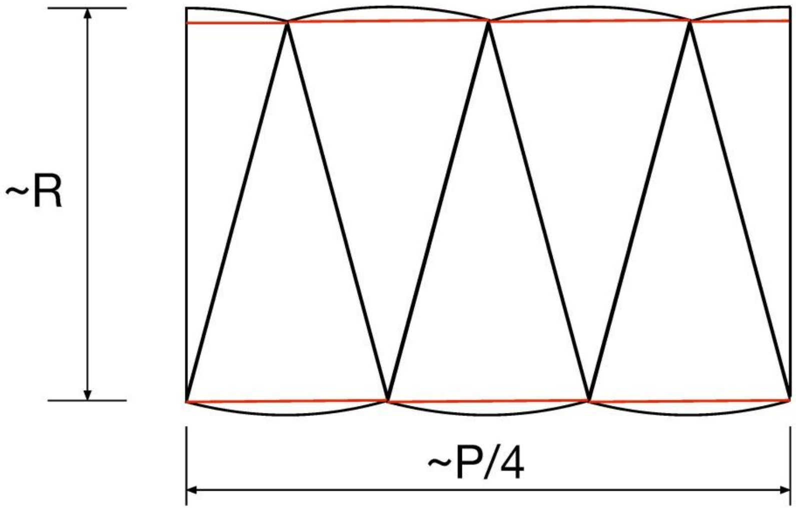
Aula 2 – Perímetro da Circunferência



$(P/4)R = A/2,$

$P/2 = A/R$

Aula 2 – Perímetro da Circunferência

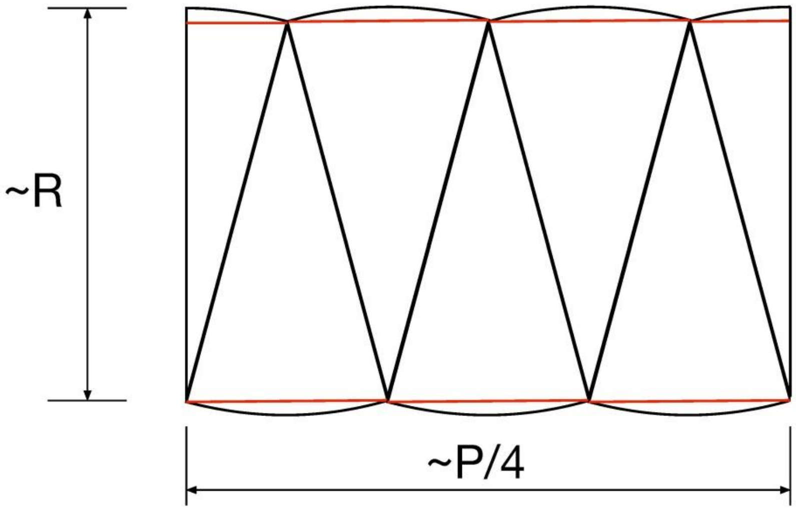


$(P/4)R = A/2,$

$P/2 = A/R$

$P = 2A/R.$

Aula 2 – Perímetro da Circunferência



$(P/4)R = A/2,$

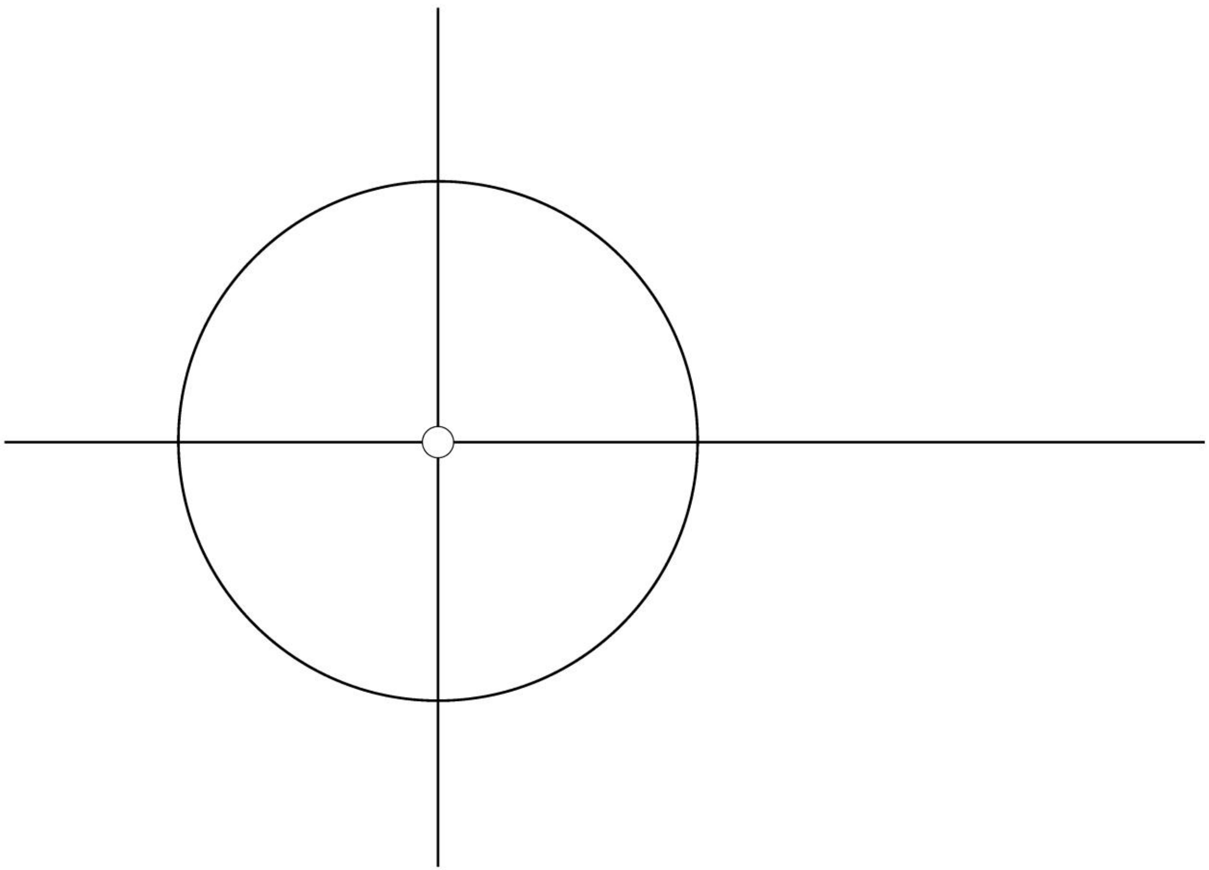
$P/2 = A/R$

$P = 2A/R.$

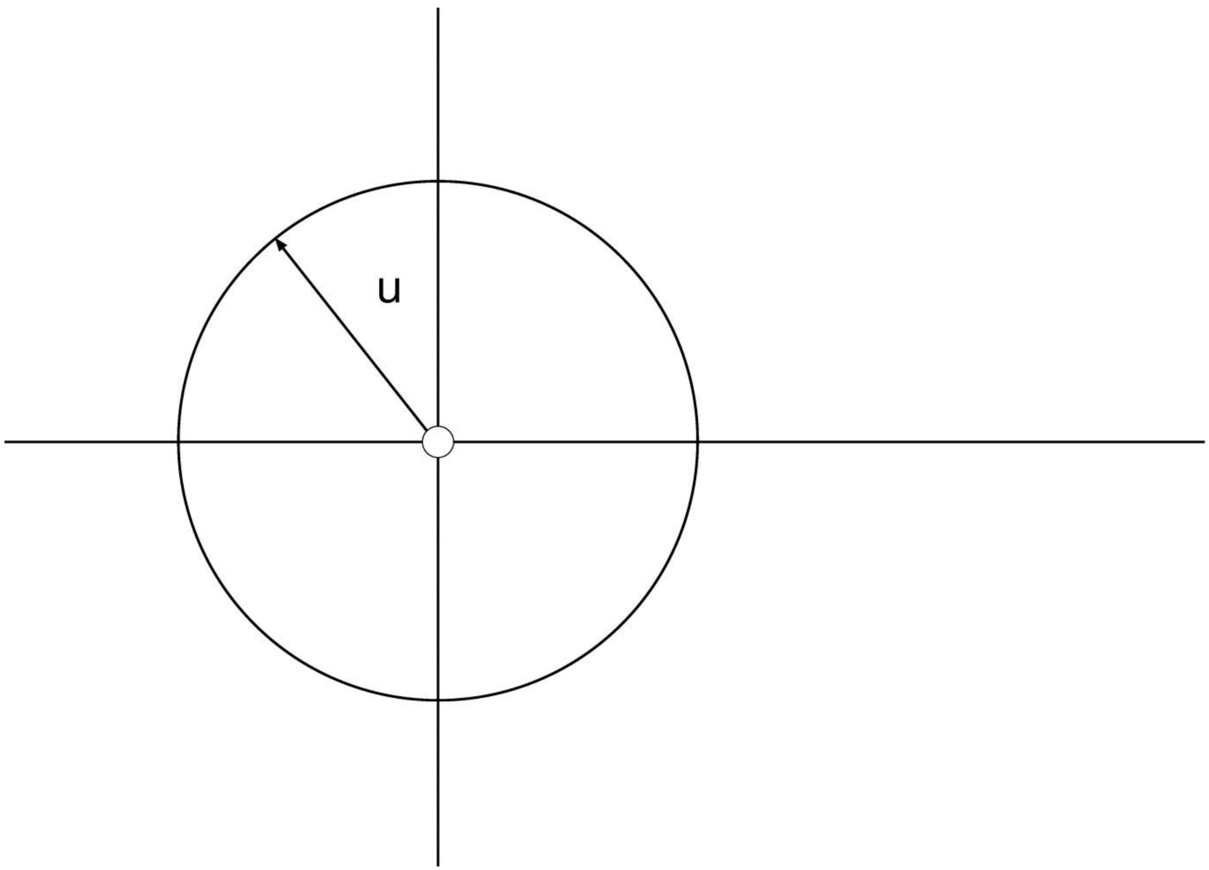
$P = 2\pi R$

Aula 2

Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

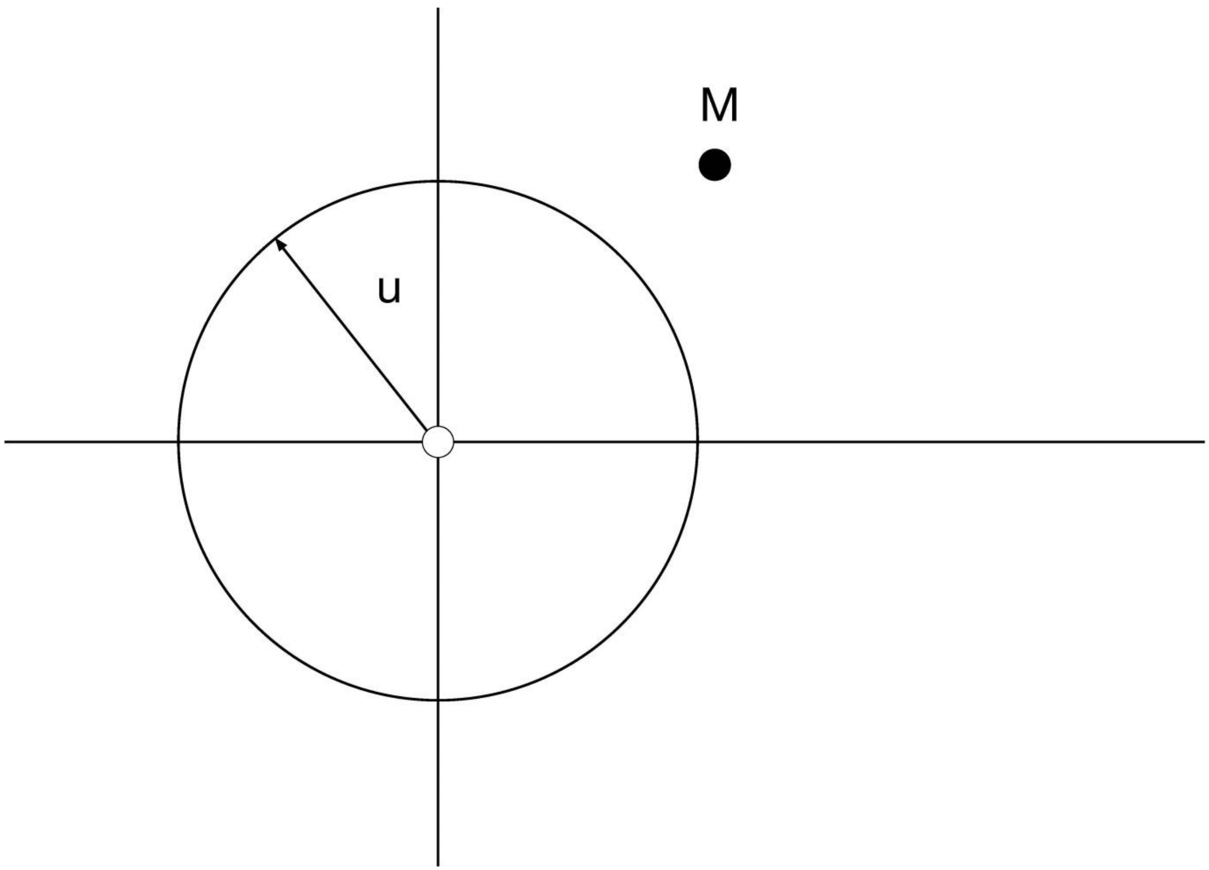


Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

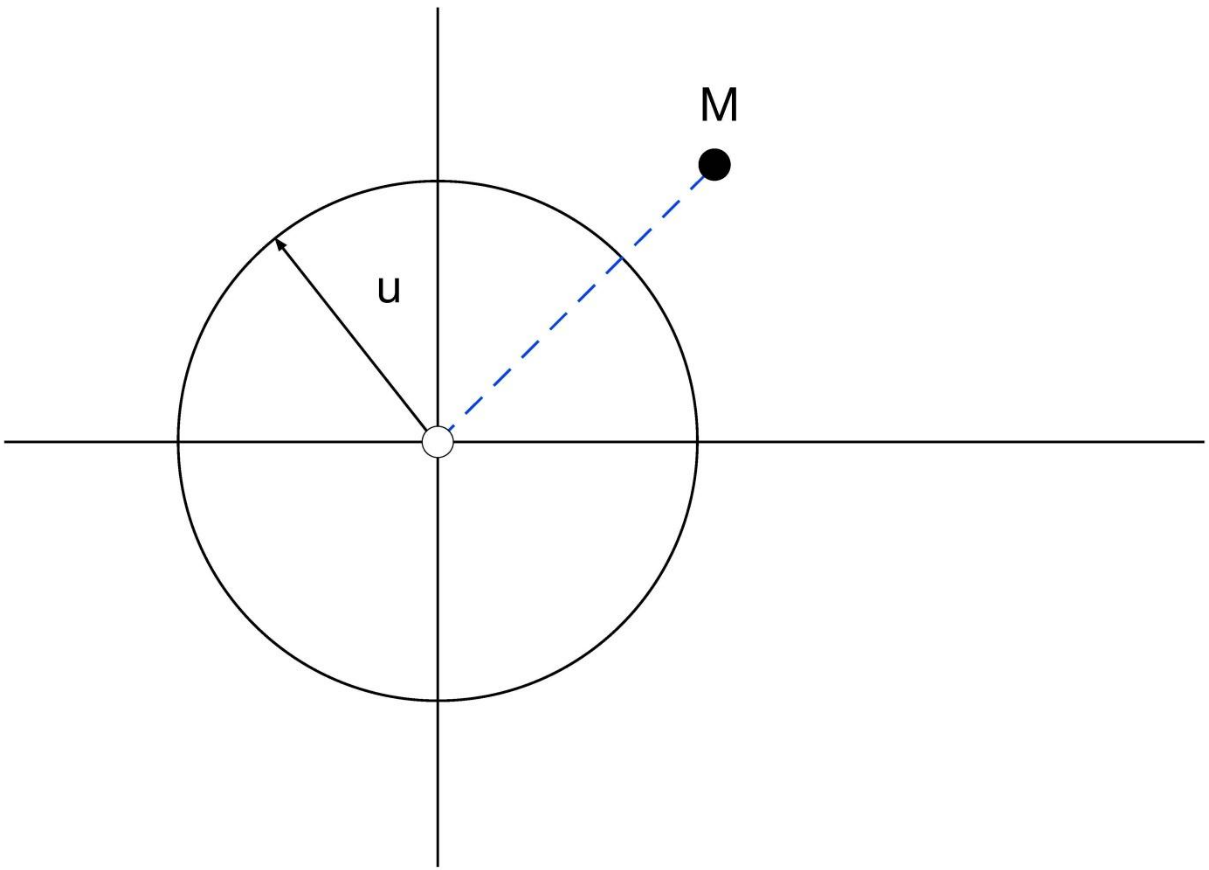


Circunferência de raio u.

Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

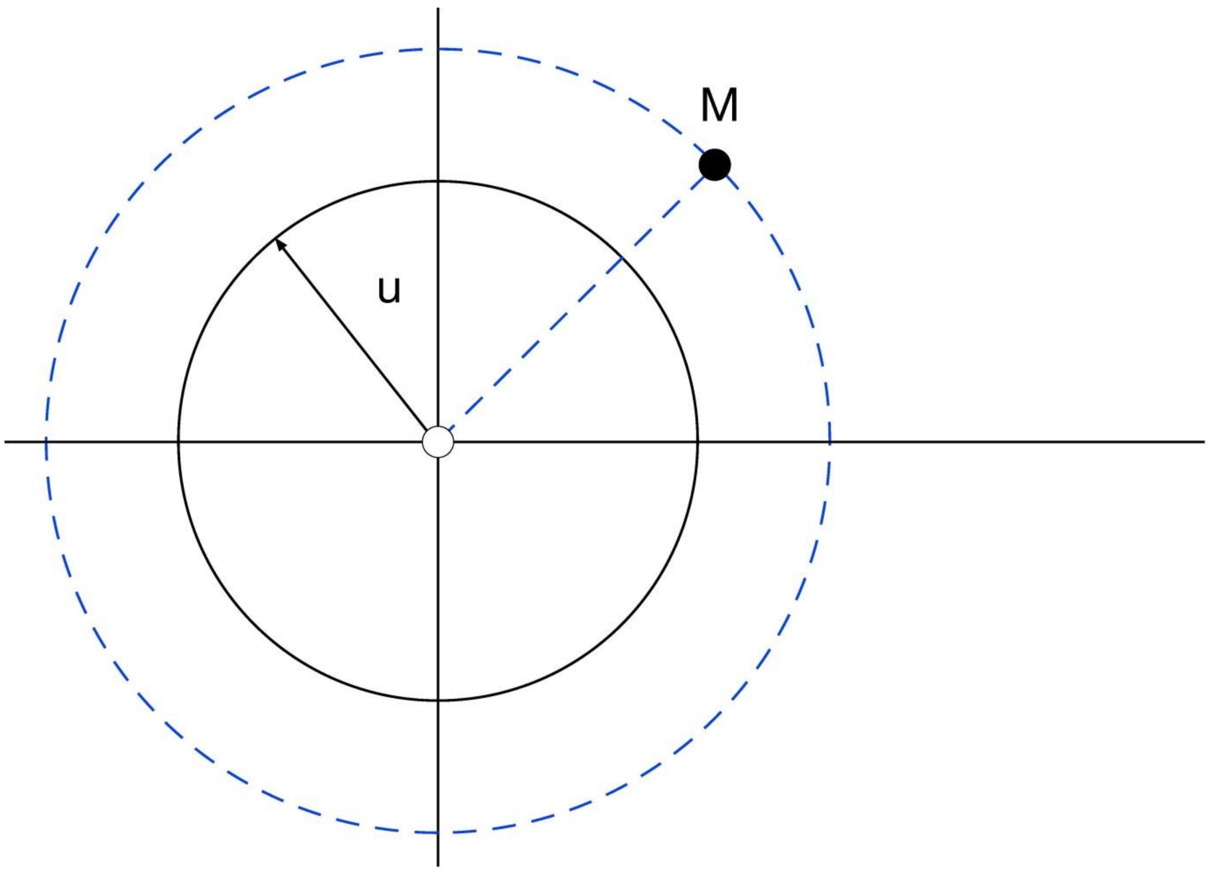


Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

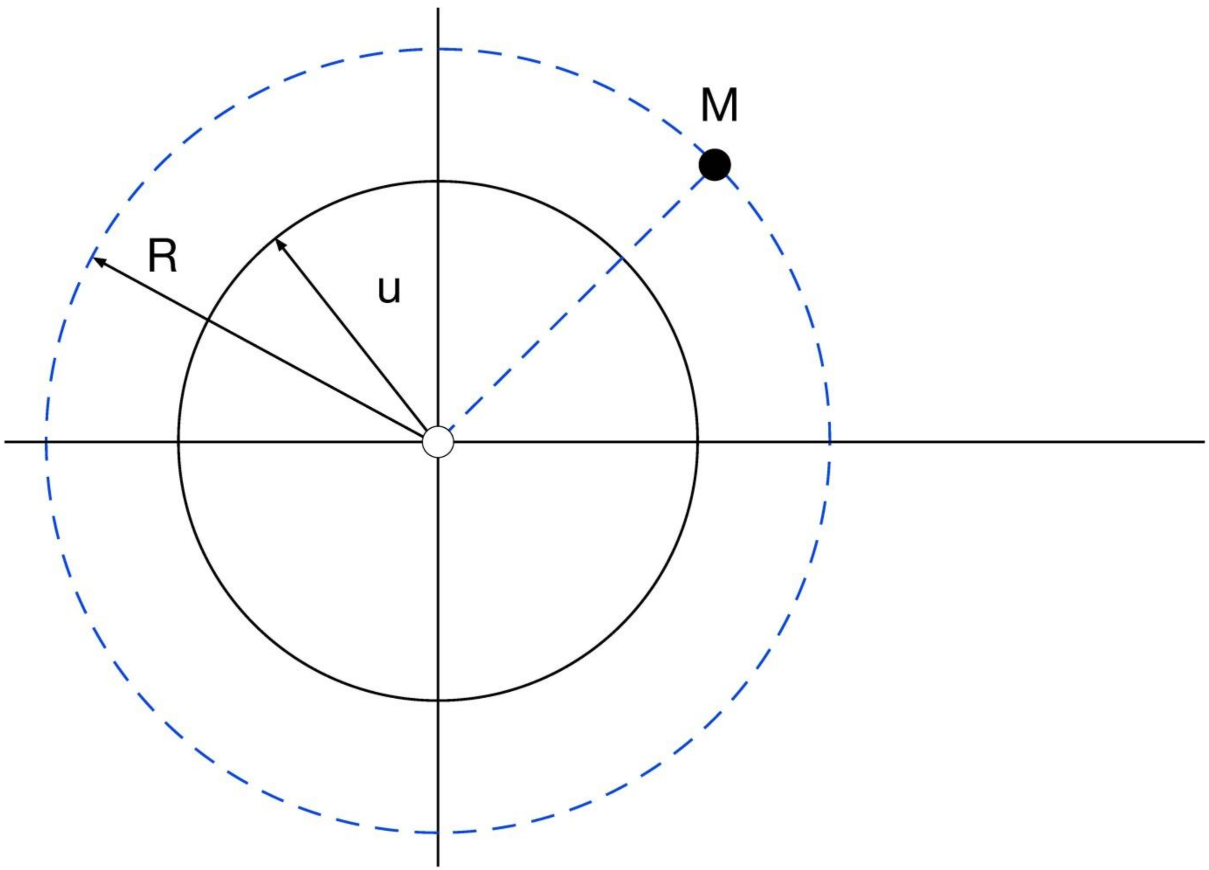


Circunferência de raio u e o ponto M.

Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

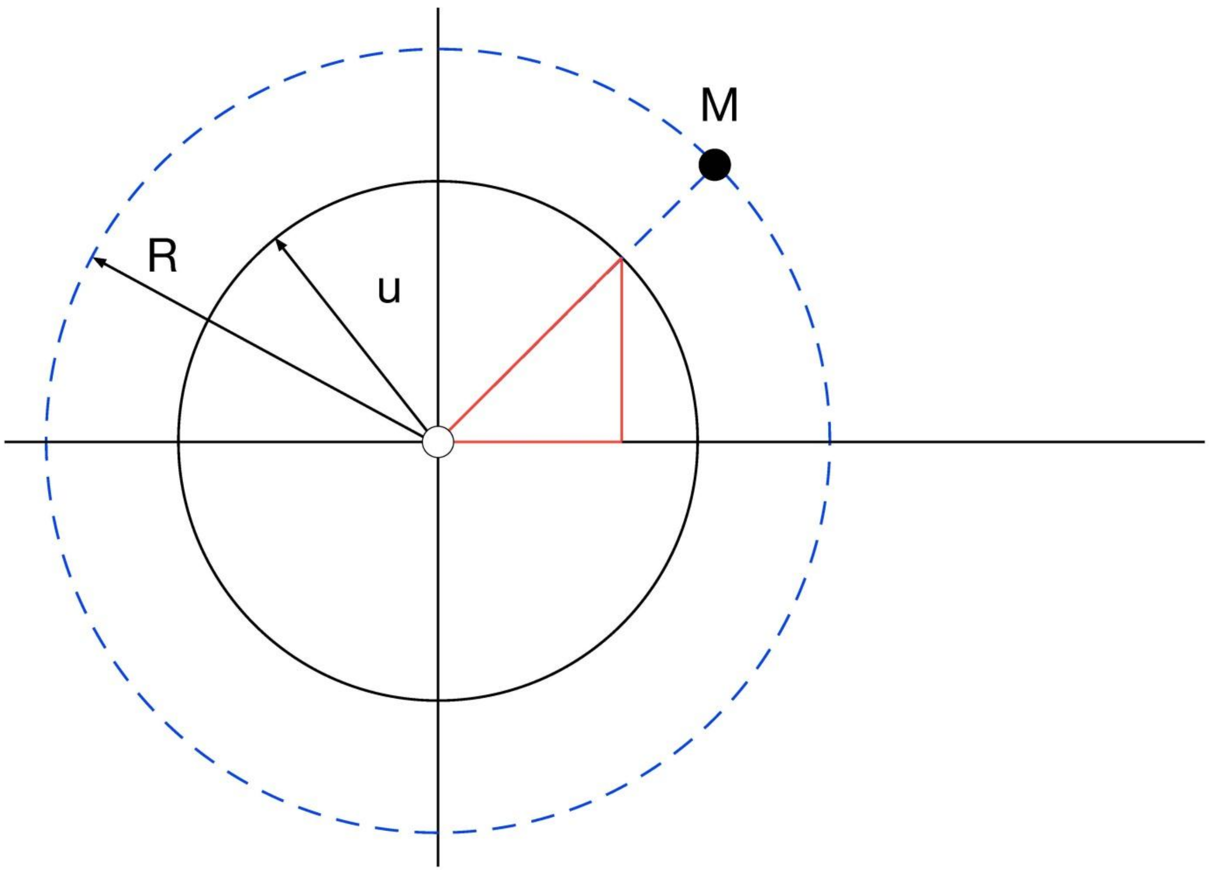


Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

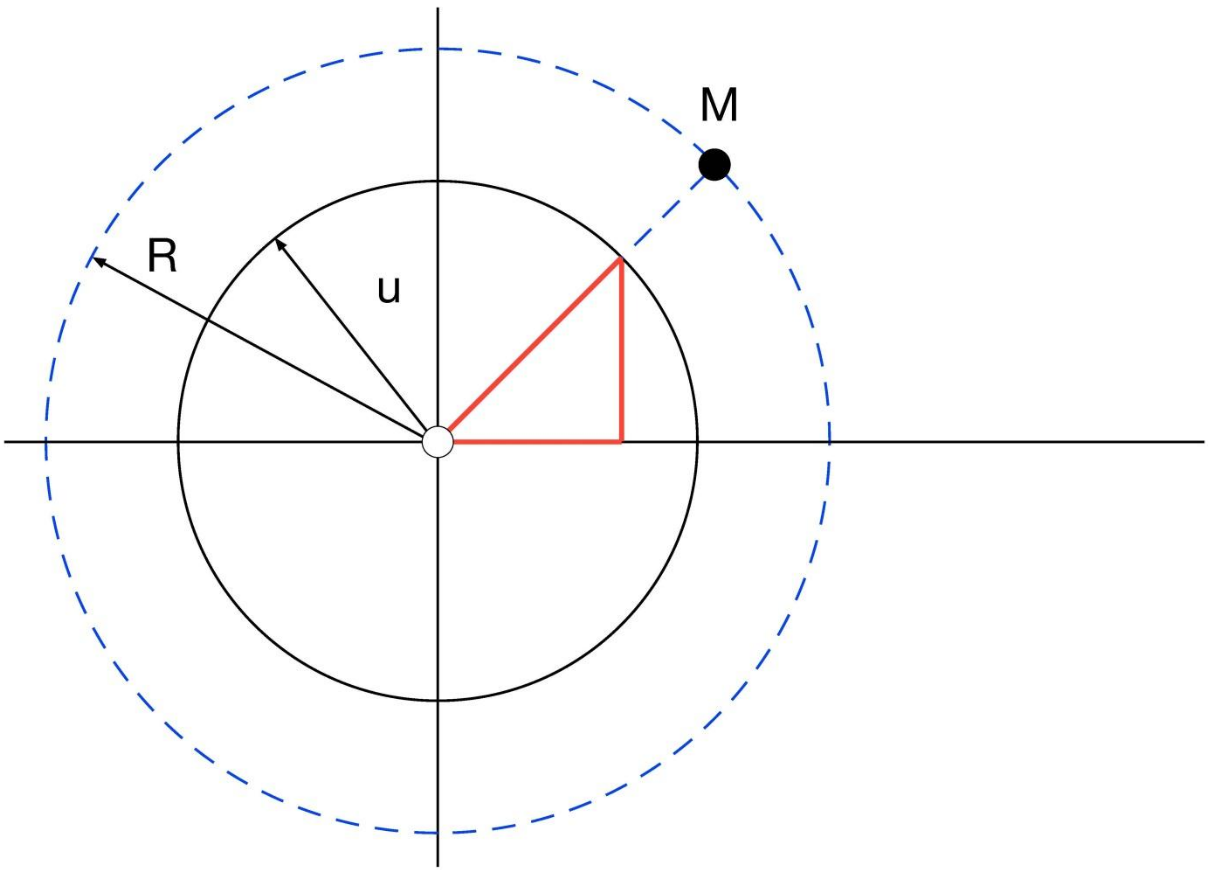


Circunferência de raio R que passa pelo ponto M.

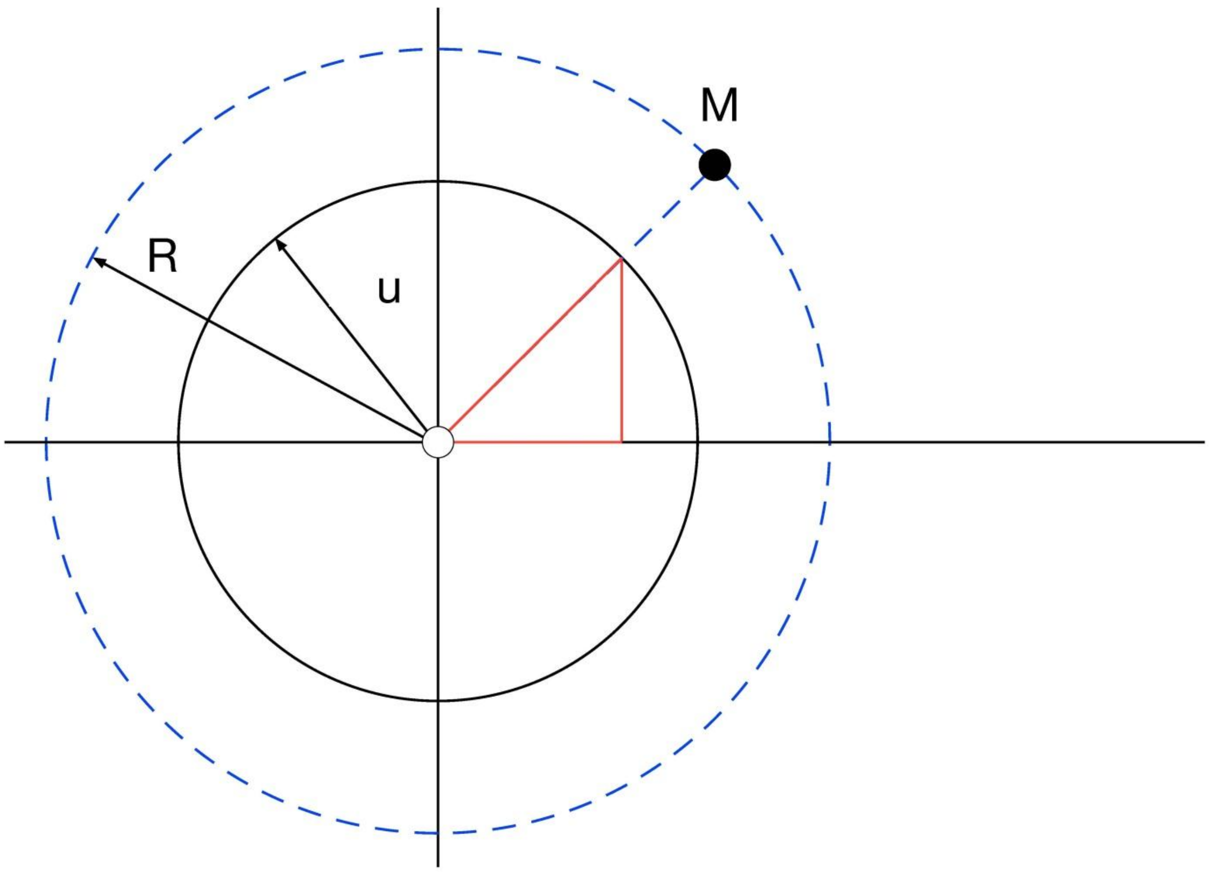
Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



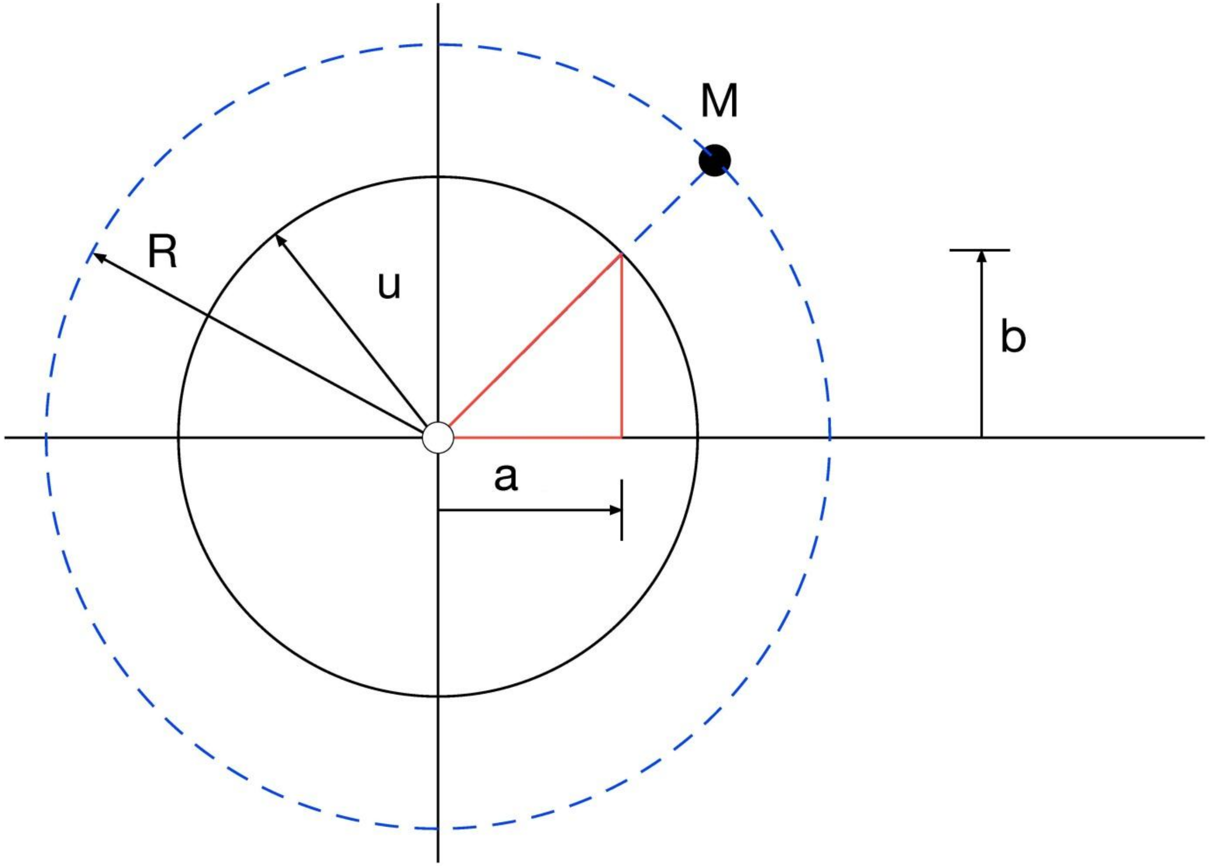
Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

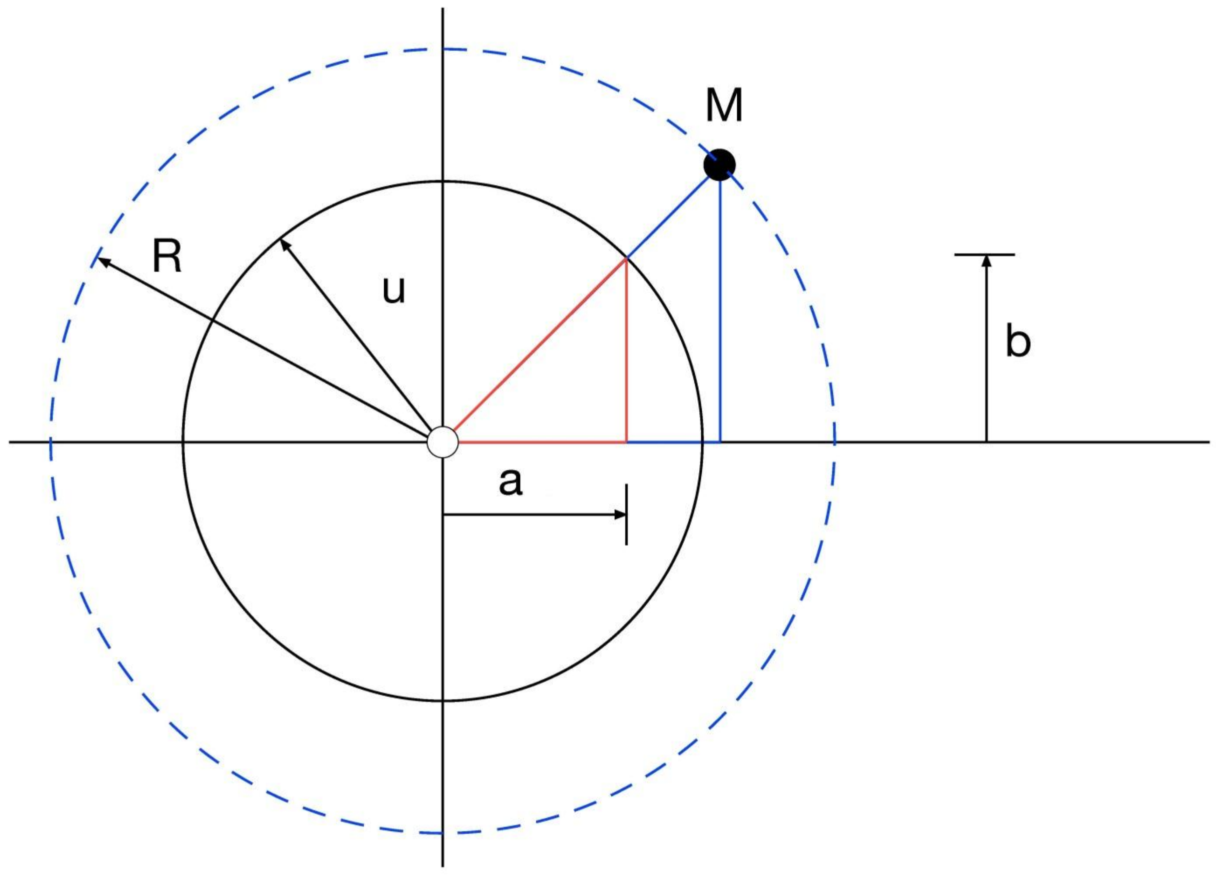


Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

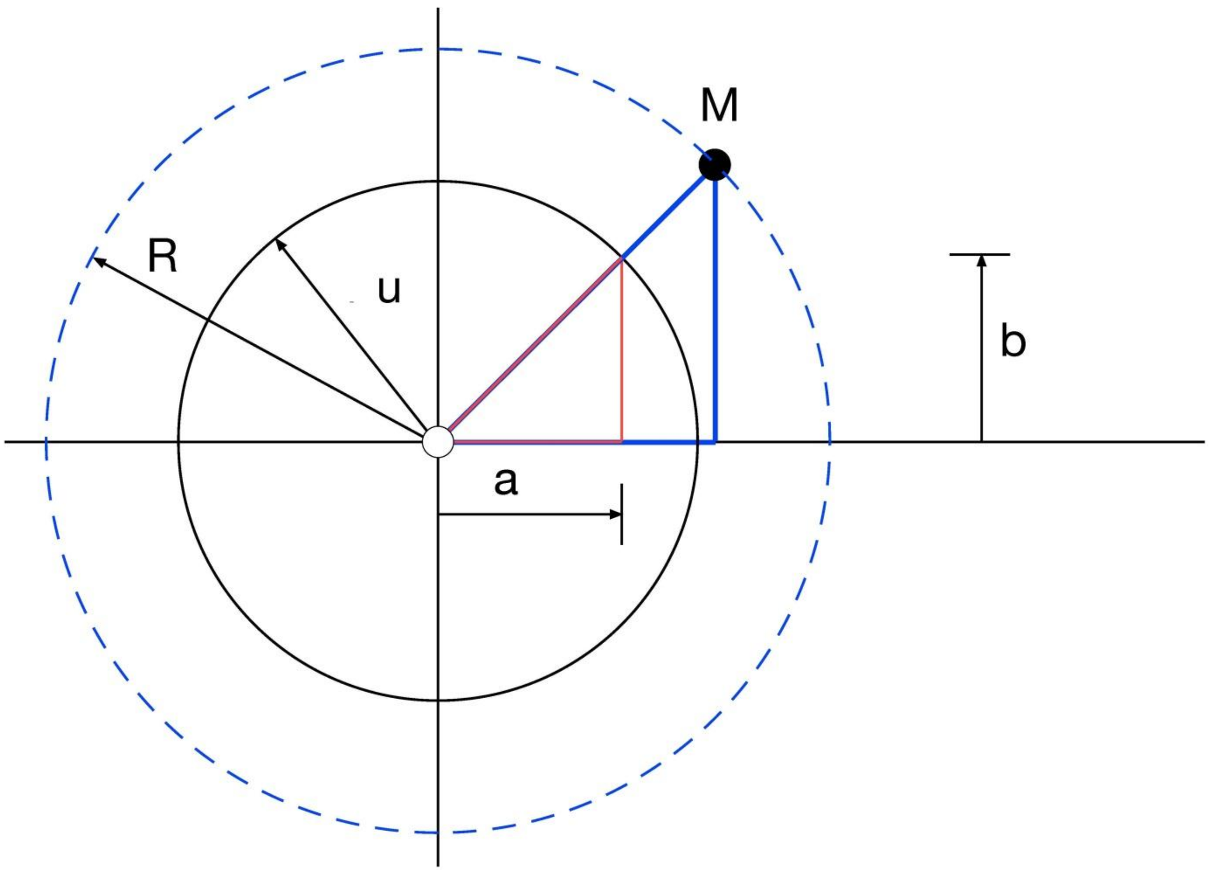


Triângulo retângulo que possui catetos iguais a ***a*** e ***b***.

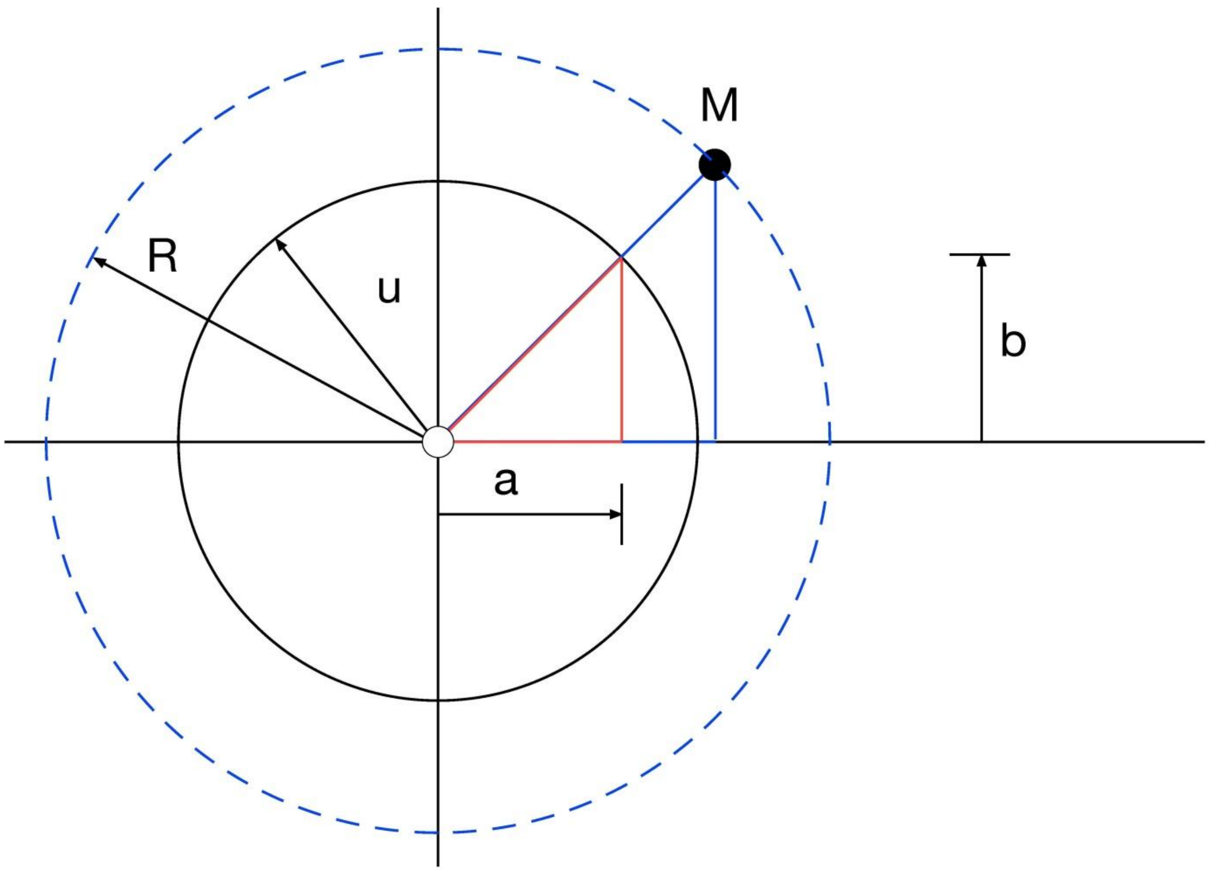
Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



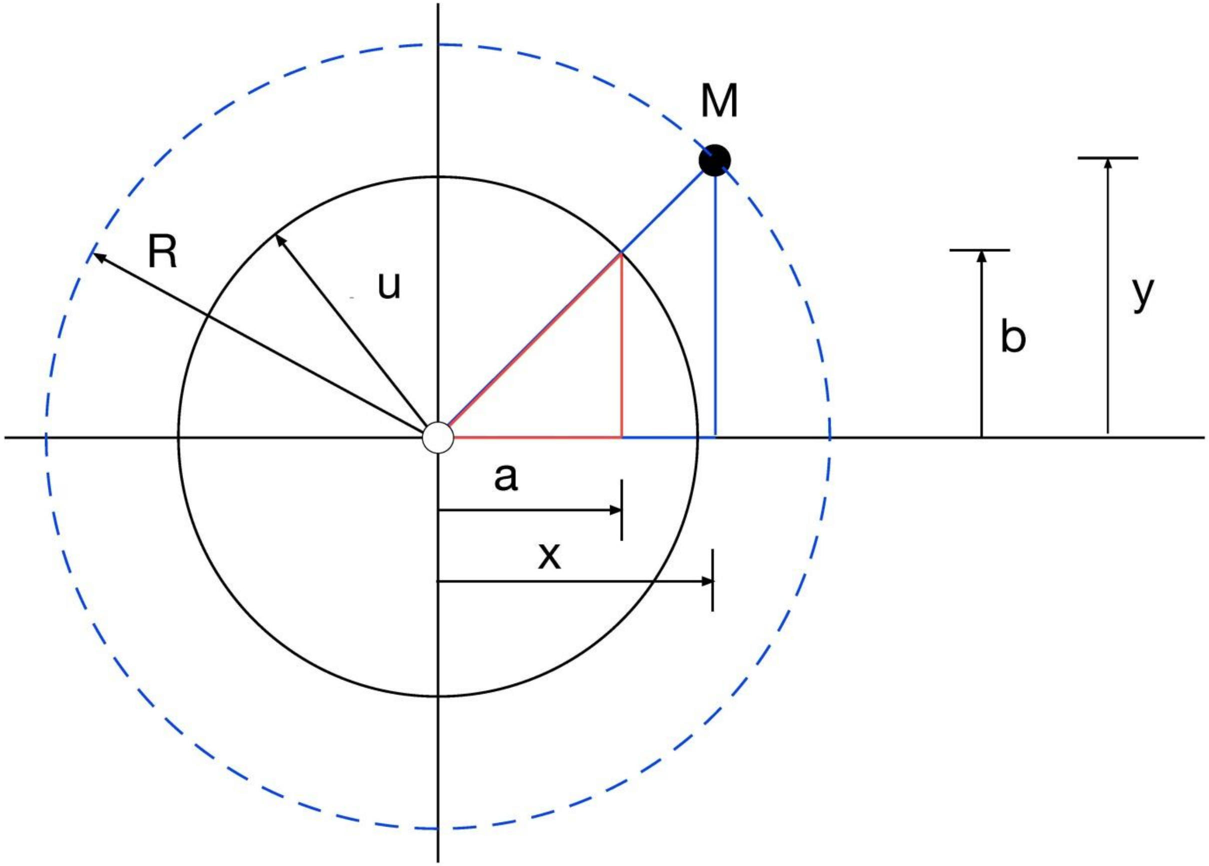
Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

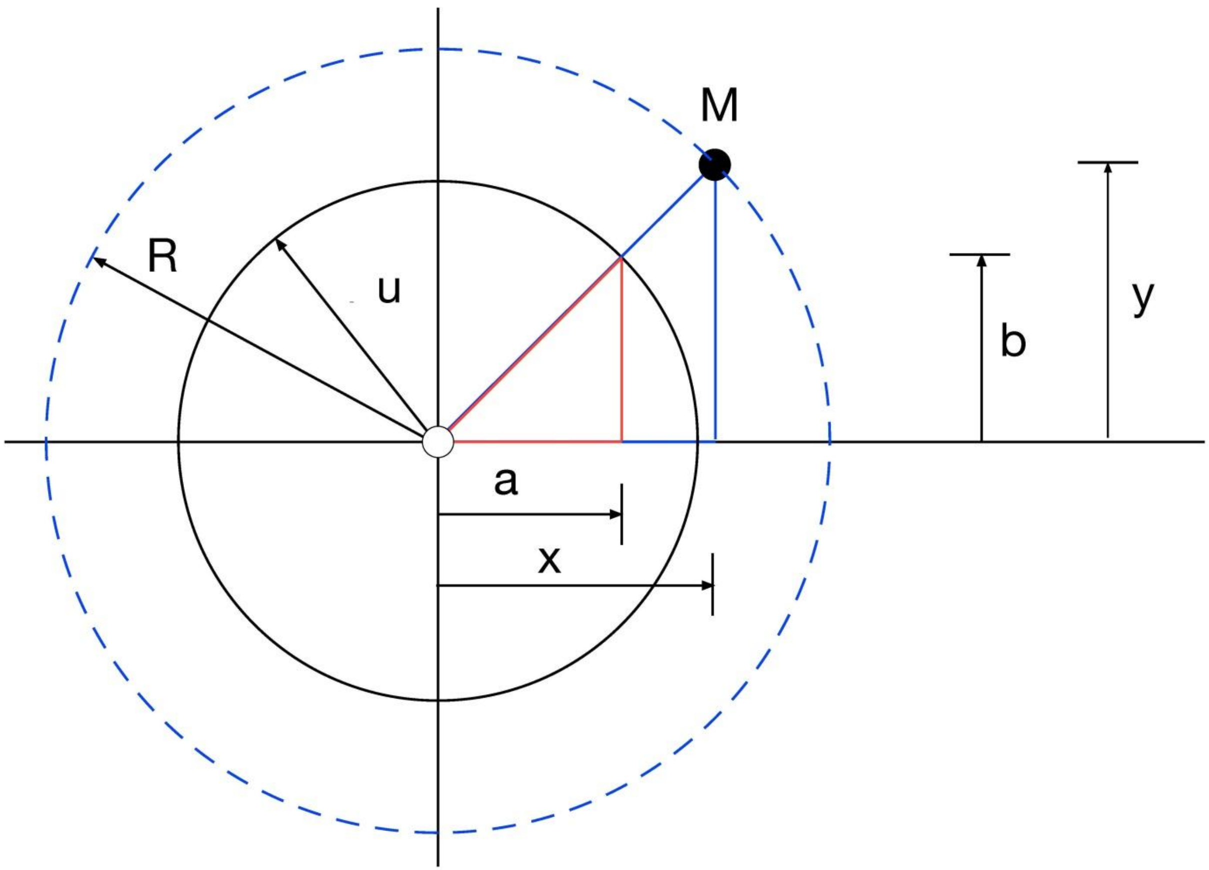


Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



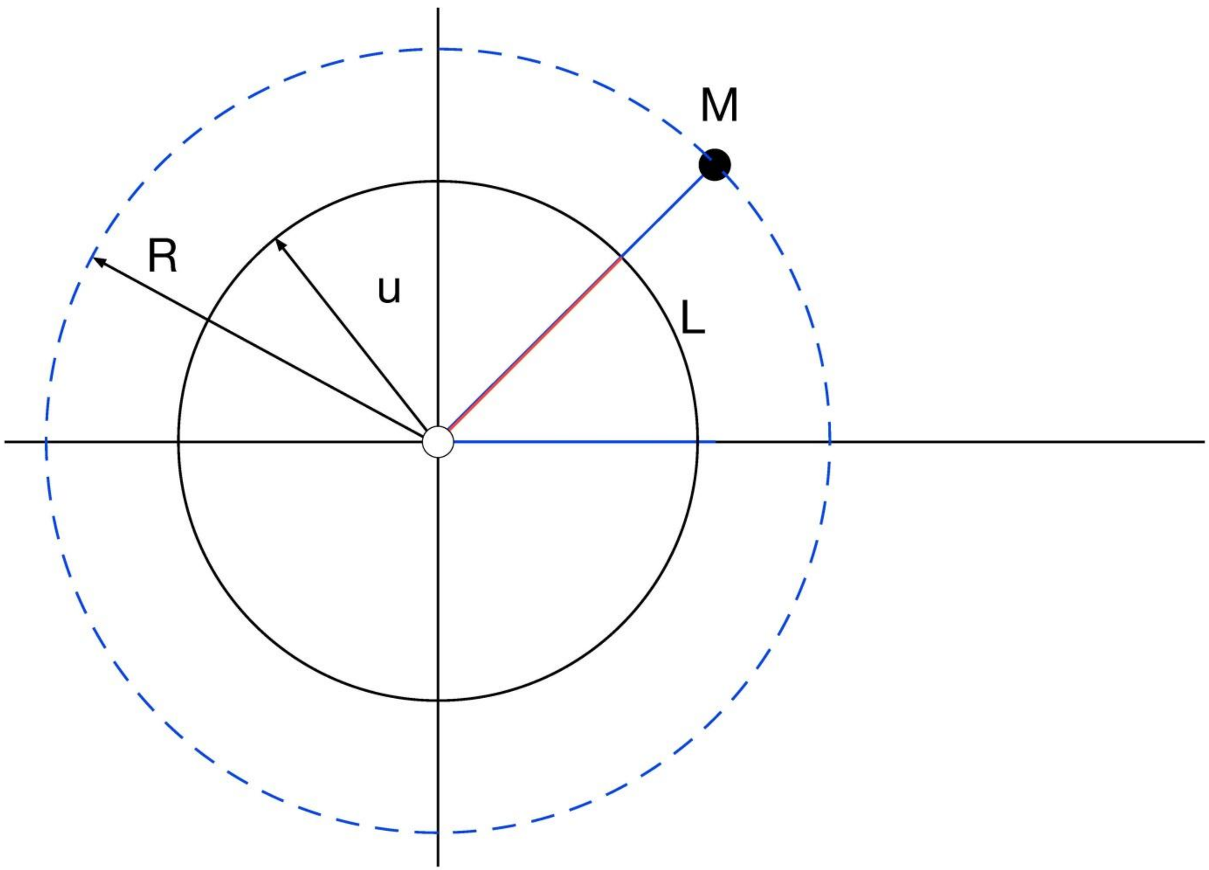
Triângulo retângulo que possui catetos iguais a ***x*** e ***y***.

Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

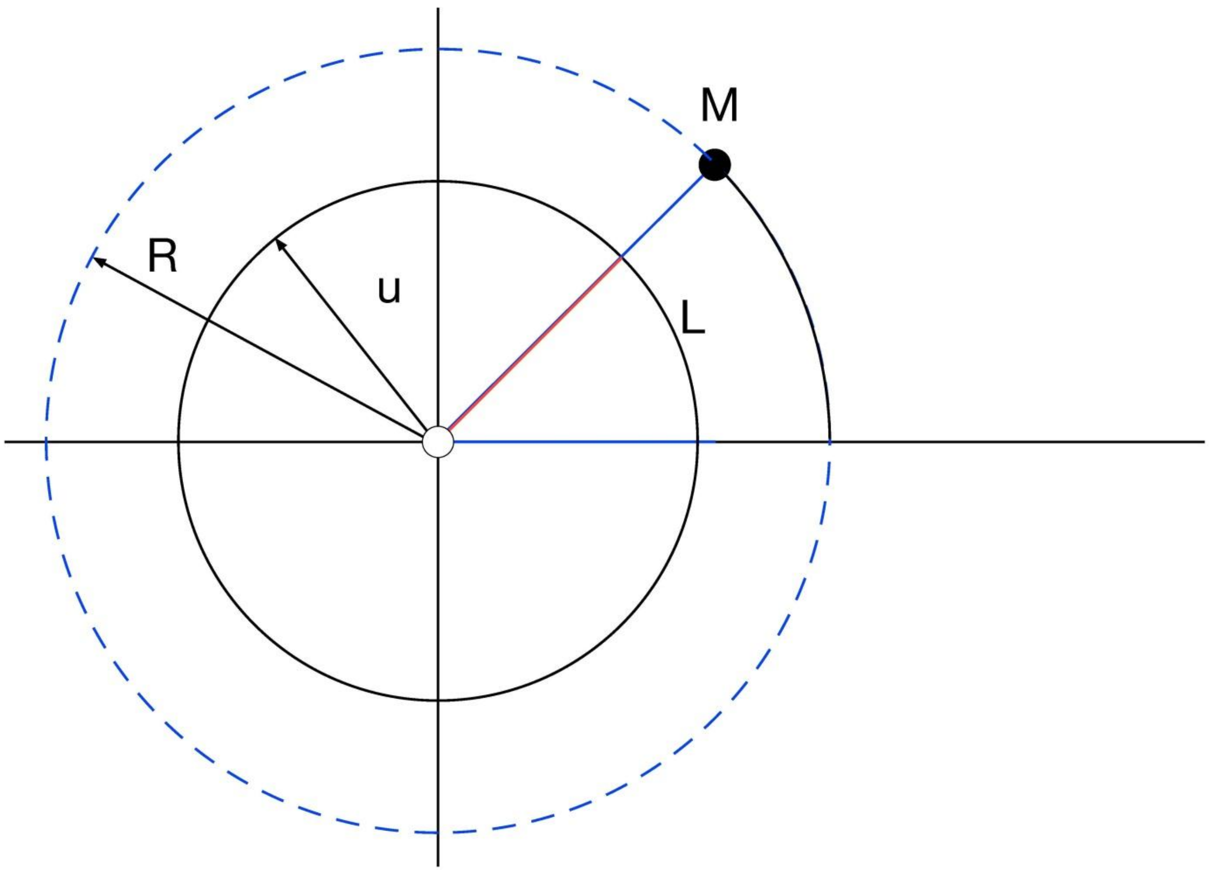


$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$$

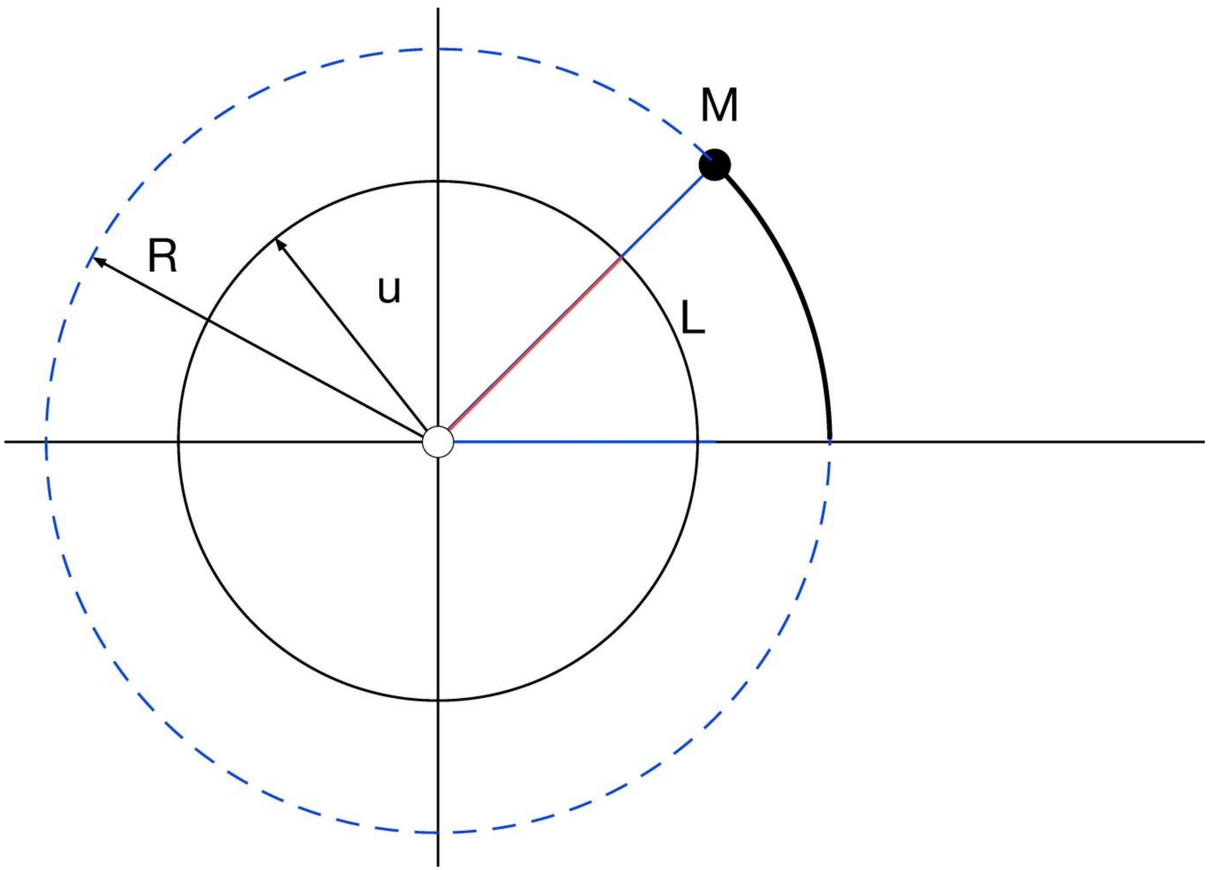
Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



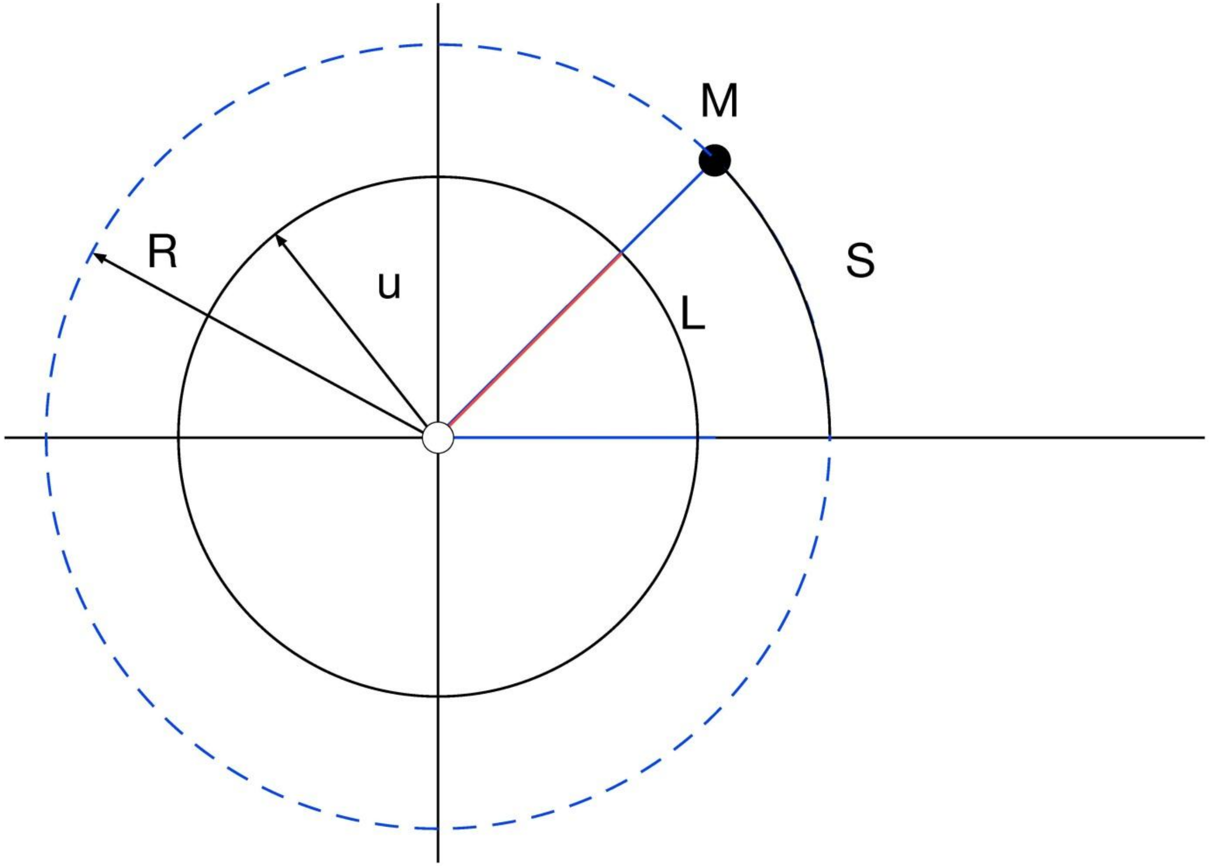
Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

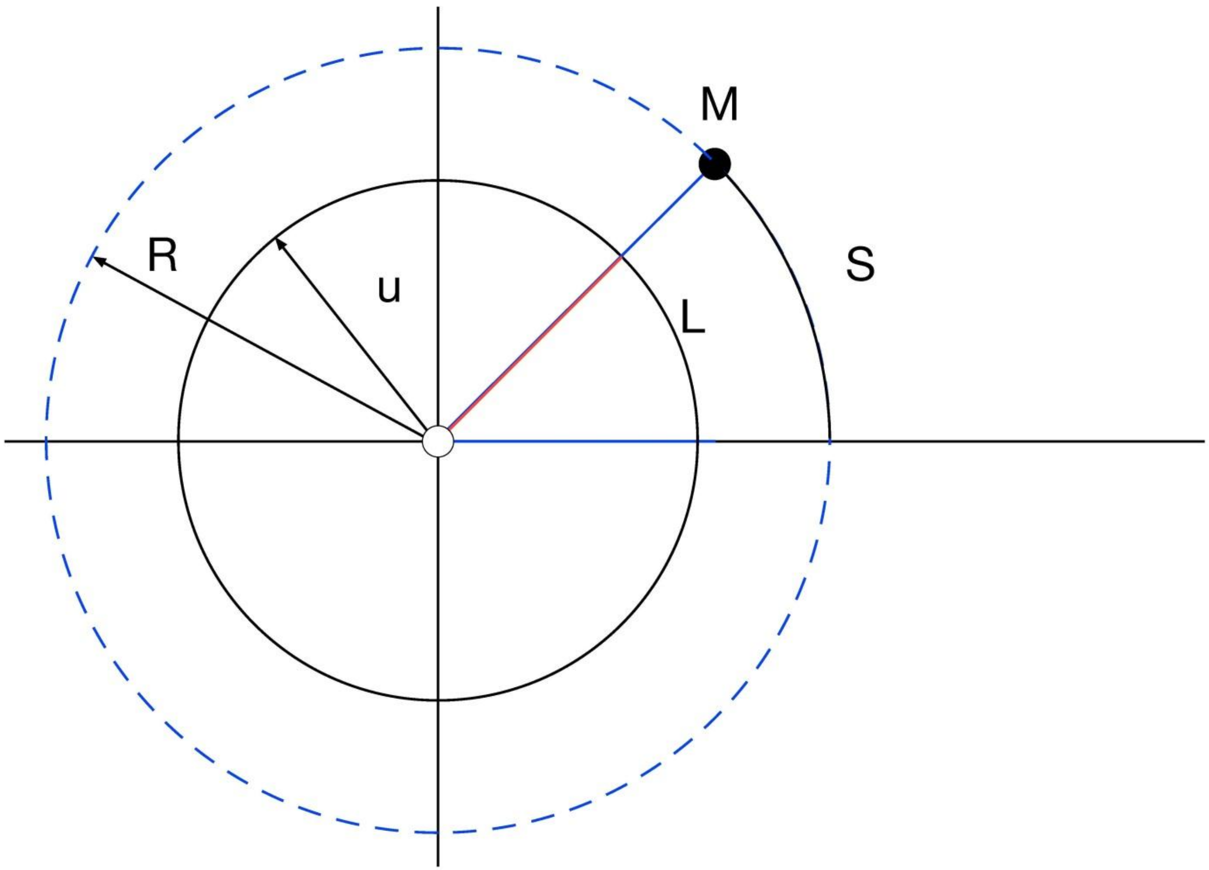


Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

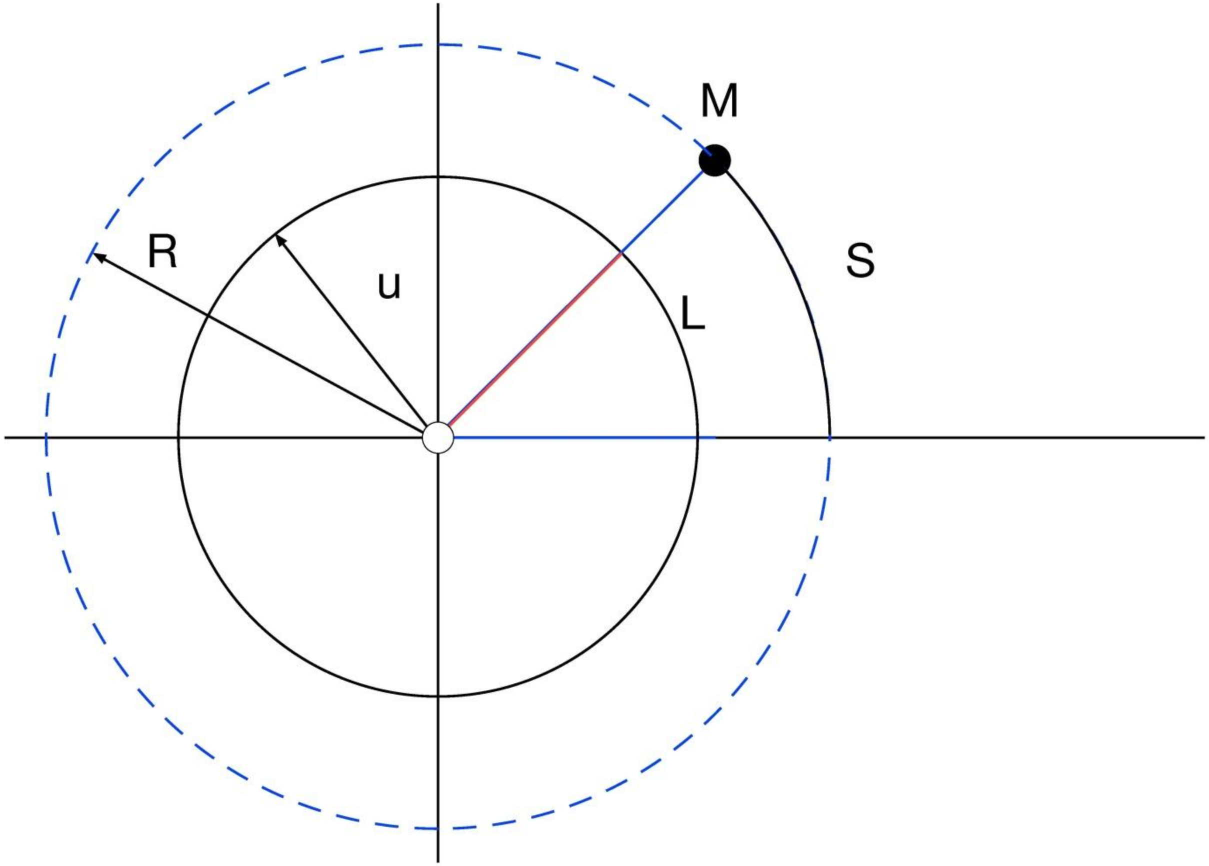


Arcos de circunferência de comprimentos L e S.

Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer

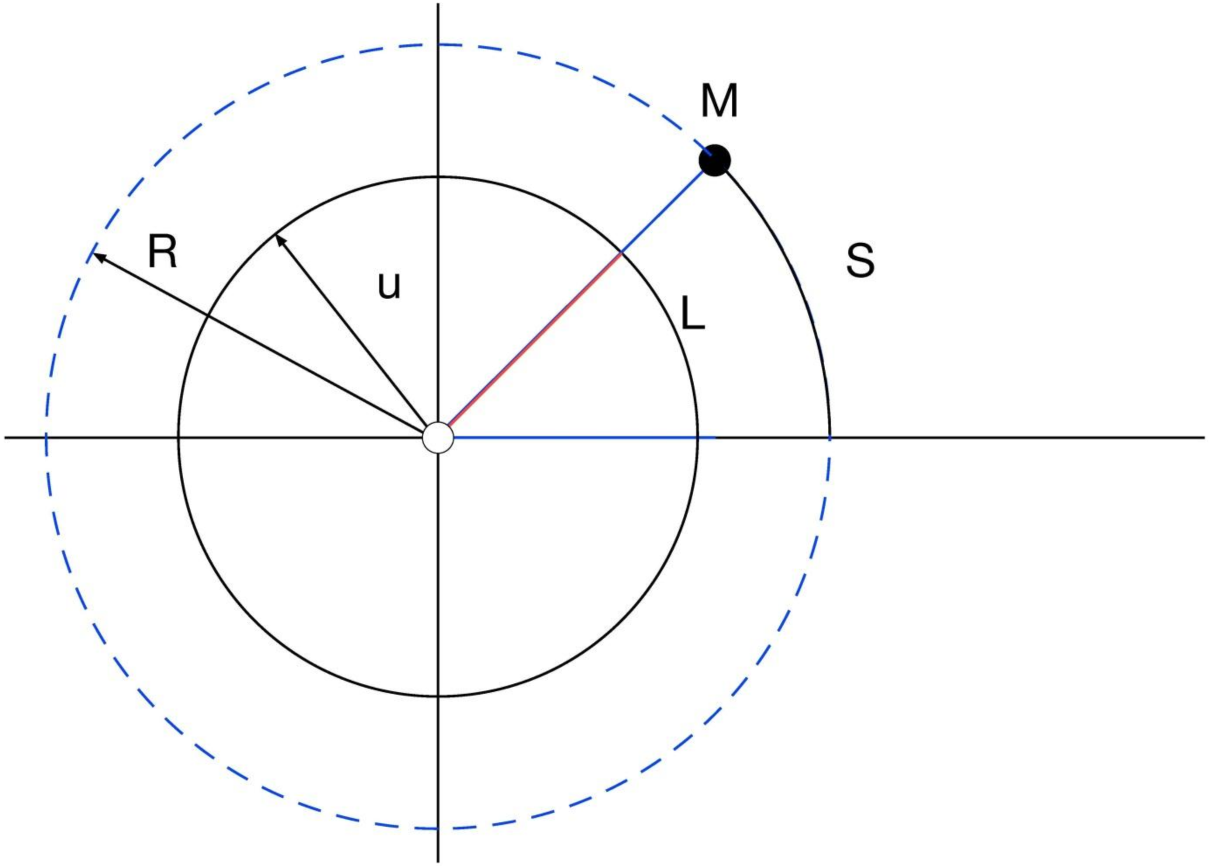


Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



$$\frac{S}{R} = \frac{L}{u}$$

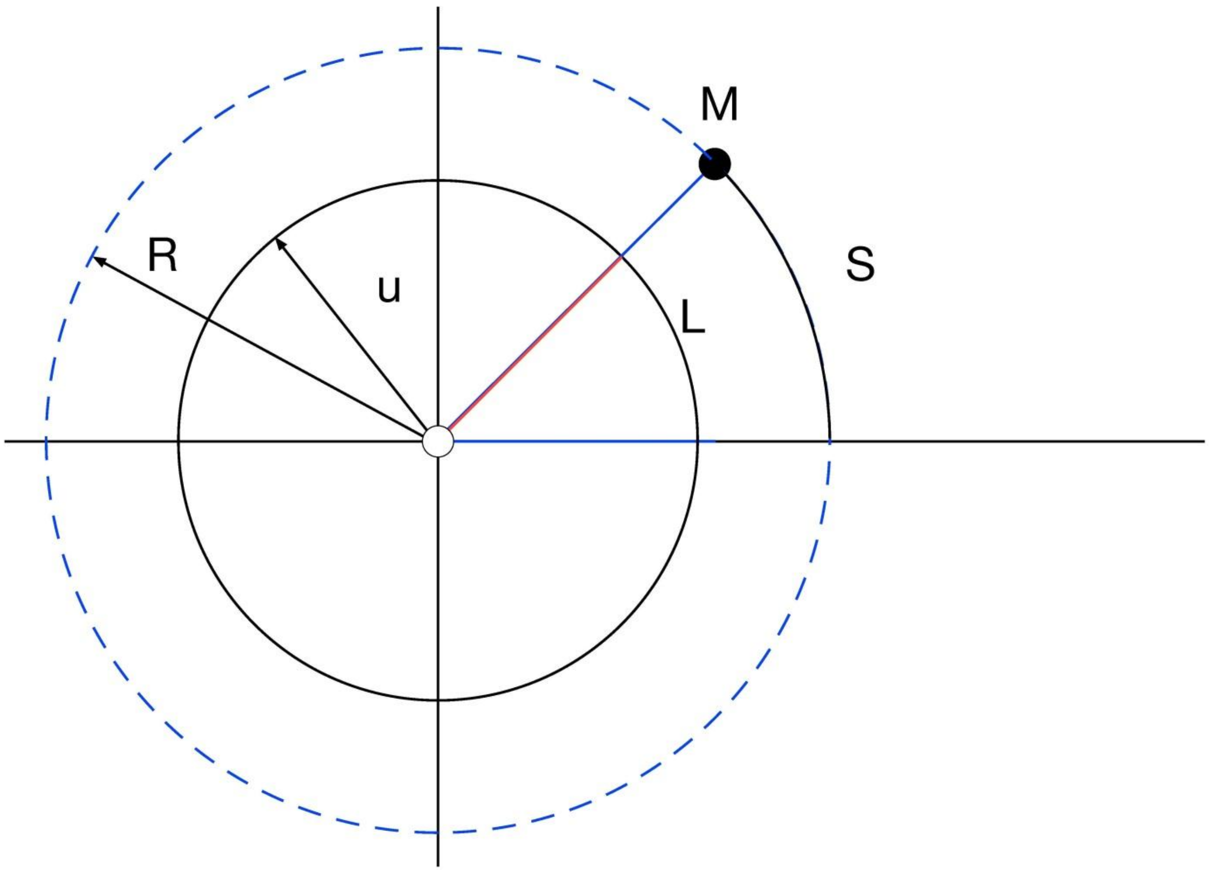
Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



$$\frac{S}{R} = \frac{L}{u}$$

$$S = \frac{RL}{u}$$

Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



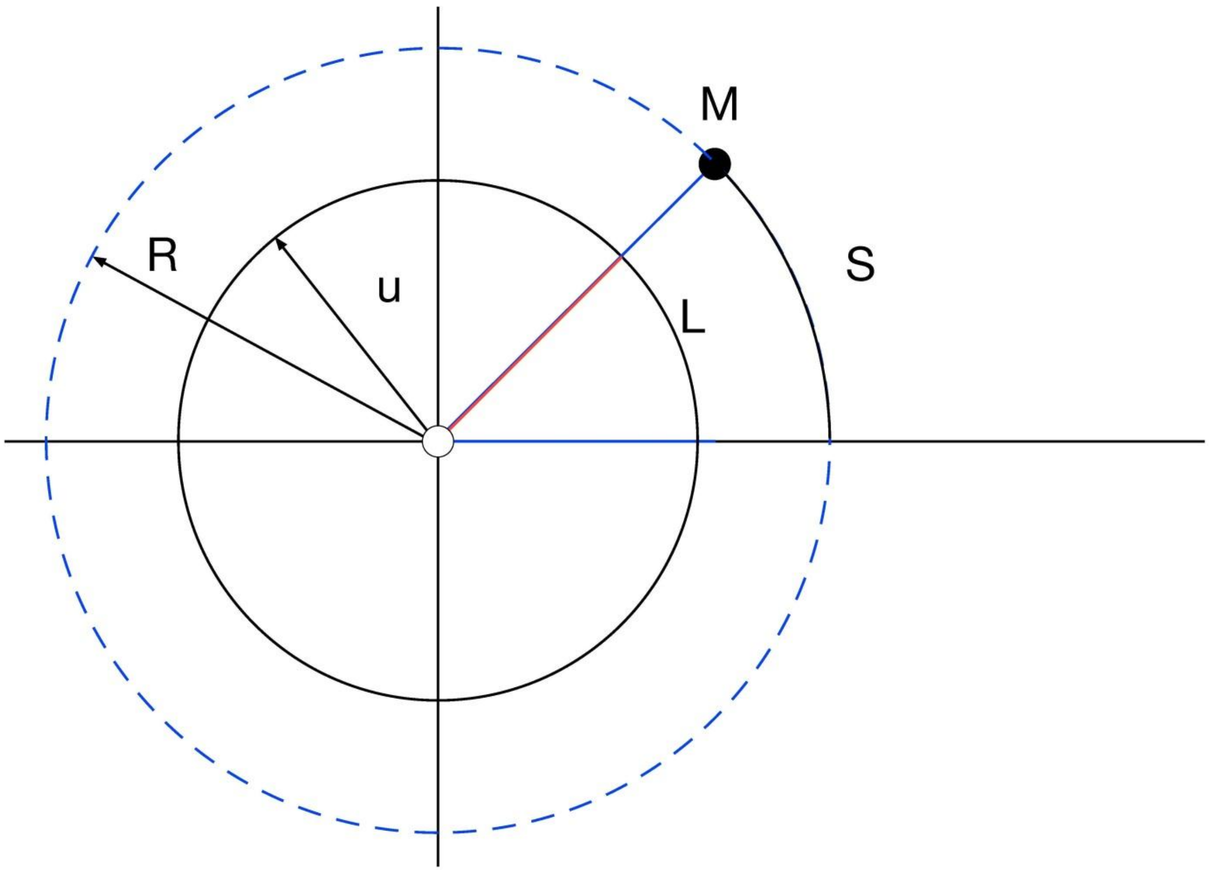
$$\frac{S}{R} = \frac{L}{u}$$

$$S = \frac{RL}{u}$$

Sendo:

$$\theta = \frac{L}{u}$$

Aula 2 - Medida de um ângulo qualquer



$$\frac{S}{R} = \frac{L}{u}$$

$$S = \frac{RL}{u}$$

Sendo:

$$\theta = \frac{L}{u}$$

$$S = R\theta$$

Aula 2

Aula 3

- Nesta aula construiremos geometricamente o referencial que é definido como um observador munido de réguas e relógios e iniciaremos a descrição do movimento através dos movimentos retilíneos uniforme e uniformemente variado .

Aula 3

1
- O Referencial

O corpo → A régua → O Relógio

2
- O movimento da partícula

3
- O movimento da partícula (continuação)

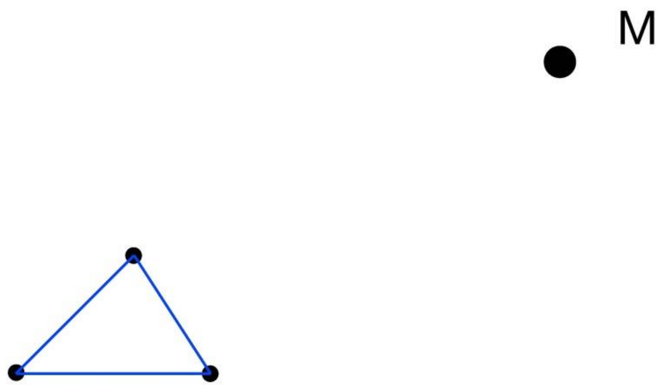
Menu

Aula 3 – O Referencial: O corpo

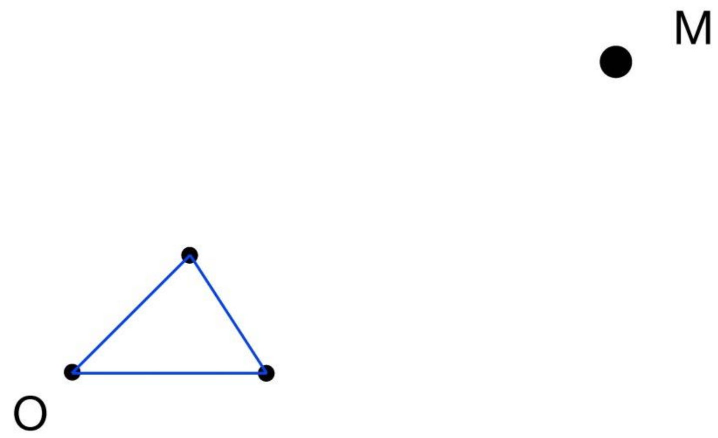
Aula 3 – O Referencial: O corpo

Representação do ponto M no plano da folha de papel.

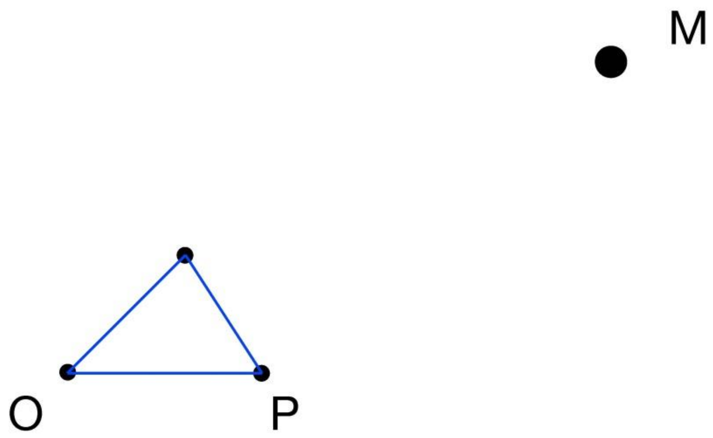
Aula 3 – O Referencial: O corpo



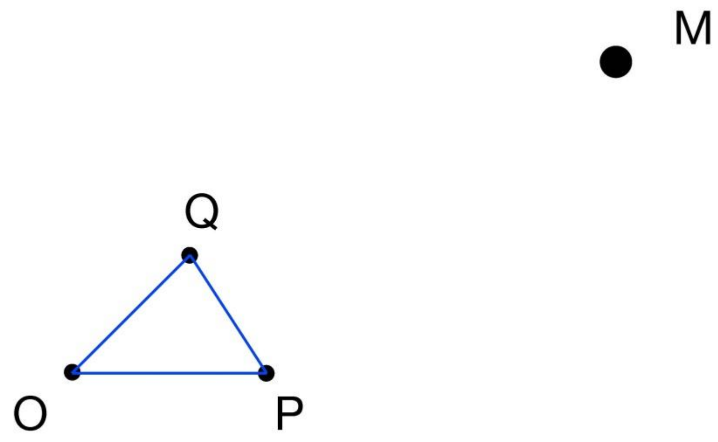
Aula 3 – O Referencial: O corpo



Aula 3 – O Referencial: O corpo

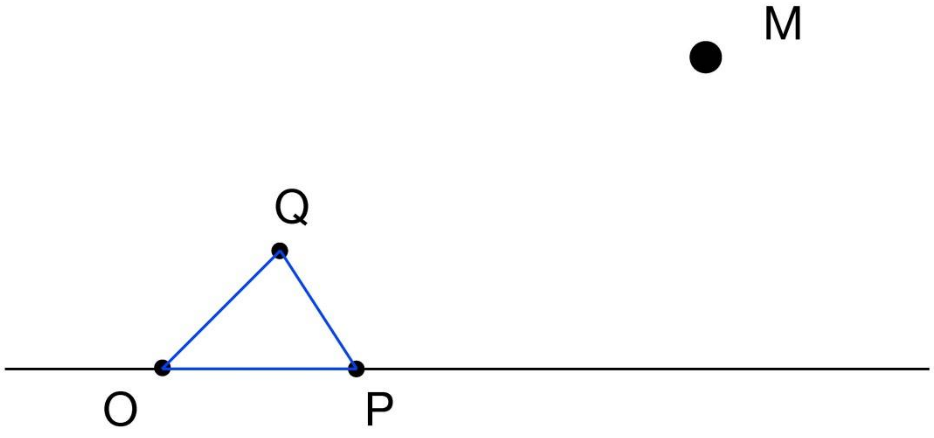


Aula 3 – O Referencial: O corpo

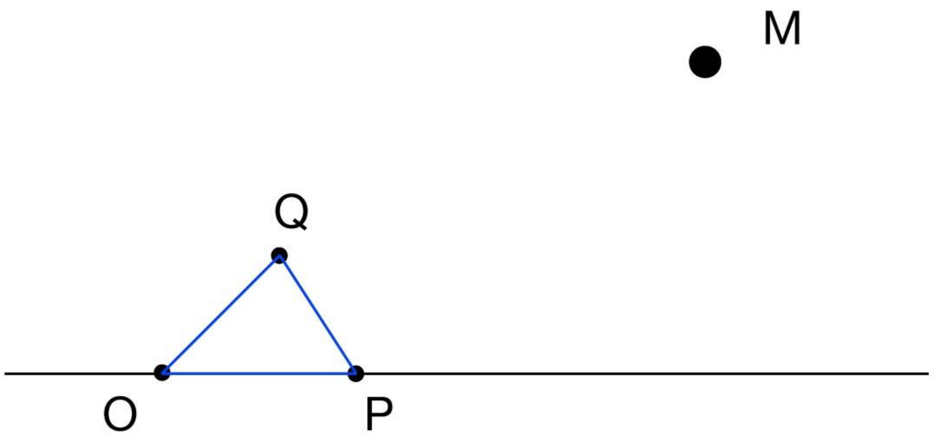


Representação do ponto M e do corpo de referência OPQ no plano da folha.

Aula 3 – O Referencial: A régua

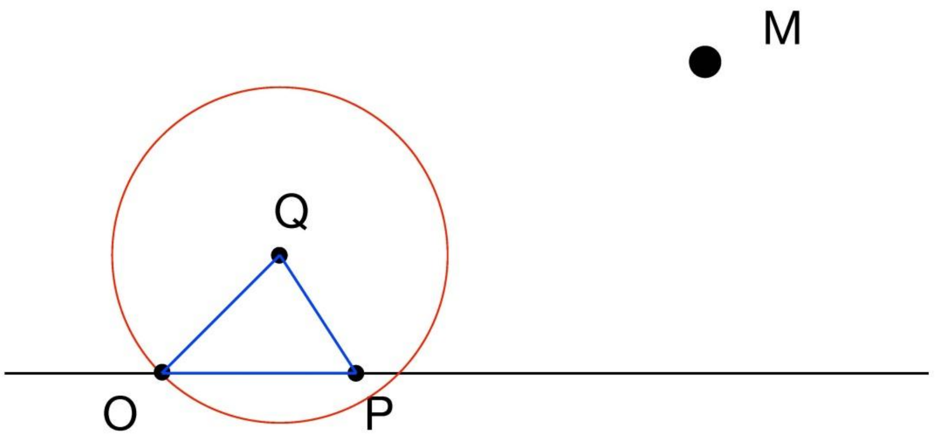


Aula 3 – O Referencial: A régua

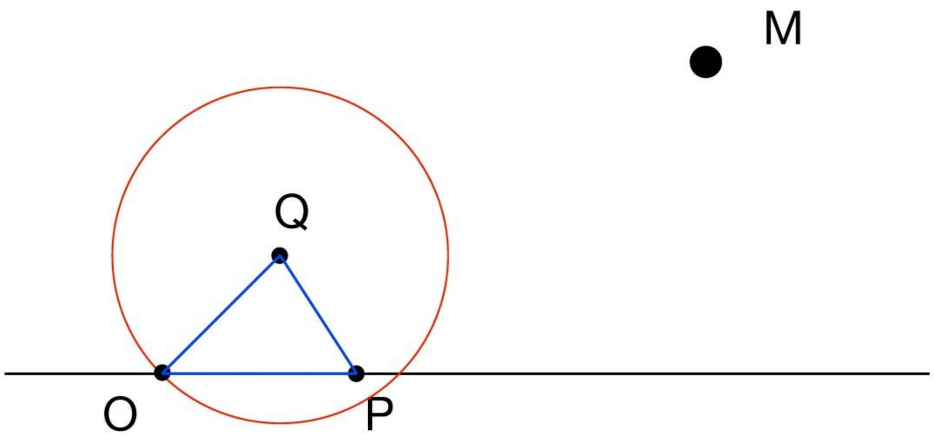


Construção da reta OP segundo o corpo OPQ, pelo axioma um de Euclides.

Aula 3 – O Referencial: A régua

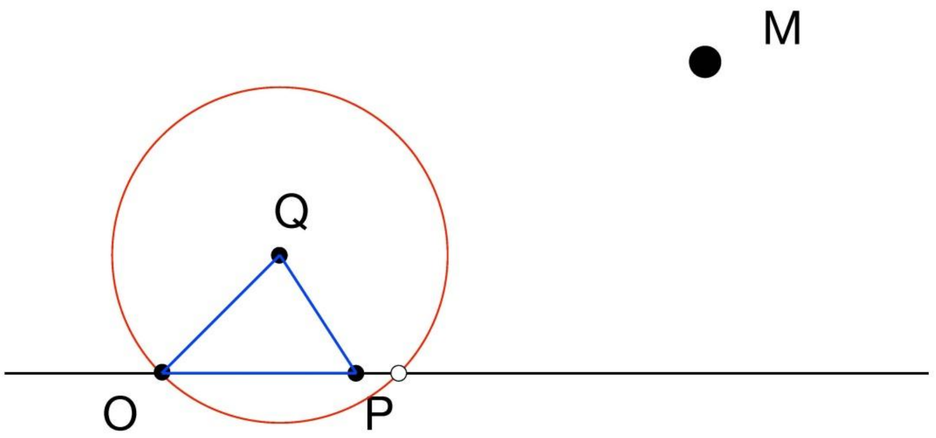


Aula 3 – O Referencial: A régua

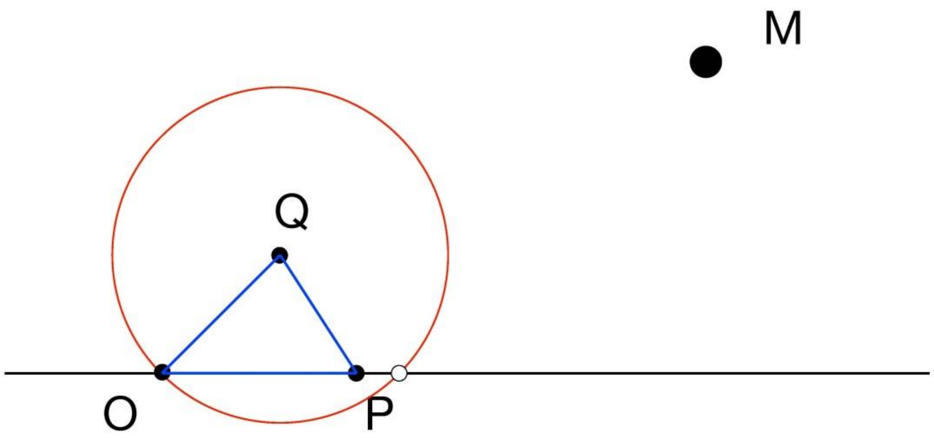


Descrição do arco de circunferência de raio QO e centro em Q.

Aula 3 – O Referencial: A régua

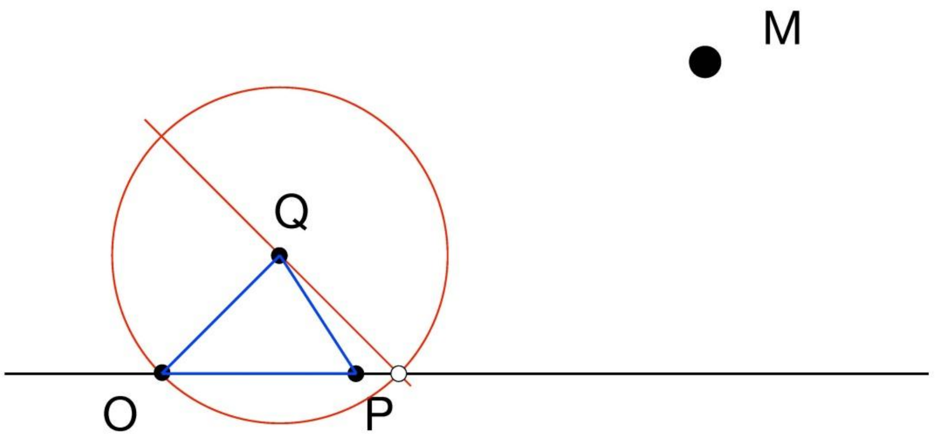


Aula 3 – O Referencial: A régua

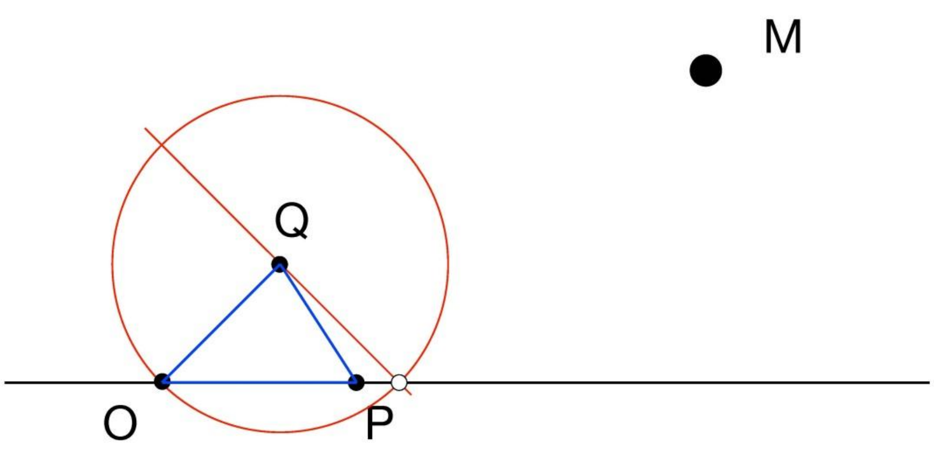


Representação da interseção do arco de circunferência com a reta que passa pelos pontos O e Q.

Aula 3 – O Referencial: A régua

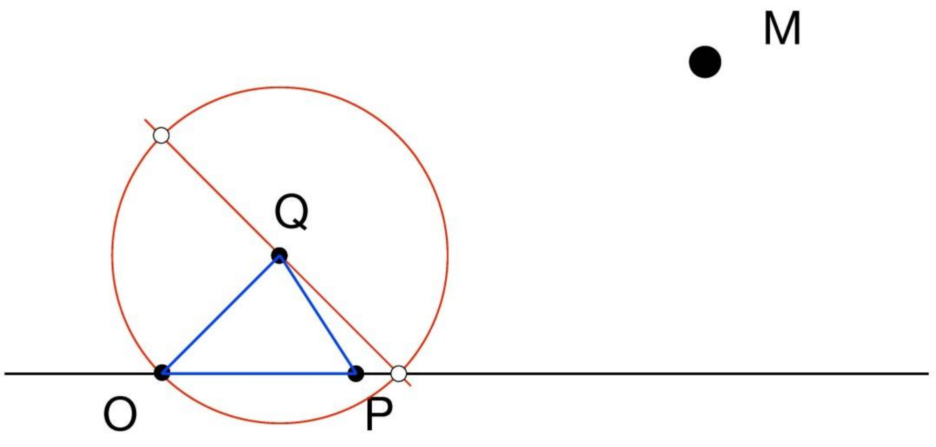


Aula 3 – O Referencial: A régua

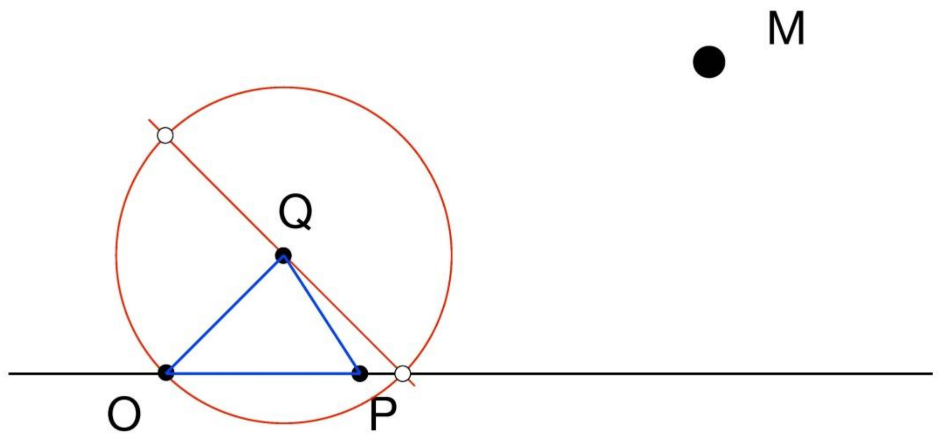


Segmento de reta que passa pelo ponto Q e pelo ponto da interseção do arco de circunferência com a reta que passa pelos pontos O e Q.

Aula 3 – O Referencial: A régua

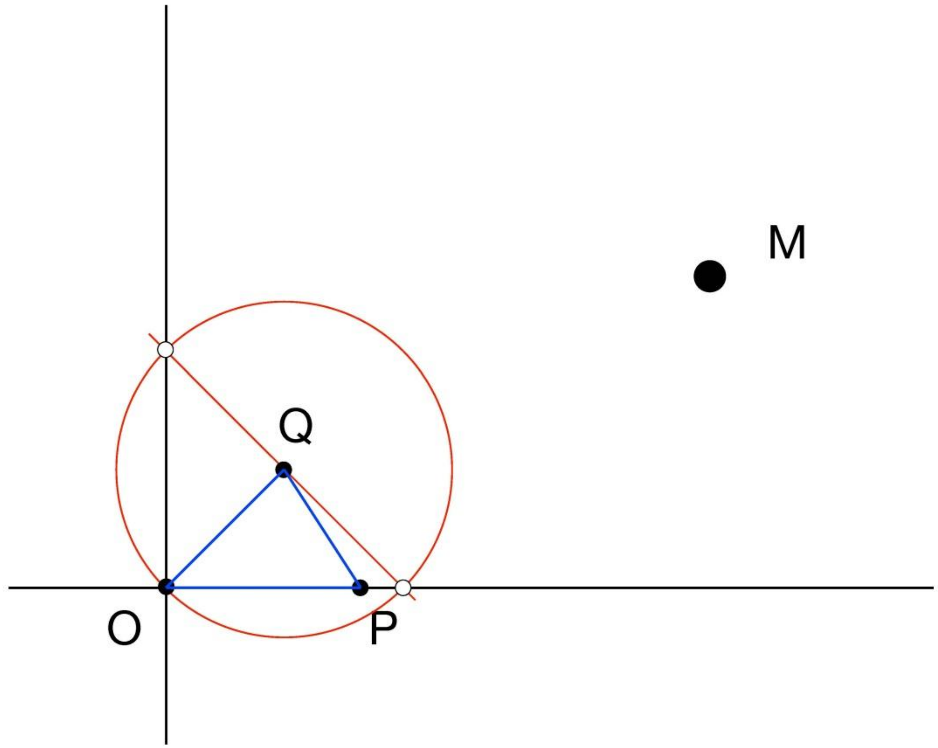


Aula 3 – O Referencial: A régua

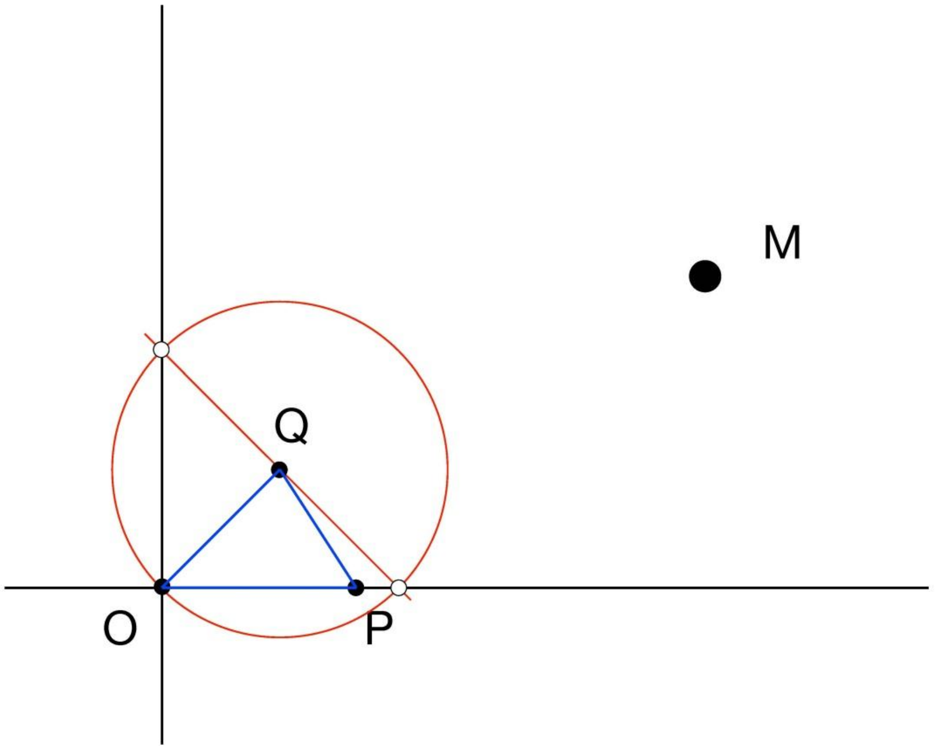


Interseção da reta com a circunferência.

Aula 3 – O Referencial: A régua

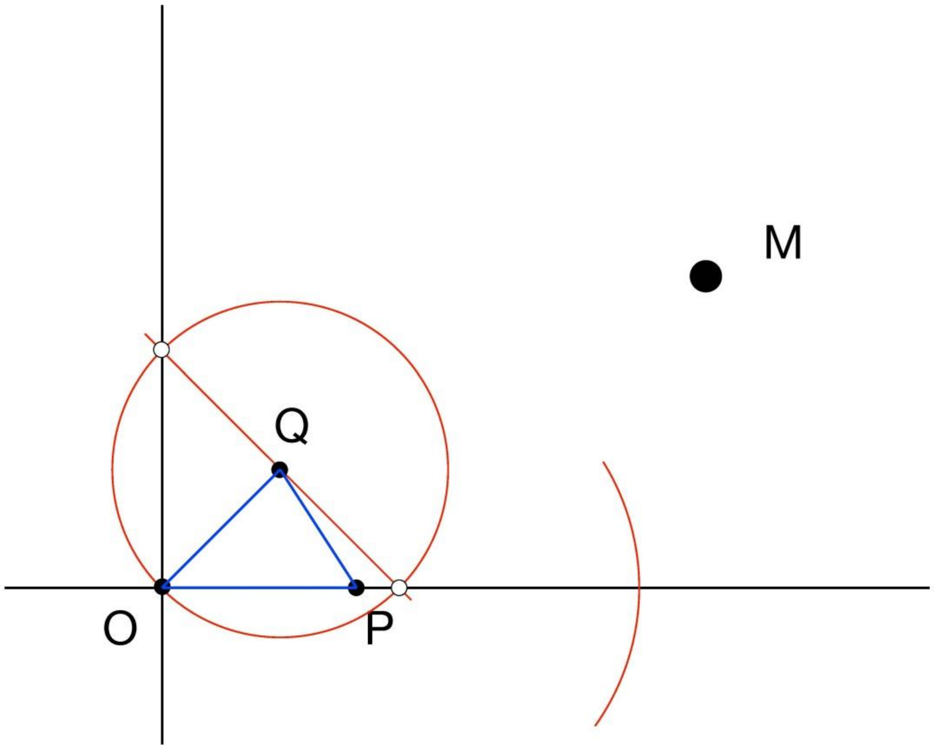


Aula 3 – O Referencial: A régua

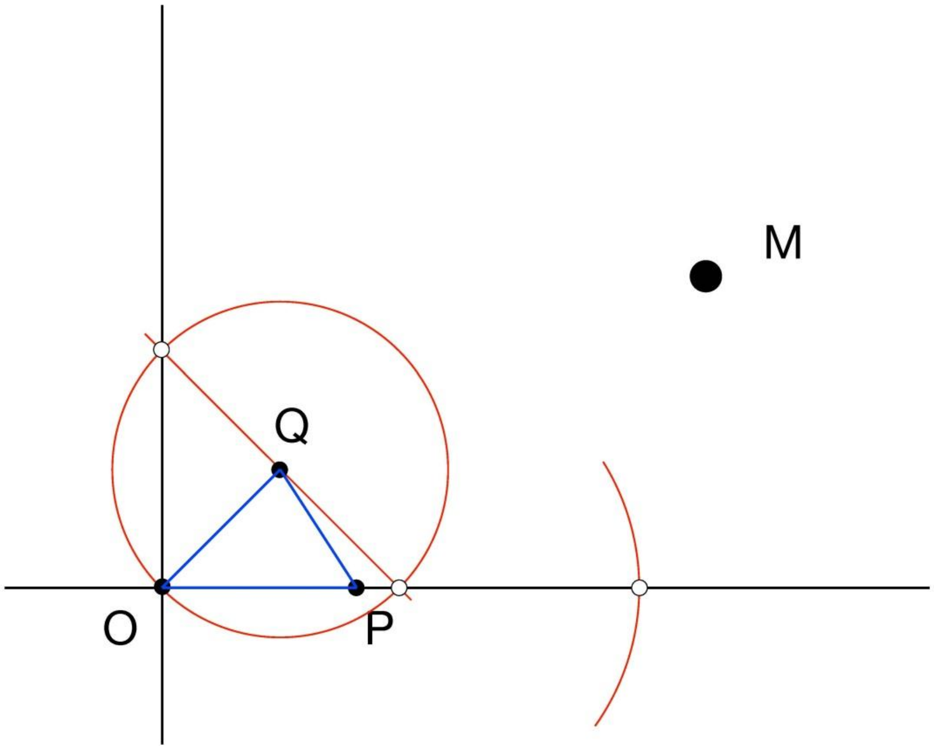


Construção da reta congruente a OP: construção da reta perpendicular à reta OP.

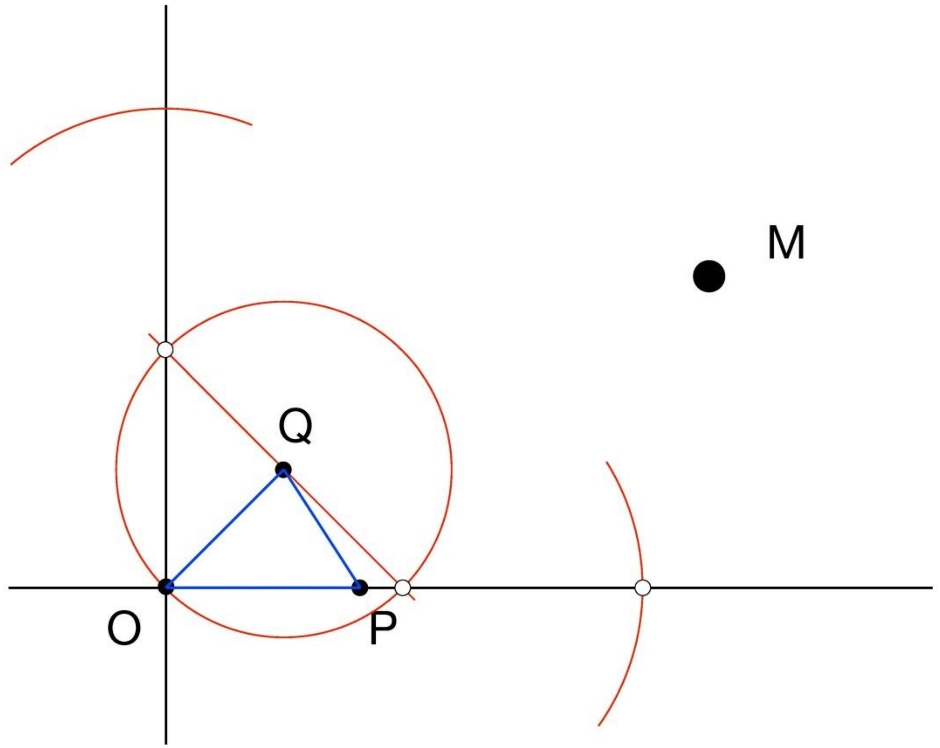
Aula 3 – O Referencial: A régua



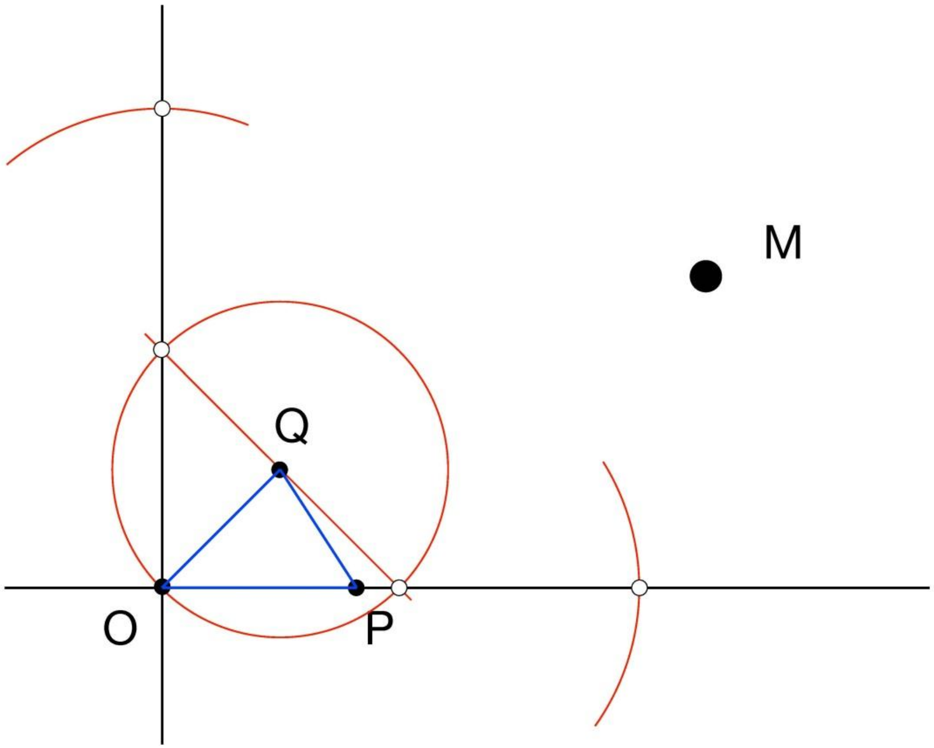
Aula 3 – O Referencial: A régua



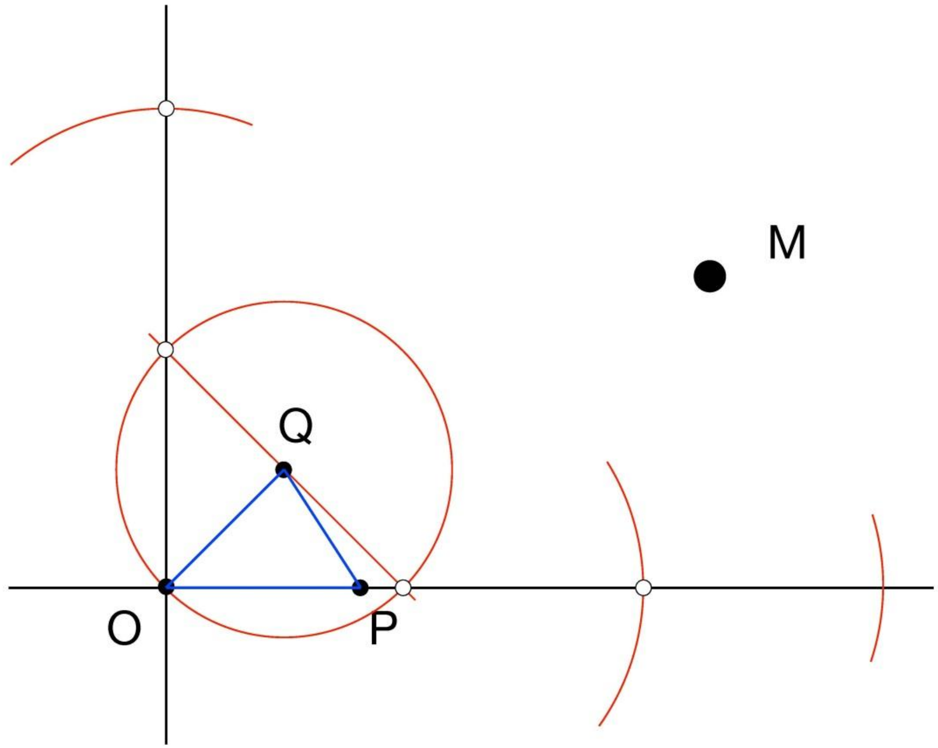
Aula 3 – O Referencial: A régua



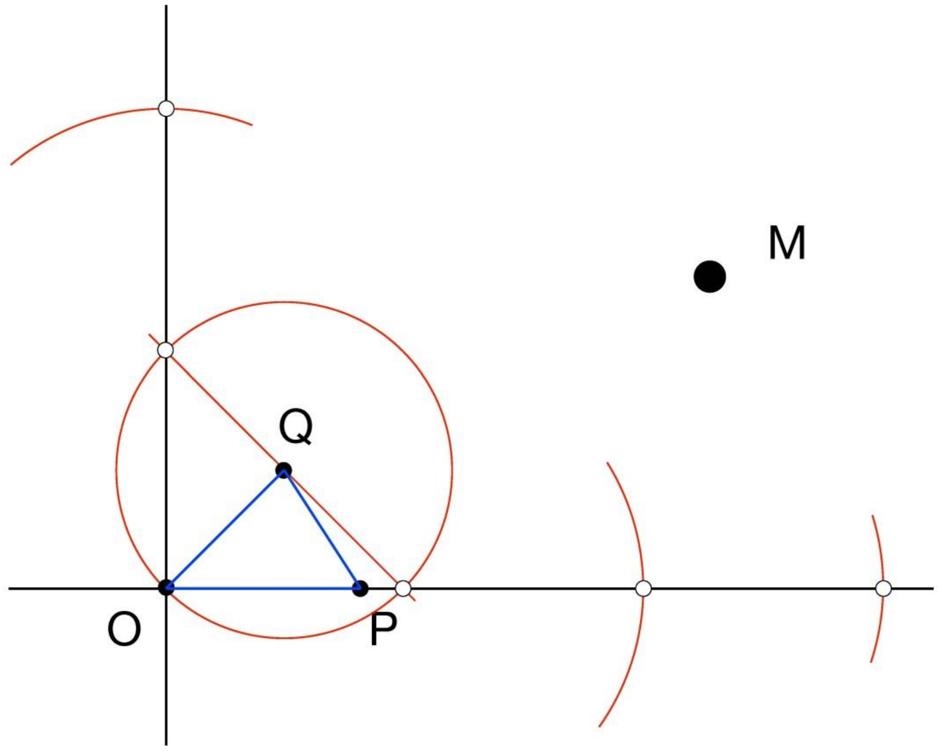
Aula 3 – O Referencial: A régua



Aula 3 – O Referencial: A régua

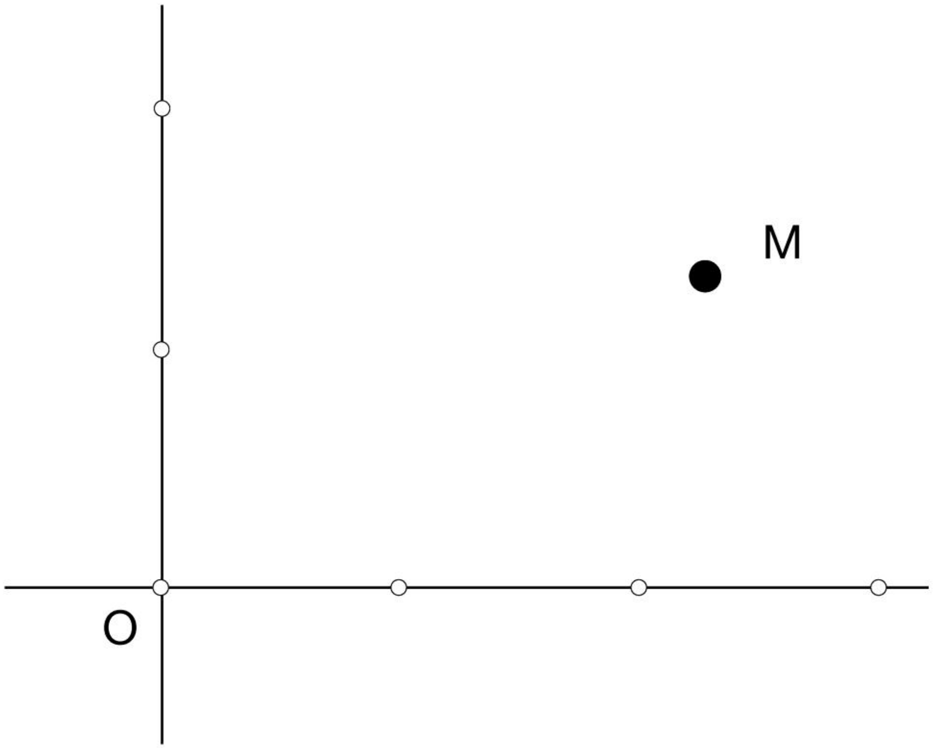


Aula 3 – O Referencial: A régua



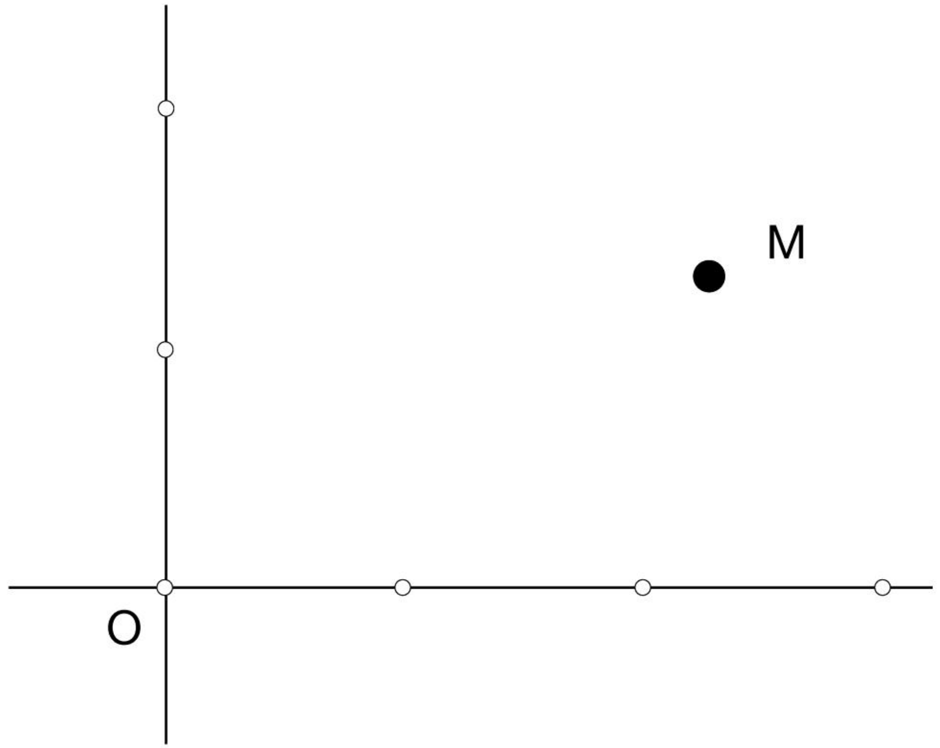
Representação do mapeamento do espaço.

Aula 3 – O Referencial: A régua

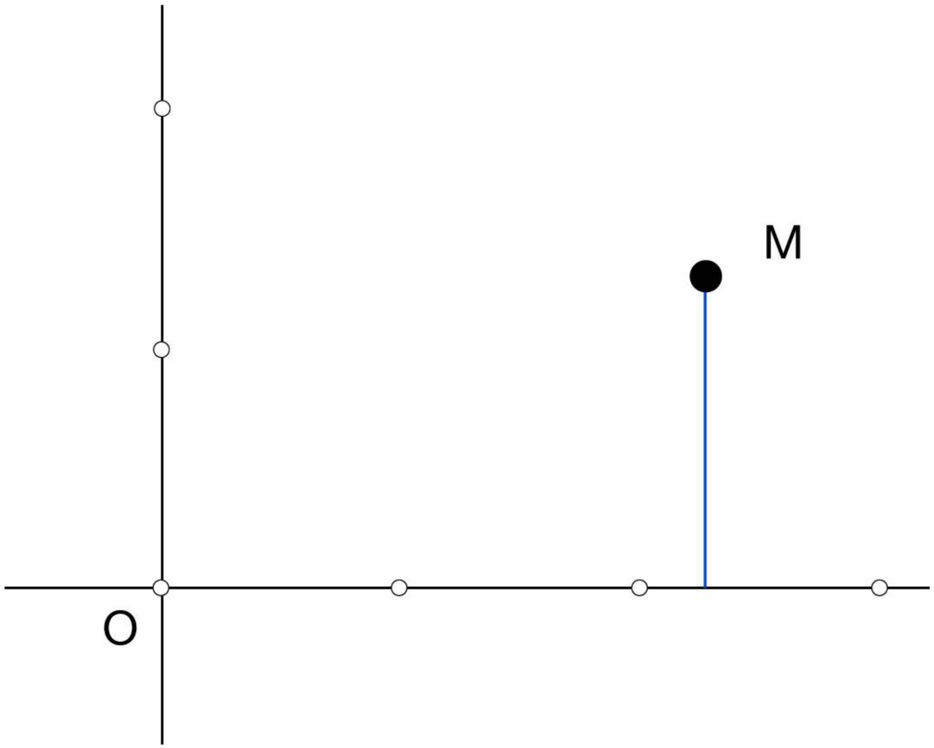


Sistema de referência euclidiano, representando as abscissas, na horizontal e as ordenadas, na vertical.

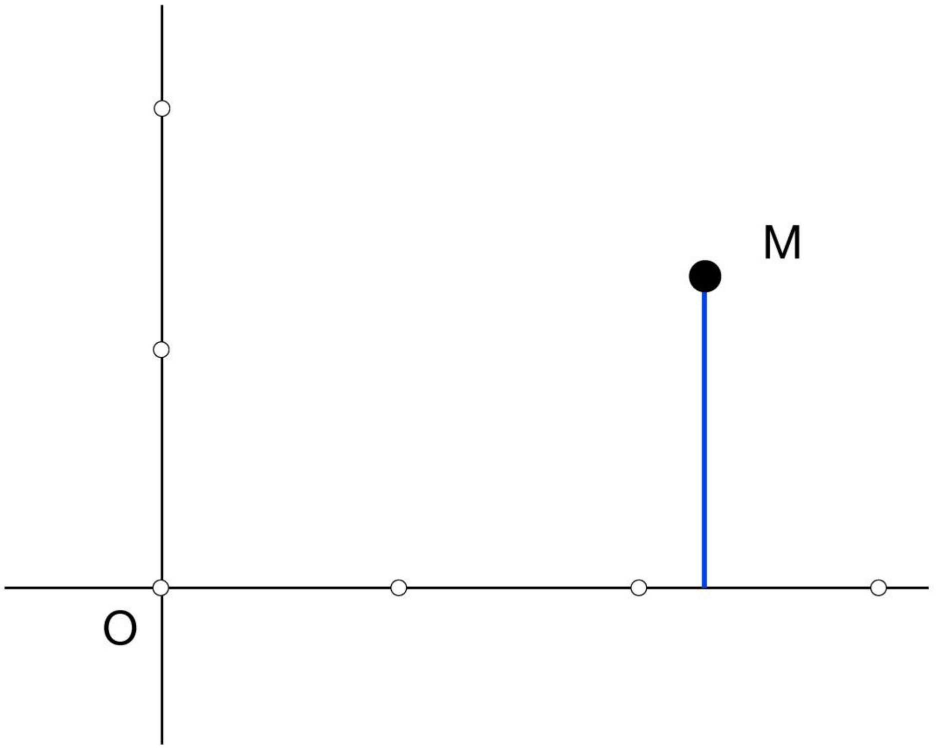
Aula 3 – O Referencial: A régua



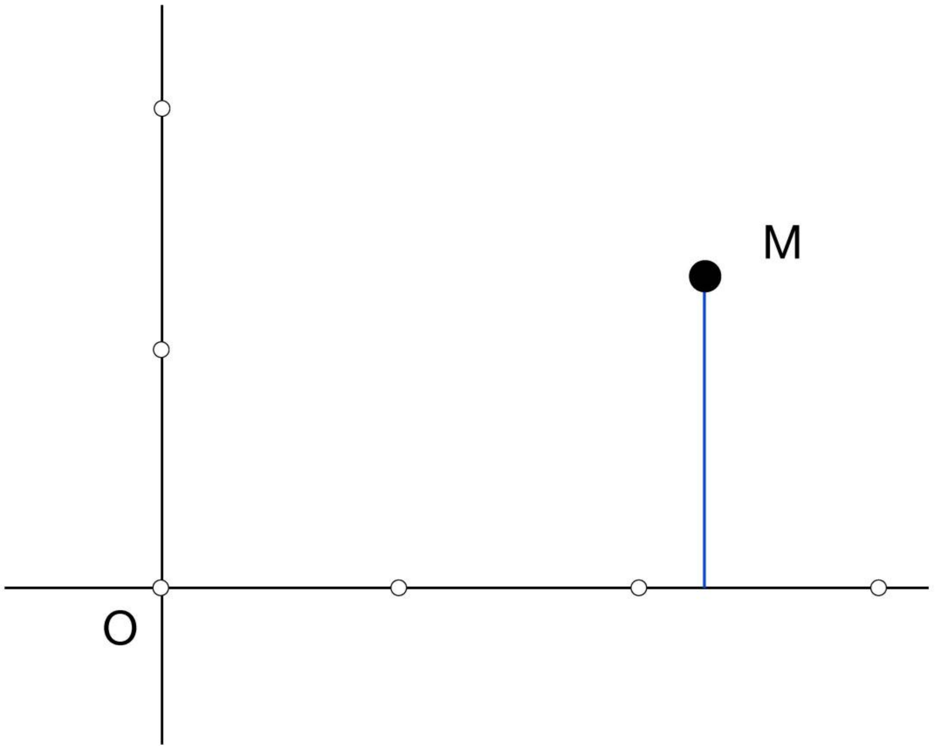
Aula 3 – O Referencial: A régua



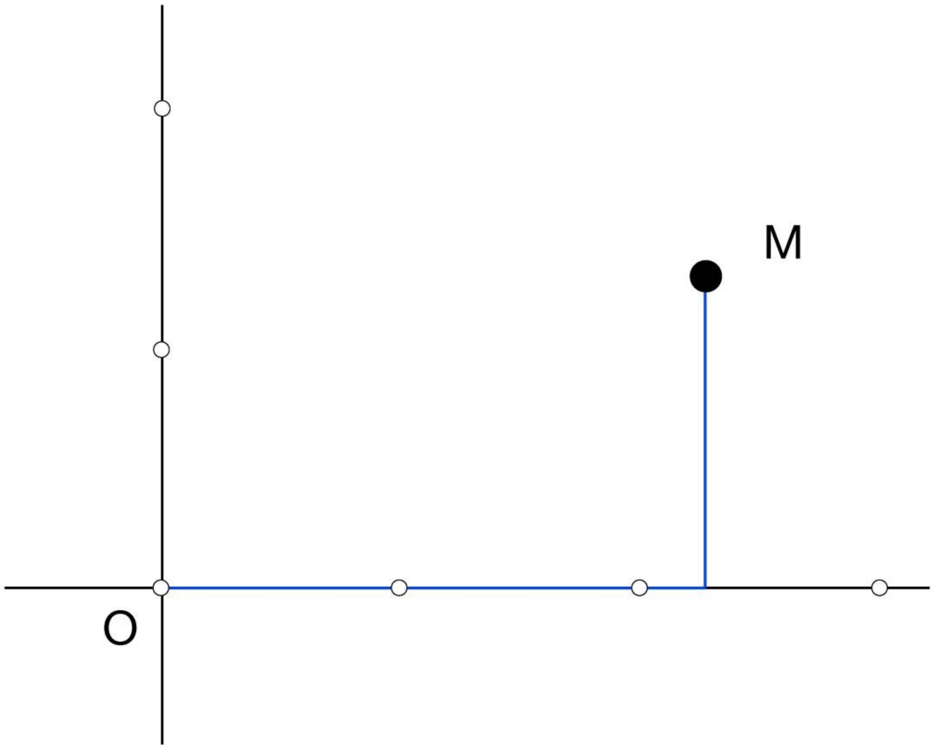
Aula 3 – O Referencial: A régua



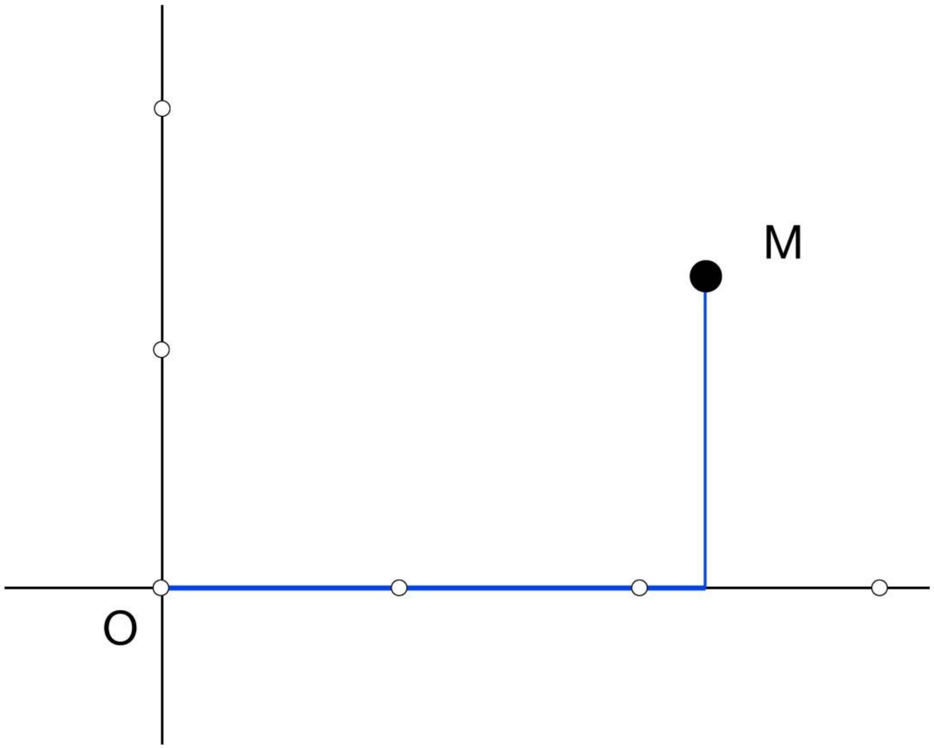
Aula 3 – O Referencial: A régua



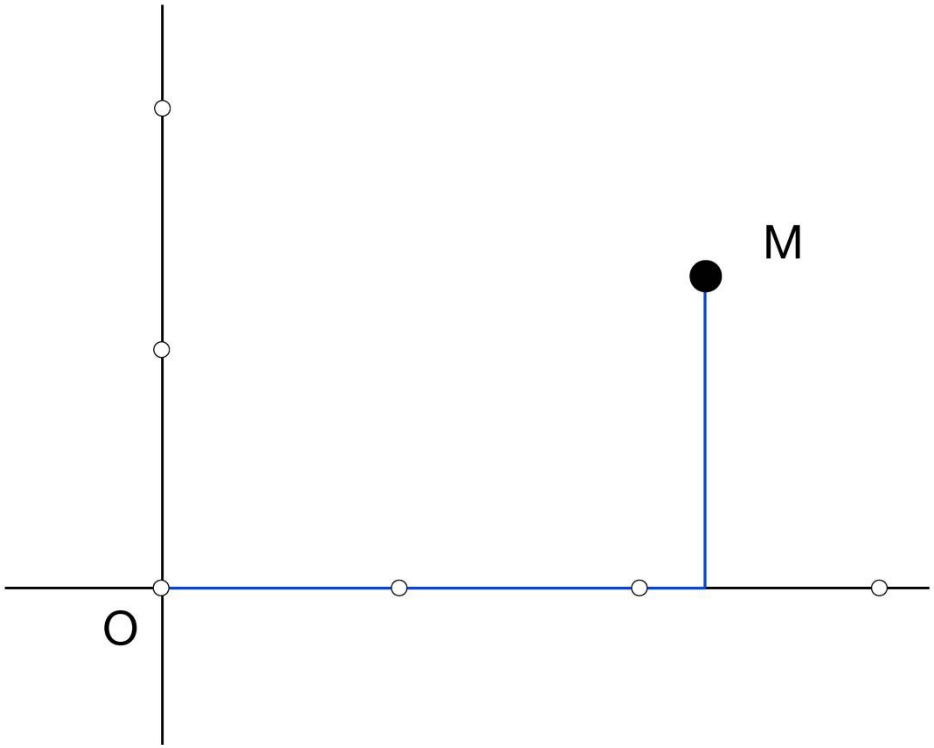
Aula 3 – O Referencial: A régua



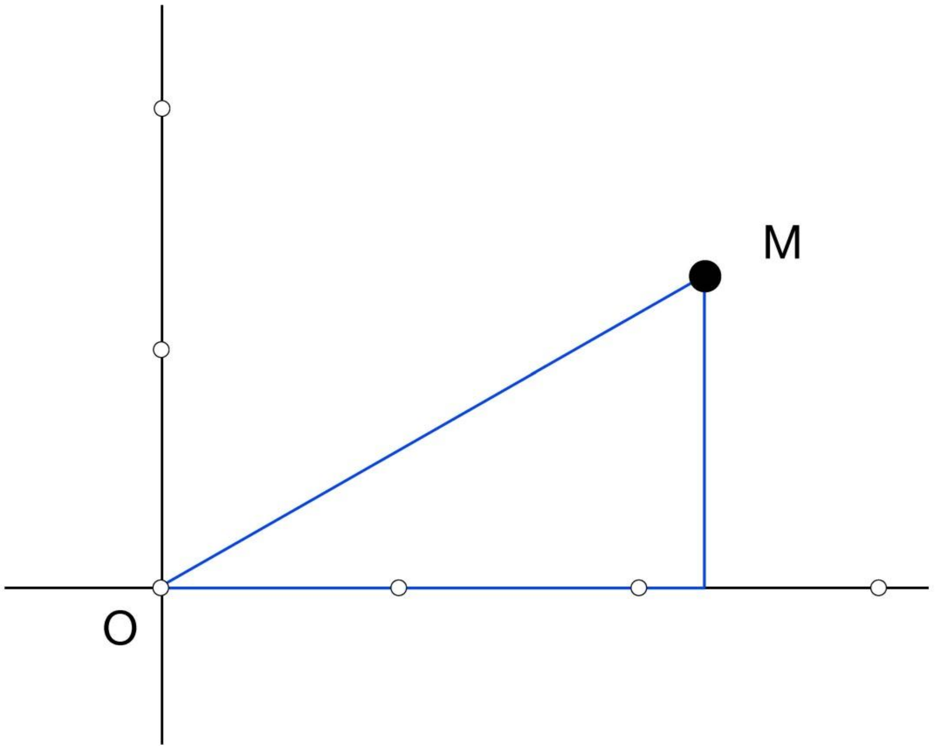
Aula 3 – O Referencial: A régua



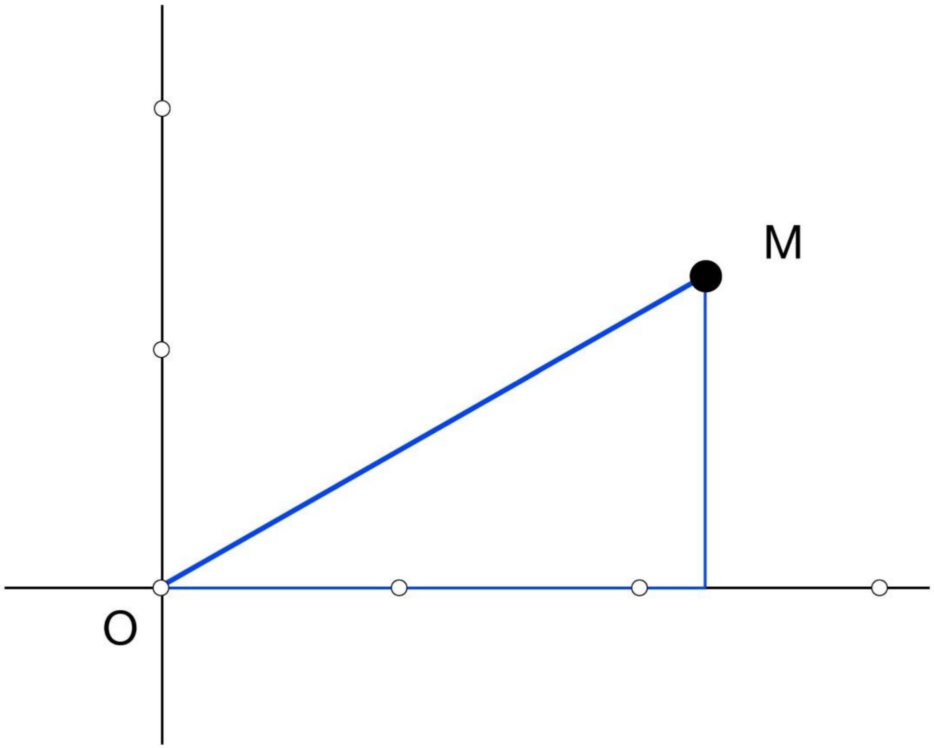
Aula 3 – O Referencial: A régua



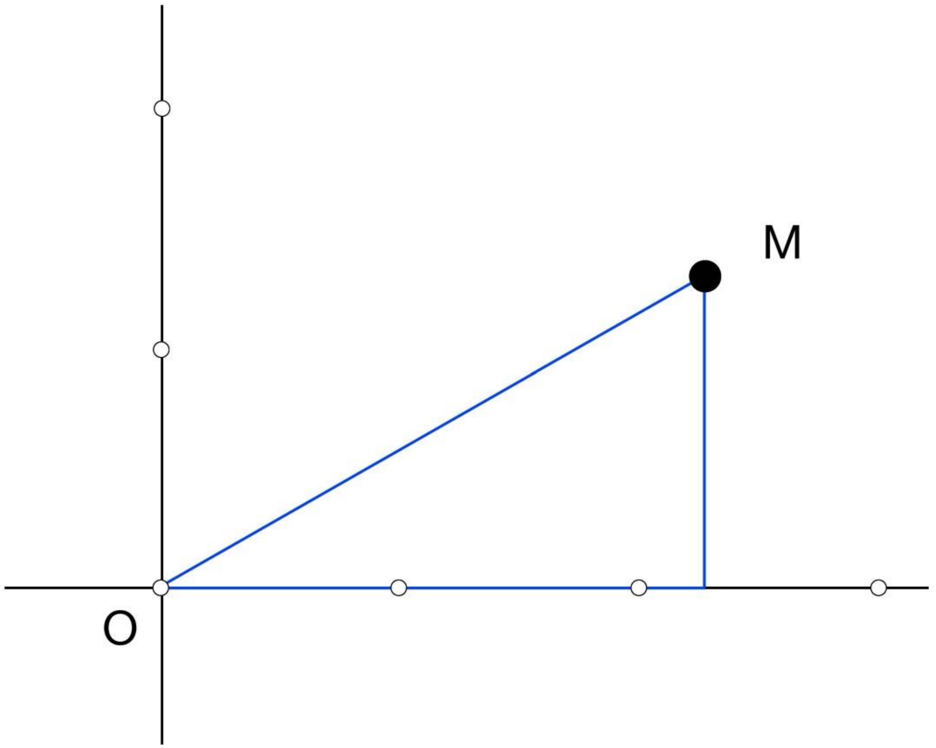
Aula 3 – O Referencial: A régua



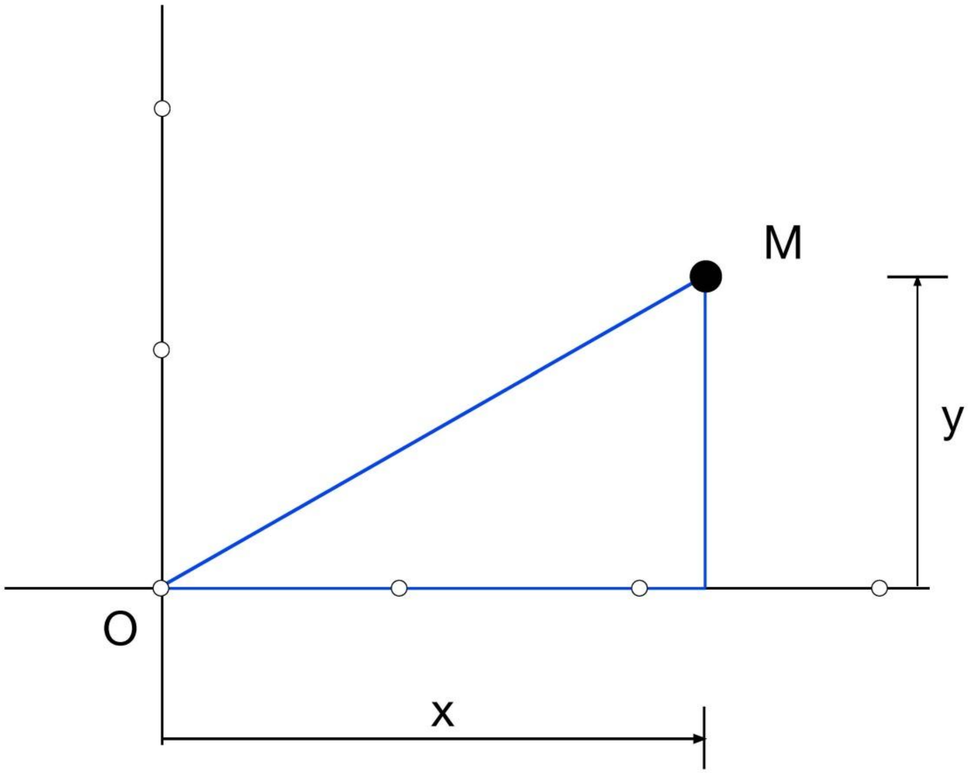
Aula 3 – O Referencial: A régua



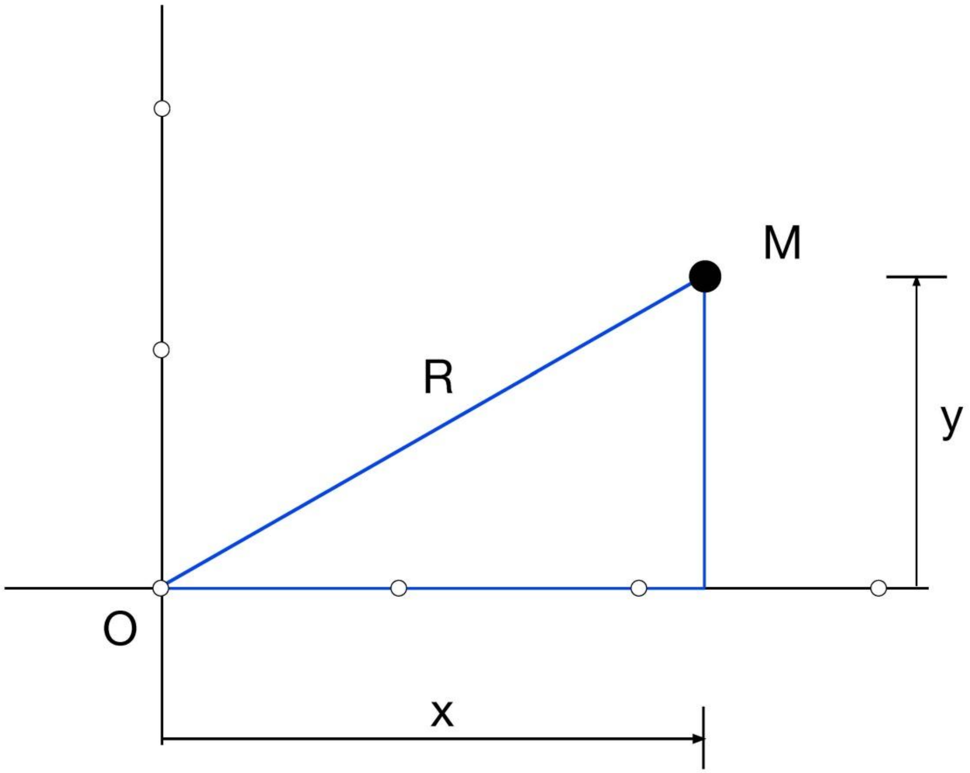
Aula 3 – O Referencial: A régua



Aula 3 – O Referencial: A régua

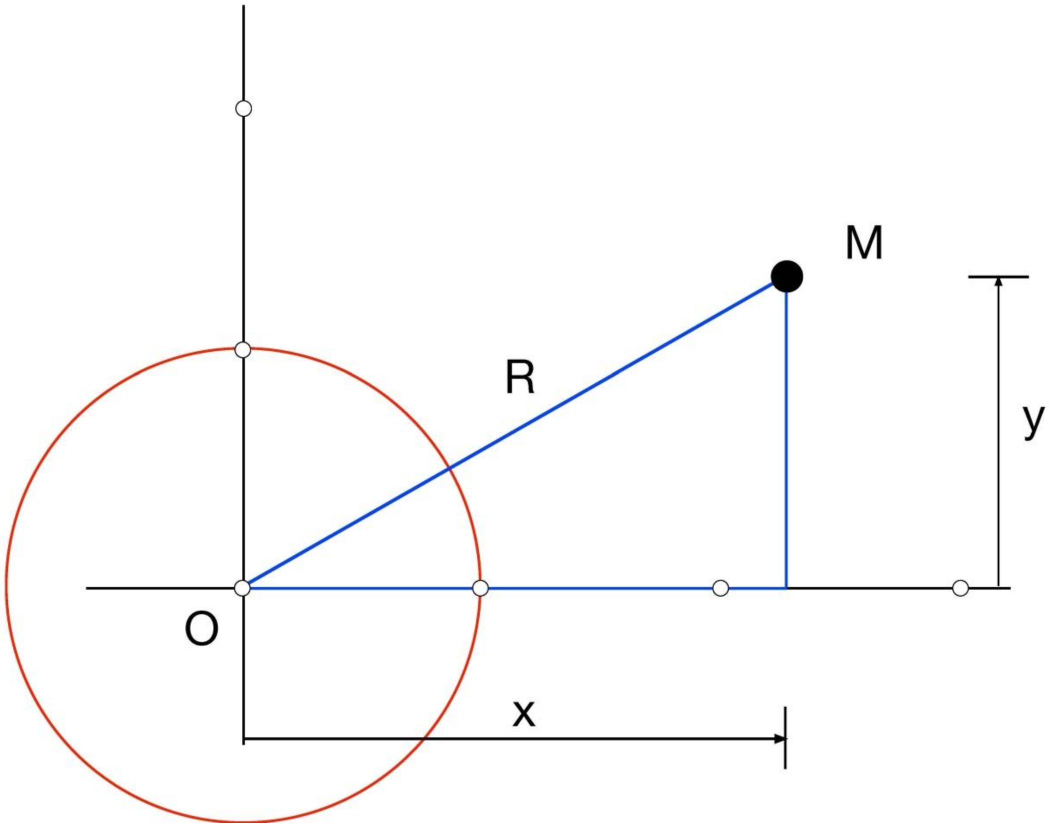


Aula 3 – O Referencial: A régua

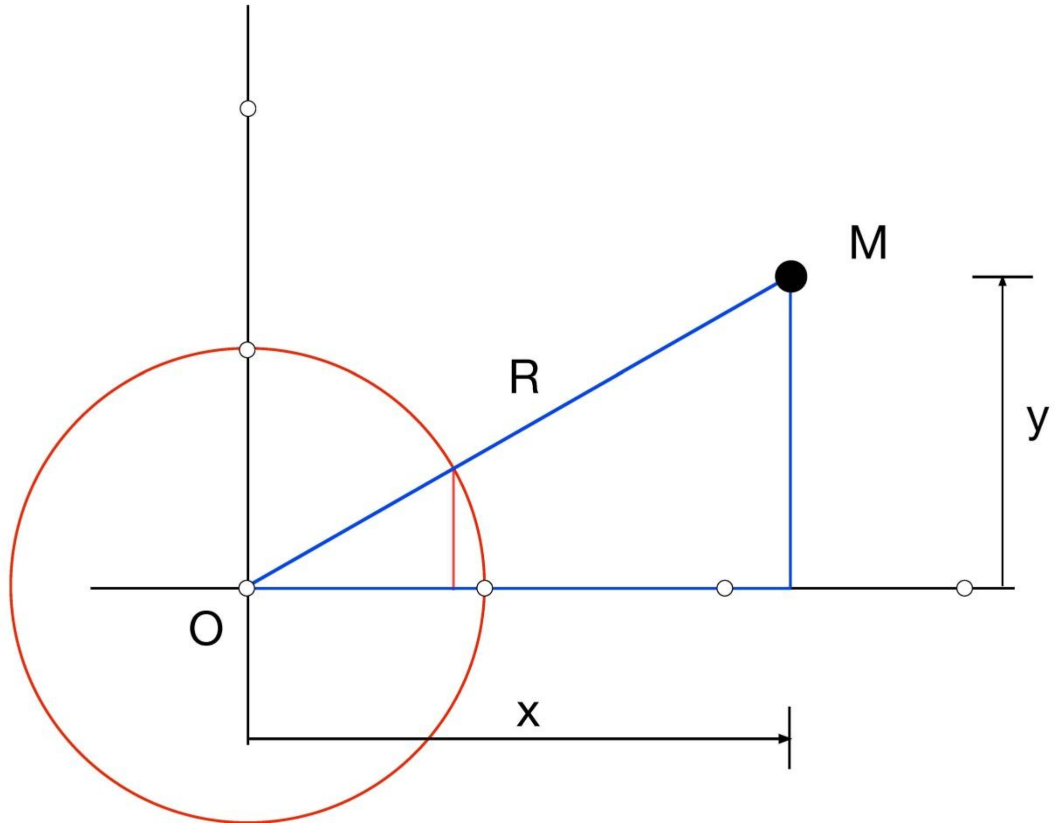


Localização do ponto M em coordenadas cartesianas, medidas de latitude e longitude do corpo M.

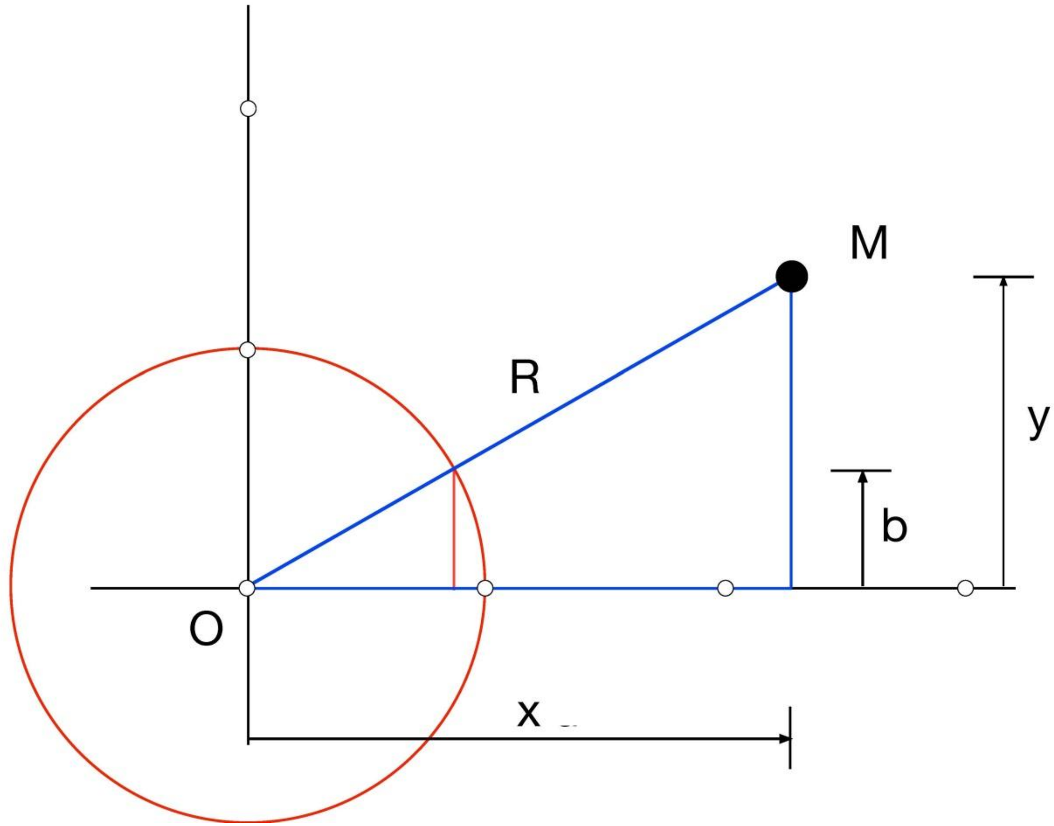
Aula 3 – O Referencial: A régua



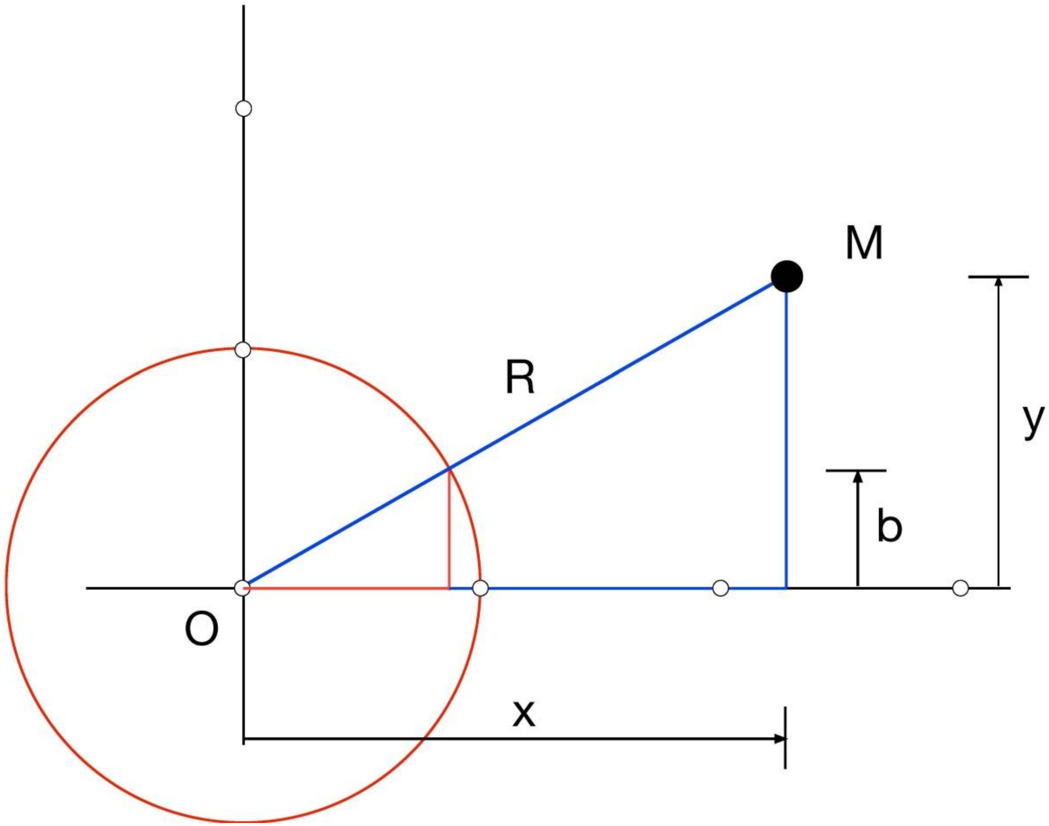
Aula 3 – O Referencial: A régua



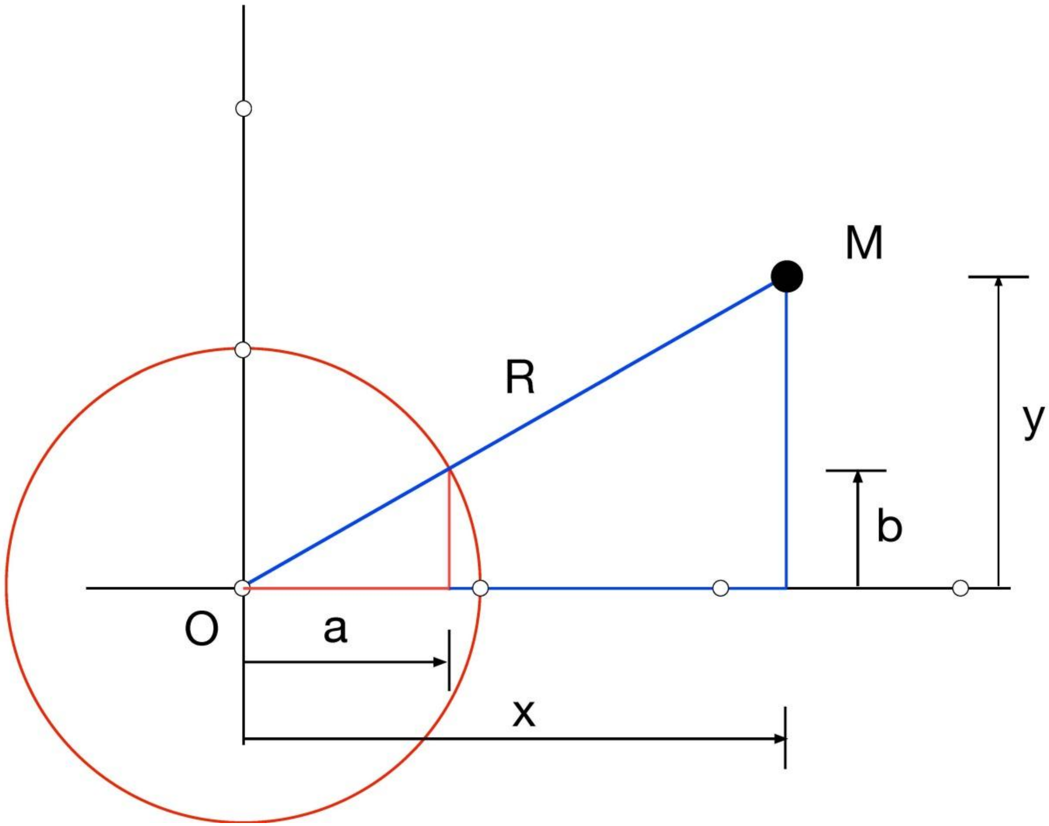
Aula 3 – O Referencial: A régua



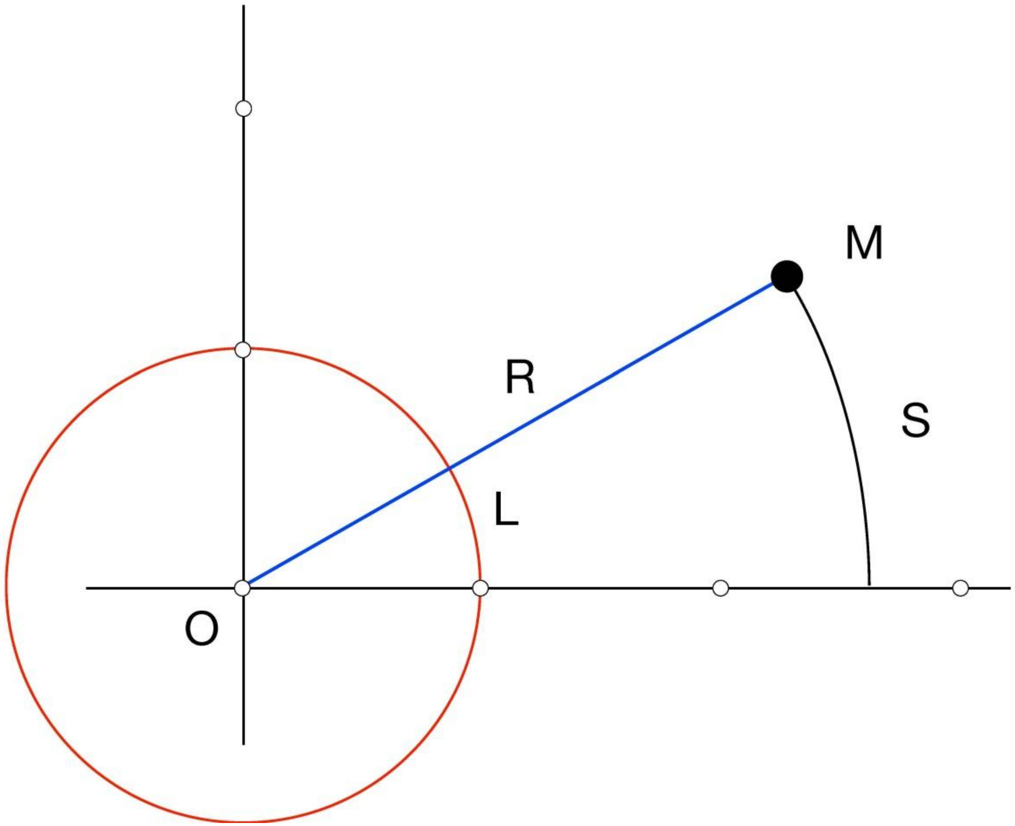
Aula 3 – O Referencial: A régua



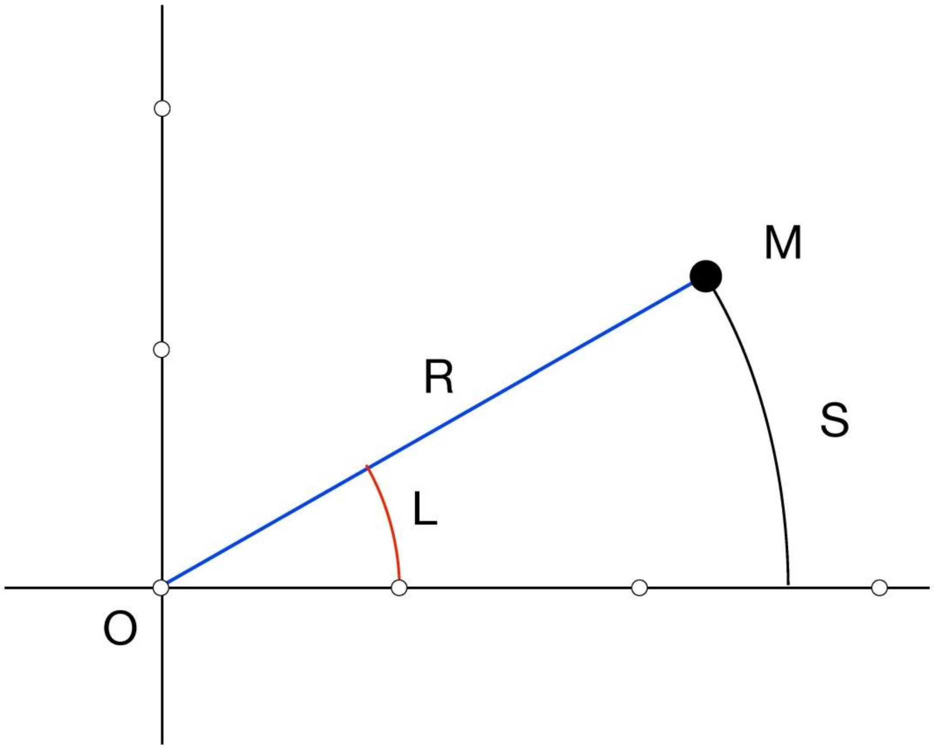
Aula 3 – O Referencial: A régua



Aula 3 – O Referencial: A régua



Aula 3 – O Referencial: A régua

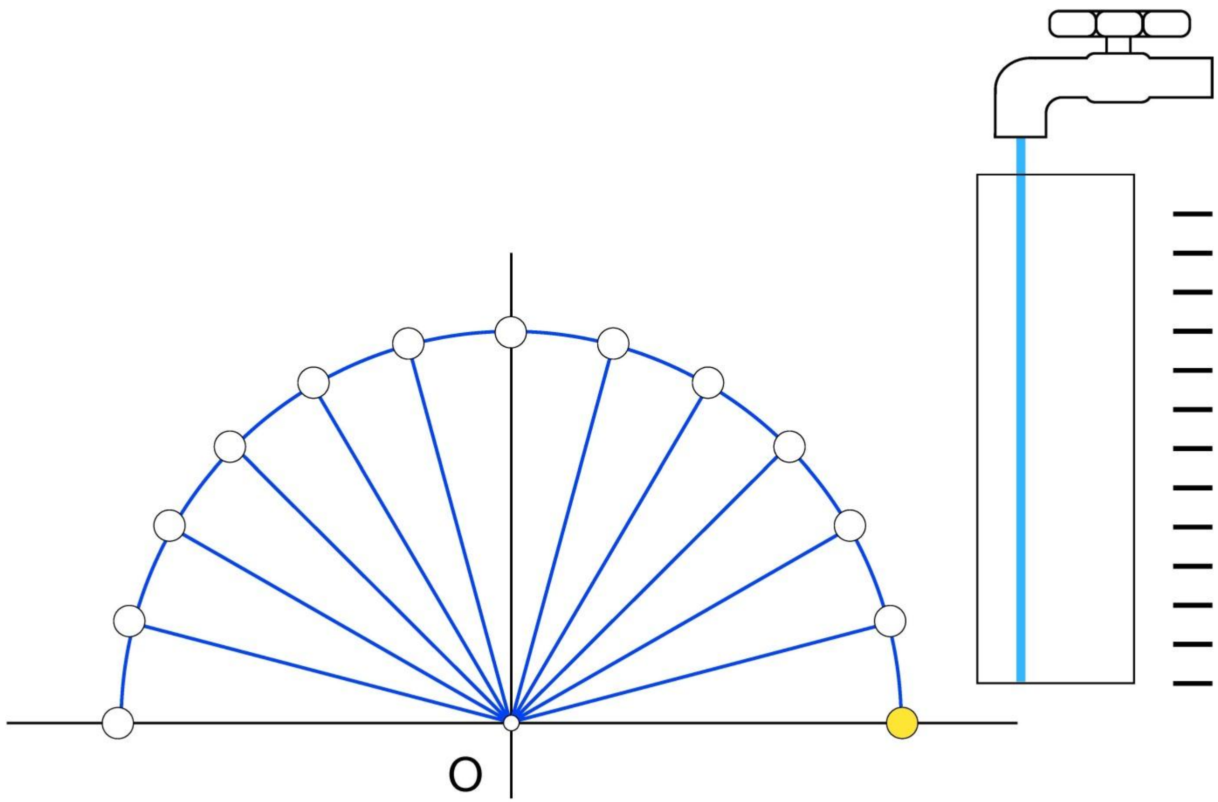


Localização do ponto M em coordenadas polares, circunferência de raio unitário e representação dos comprimentos L, R e S que localizam o ponto M.

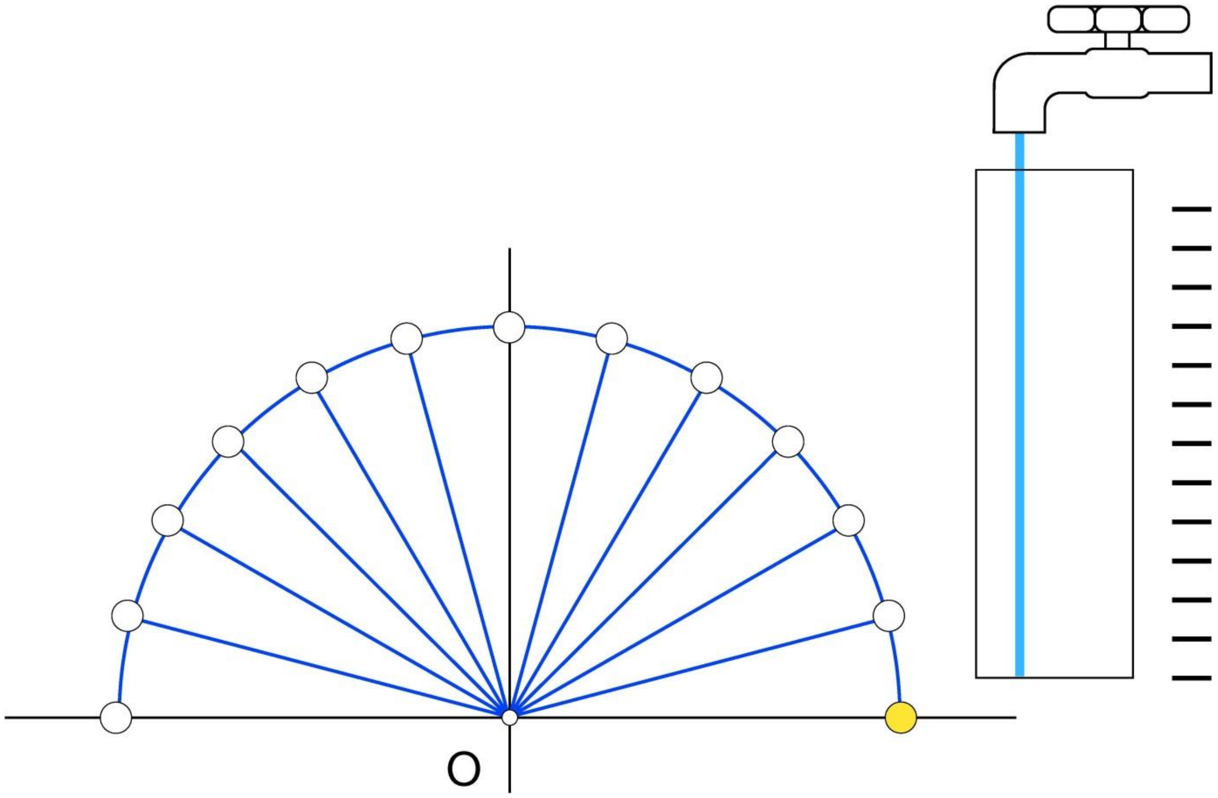
Aula 3 – O Referencial: O relógio

- Para calibrarmos um medidor de intervalos de tempo precisamos montar um aparato que combine seu funcionamento com algo natural e que possua um ciclo regular como, por exemplo, o movimento do Sol. Podemos então apresentar uma forma de medir geometricamente uma duração temporal do movimento do Sol ao longo de um dia, por exemplo. Para isto, construímos um aparato conhecido mas bem intuitivo de observação do movimento solar e explorado ainda na época de Galileu.

Aula 3 – O Referencial: O relógio

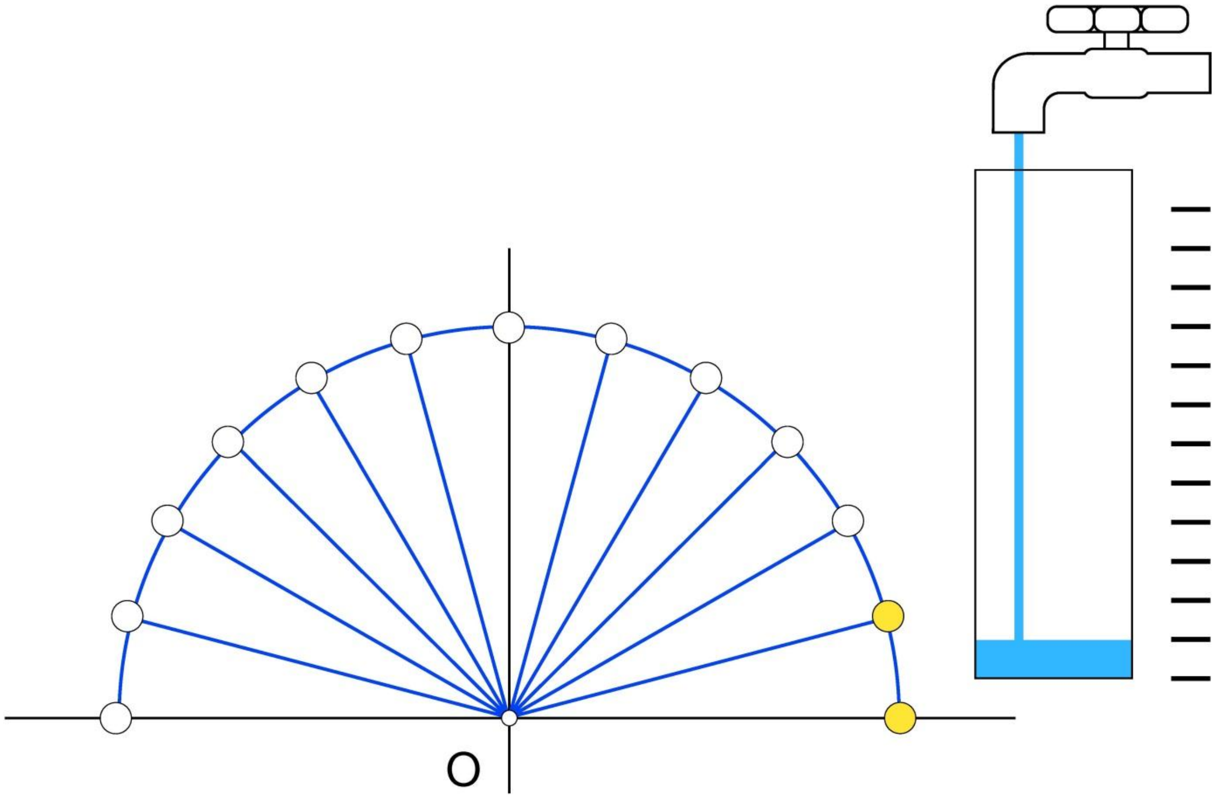


Aula 3 – O Referencial: O relógio



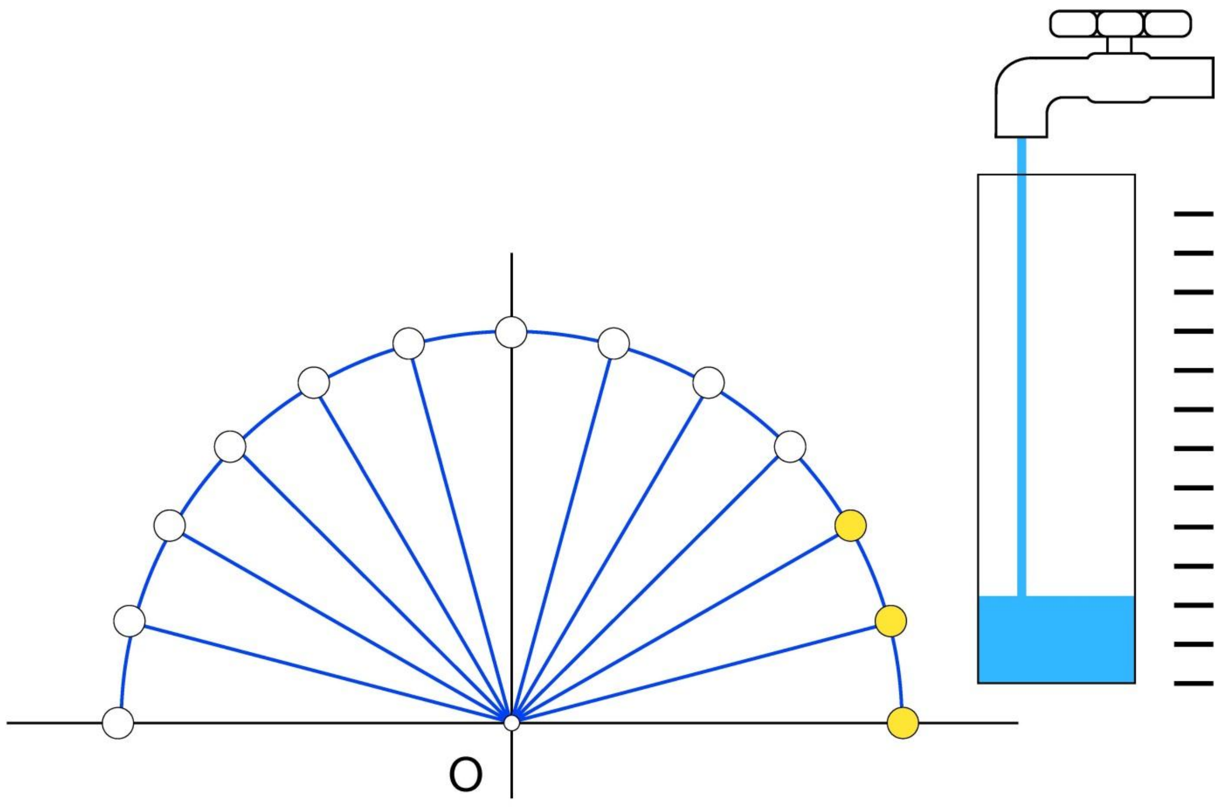
Construção do relógio a partir do movimento relativo do Sol desde o nascente ate o poente e a altura correspondente da coluna de água.

Aula 3 – O Referencial: O relógio



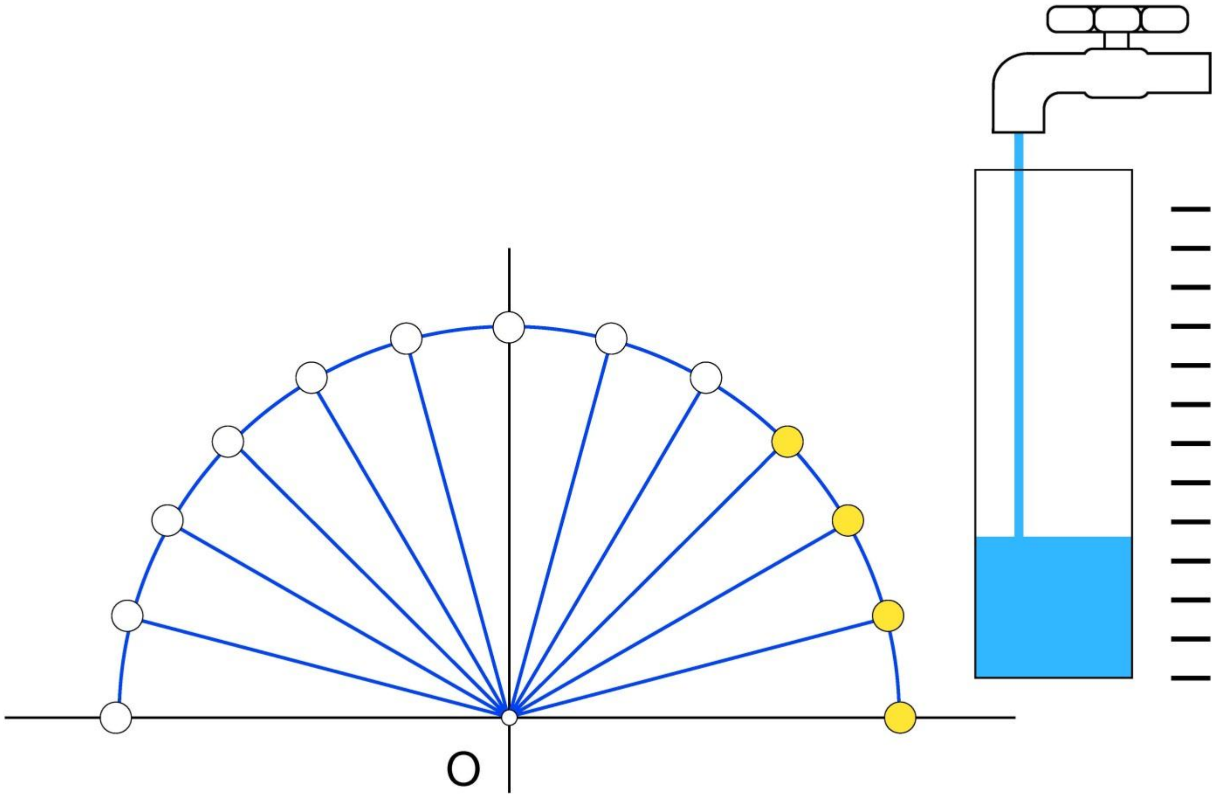
O movimento relativo do Sol ao longo do primeiro 1/12 avos de sua trajetória, comparado com a vazão de água da torneira. Este primeiro avo é definido como a unidade de tempo.

Aula 3 – O Referencial: O relógio

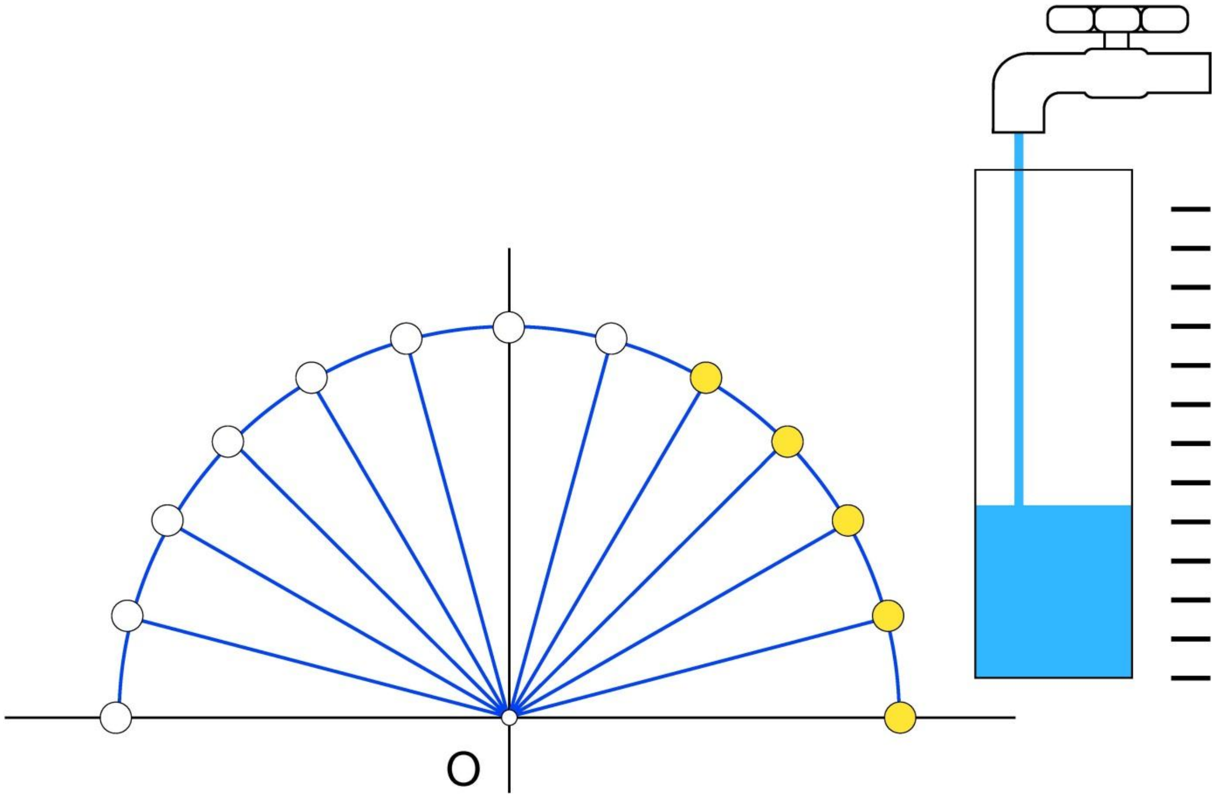


O movimento relativo do Sol, ao longo de 2/12 avos de sua trajetória, comparado com a altura da coluna de água da mesma torneira.

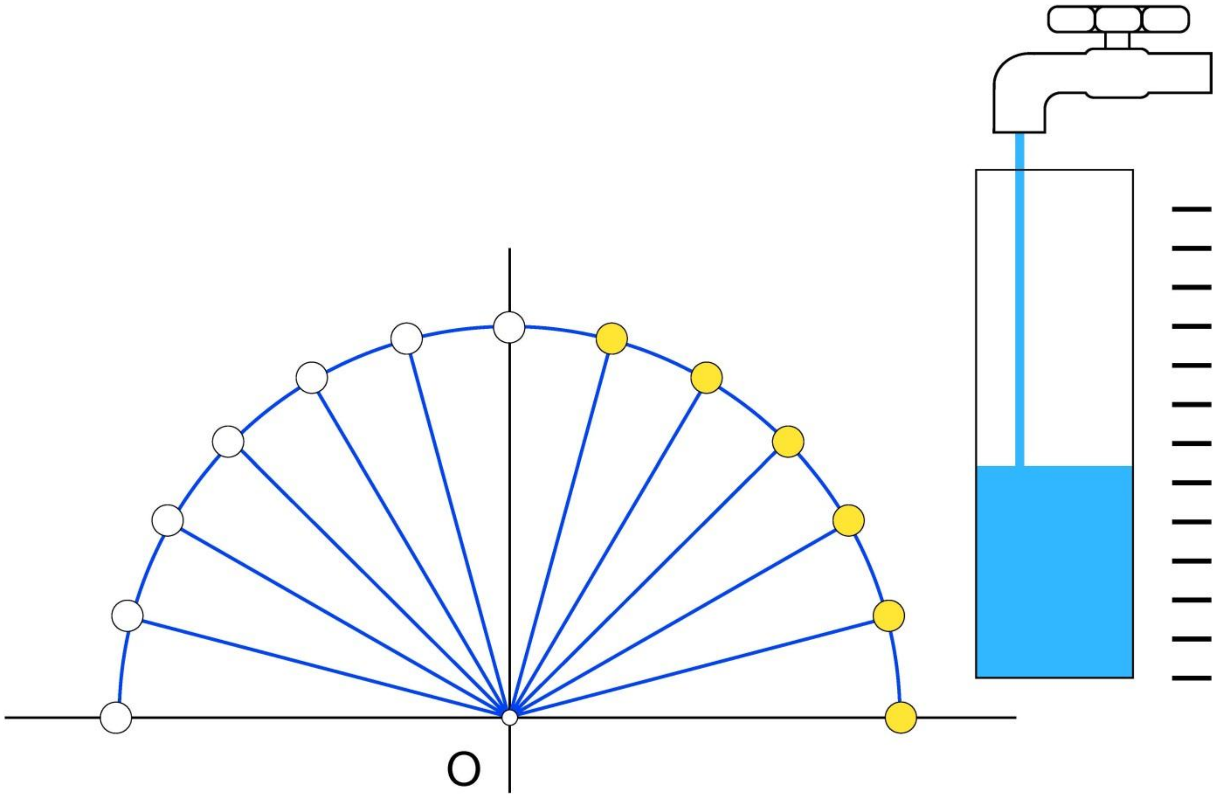
Aula 3 – O Referencial: O relógio



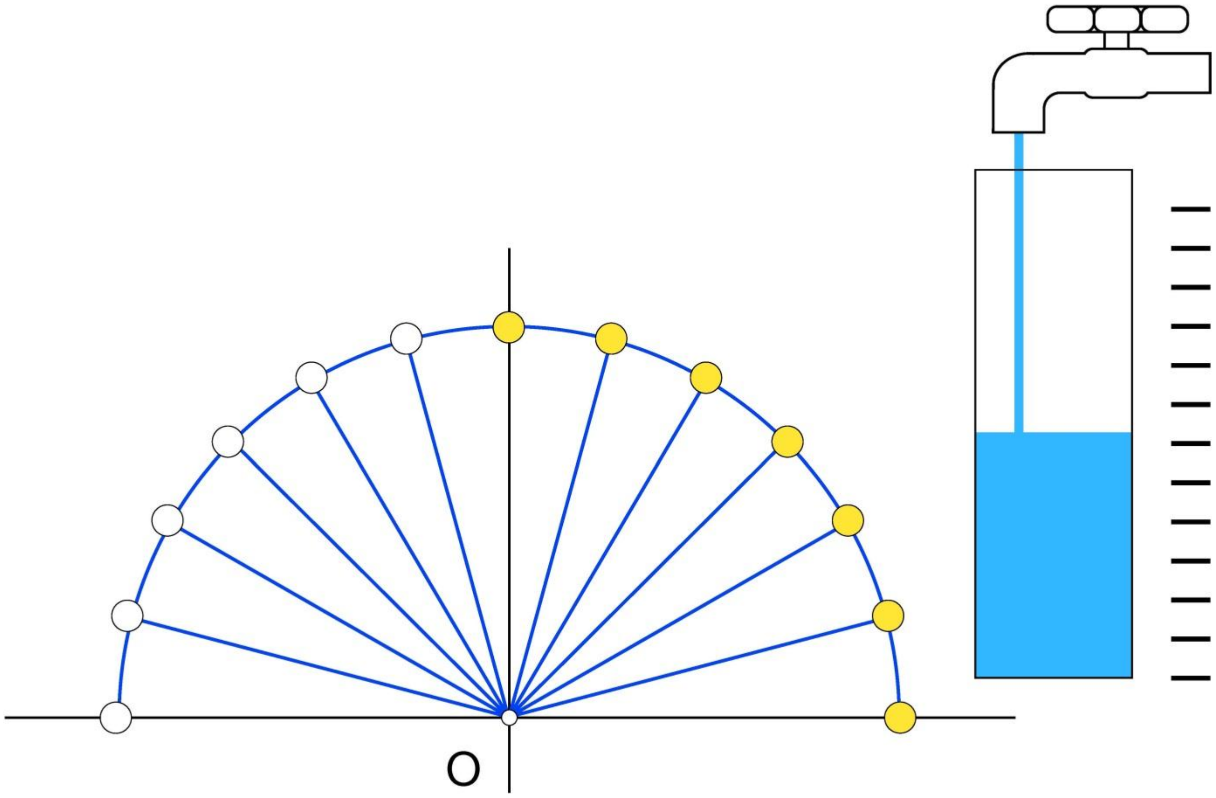
Aula 3 – O Referencial: O relógio



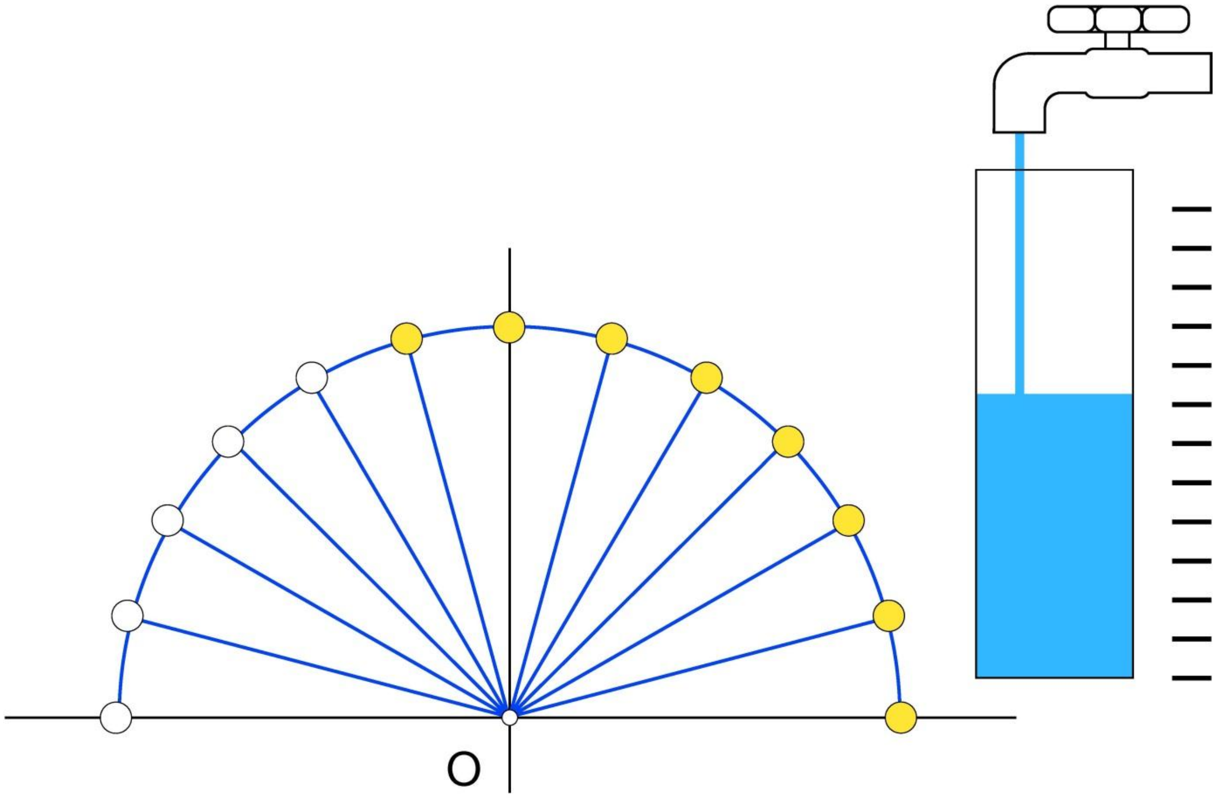
Aula 3 – O Referencial: O relógio



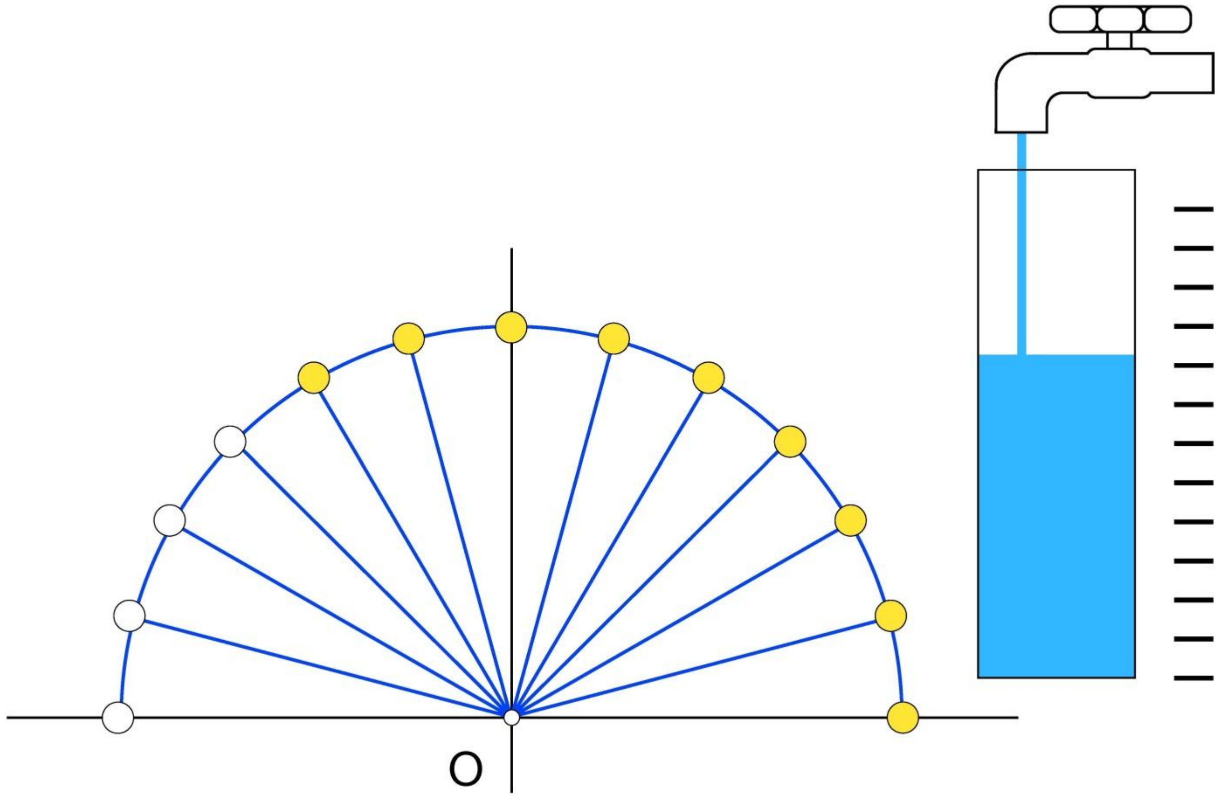
Aula 3 – O Referencial: O relógio



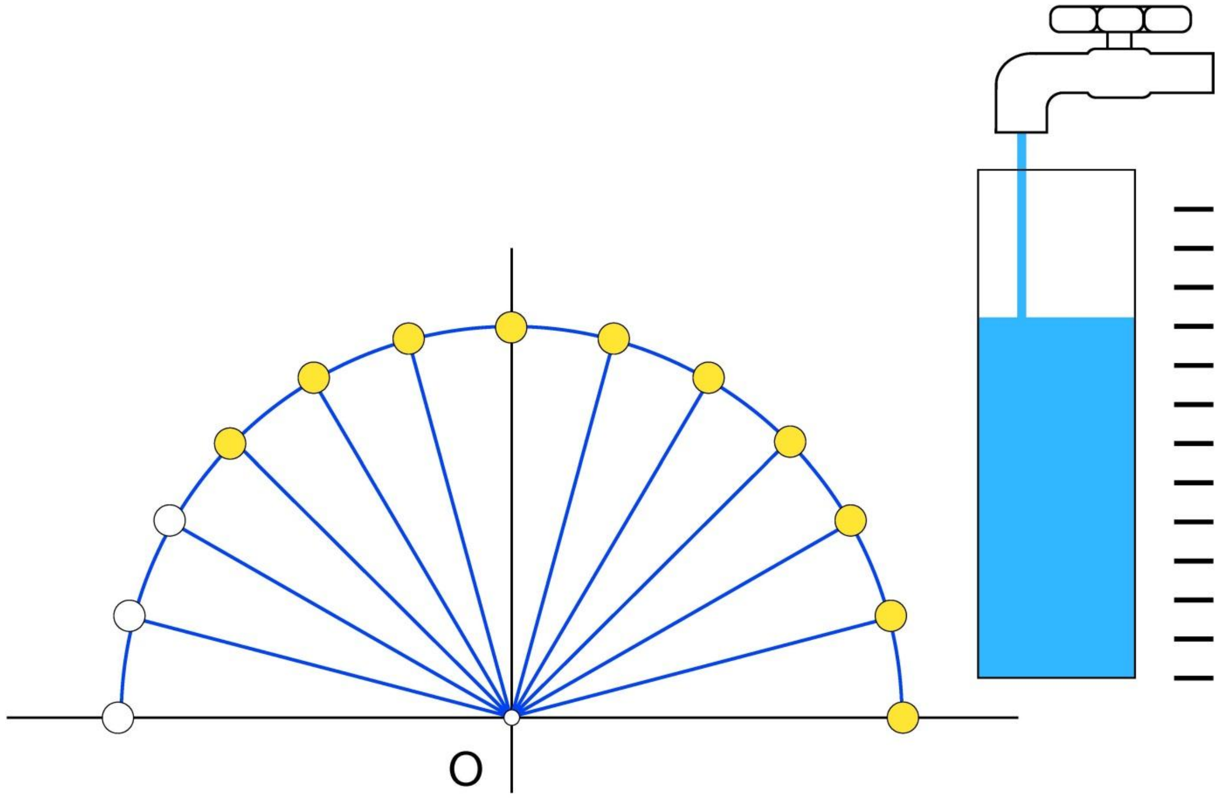
Aula 3 – O Referencial: O relógio



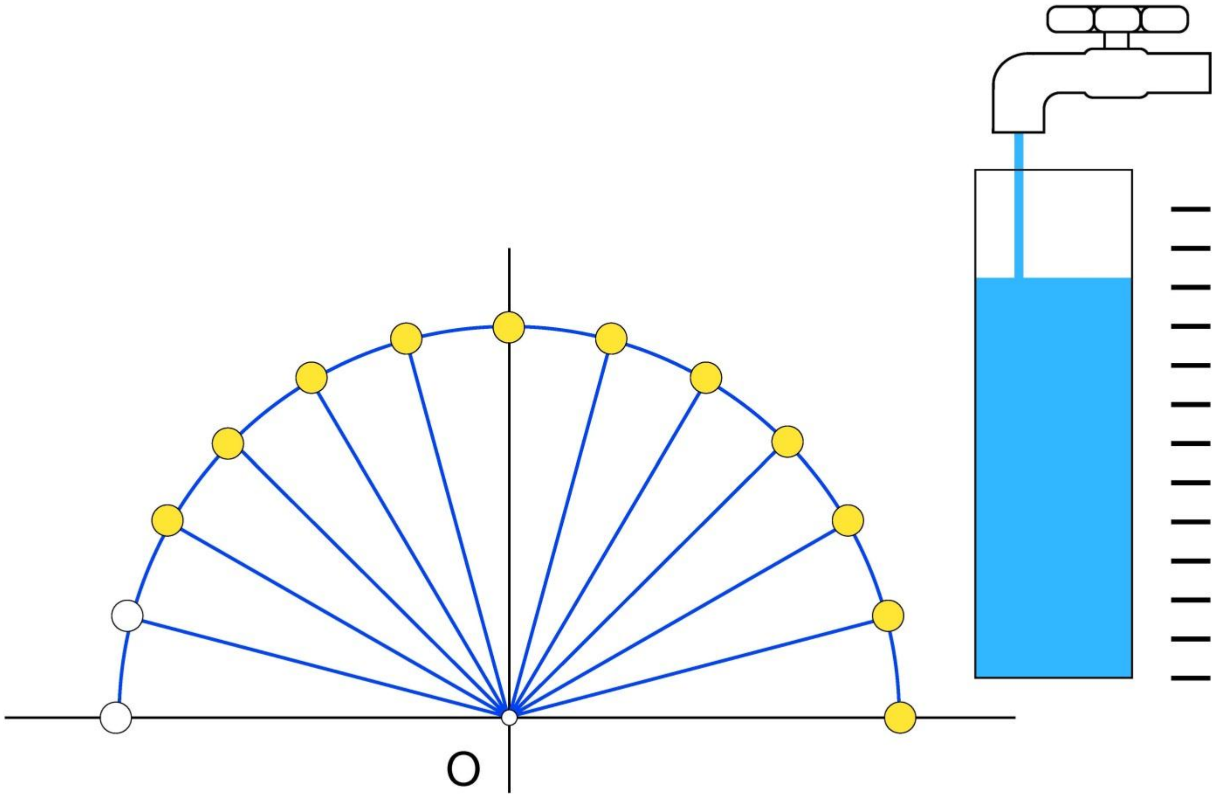
Aula 3 – O Referencial: O relógio



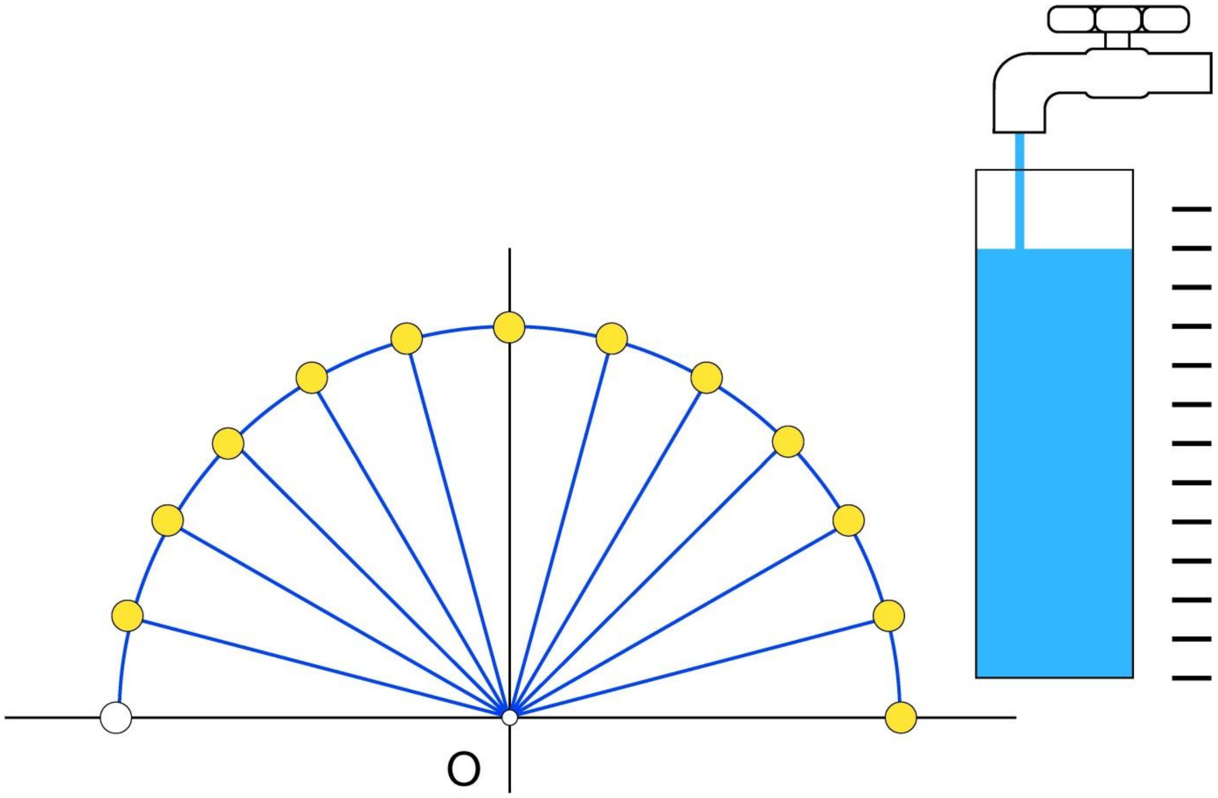
Aula 3 – O Referencial: O relógio



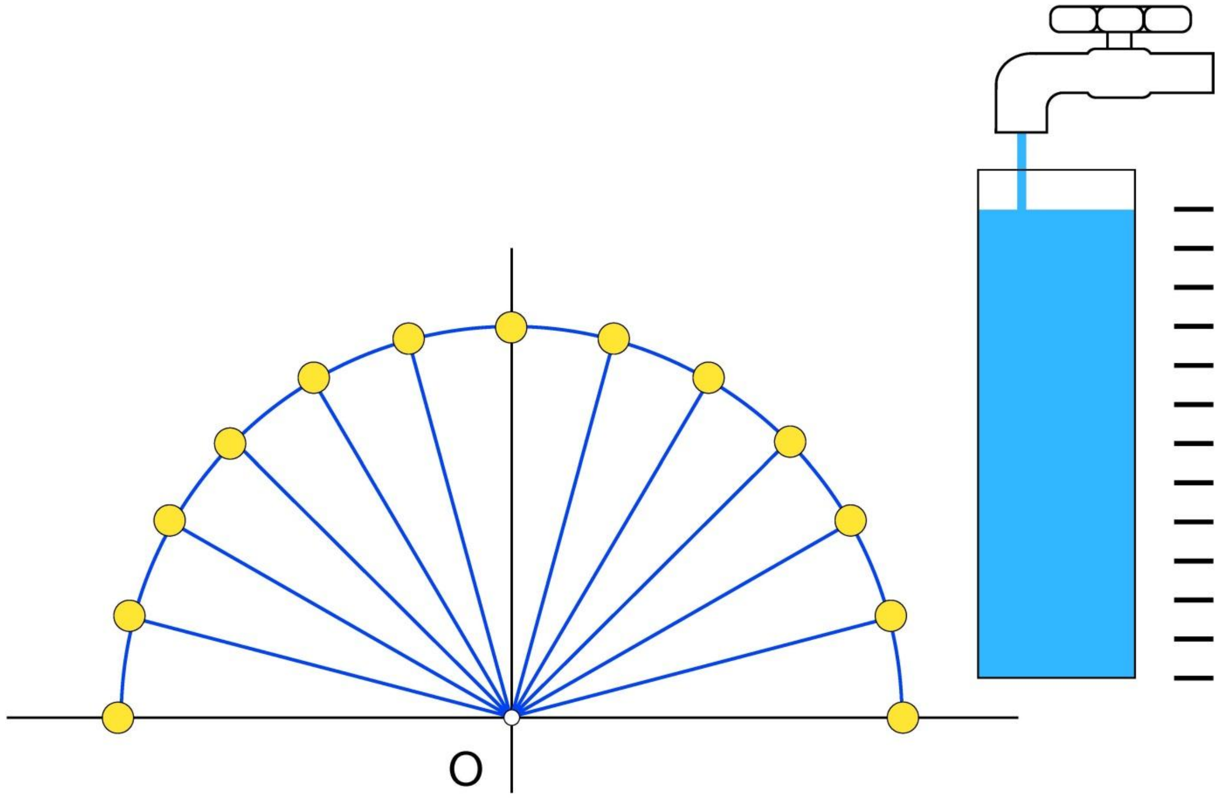
Aula 3 – O Referencial: O relógio



Aula 3 – O Referencial: O relógio



Aula 3 – O Referencial: O relógio

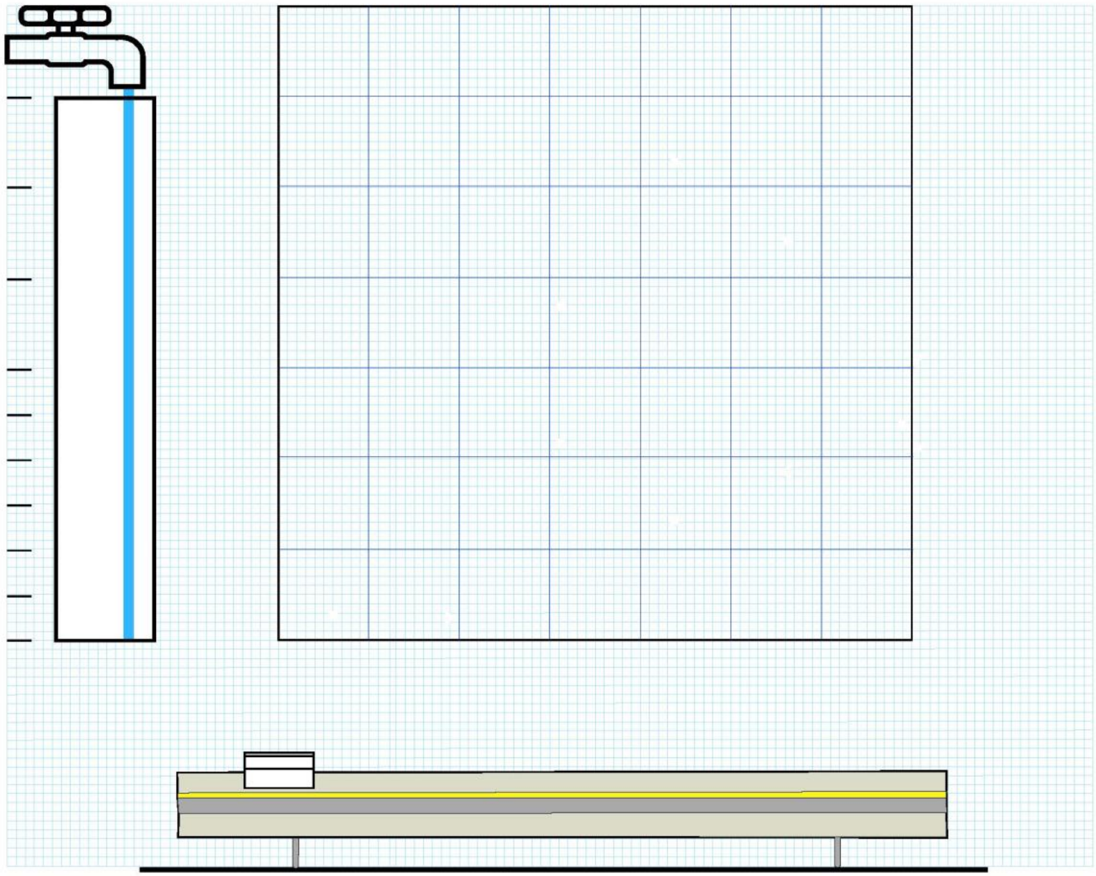


Construção do relógio a partir do movimento relativo do Sol desde o nascente ate o poente e a altura correspondente da coluna de água.

Aula 3 – O movimento da partícula

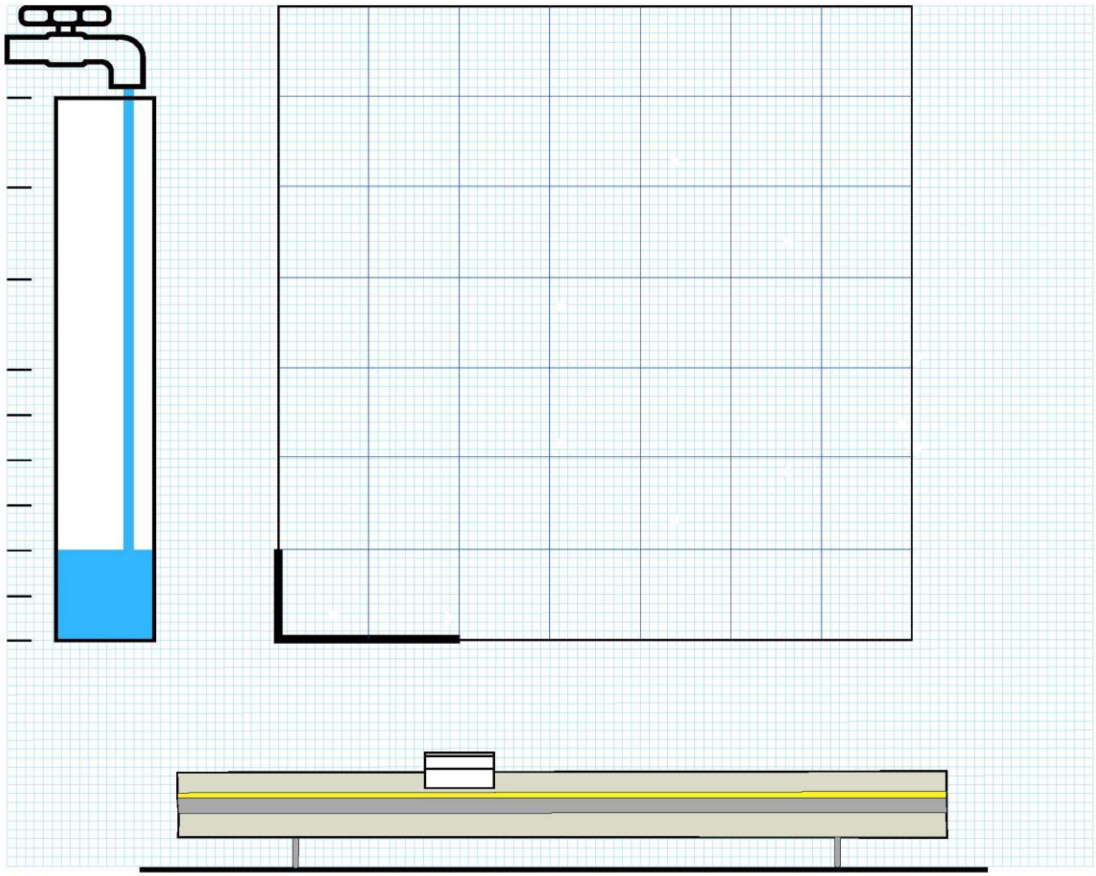
- Observamos o movimento de uma corpo ao longo de um trilho retilíneo e o descrevemos em relação ao trilho. Consideramos nosso móvel um corpo pontual, e construímos um diagrama representando os seus deslocamentos sucessivos e as respectivas durações desses deslocamentos. Deste modo, as sucessivas posições da partícula são registradas no eixo horizontal do diagrama e os intervalos de tempo correspondentes, medidos com o "nosso relógio de água produzido pela nossa torneira", são registrados na orientação vertical do mesmo diagrama.

Aula 3 – O movimento da partícula

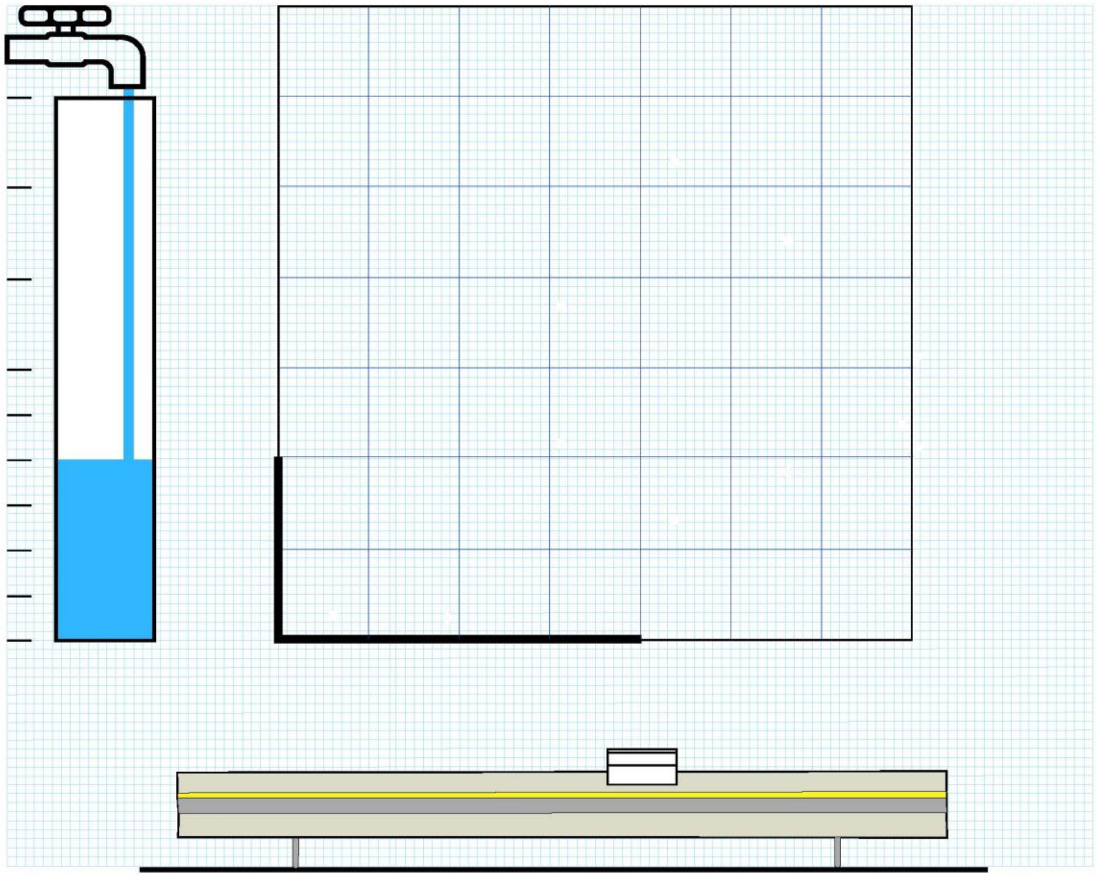


A partícula descreverá um movimento em linha reta e seus deslocamentos serão sempre iguais para intervalos de tempos iguais.

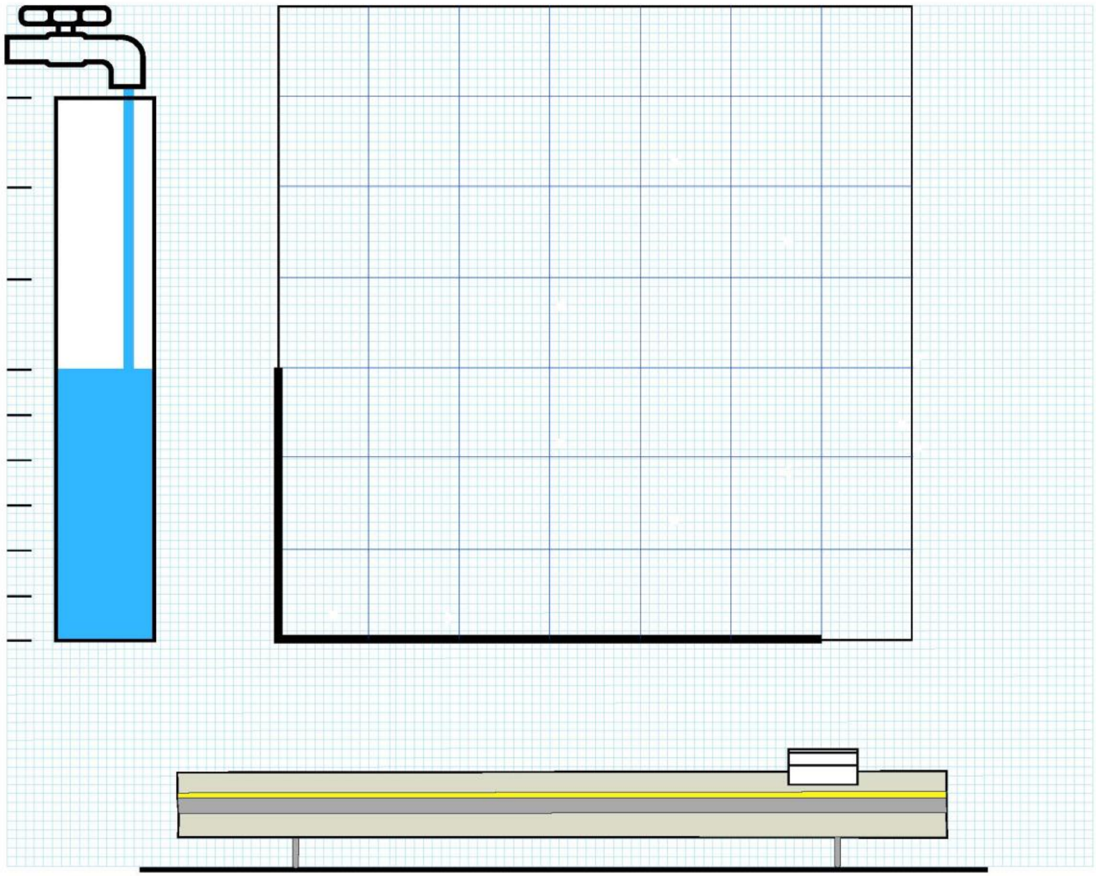
Aula 3 – O movimento da partícula



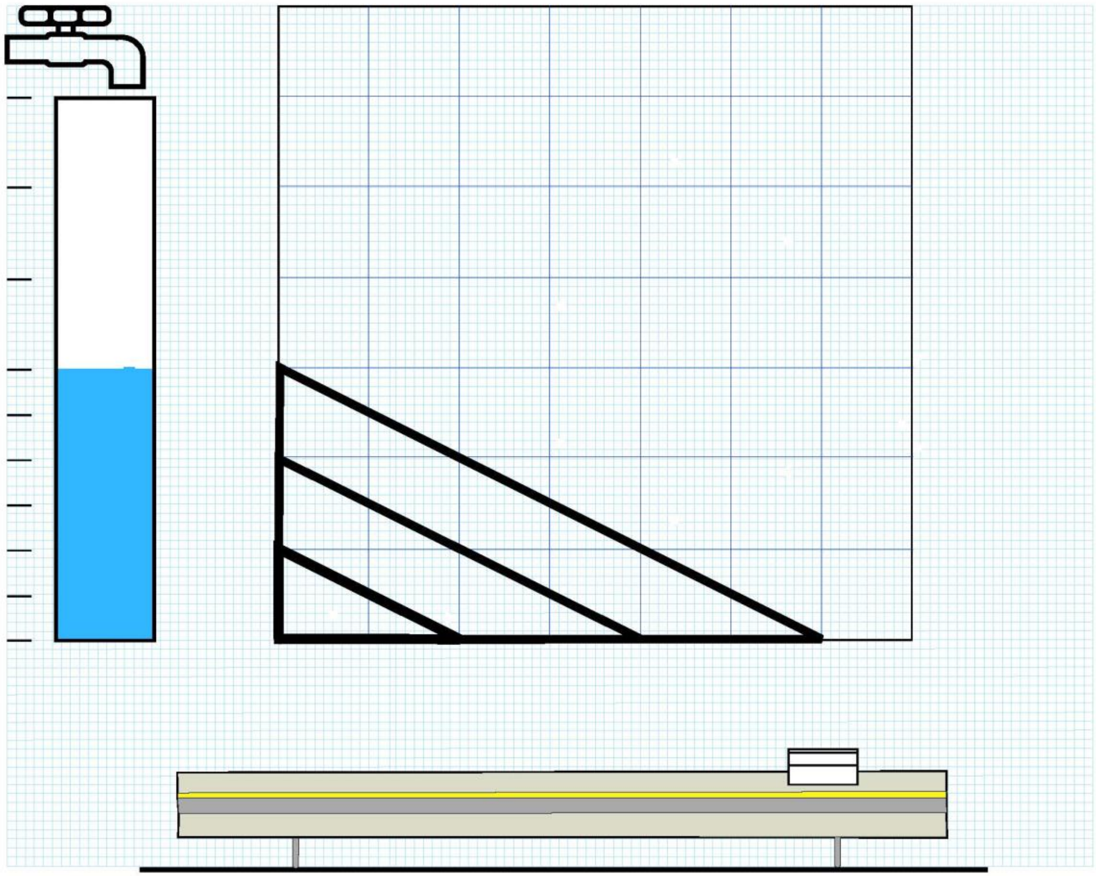
Aula 3 – O movimento da partícula



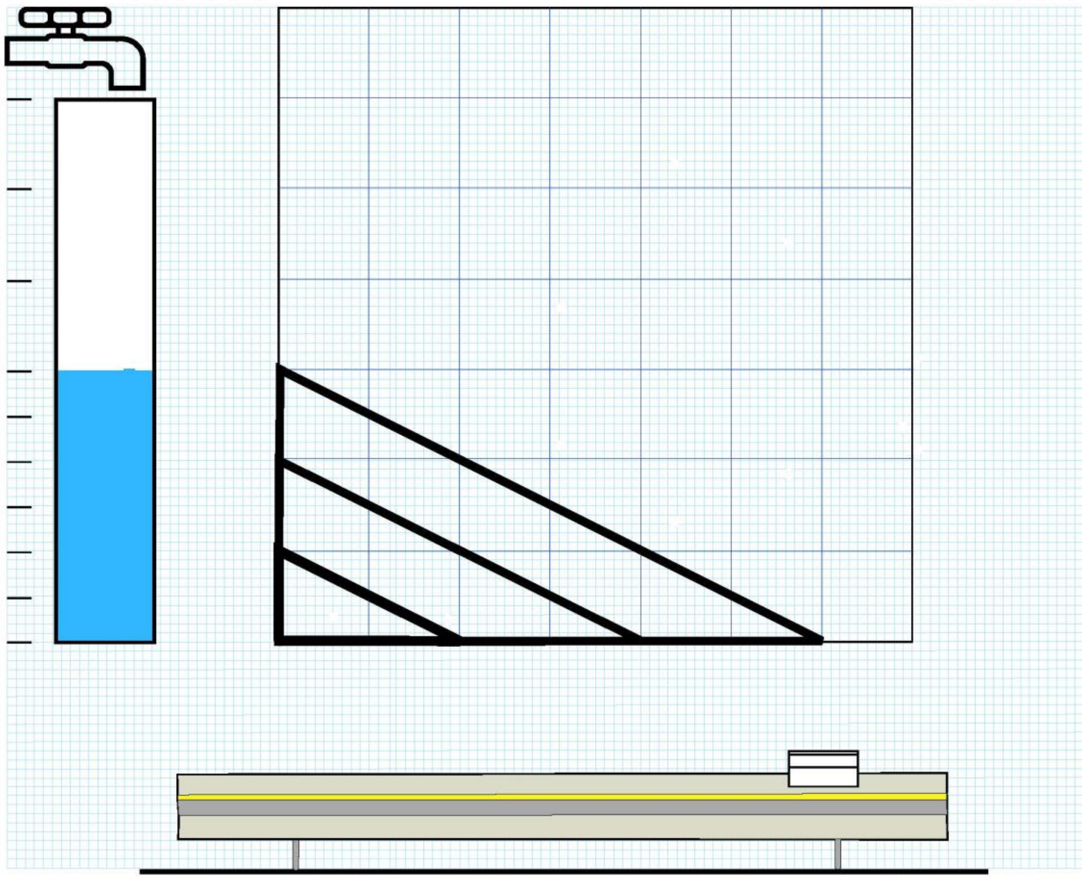
Aula 3 – O movimento da partícula



Aula 3 – O movimento da partícula

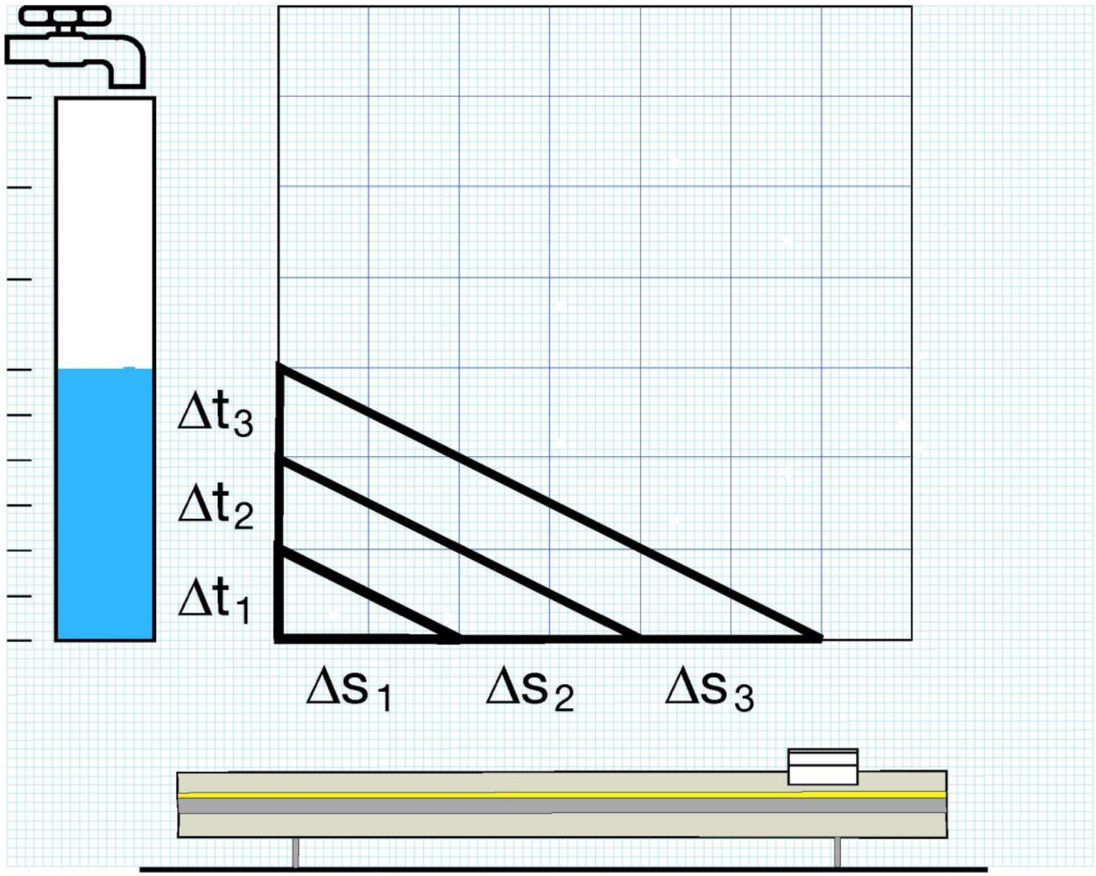


Aula 3 – O movimento da partícula

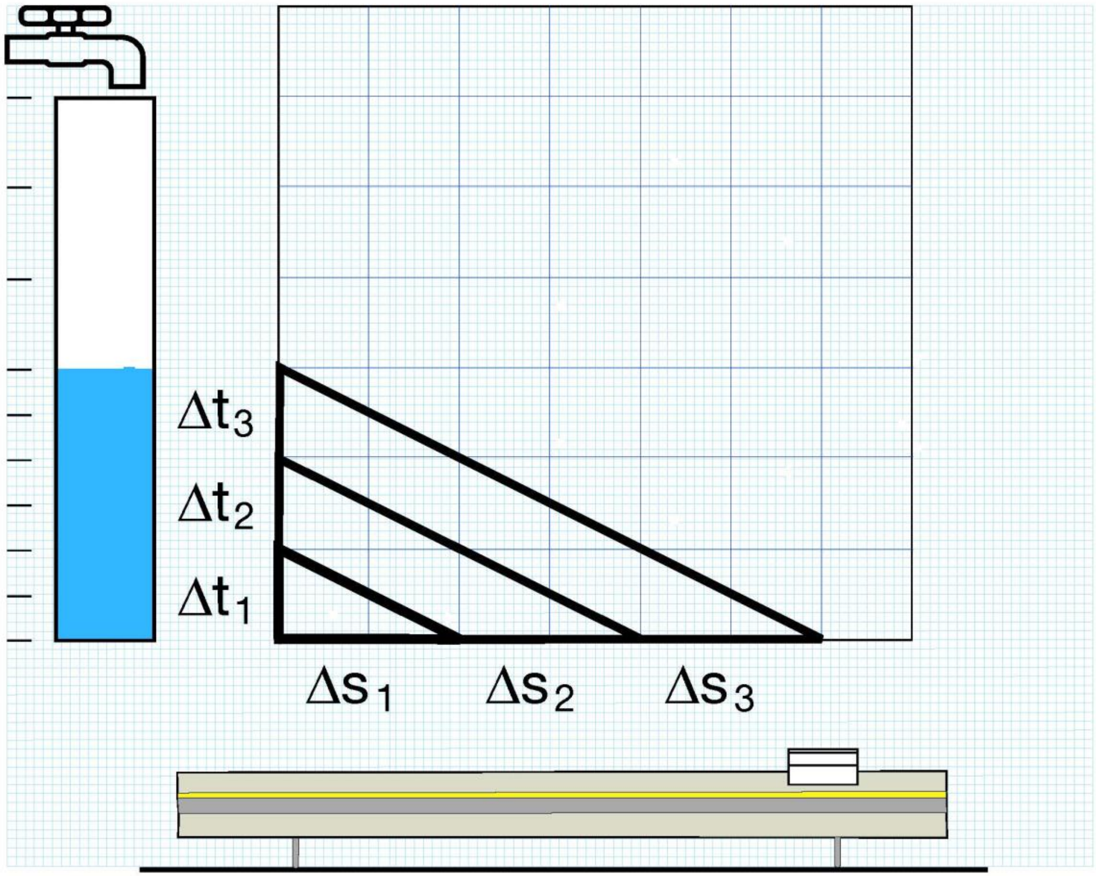


Composição do deslocamento horizontal da partícula com o preenchimento da coluna de água na vertical.

Aula 3 – O movimento da partícula

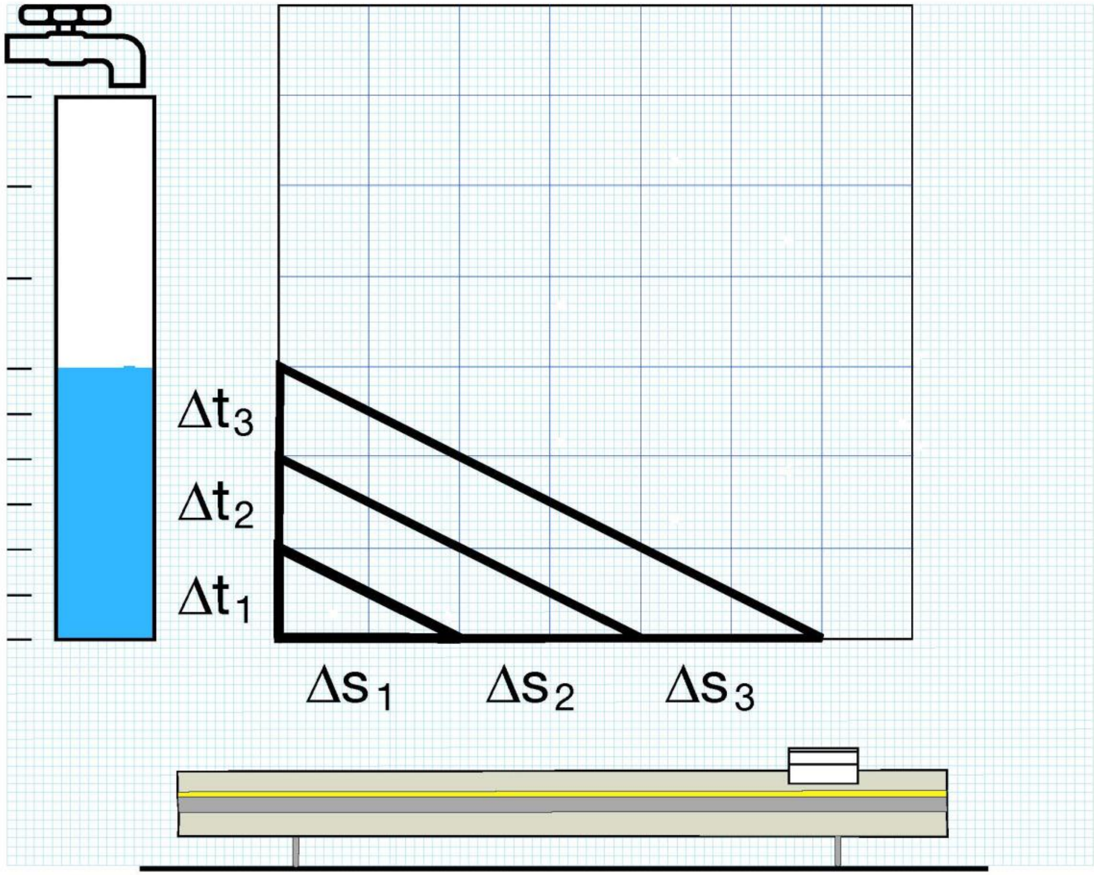


Aula 3 – O movimento da partícula



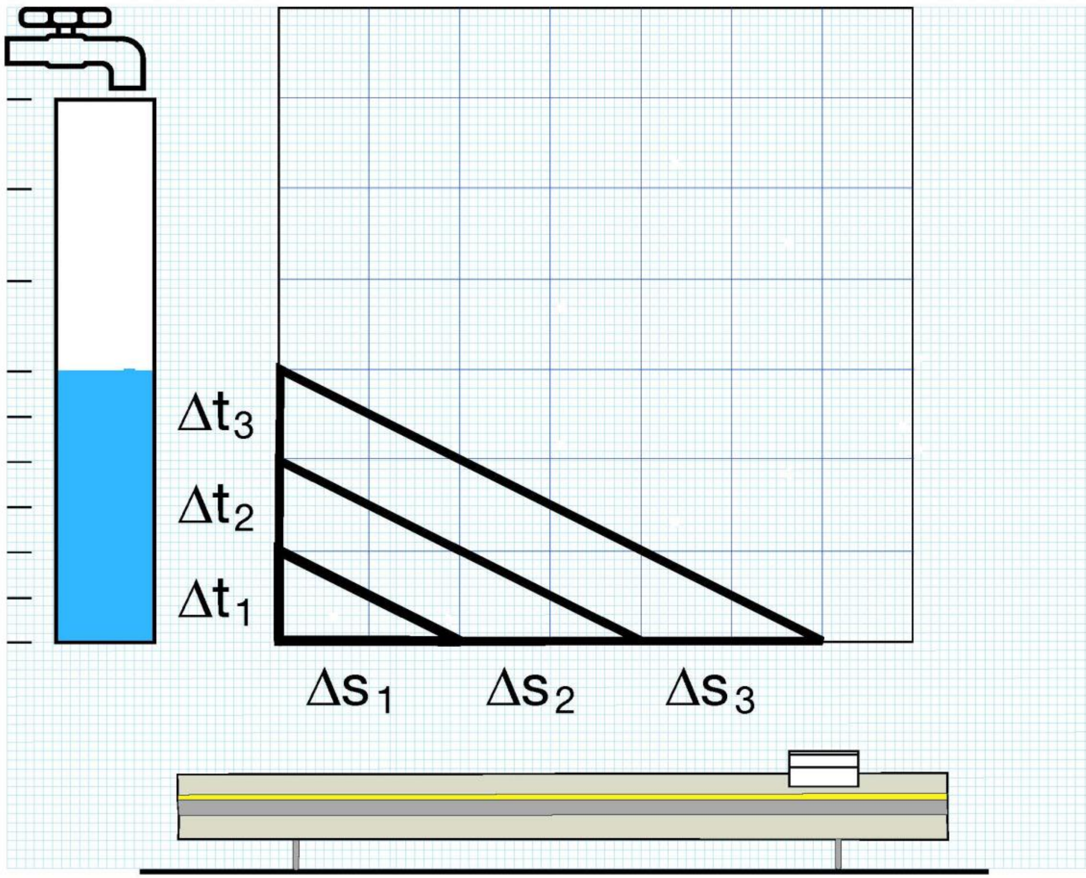
Marcação dos deslocamentos horizontais com os intervalos de tempo na vertical.

Aula 3 – O movimento da partícula



Traçamos retas paralelas que fazem uma relação entre Δs e Δt;

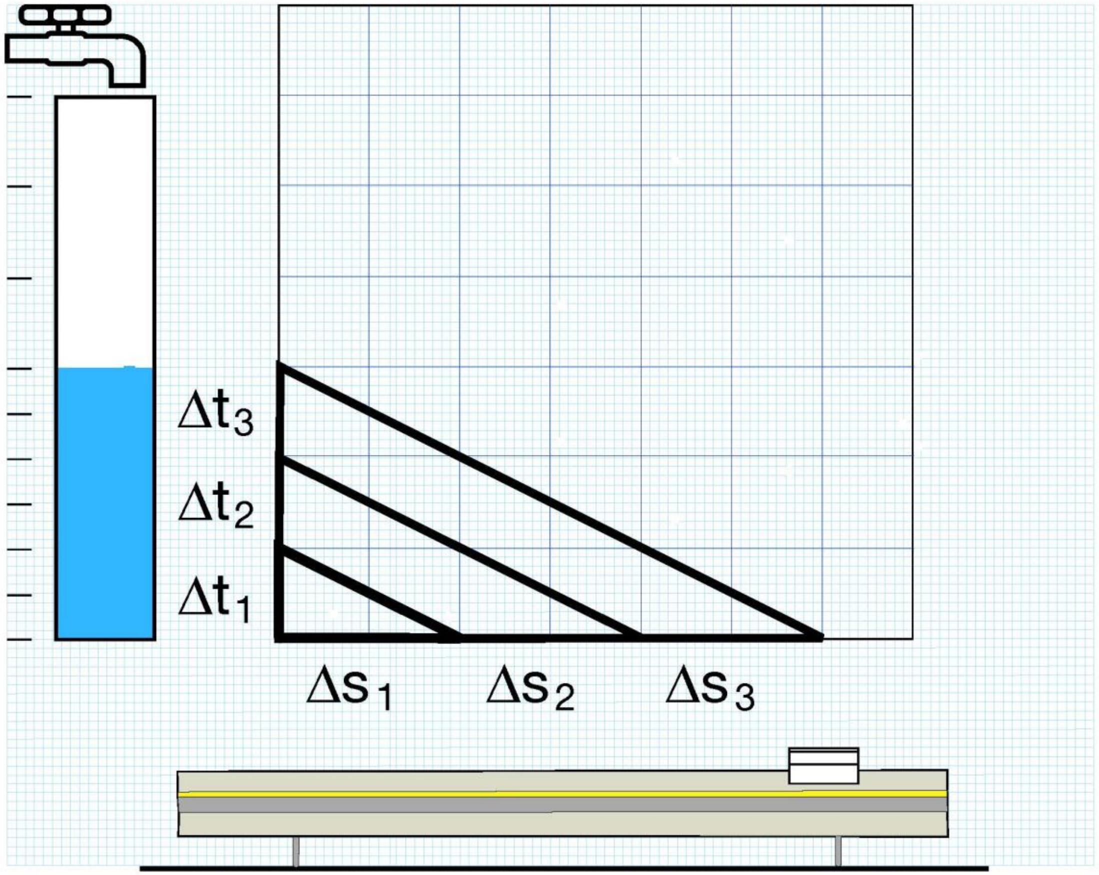
Aula 3 – O movimento da partícula



Traçamos retas paralelas que fazem uma relação entre Δs e Δt;

definimos como velocidade média a razão entre essas duas grandezas:

Aula 3 – O movimento da partícula

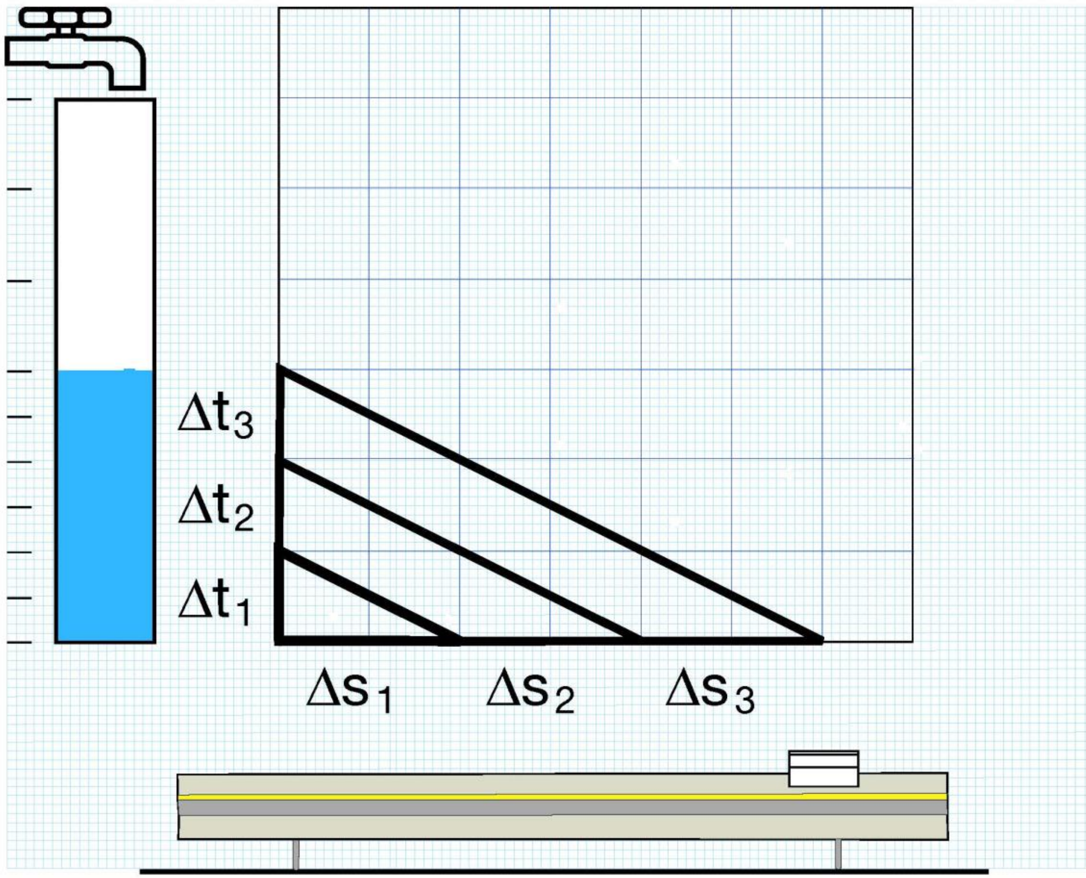


Traçamos retas paralelas que fazem uma relação entre Δs e Δt;

definimos como velocidade média a razão entre essas duas grandezas:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Aula 3 – O movimento da partícula



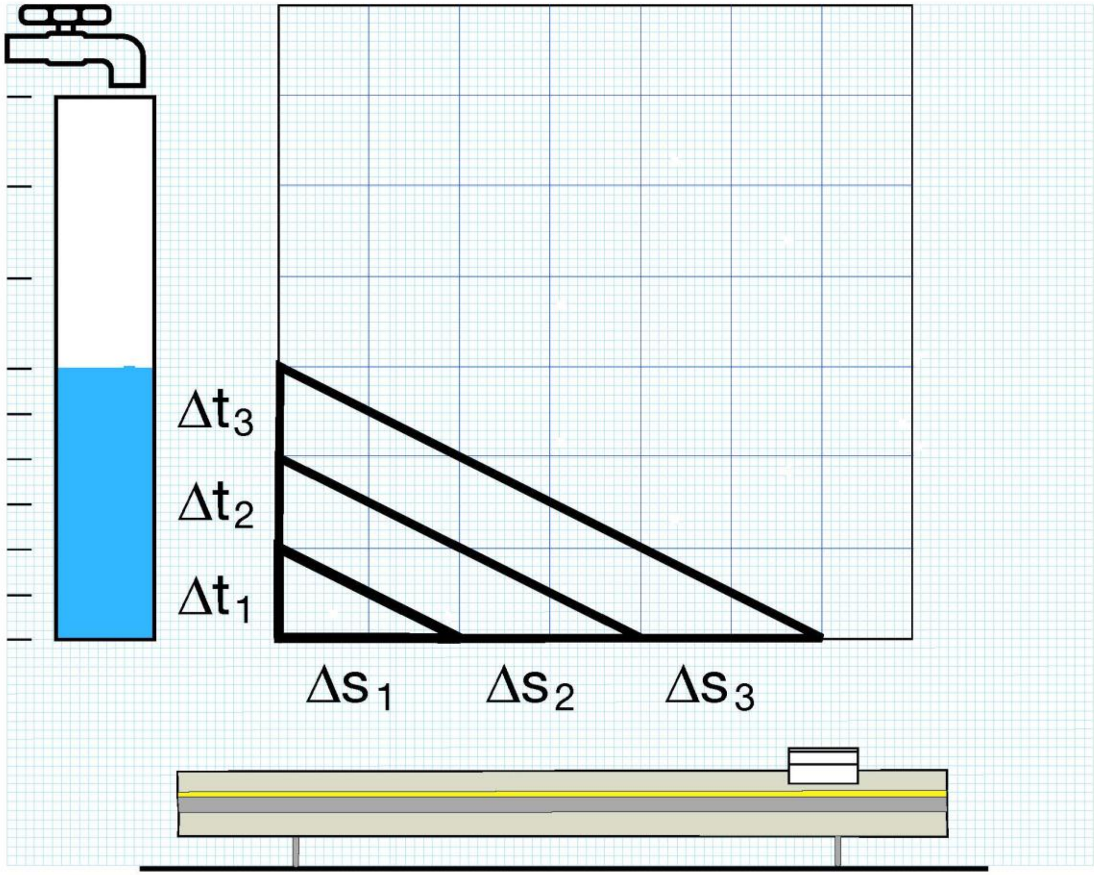
Traçamos retas paralelas que fazem uma relação entre Δs e Δt;

definimos como velocidade média a razão entre essas duas grandezas:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Para esse movimento:

Aula 3 – O movimento da partícula



Traçamos retas paralelas que fazem uma relação entre Δs e Δt;

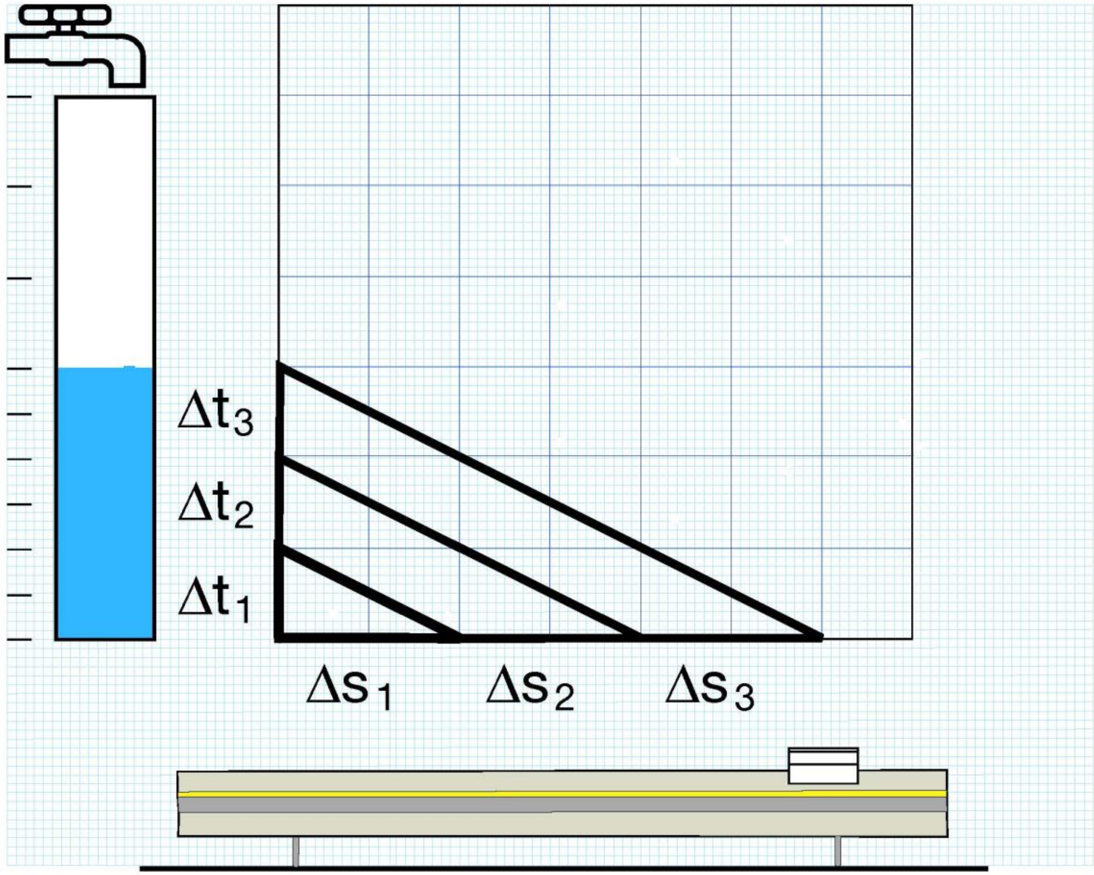
definimos como velocidade média a razão entre essas duas grandezas:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Para esse movimento:

$$\frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta s_3}{\Delta t_3}$$

Aula 3 – O movimento da partícula



Traçamos retas paralelas que fazem uma relação entre Δs e Δt;

definimos como velocidade média a razão entre essas duas grandezas:

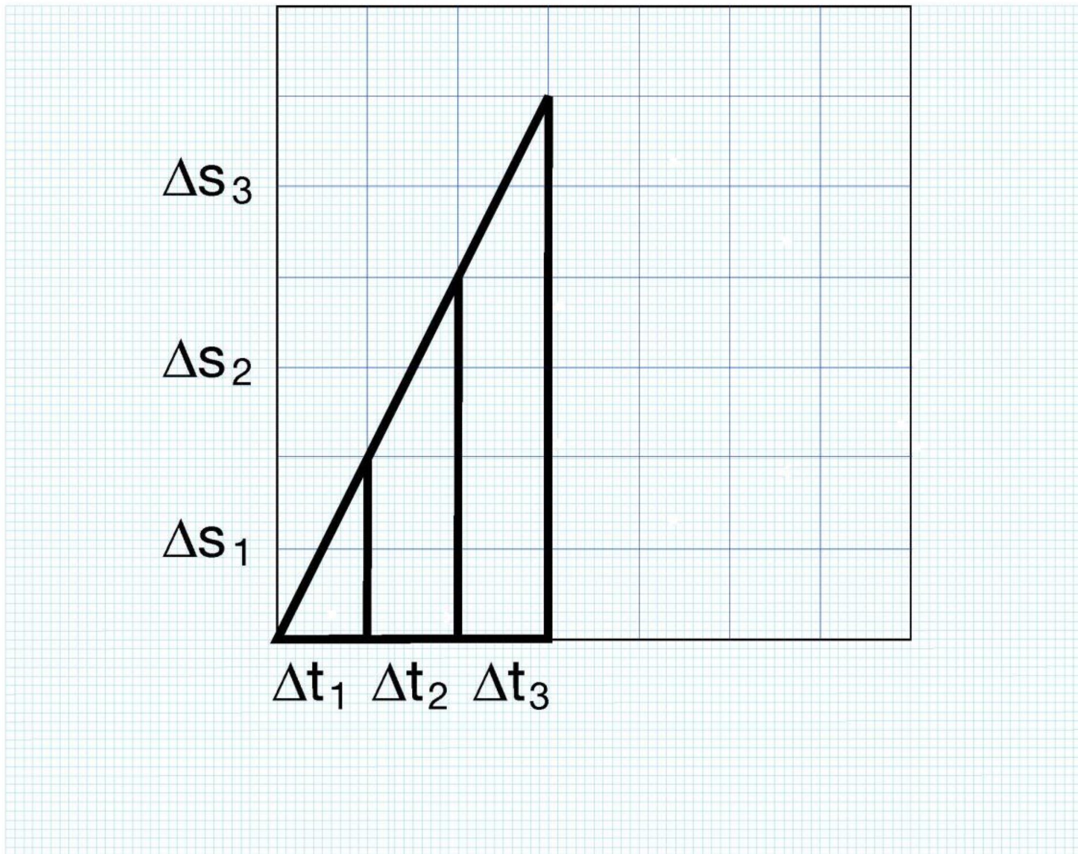
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Para esse movimento:

$$\frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta s_3}{\Delta t_3}$$

$$v_m = v_0 = constante$$

Aula 3 – O movimento da partícula



Aula 3 – O movimento da partícula

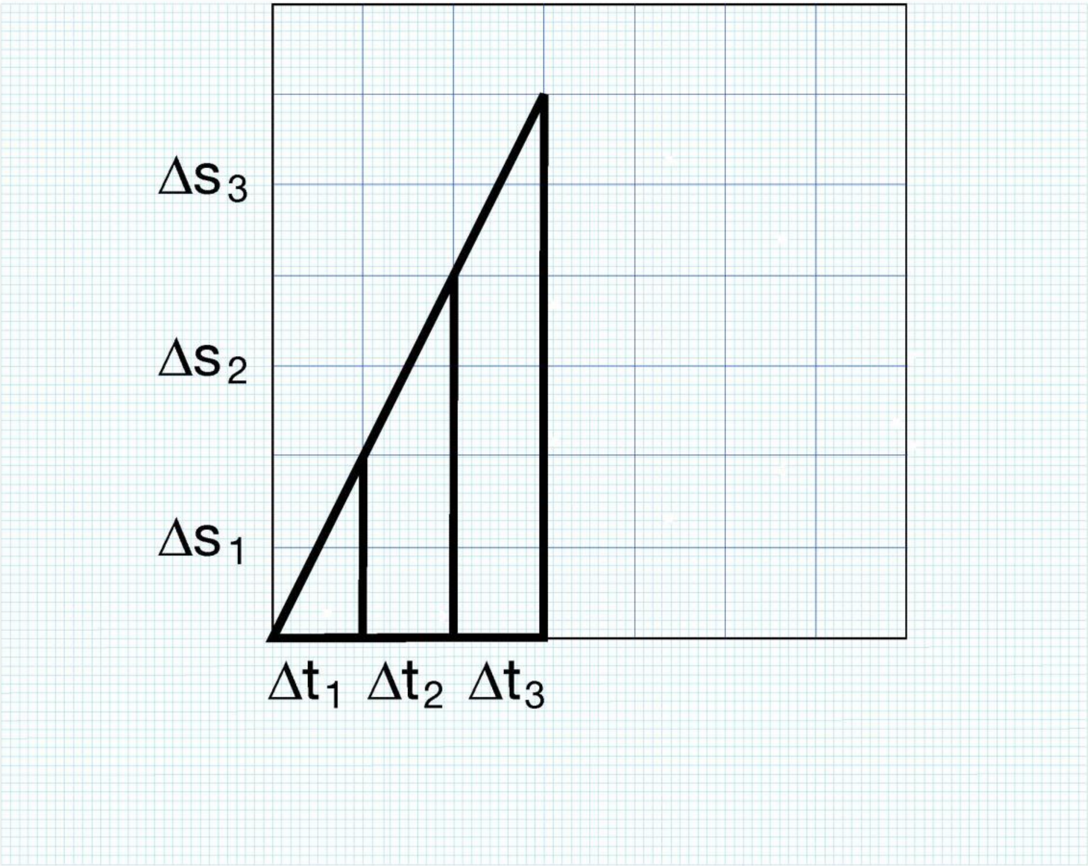
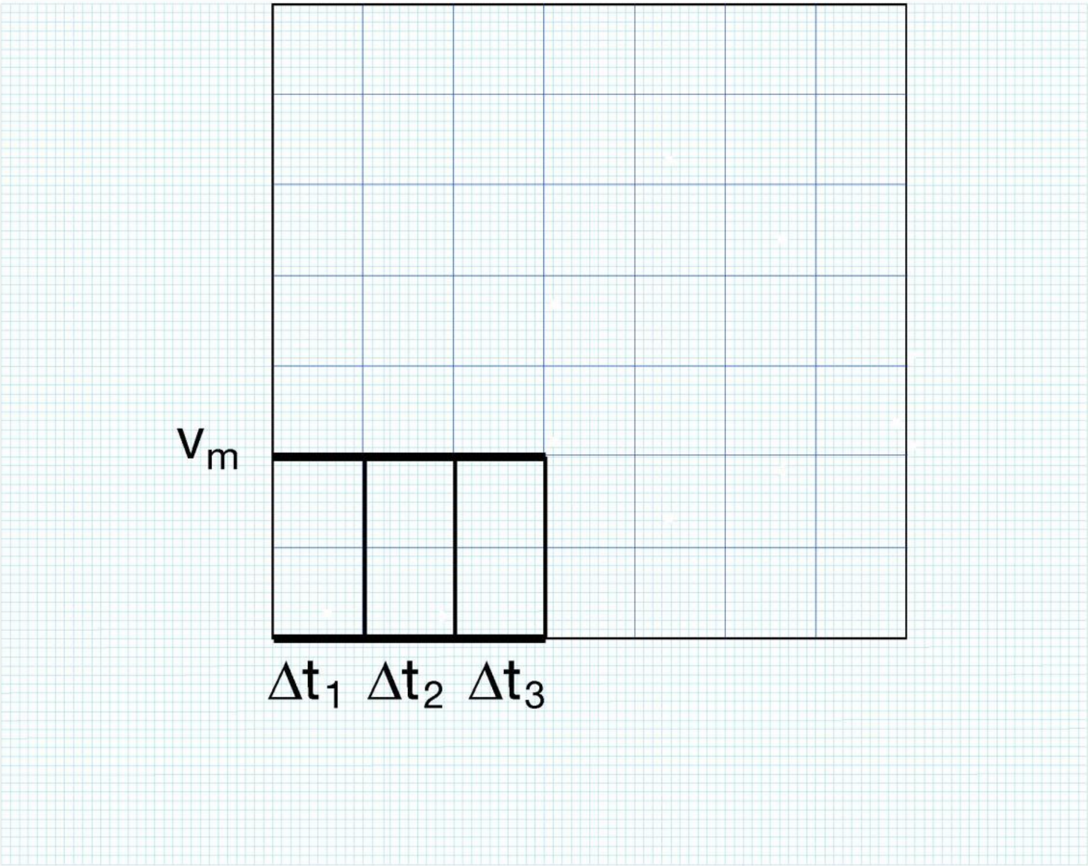


Gráfico dos deslocamentos em função do intervalo de tempo transcorrido.

Aula 3 – O movimento da partícula



Aula 3 – O movimento da partícula

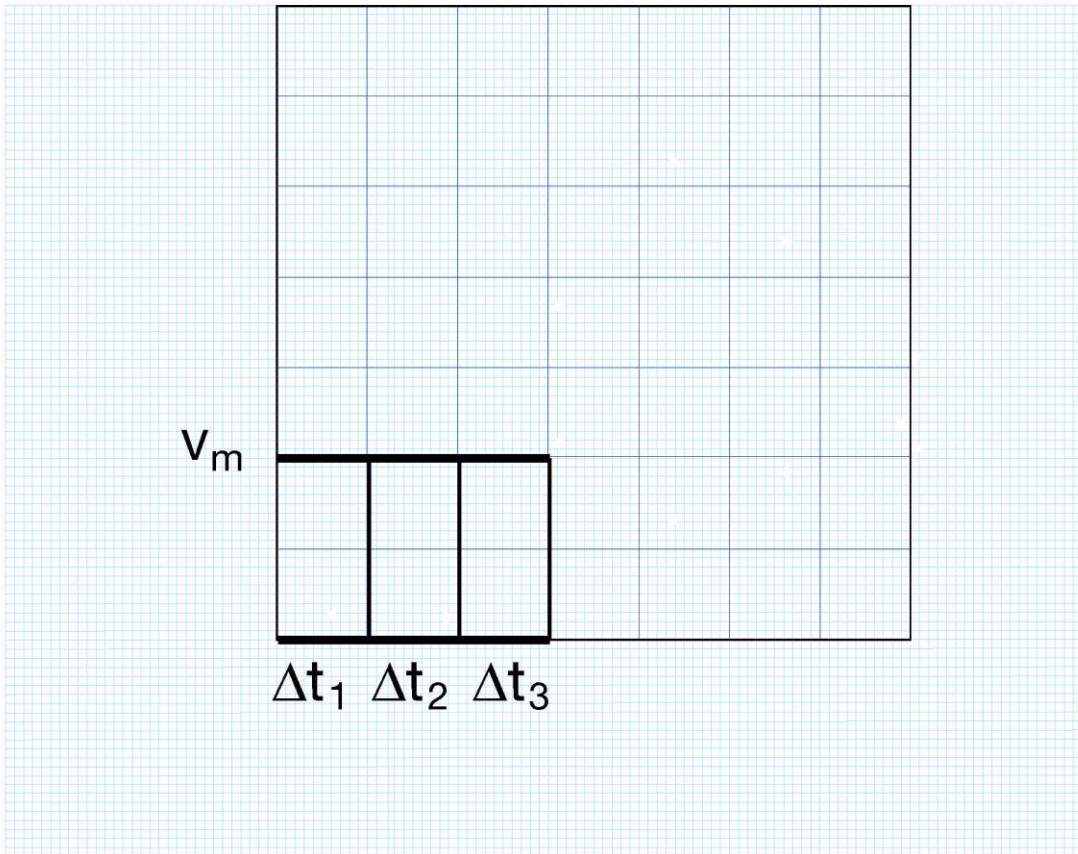
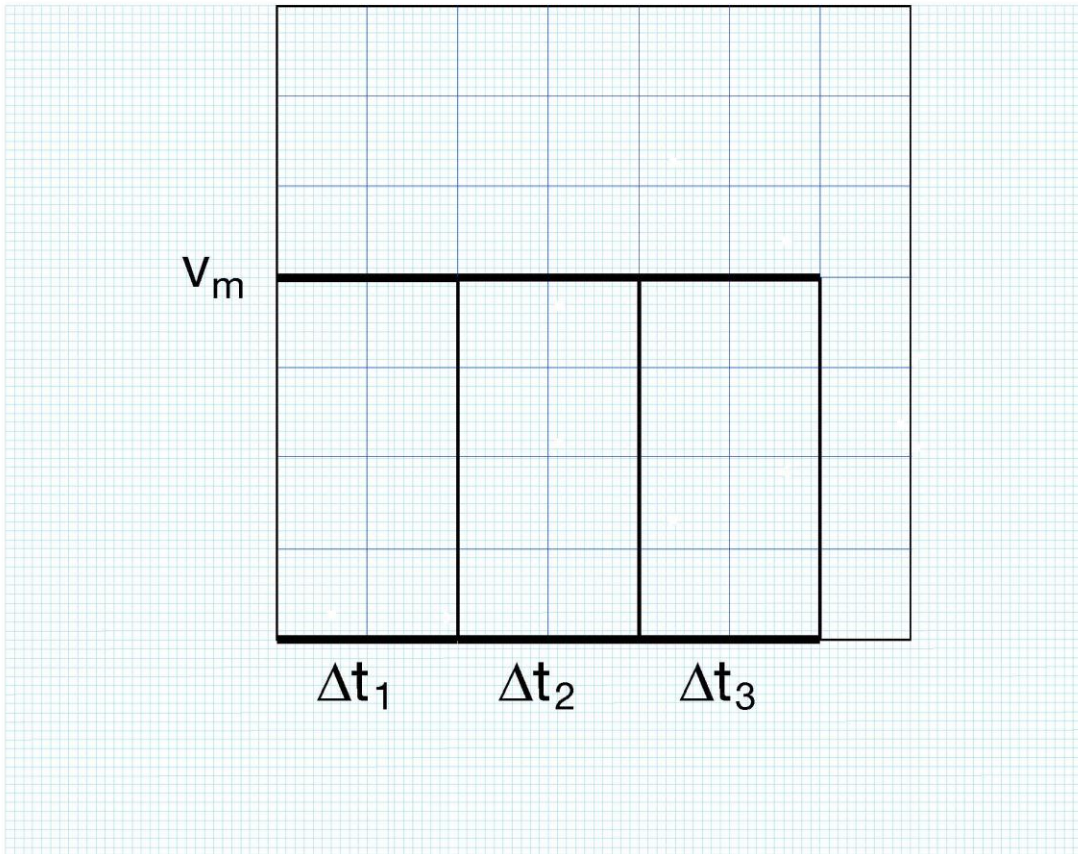


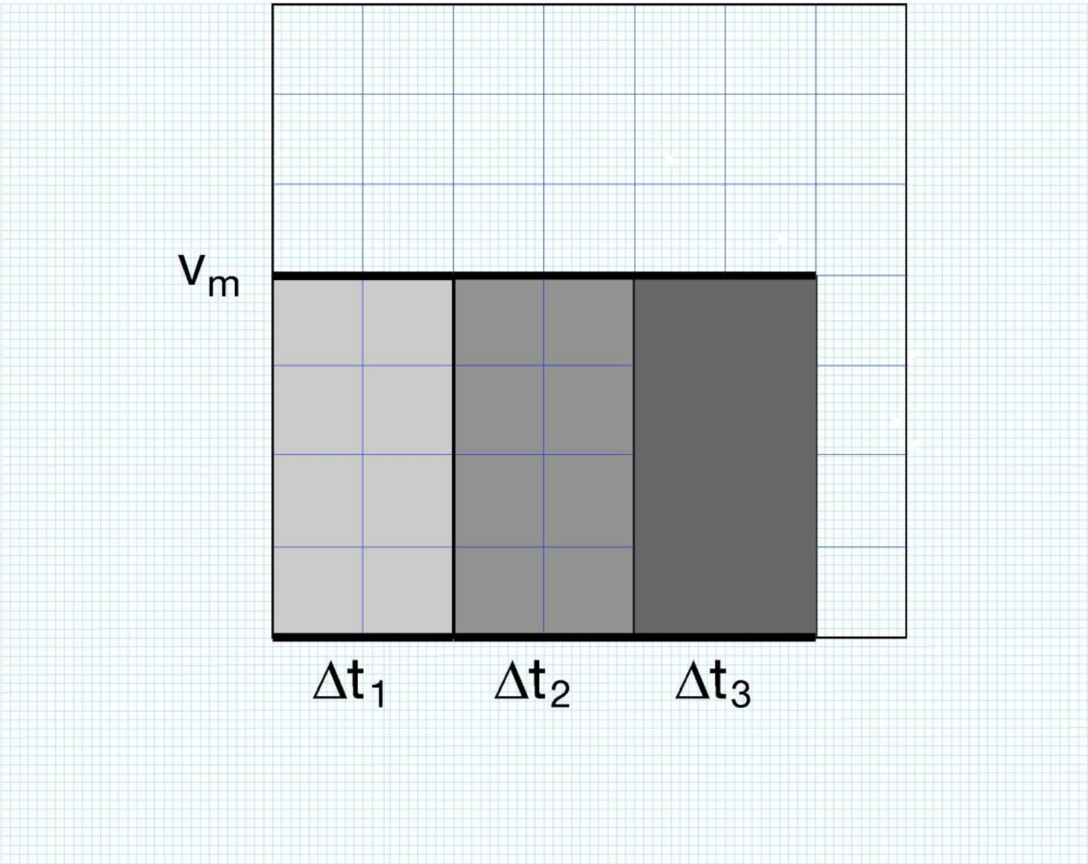
Gráfico da velocidade média em função deste mesmo intervalos de tempo.

Aula 3 – O movimento da partícula

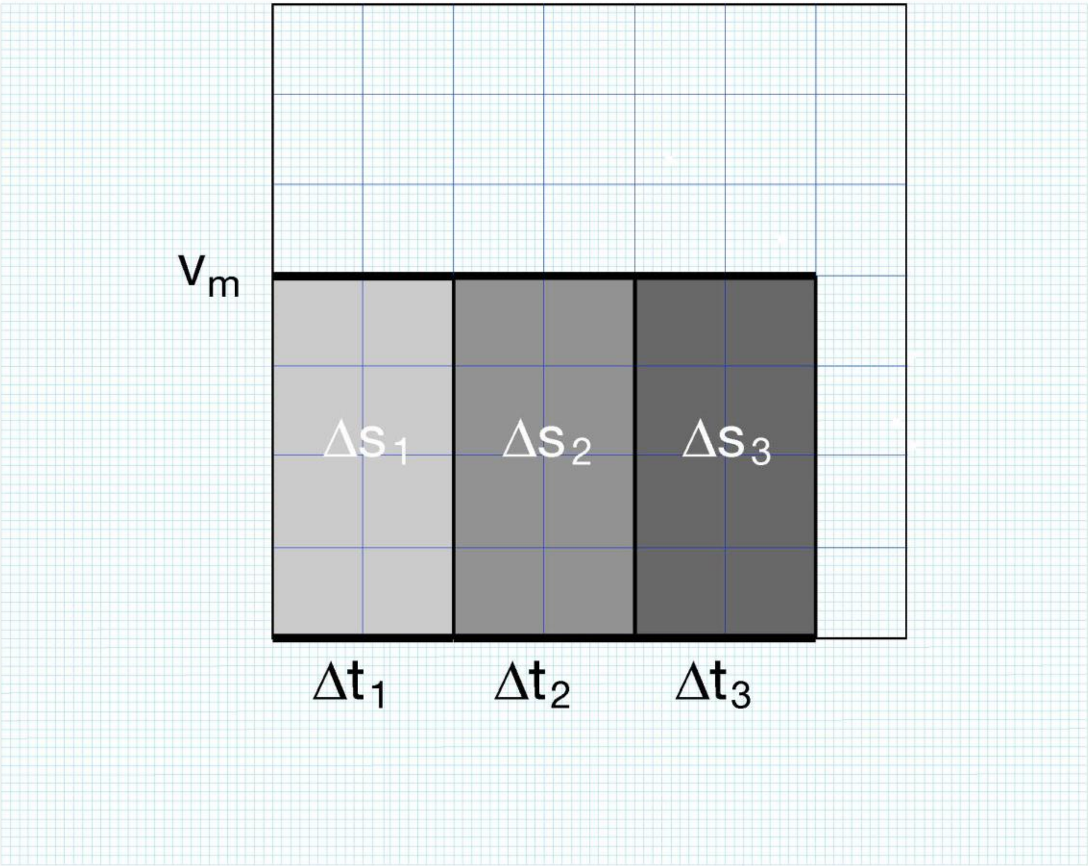


Ampliação do gráfico da velocidade média em função do intervalo de tempo transcorrido na realização do movimento.

Aula 3 – O movimento da partícula

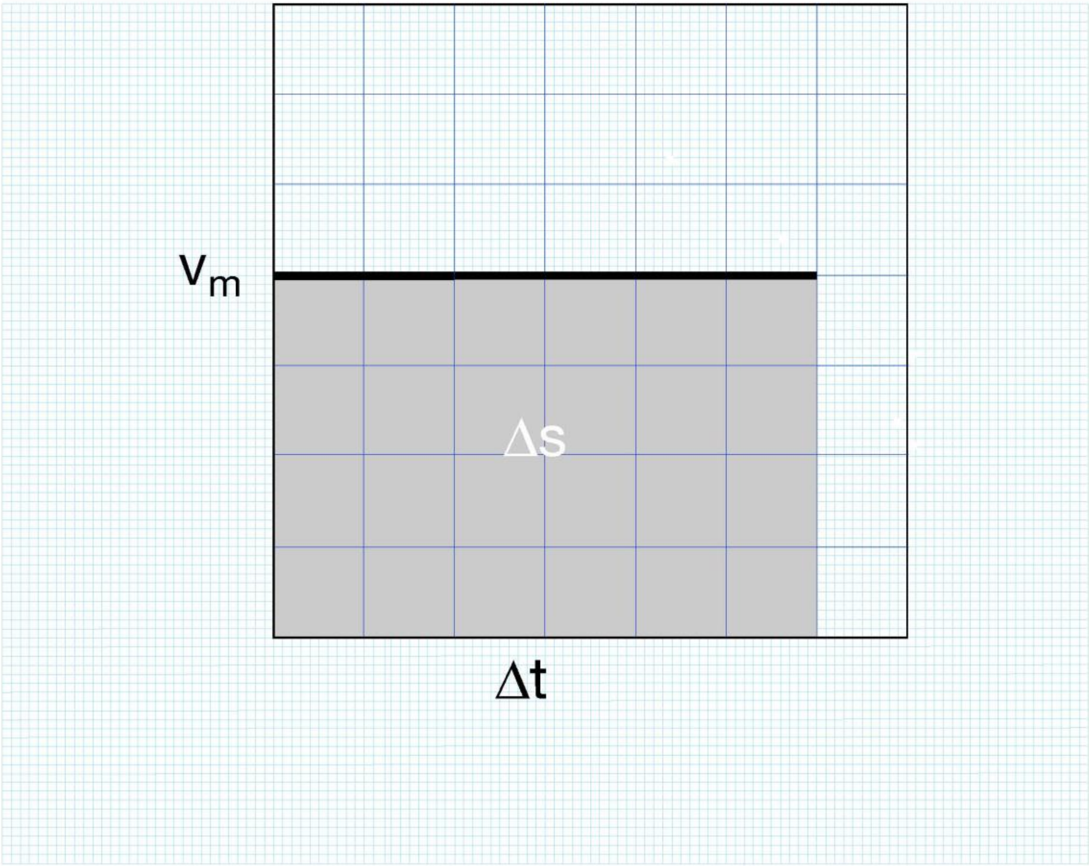


Aula 3 – O movimento da partícula



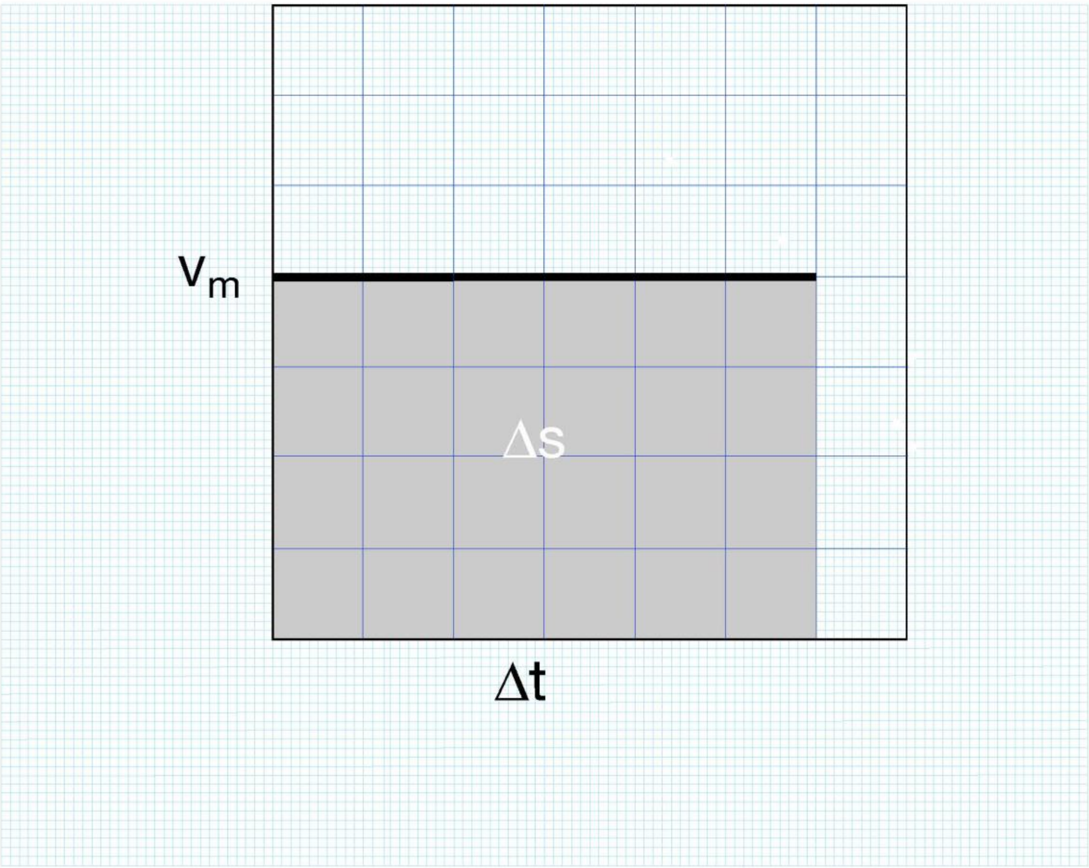
Cálculo geométrico dos deslocamentos da partícula nos três intervalos de tempo considerados.

Aula 3 – O movimento da partícula



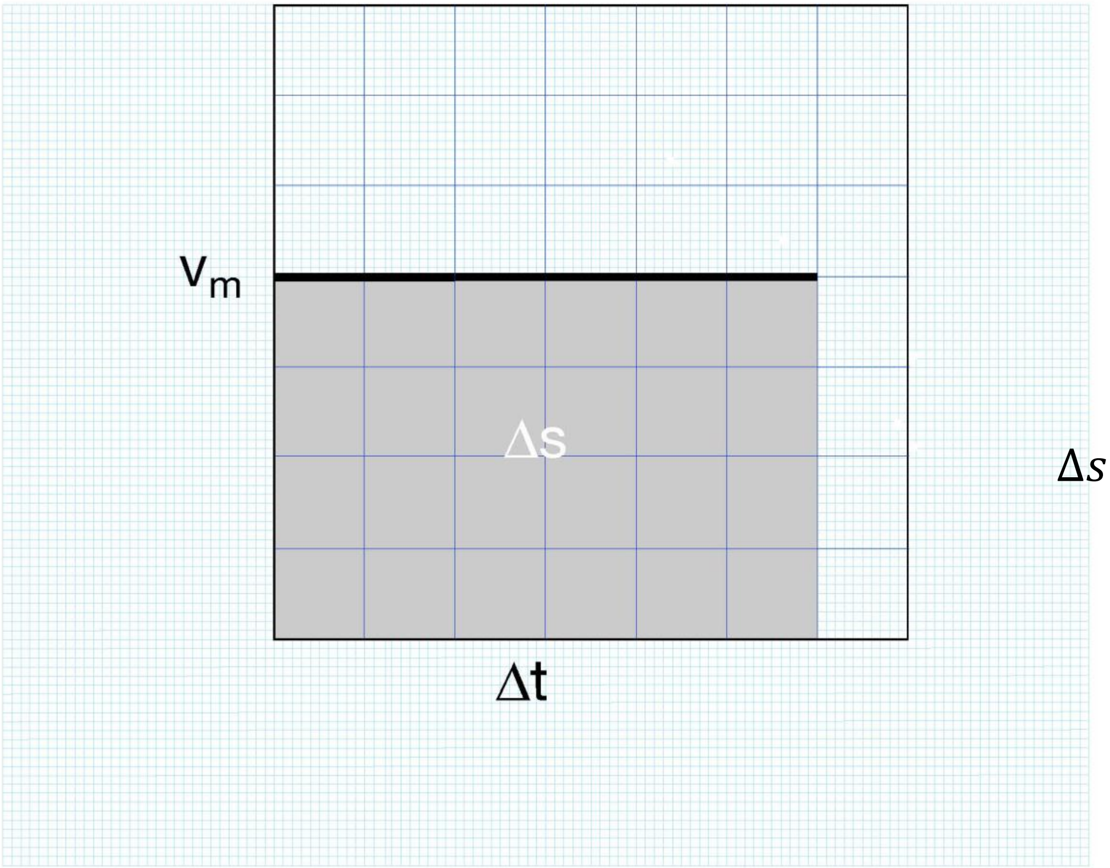
Determinação geométrica do deslocamento total da partícula através da área do gráfico.

Aula 3 – O movimento da partícula



A área sob a curva indicativa da velocidade média corresponde ao deslocamento realizado pelo móvel No intervalo de tempo considerado:

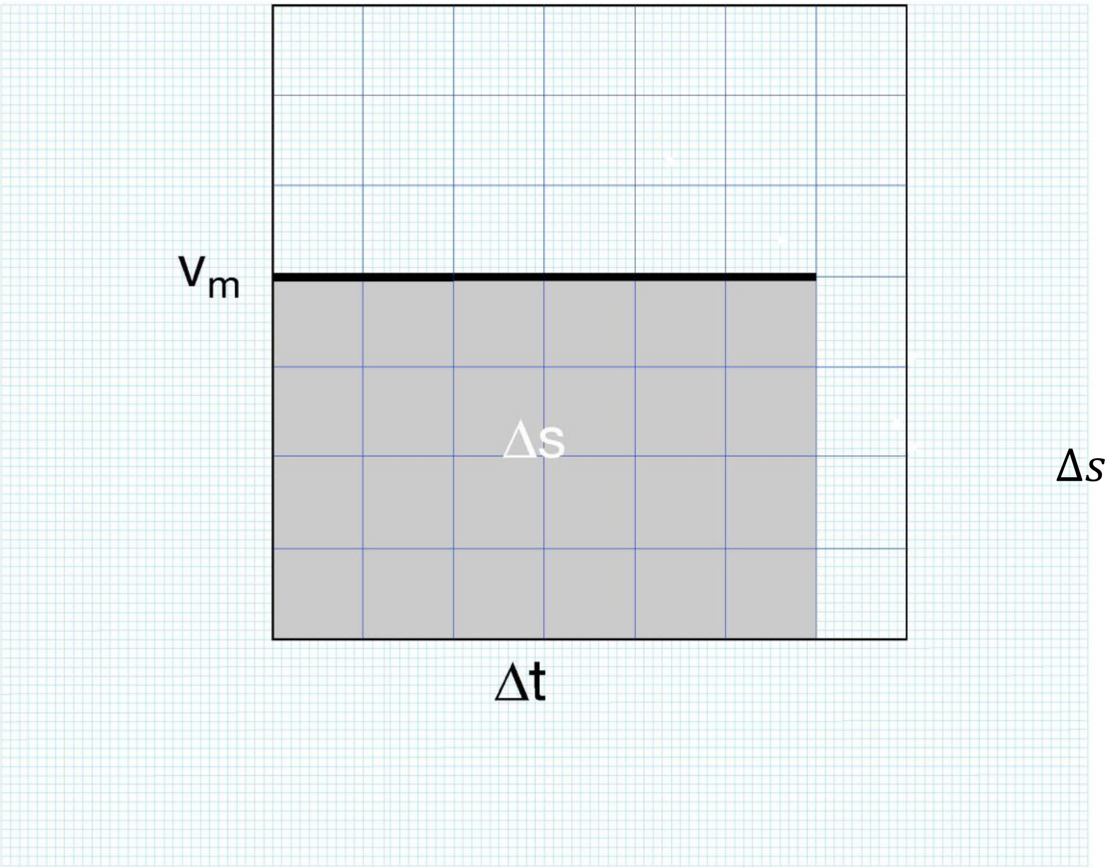
Aula 3 – O movimento da partícula



A área sob a curva indicativa da velocidade média corresponde ao deslocamento realizado pelo móvel No intervalo de tempo considerado:

$\Delta s = v_0 \Delta t =$ área da curva sobre o gráfico

Aula 3 – O movimento da partícula

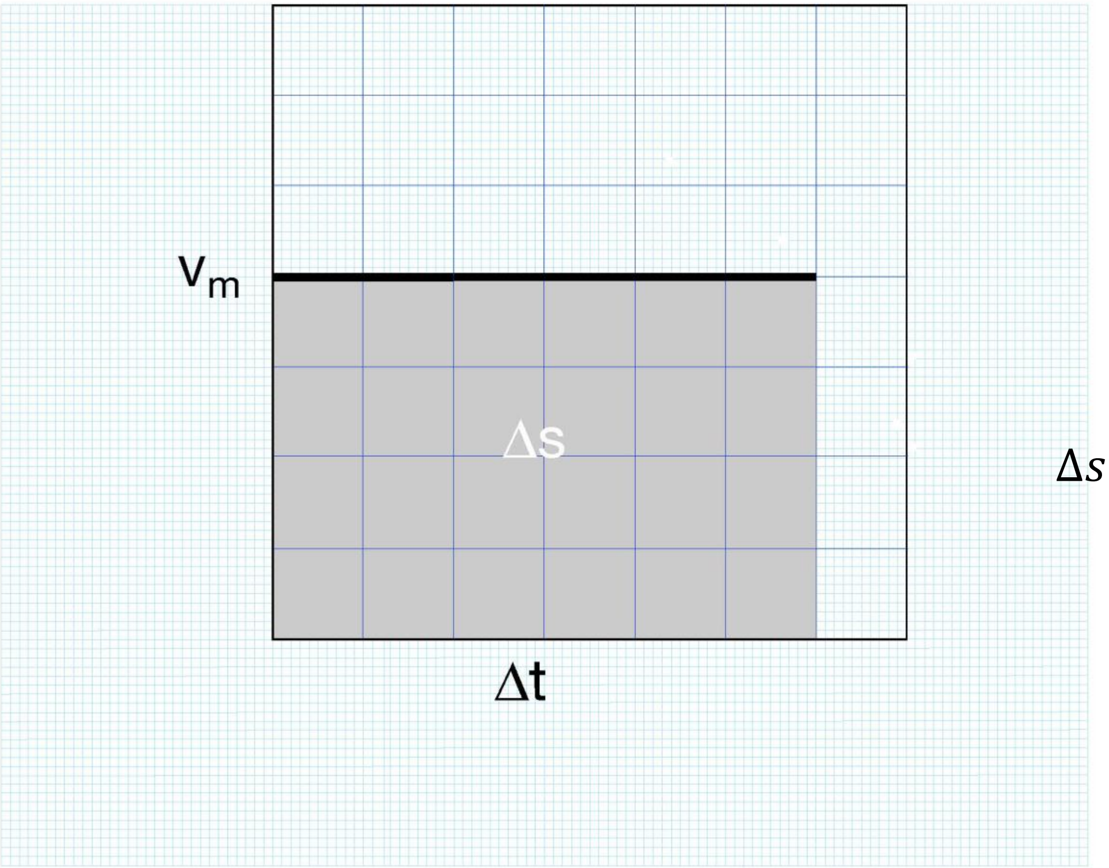


A área sob a curva indicativa da velocidade média corresponde ao deslocamento realizado pelo móvel No intervalo de tempo considerado:

$\Delta s = v_0 \Delta t =$ área da curva sobre o gráfico

$$s = s_0 + v_0 \Delta t$$

Aula 3 – O movimento da partícula



A área sob a curva indicativa da velocidade média corresponde ao deslocamento realizado pelo móvel No intervalo de tempo considerado:

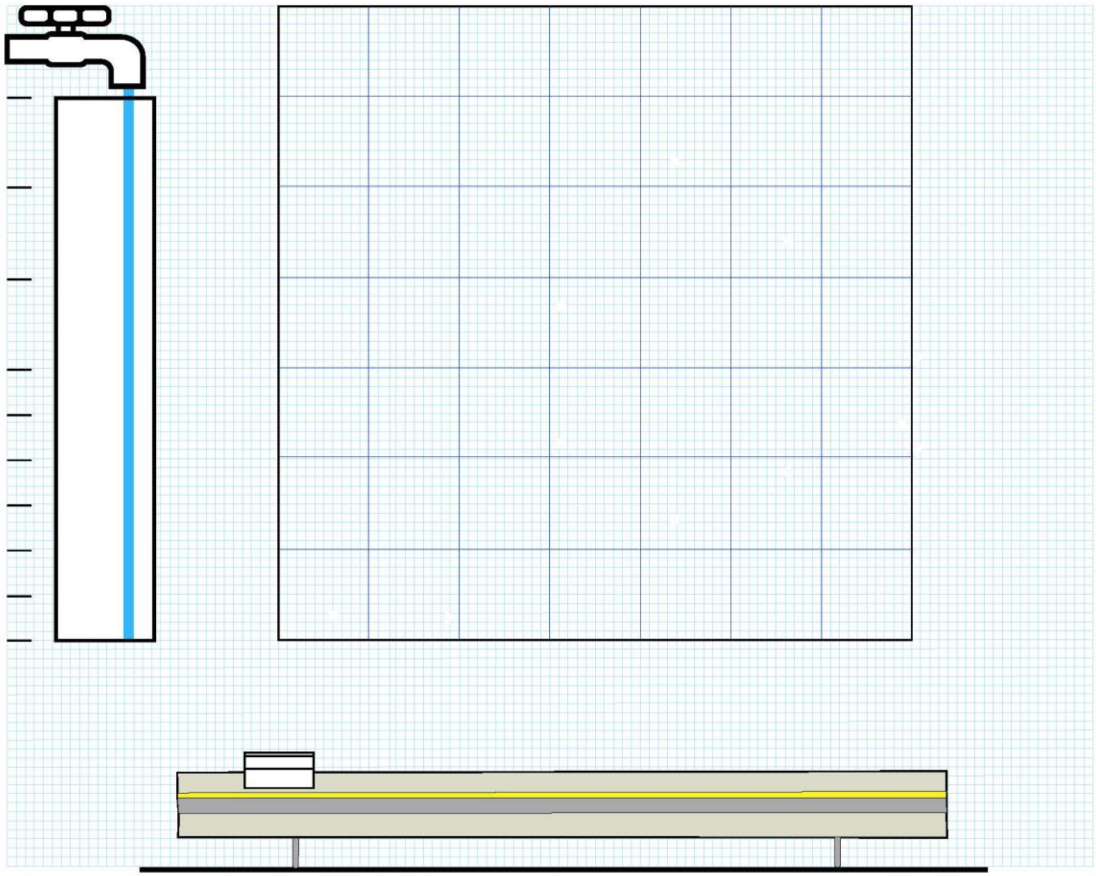
$$\Delta s = v_0 \Delta t = \text{área da curva sobre o gráfico}$$

$$s = s_0 + v_0 \Delta t$$

Movimentos que possuem essas características físicas recebem o nome de movimento retilíneo uniforme (MRU).

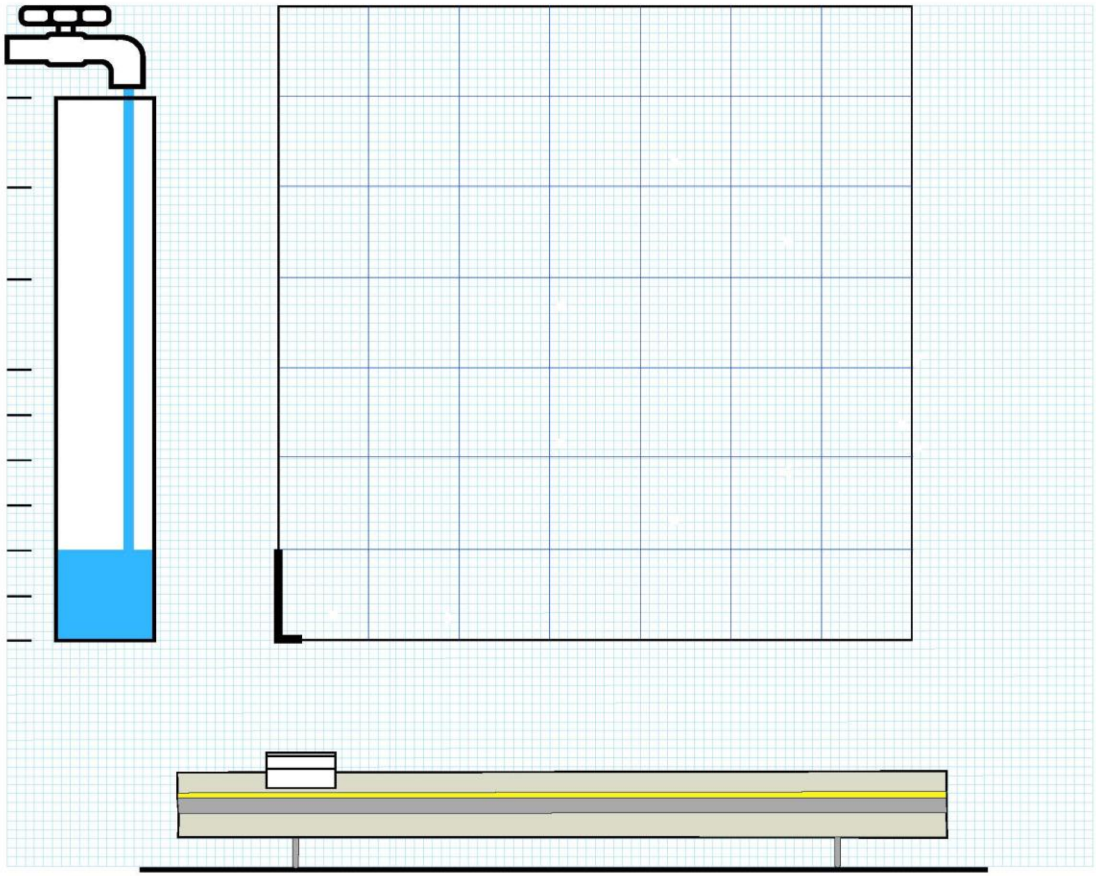
Aula 3

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

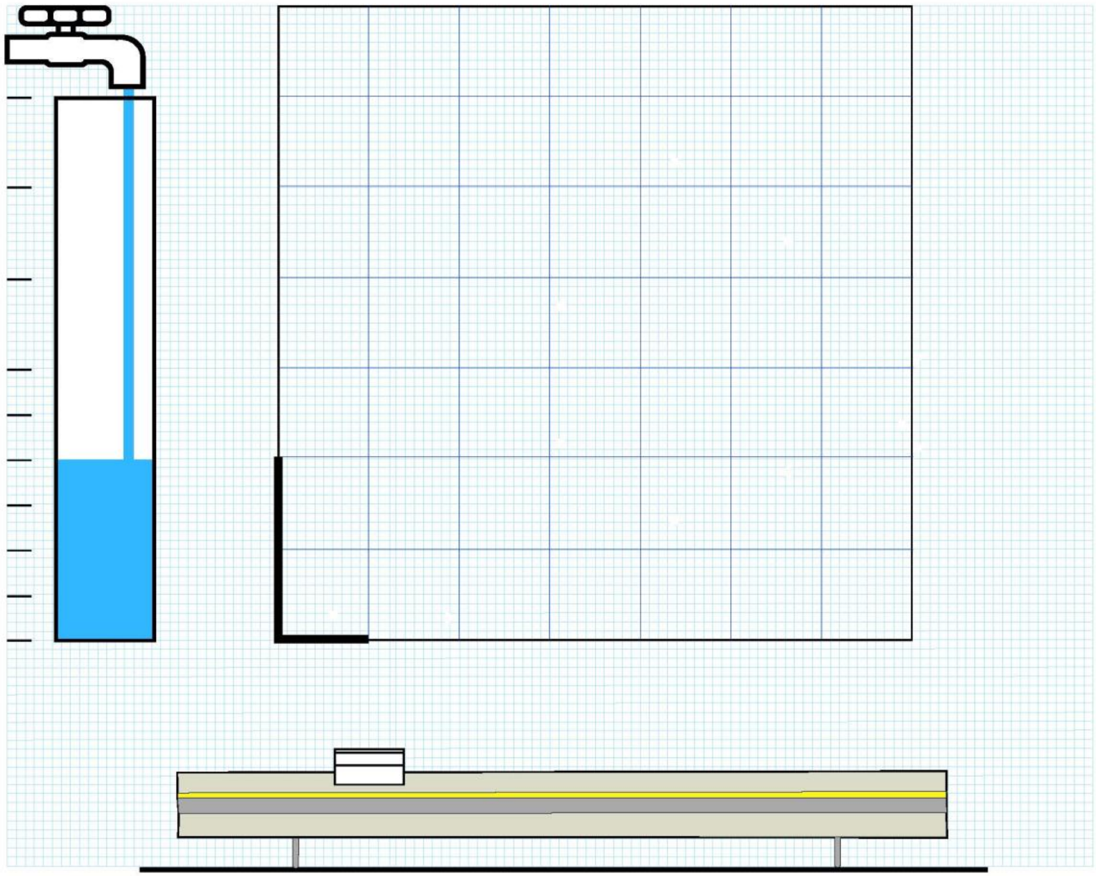


A partícula descreverá um movimento em linha reta e seus deslocamentos estão em proporção com os números ímpares a partir da unidade, a saber, 1, 3, 5, 7 e 9 para intervalos de tempos iguais.

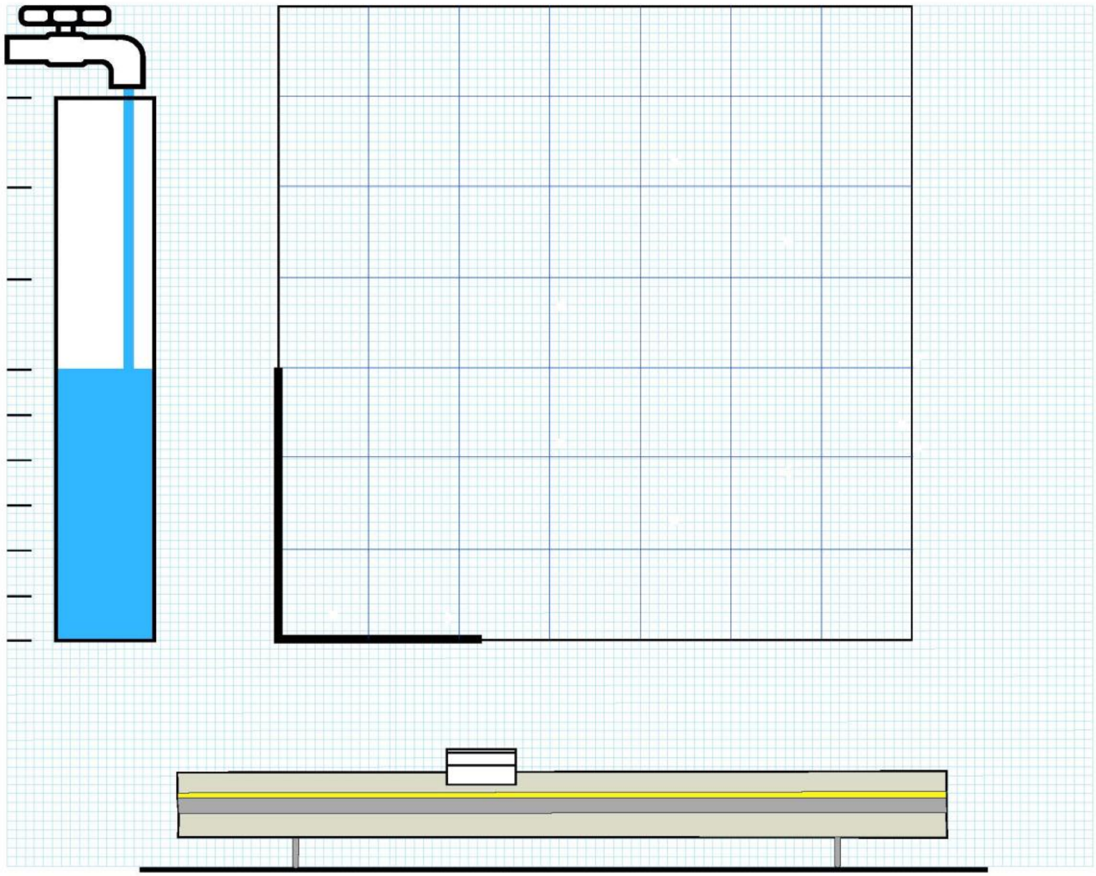
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



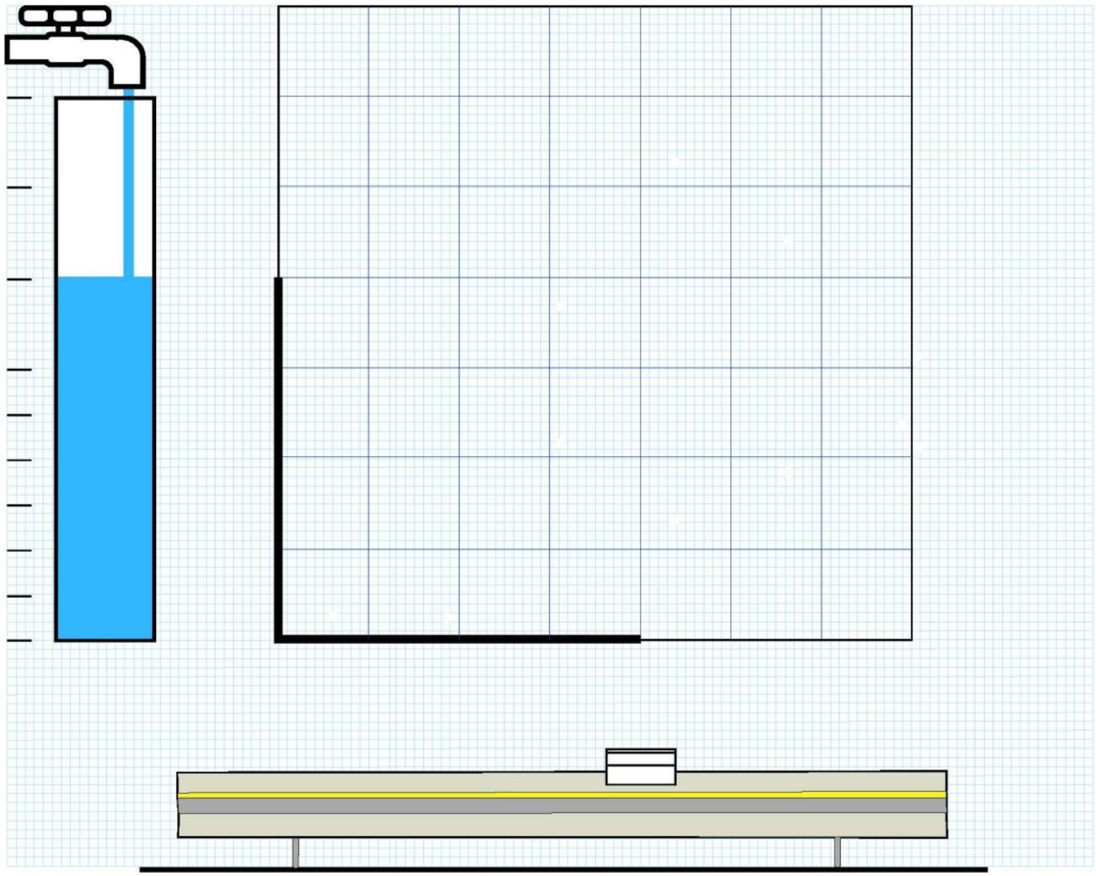
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



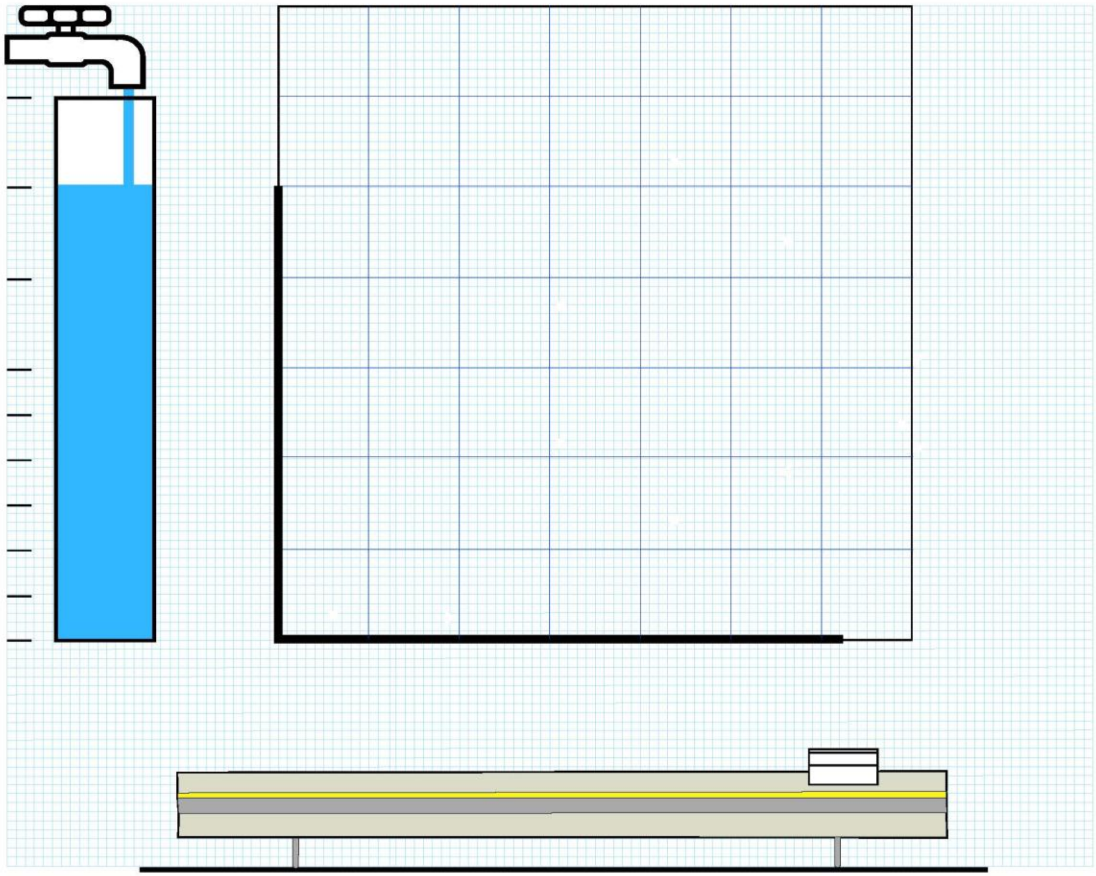
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



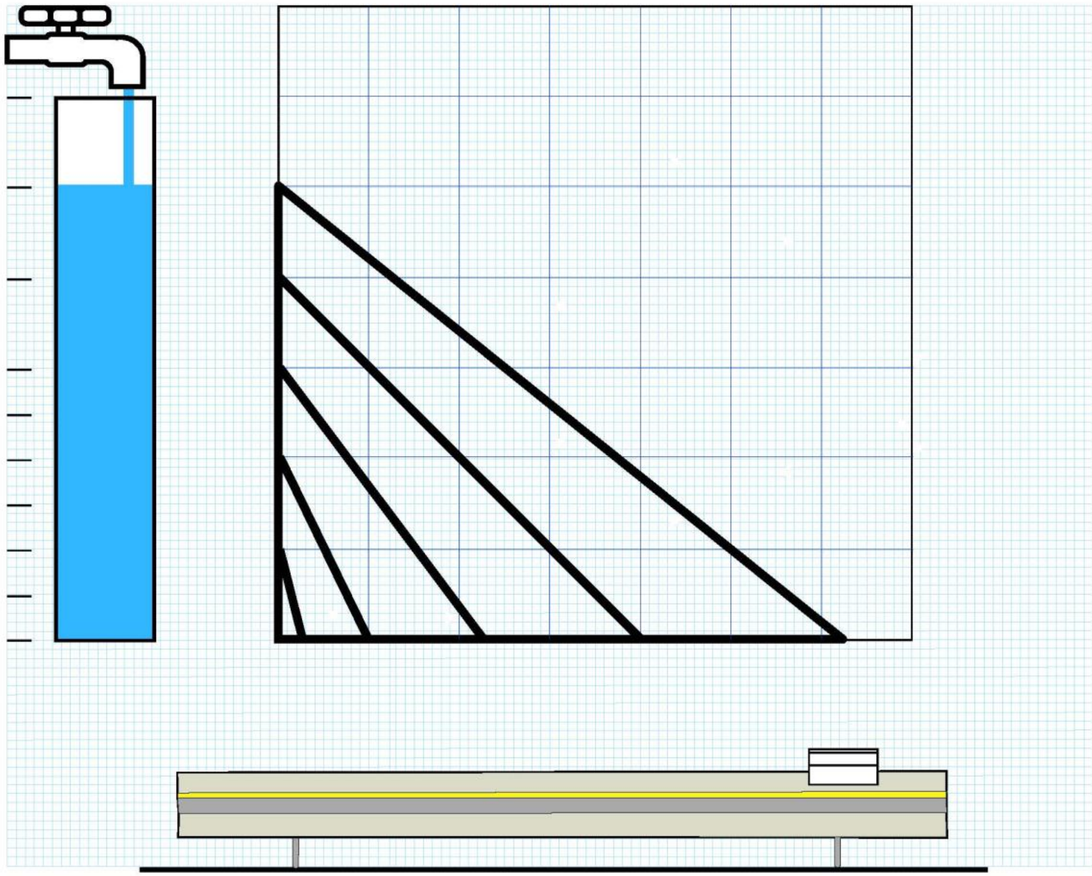
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

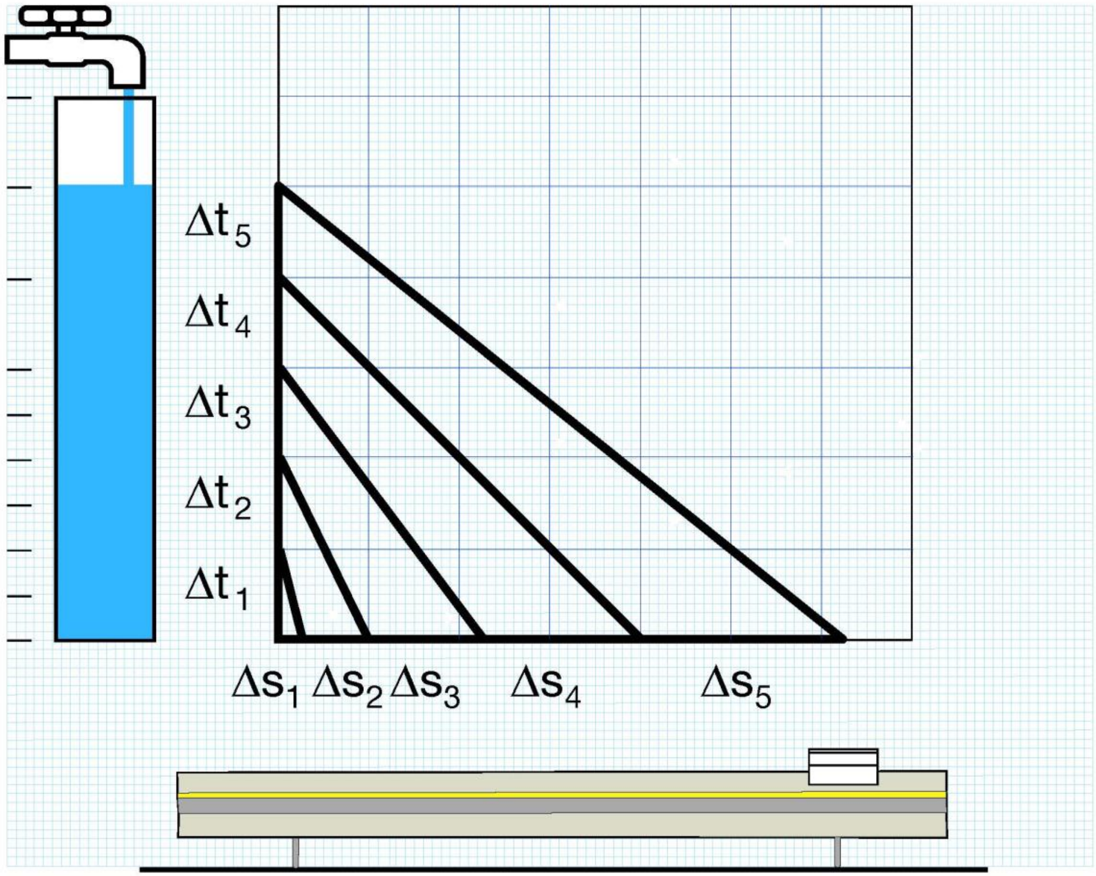


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



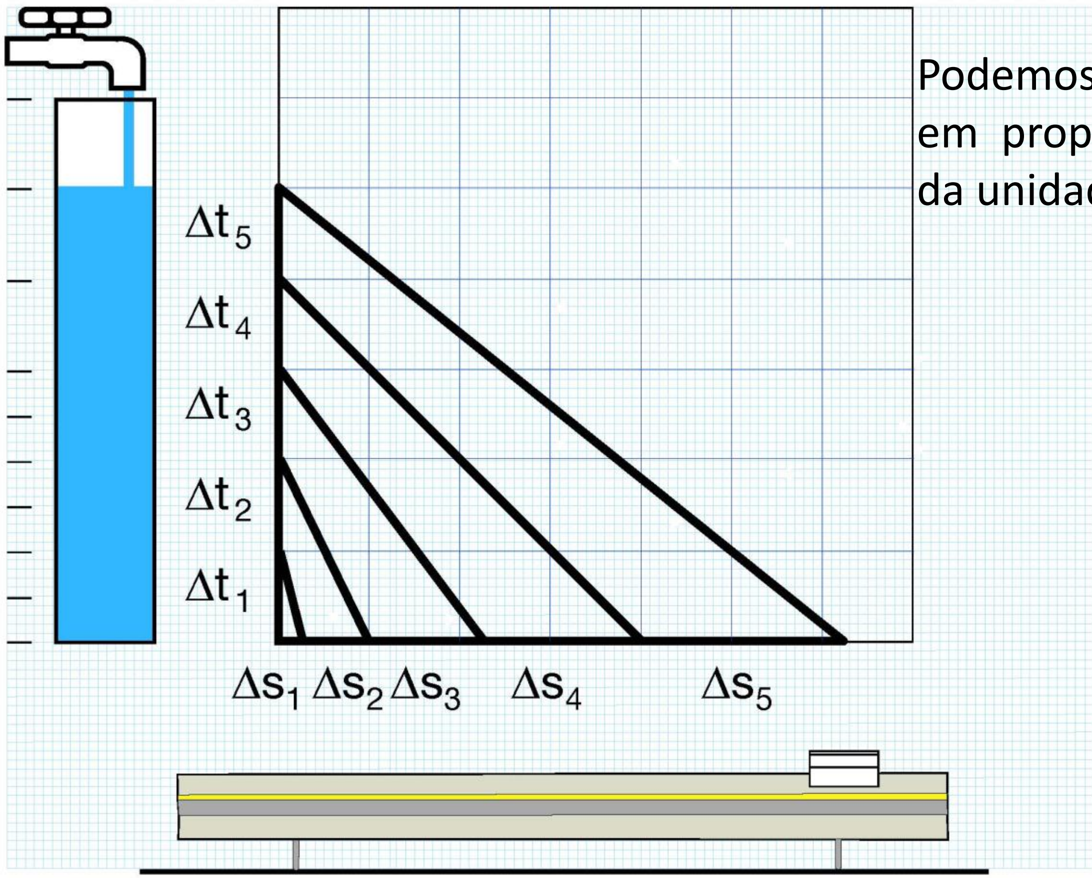
Composição do deslocamento horizontal da partícula com o preenchimento da coluna de água na vertical.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



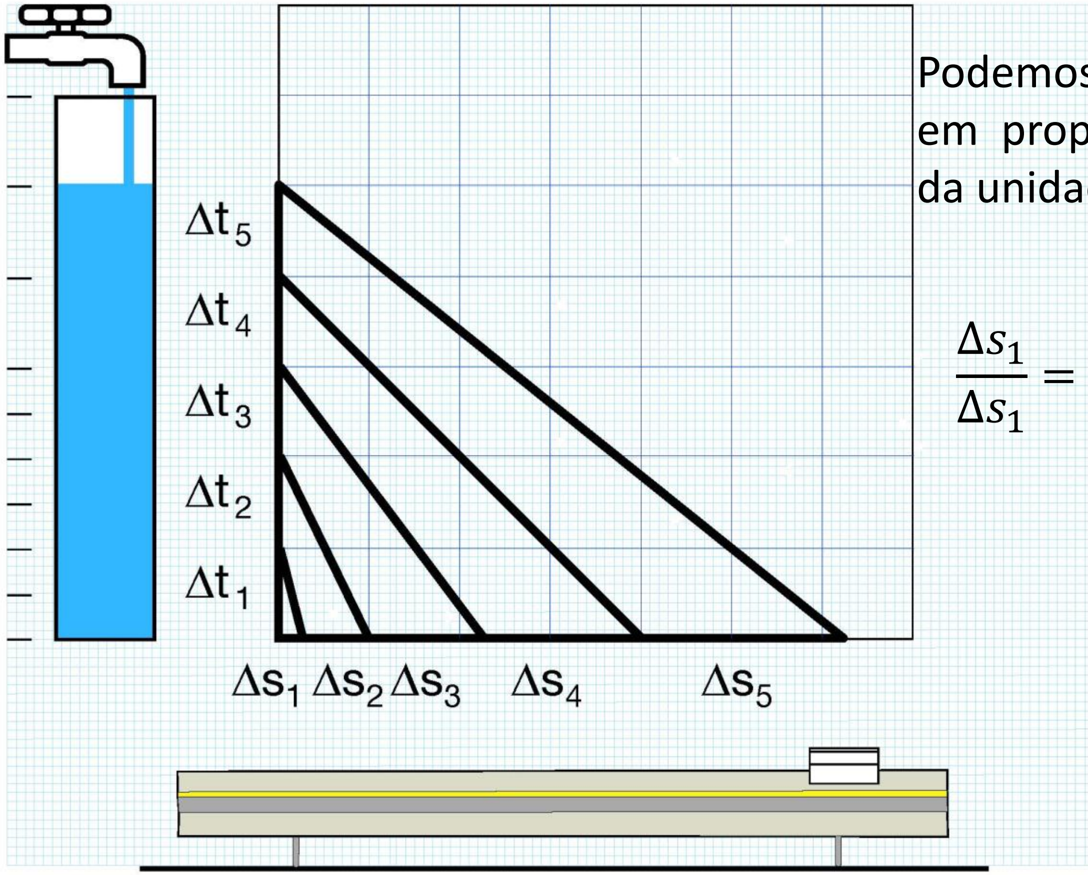
Representação das velocidades médias desse movimento de acordo com os deslocamentos horizontais e os intervalos de tempo registrados pela coluna de água.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Podemos concluir que seus deslocamentos estão em proporção com os números ímpares a partir da unidade:

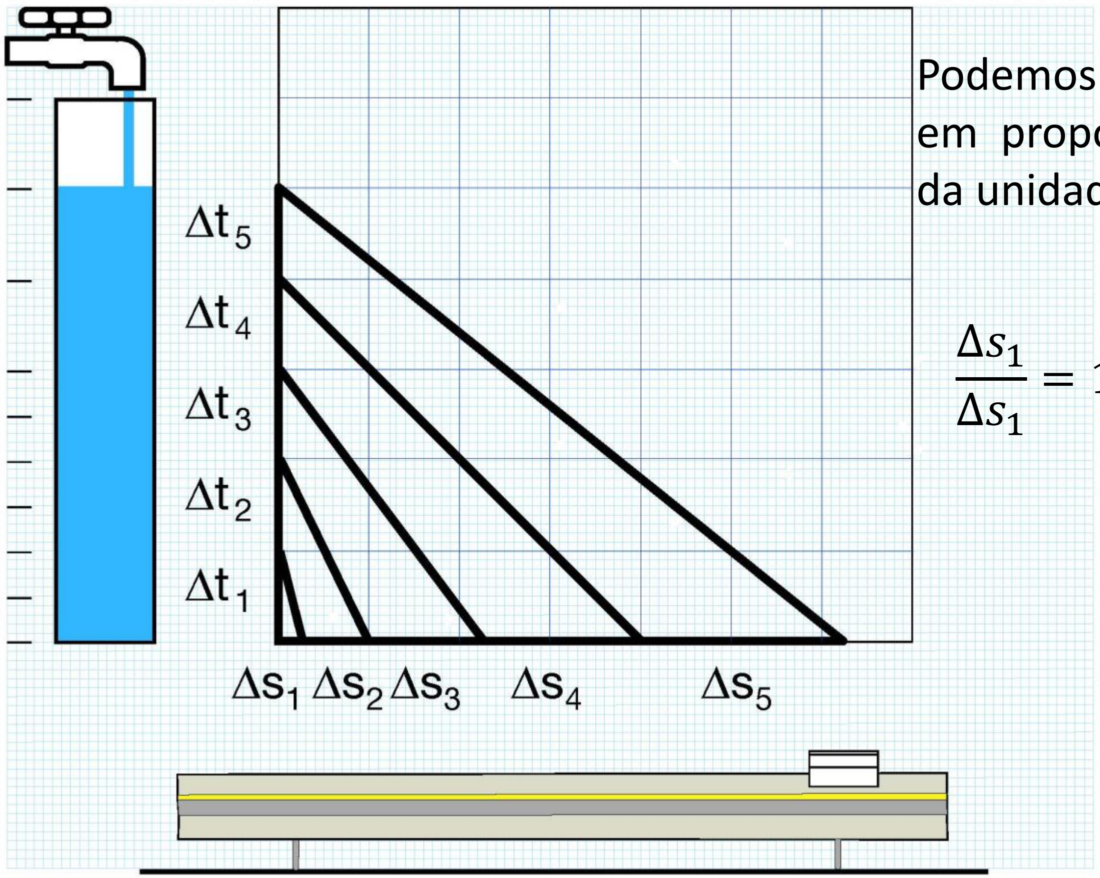
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Podemos concluir que seus deslocamentos estão em proporção com os números ímpares a partir da unidade:

$$\frac{\Delta s_1}{\Delta s_1} = 1, \frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} = 3, \frac{\Delta s_3}{\Delta s_1} = 5 \ldots \frac{\Delta s_n}{\Delta s_1} = 2n - 1$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

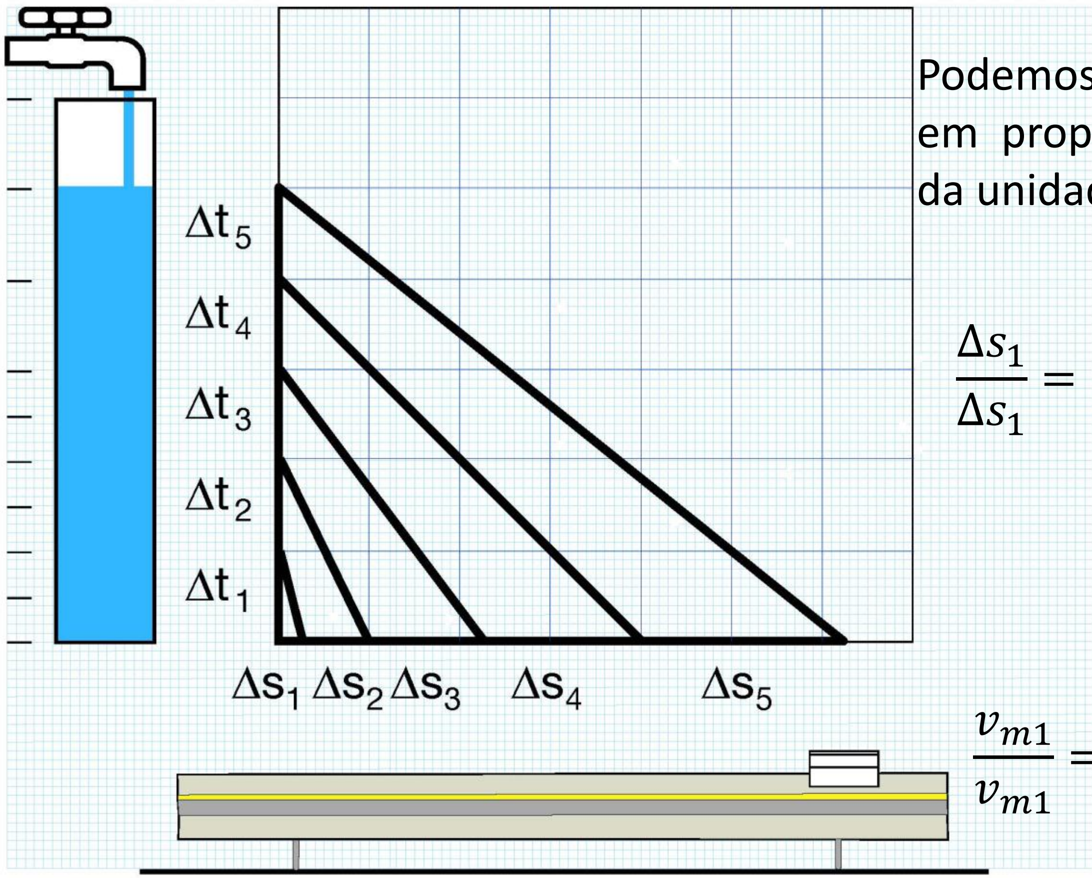


Podemos concluir que seus deslocamentos estão em proporção com os números ímpares a partir da unidade:

$$\frac{\Delta s_1}{\Delta s_1} = 1, \frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} = 3, \frac{\Delta s_3}{\Delta s_1} = 5 \ldots \frac{\Delta s_n}{\Delta s_1} = 2n - 1$$

Ou ainda:

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



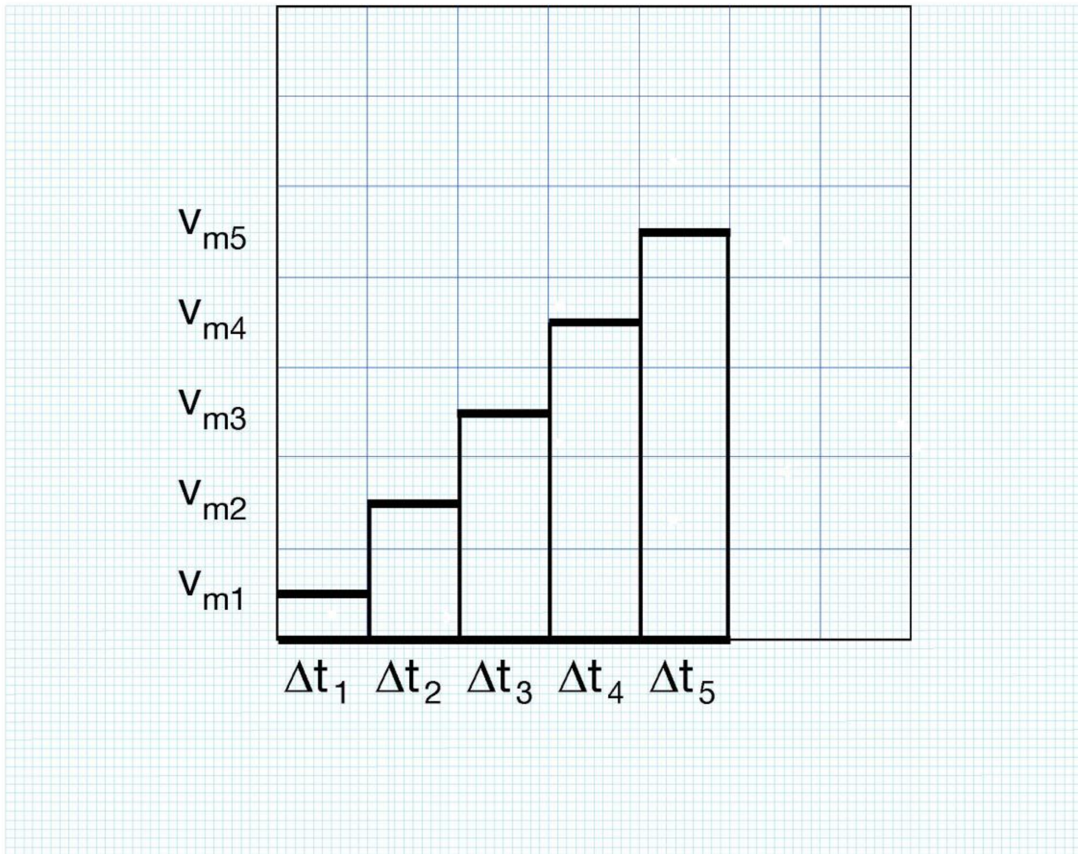
Podemos concluir que seus deslocamentos estão em proporção com os números ímpares a partir da unidade:

$$\frac{\Delta s_1}{\Delta s_1} = 1, \frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} = 3, \frac{\Delta s_3}{\Delta s_1} = 5 \ldots \frac{\Delta s_n}{\Delta s_1} = 2n - 1$$

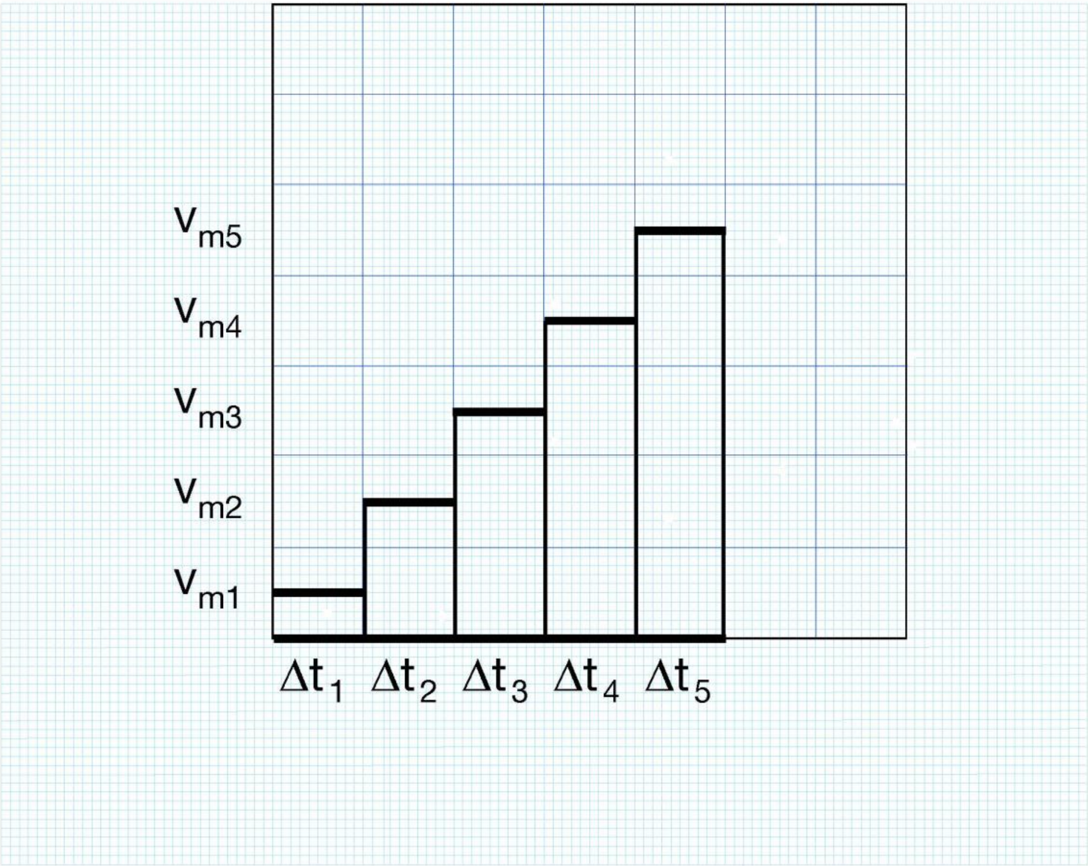
Ou ainda:

$$\frac{v_{m1}}{v_{m1}} = 1, \frac{v_{m2}}{v_{m1}} = 3, \frac{v_{m3}}{v_{m1}} = 5 \ldots \frac{\Delta s_n}{v_{m1}} = 2n - 1$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

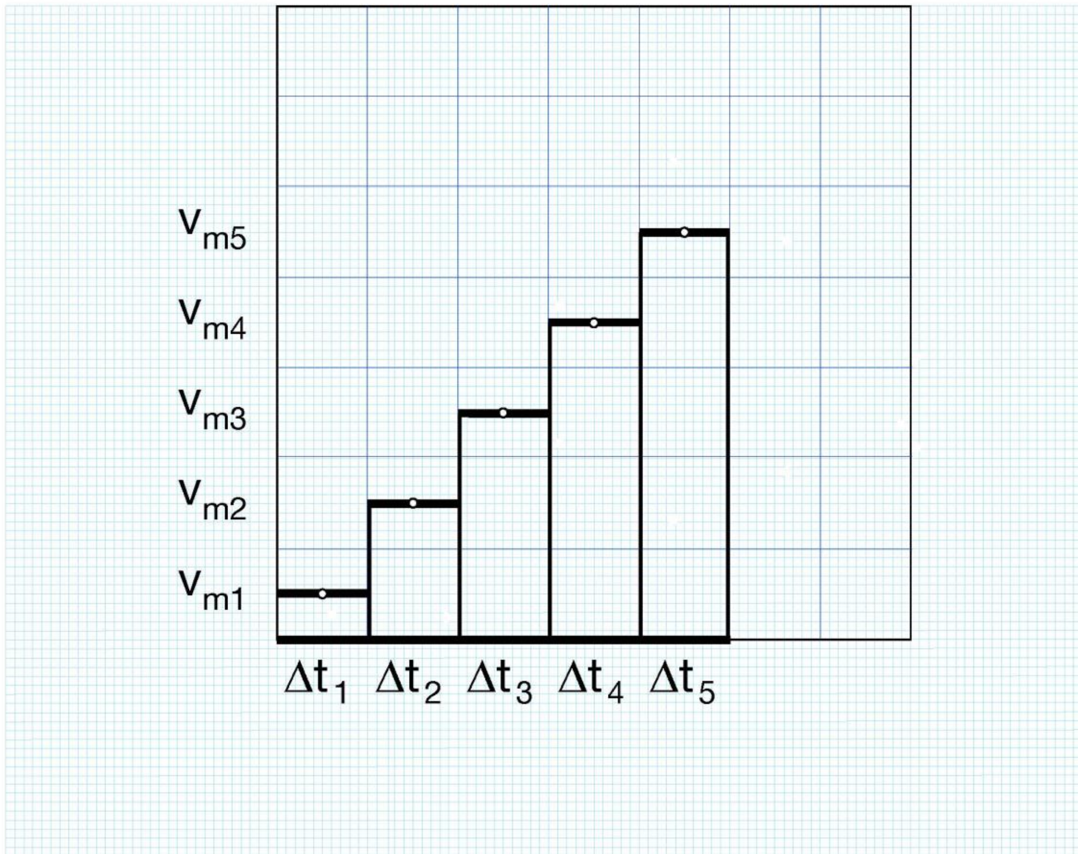


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



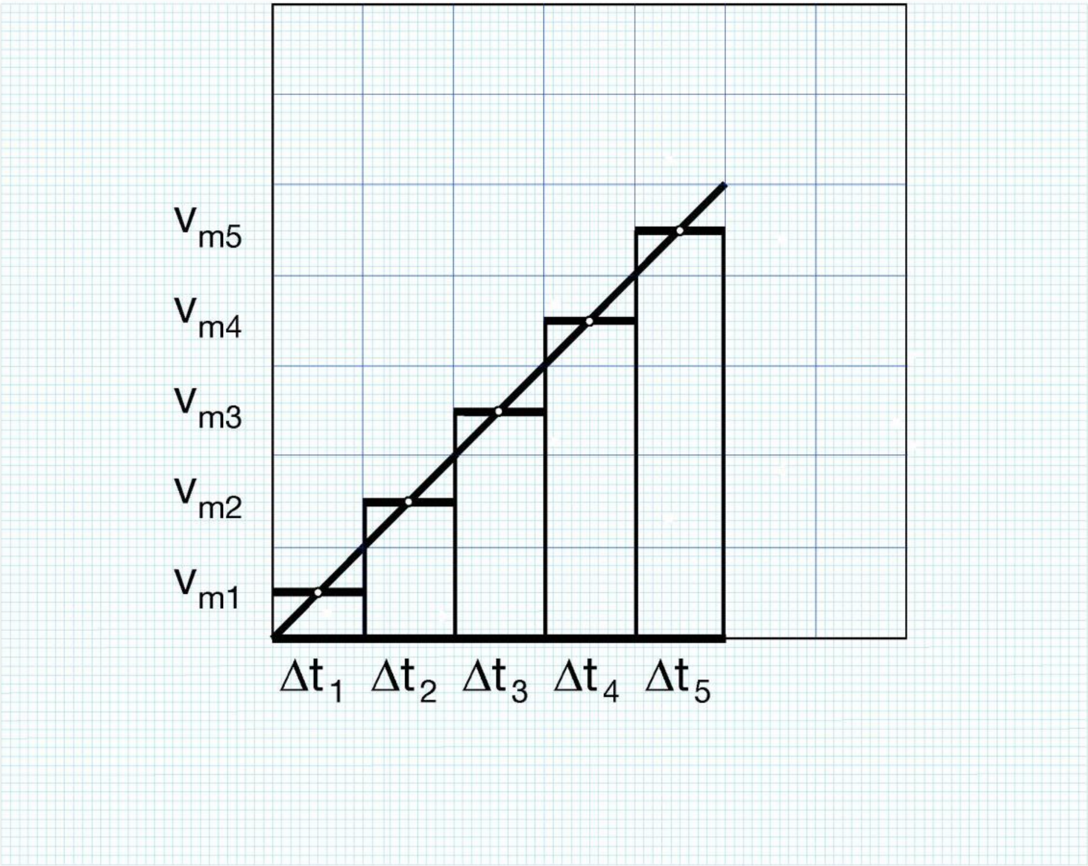
Representação das velocidades médias associadas a cada intervalo de tempo. Observe os incrementos iguais de velocidade para intervalos de tempo iguais.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



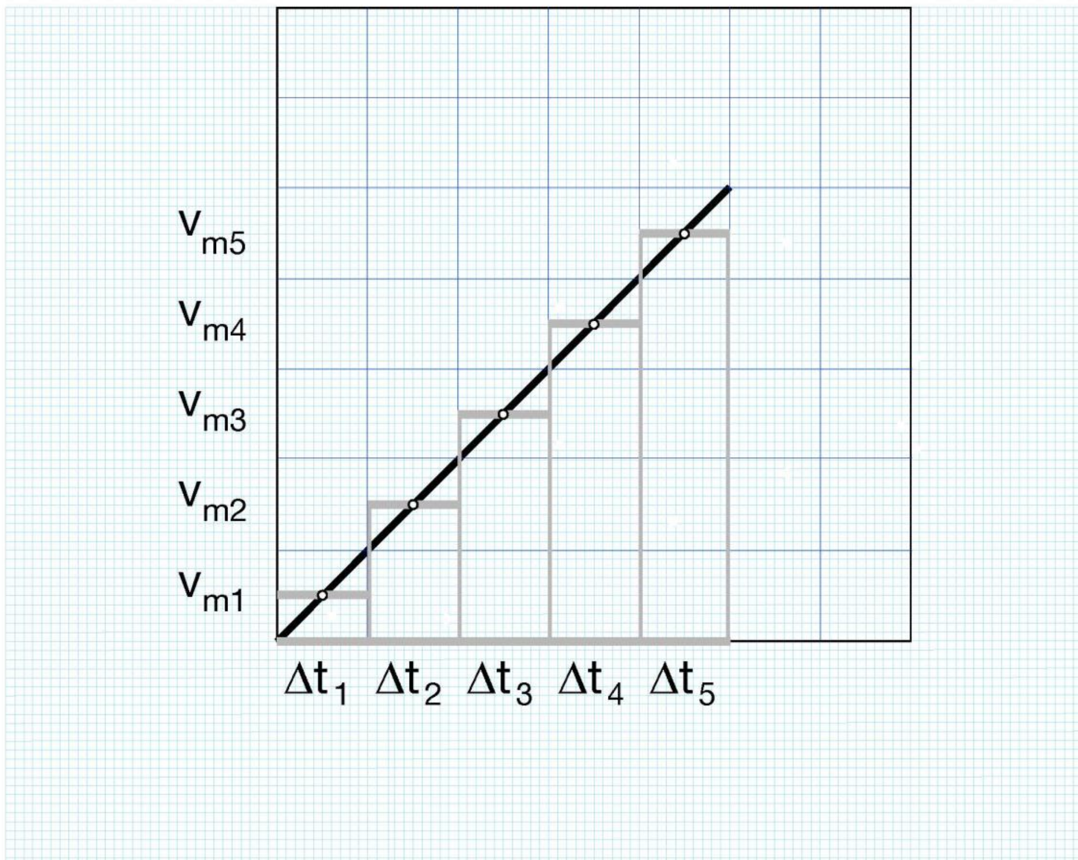
Marcação dos pontos médios aritméticos das velocidades médias.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Representação da velocidade média e instantânea no instante médio aritmético da reta traçada pelas velocidades médias.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Representação somente da velocidade instantânea no instante médio aritmético da reta traçada pelas velocidades médias.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

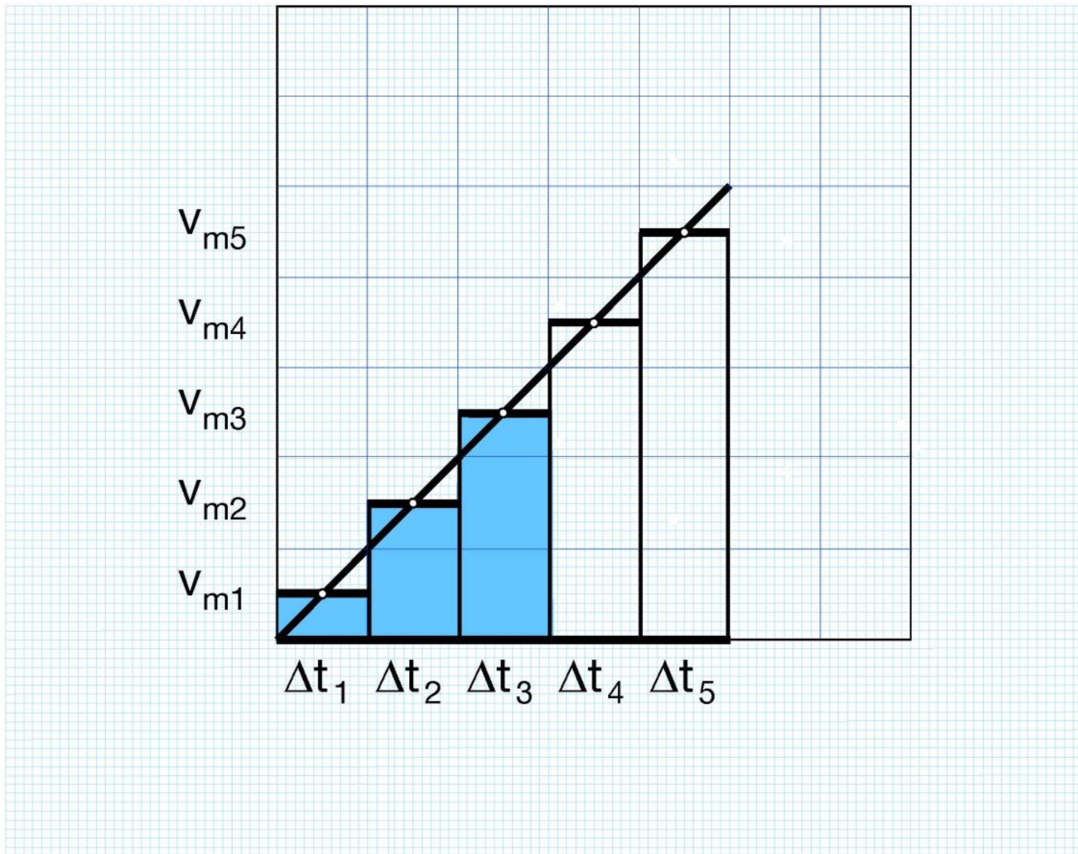
A representação geométrica dessa classe de movimento nos leva a mais uma conclusão sobre a velocidade média. Uma vez que

$$\frac{v_{m3}+v_{m1}}{2}=v_{m2},\frac{v_{m4}+v_{m3}}{2}=v_{m3},\frac{v_{m(n+1)}+v_{m(n-1)}}{2}=v_{mn}$$

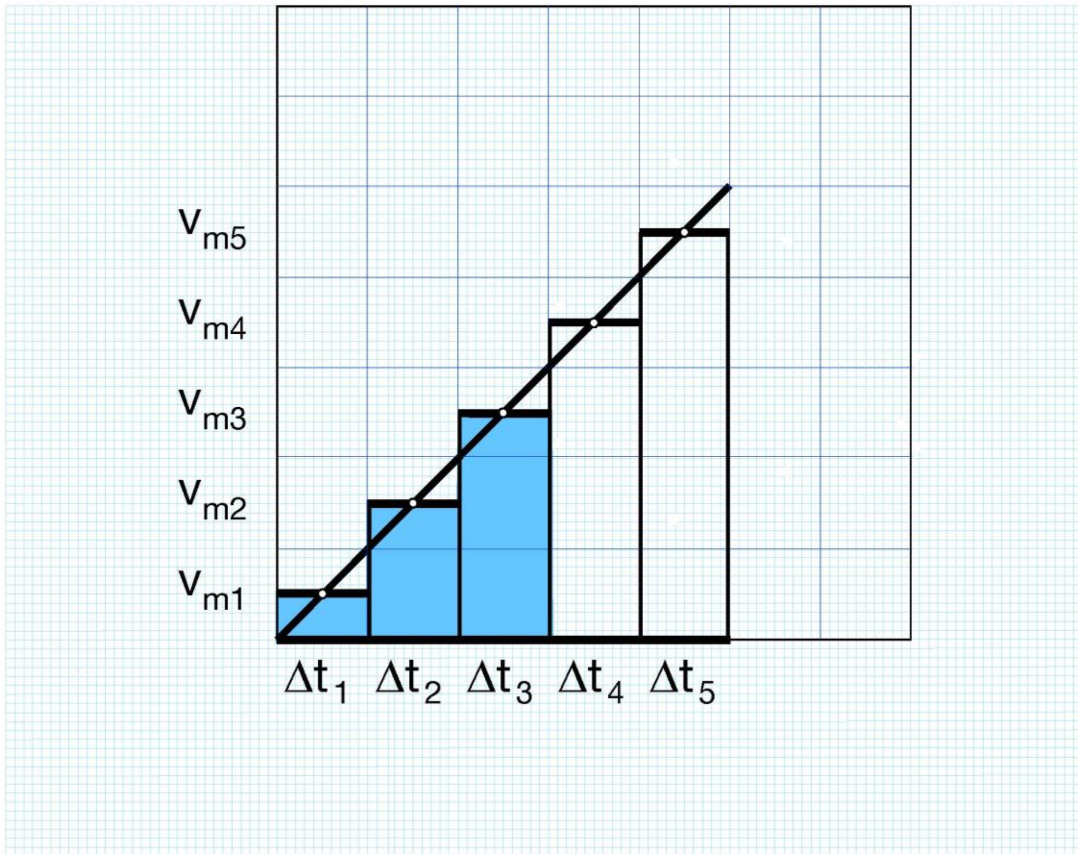
podemos deste modo escrever que a velocidade média em um dado intervalo de tempo corresponde a média aritmética das velocidades instantâneas nos instantes extremos do intervalo de tempo considerado:

$v_m=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ $=$ média aritmética das velocidades no intervalo de tempo.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

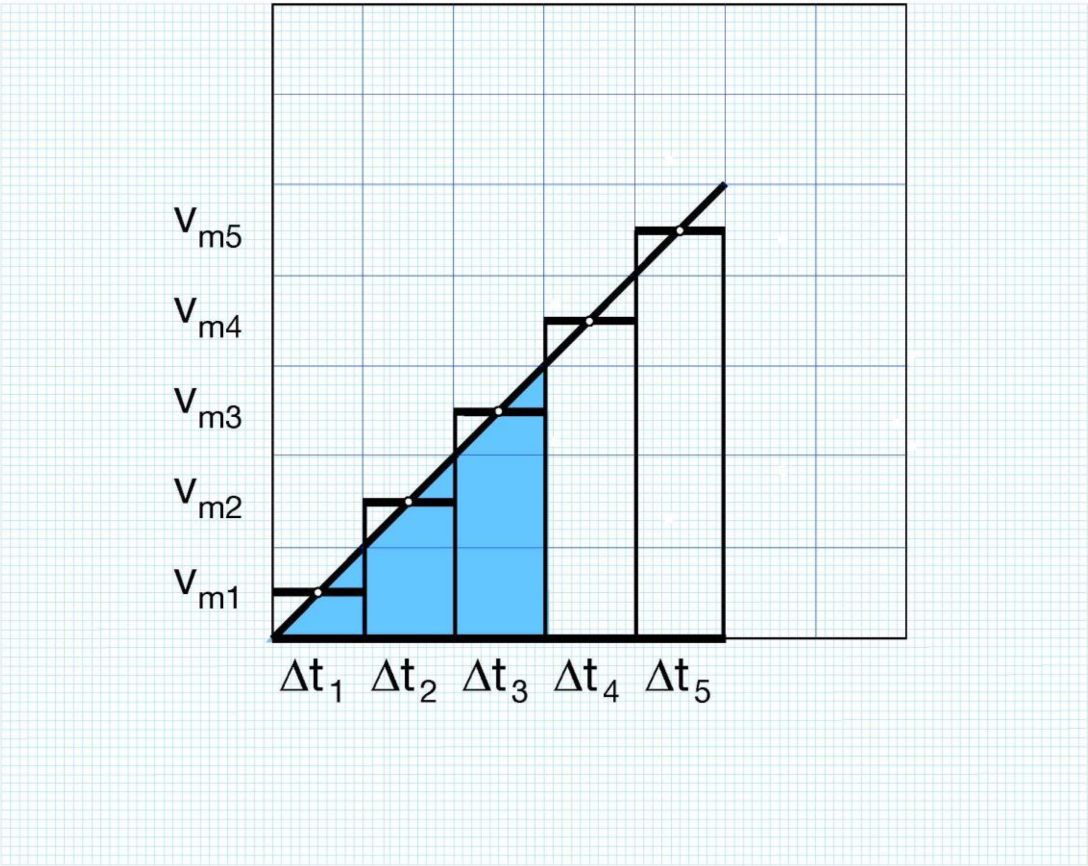


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

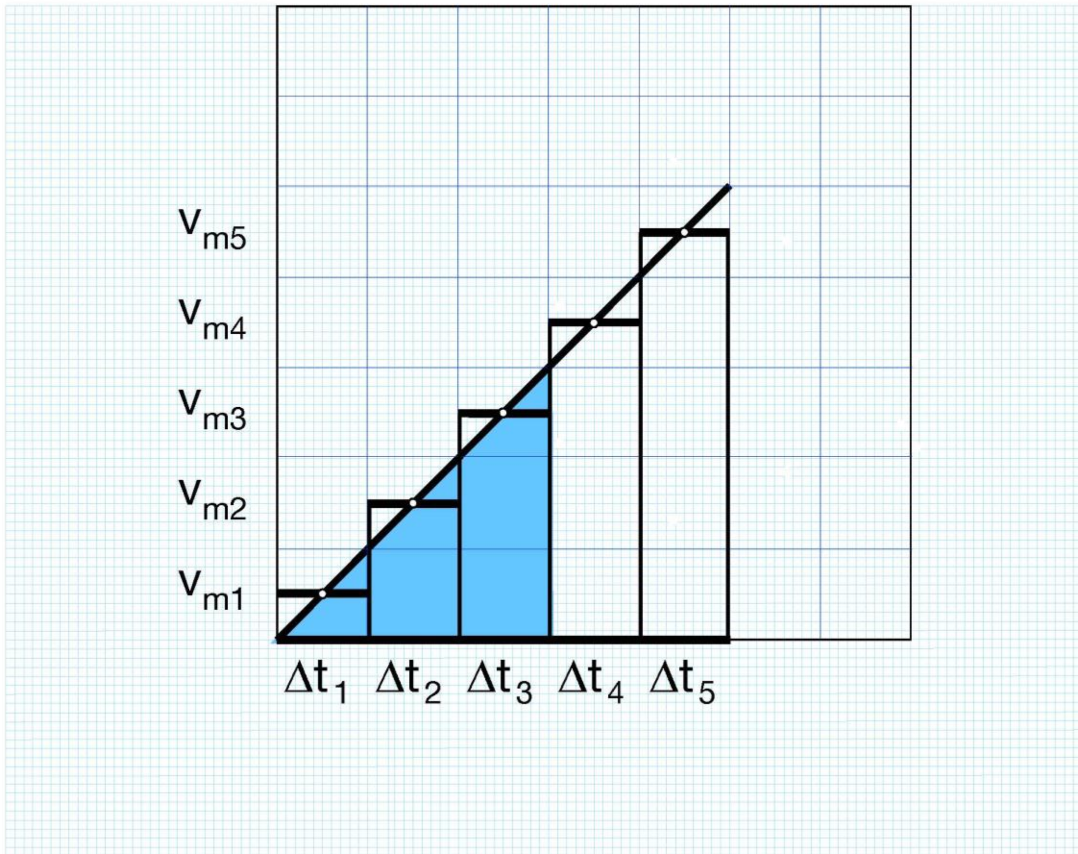


Representação das áreas dos retângulos.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

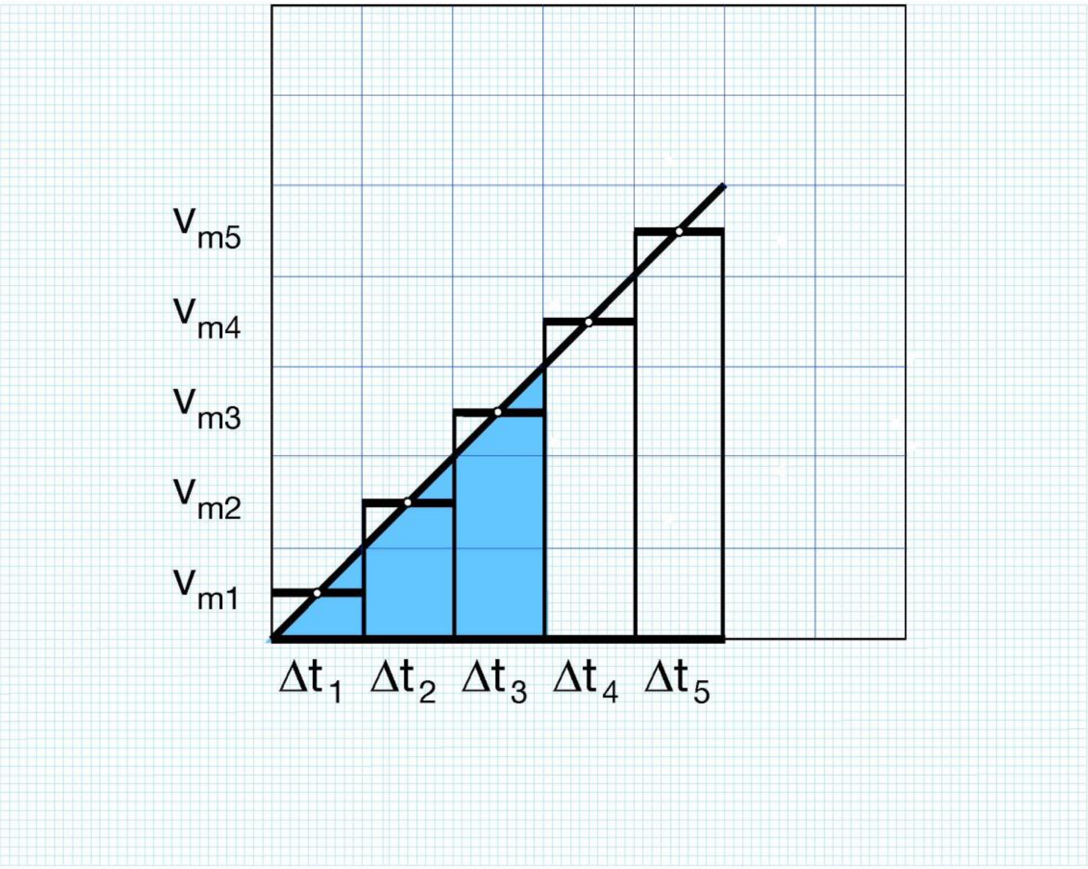


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



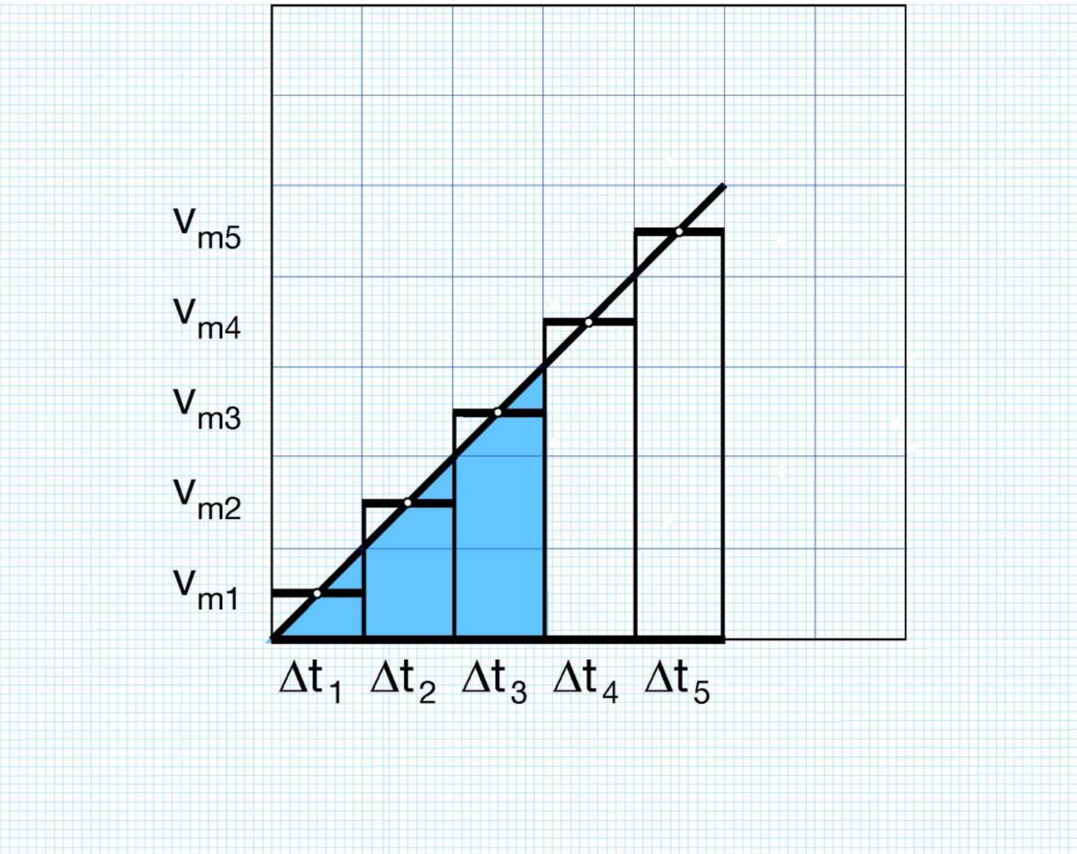
Representação da área abaixo dos patamares de velocidade média nos dá o deslocamento da partícula.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Analogamente à definição de velocidade média, utilizamos o mesmo princípio para definir o conceito de aceleração média: a razão entre as variações da velocidade em um dado intervalo de tempo:

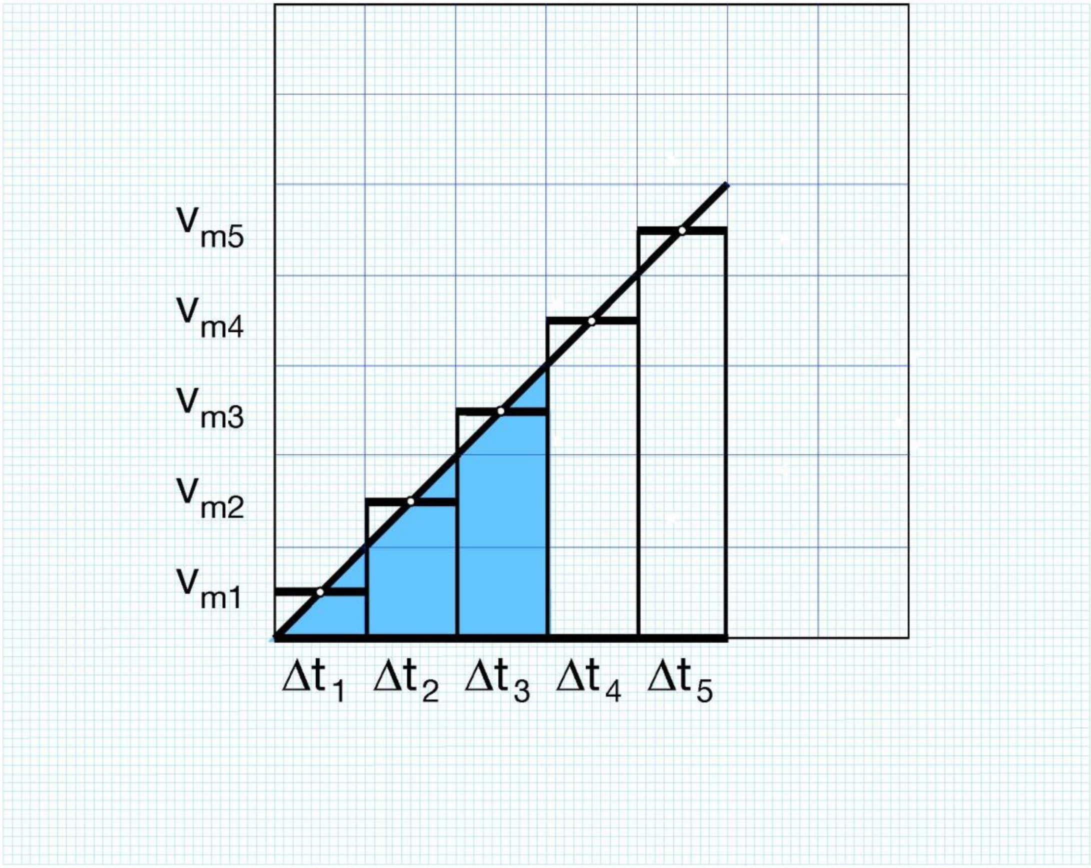
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Analogamente à definição de velocidade média, utilizamos o mesmo princípio para definir o conceito de aceleração média: a razão entre as variações da velocidade em um dado intervalo de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

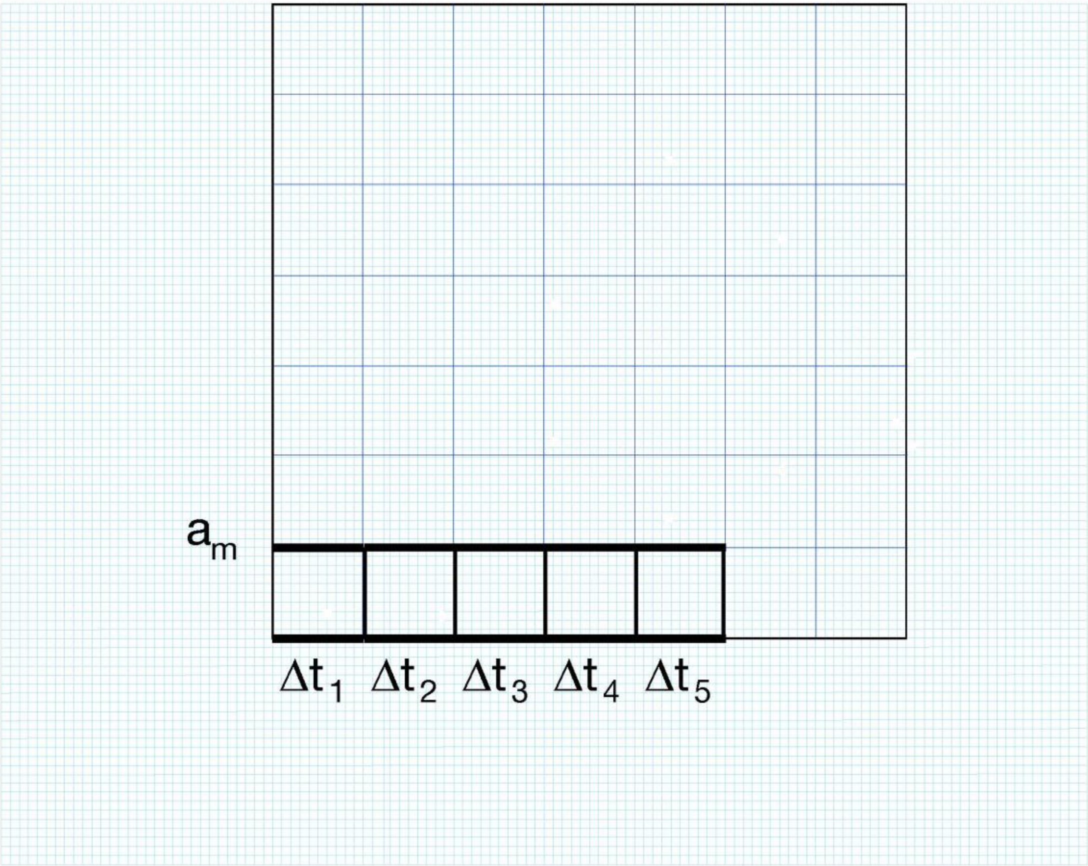


Analogamente à definição de velocidade média, utilizamos o mesmo princípio para definir o conceito de aceleração média: a razão entre as variações da velocidade em um dado intervalo de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_m = a_0 = \text{constante}$$

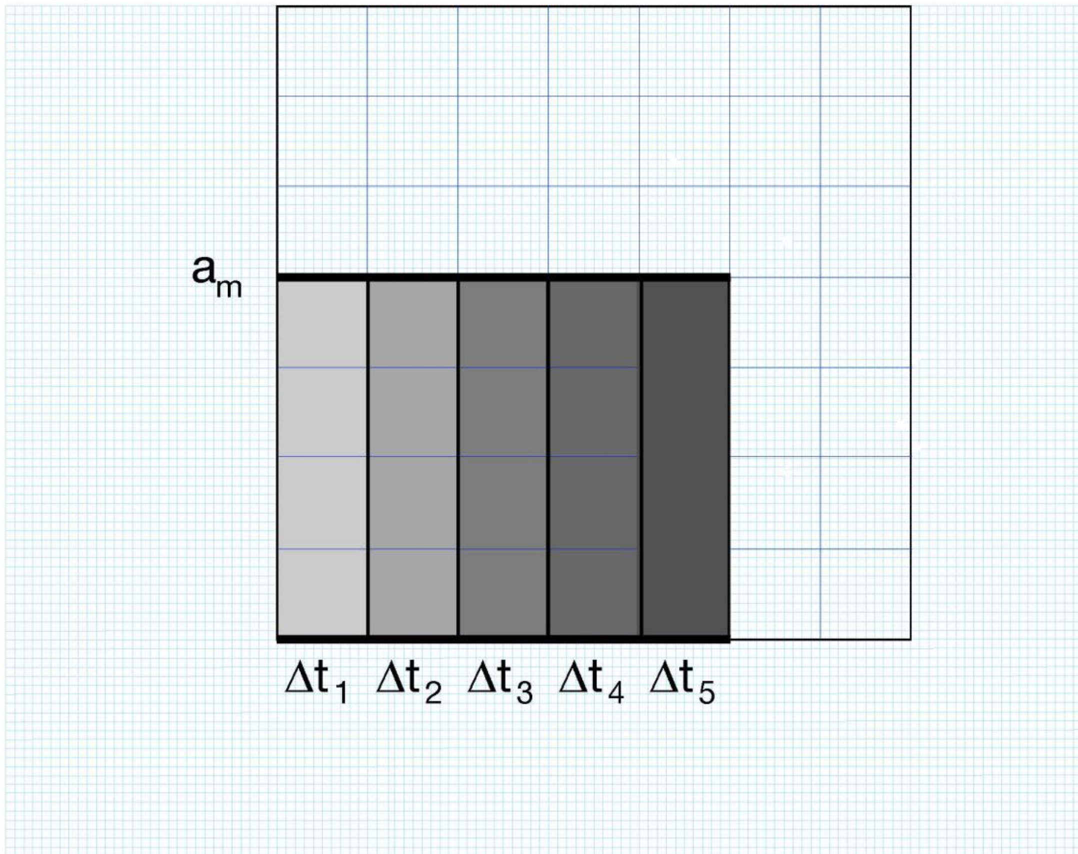
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Construção do gráfico aceleração média vs. intervalo de tempo.

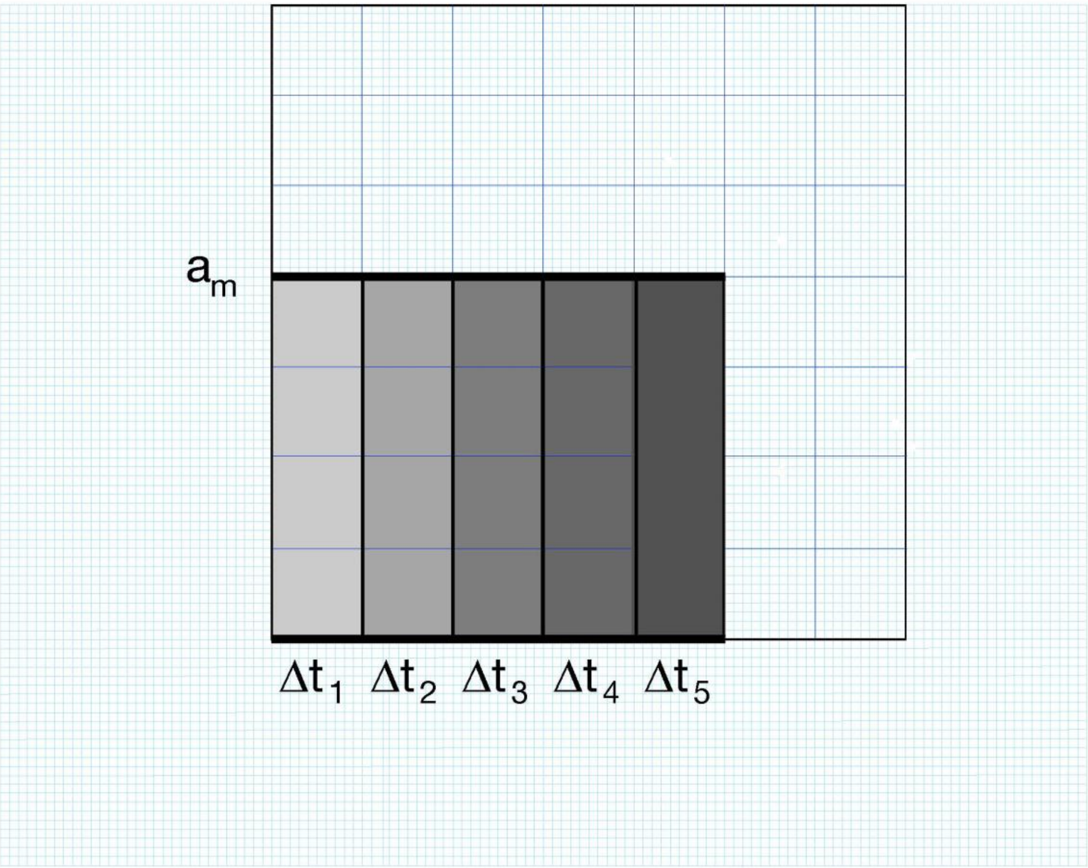
.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



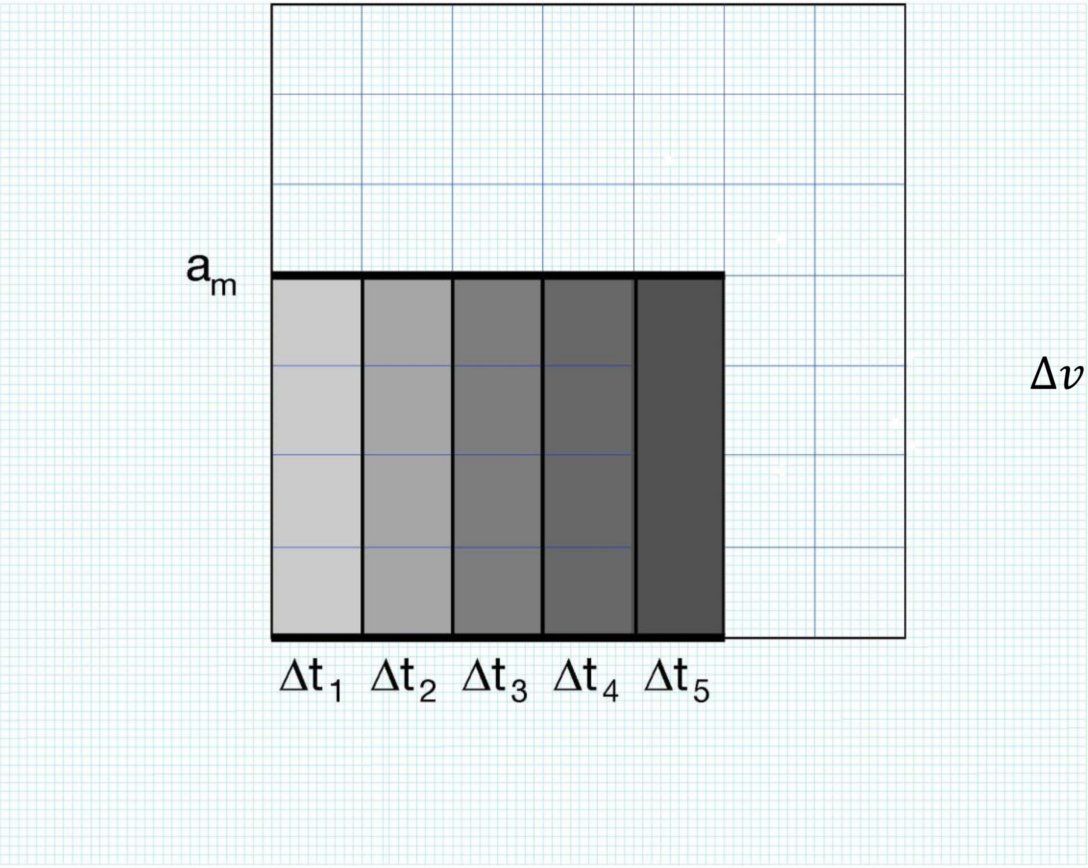
Ampliação do gráfico *a vs. intervalo de tempo* . Observamos que a variação de velocidade sofrida pela partícula em um dado intervalo de tempo pode ser estabelecida a partir da figura, determinando-se a área sob o segmento de reta que representa a aceleração.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Do gráfico temos que:

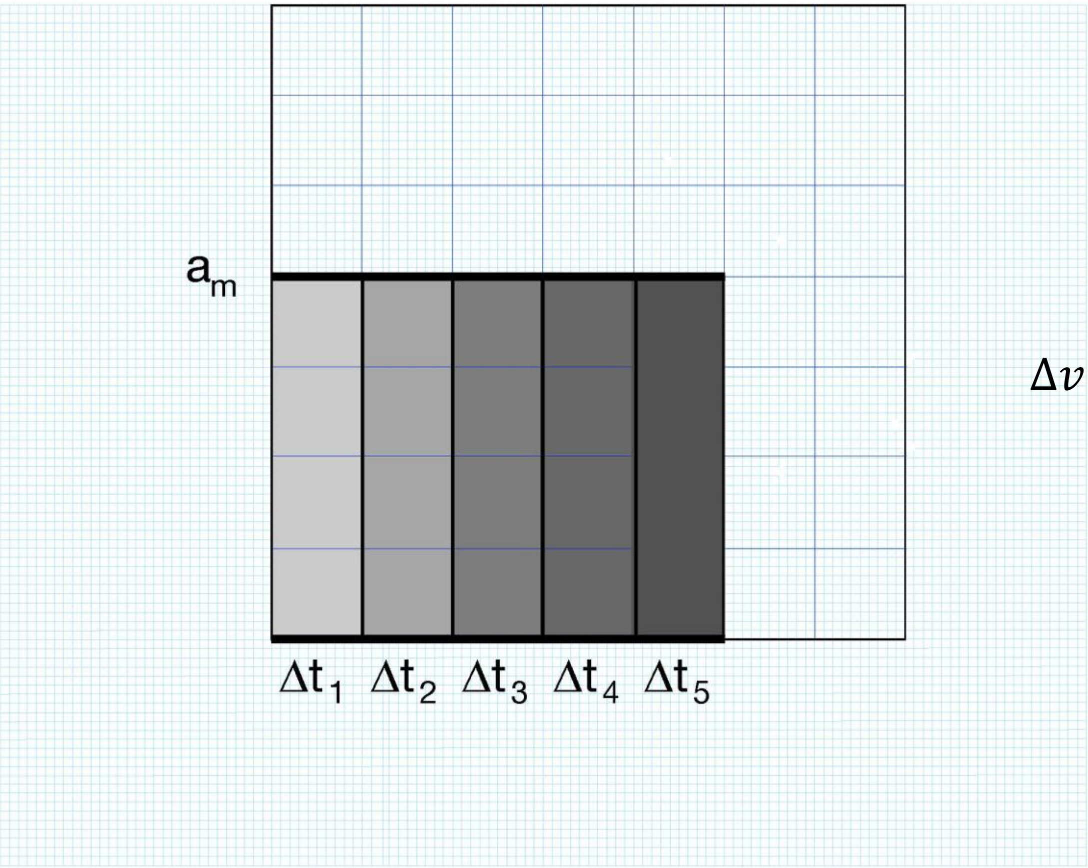
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Do gráfico temos que:

$\Delta v = a_0 \Delta t =$ área da curva sobre o gráfico

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

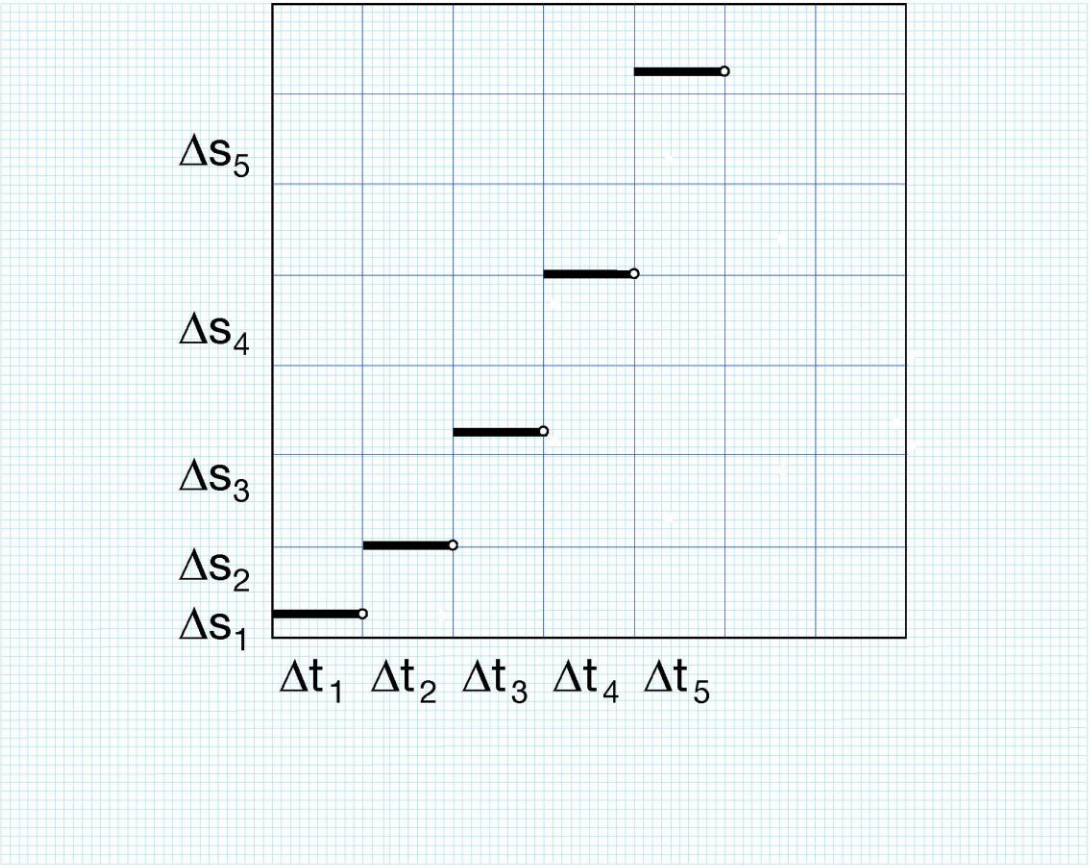


Do gráfico temos que:

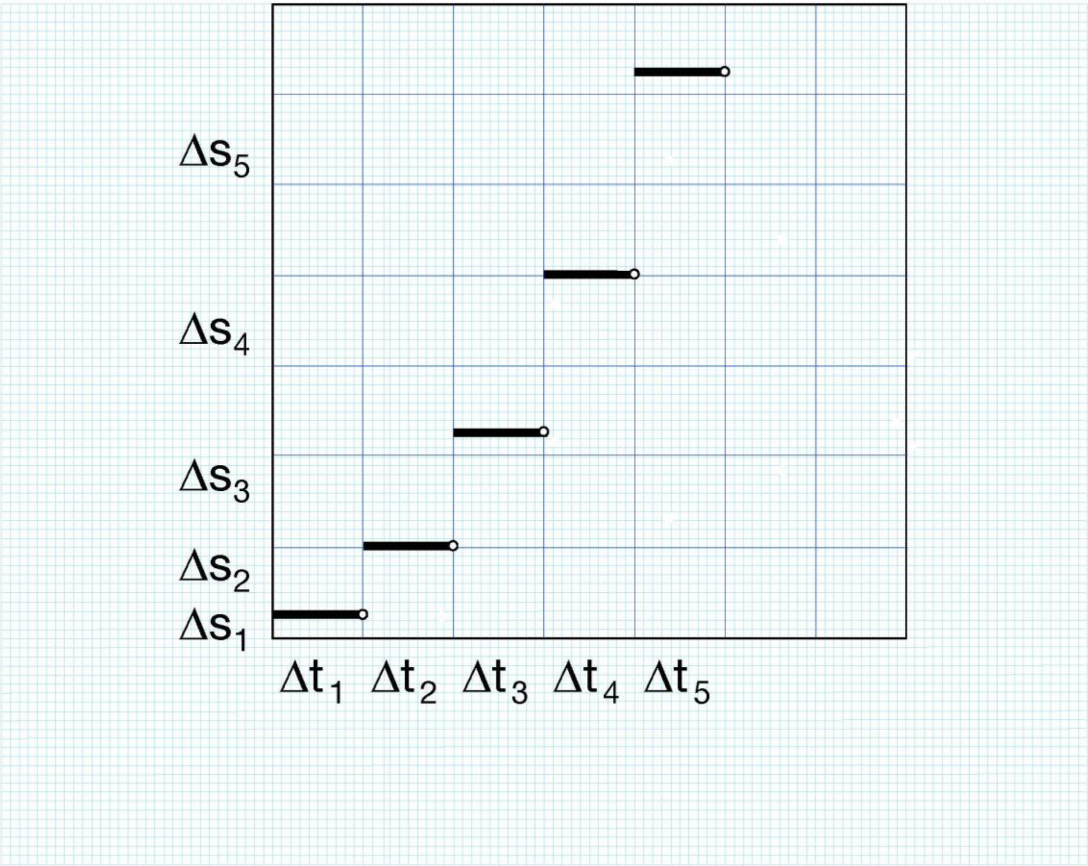
$$\Delta v = a_0 \Delta t = \text{área da curva sobre o gráfico}$$

$$v - v_0 = a_0 \Delta t$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

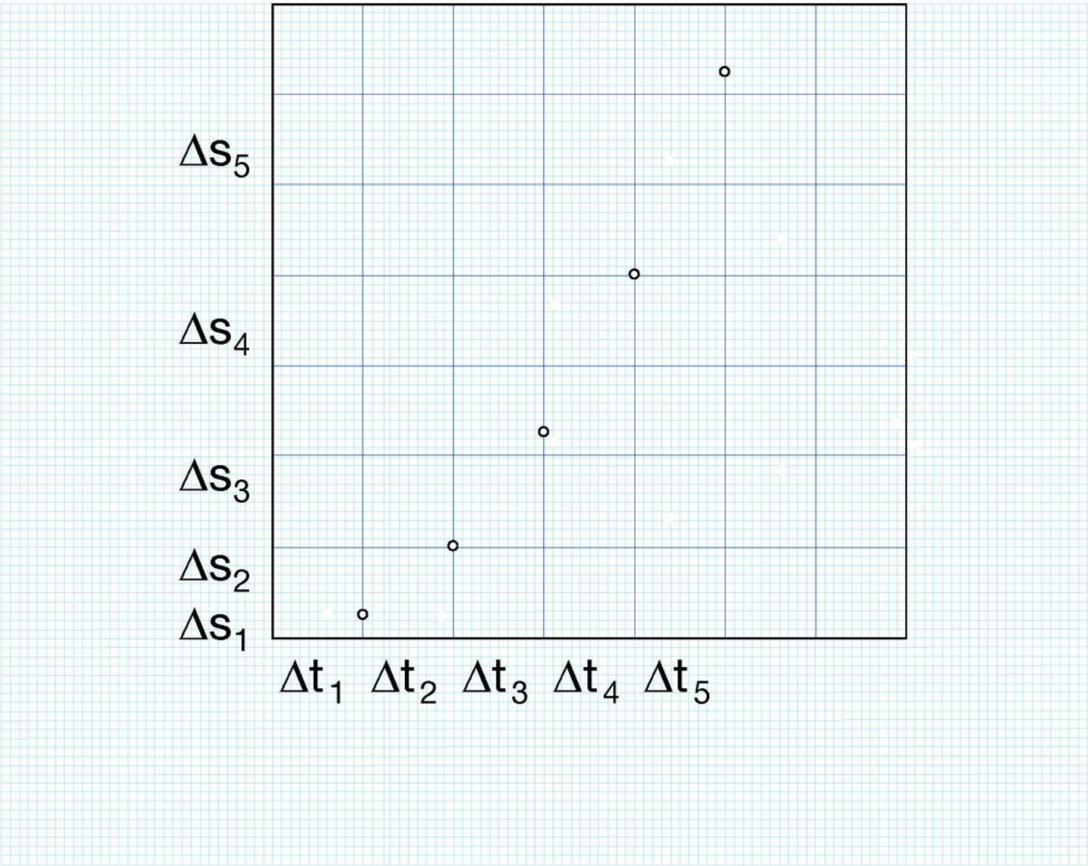


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



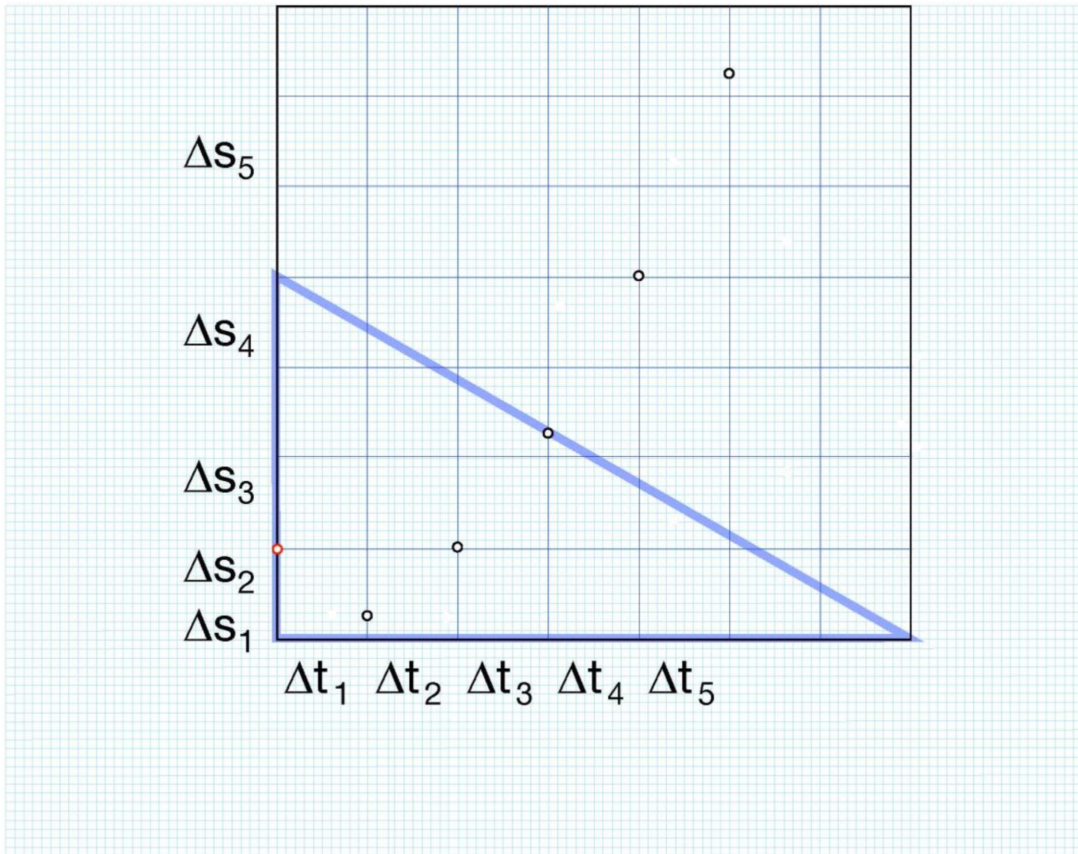
Deslocamentos realizados pela partícula nos seus correspondentes intervalos de tempo.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

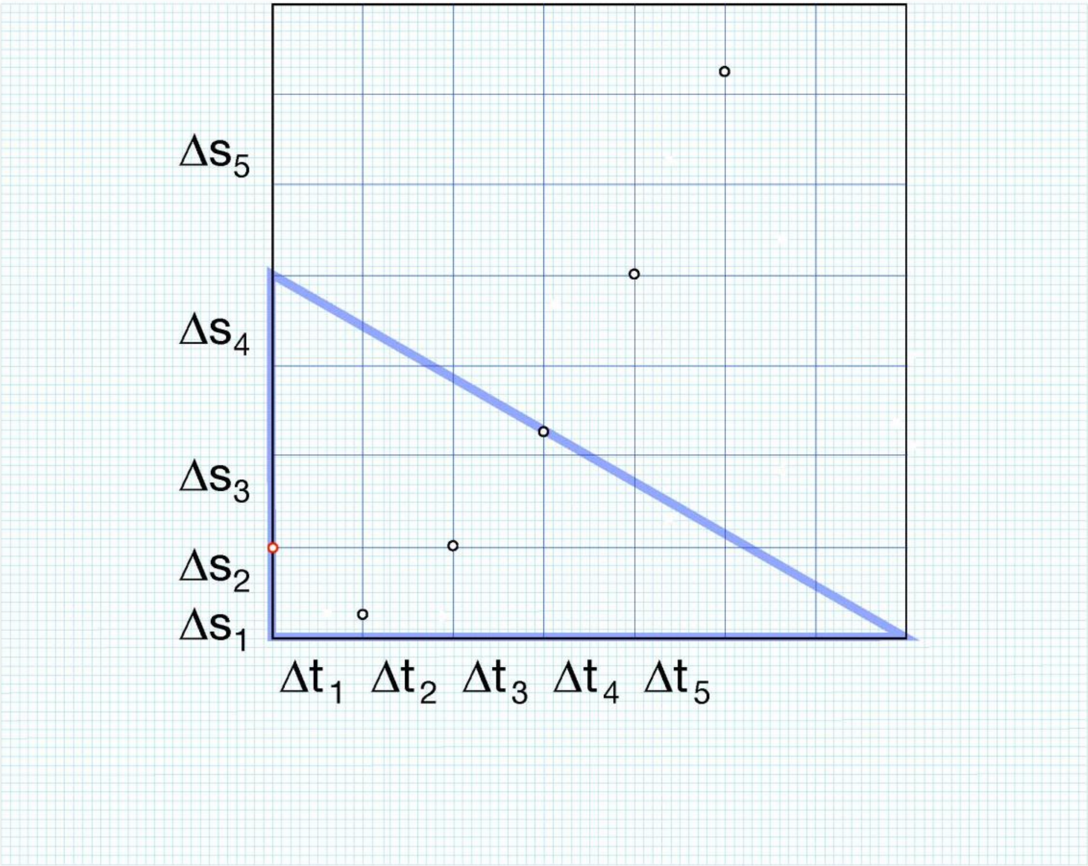


Representação da posição ocupada pelo móvel ao final do intervalo de tempo transcorrido.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

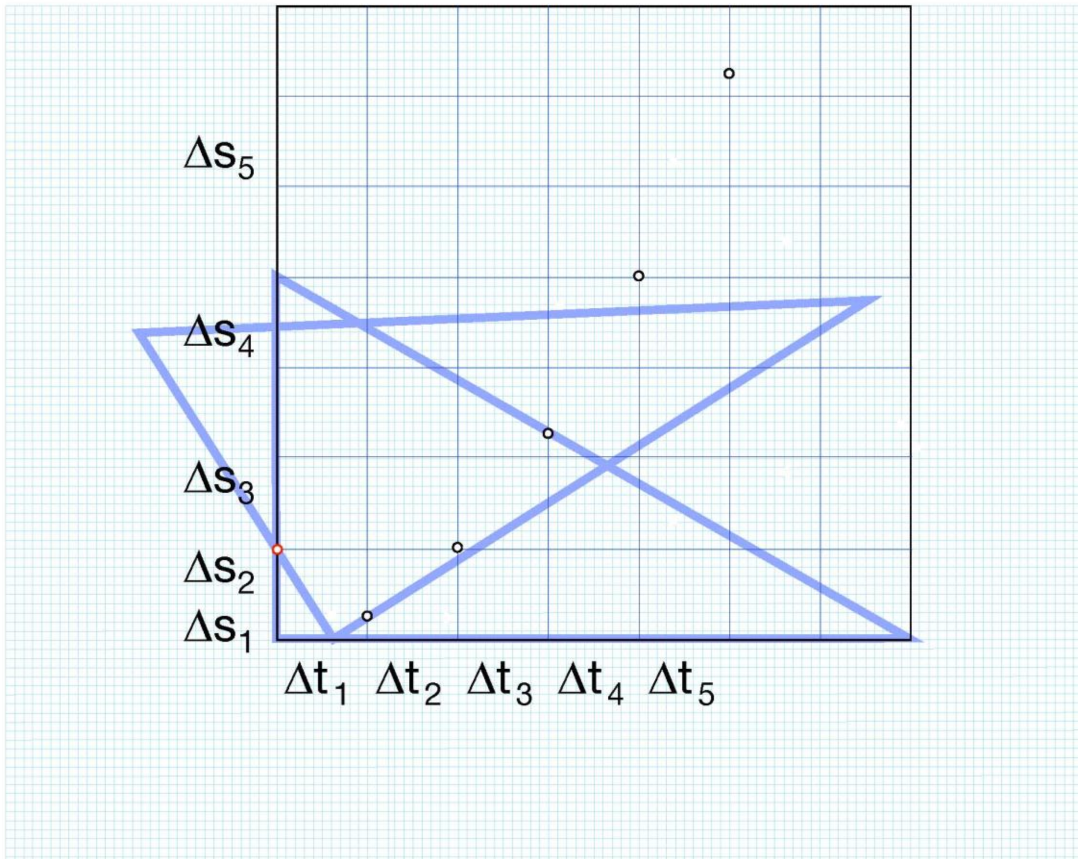


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

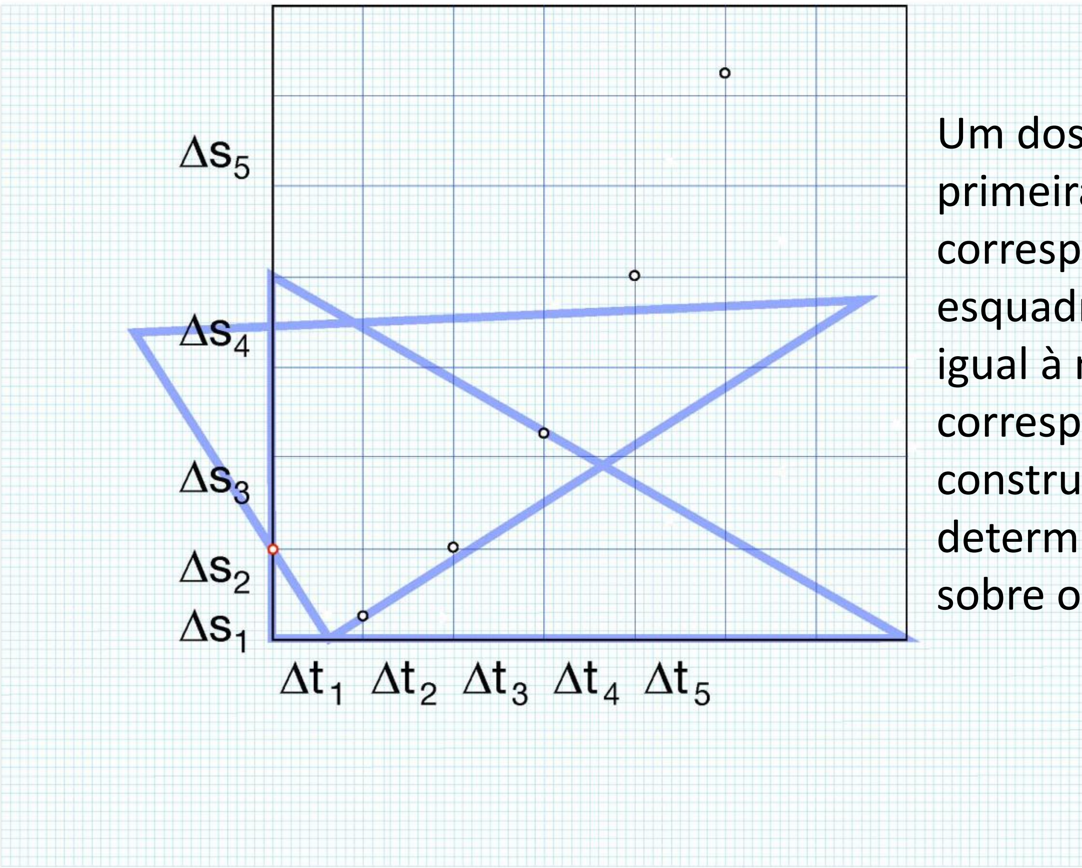


Esquadro com o vértice reto na origem de coordenadas.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

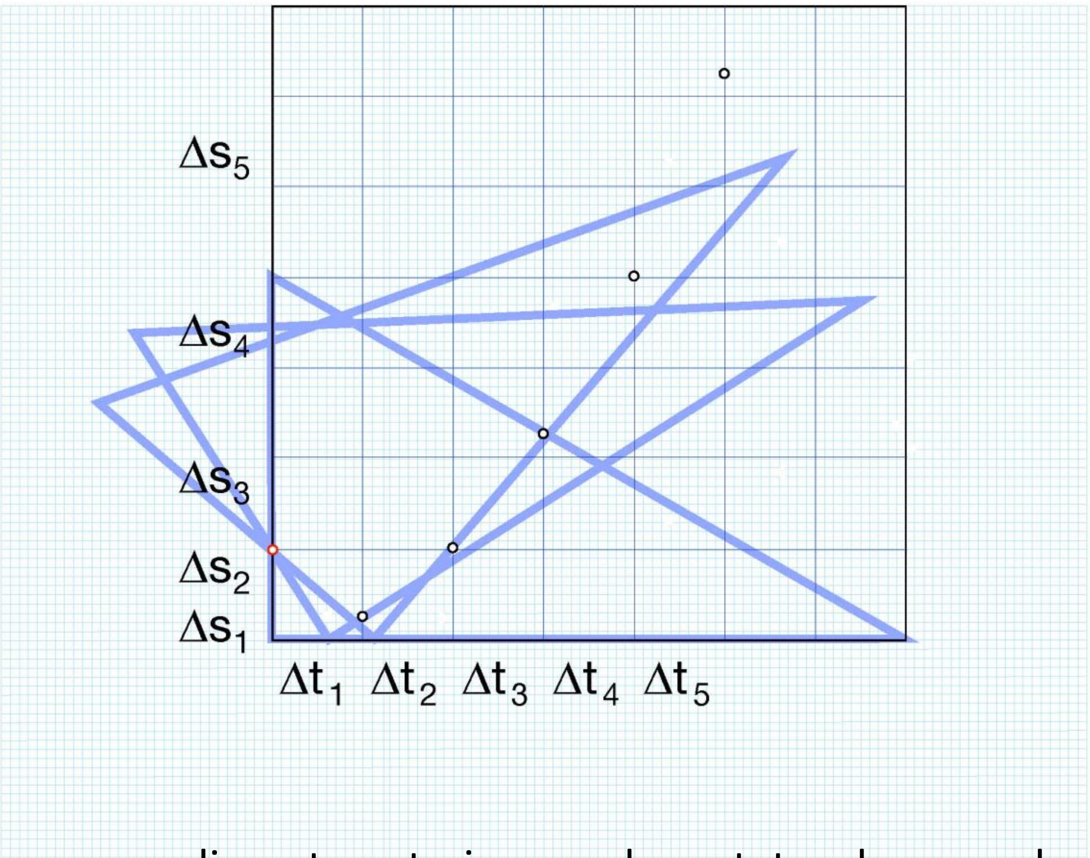


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



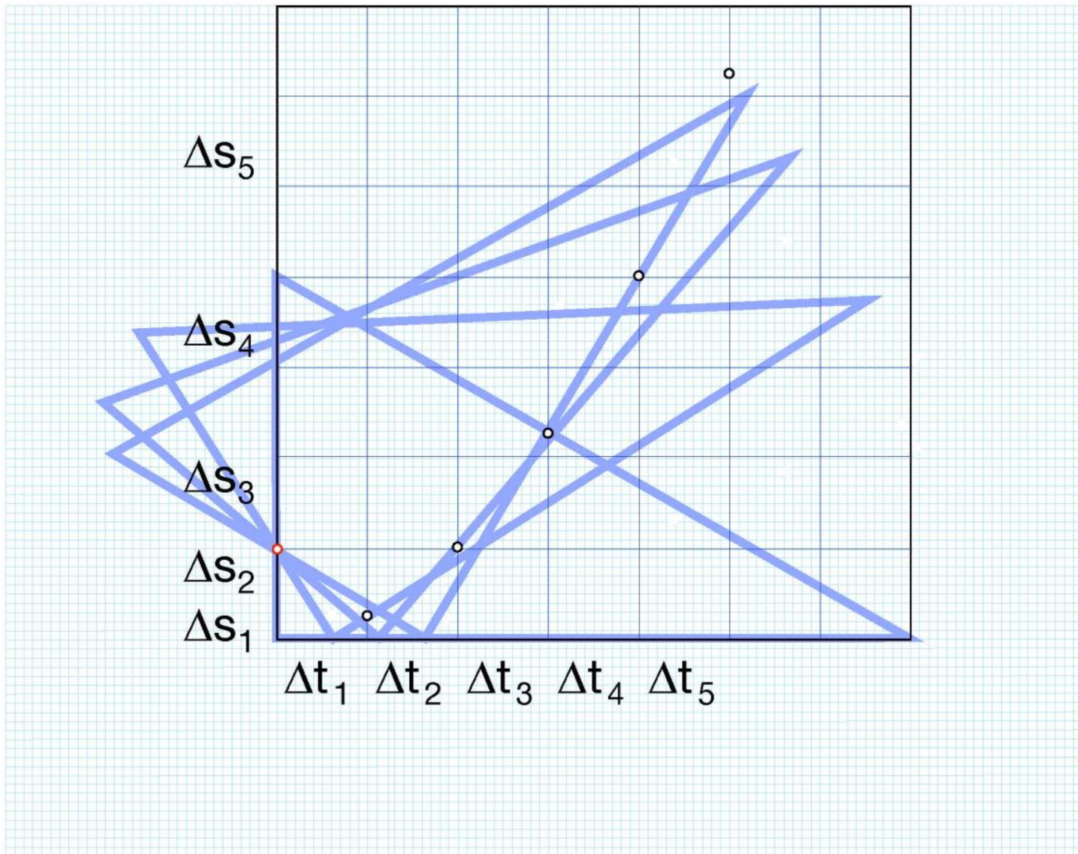
Um dos catetos do esquadro intercepta a primeira posição no instante de tempo correspondente; o vértice do ângulo reto do esquadro se apoia sobre um instante de tempo igual à metade do instante de tempo correspondente à primeira posição; e, por construção, o outro cateto intercepta uma determinada localização $f = \Delta S_1 + \Delta S_2$ sobre o eixo vertical.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



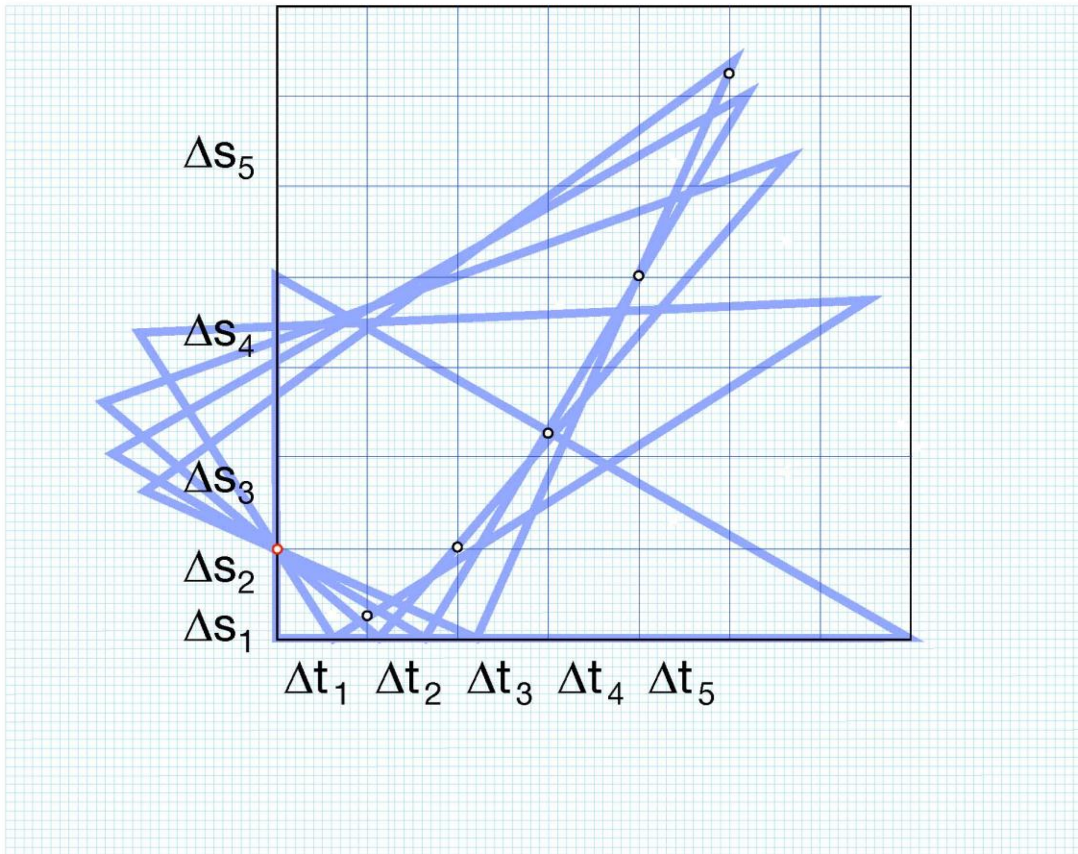
Com o mesmo procedimento anterior, um dos catetos do esquadro intercepta a segunda posição no instante de tempo correspondente; observamos que o outro catetos do esquadro intercepta a mesma localização f sobre o eixo vertical que no procedimento anterior.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

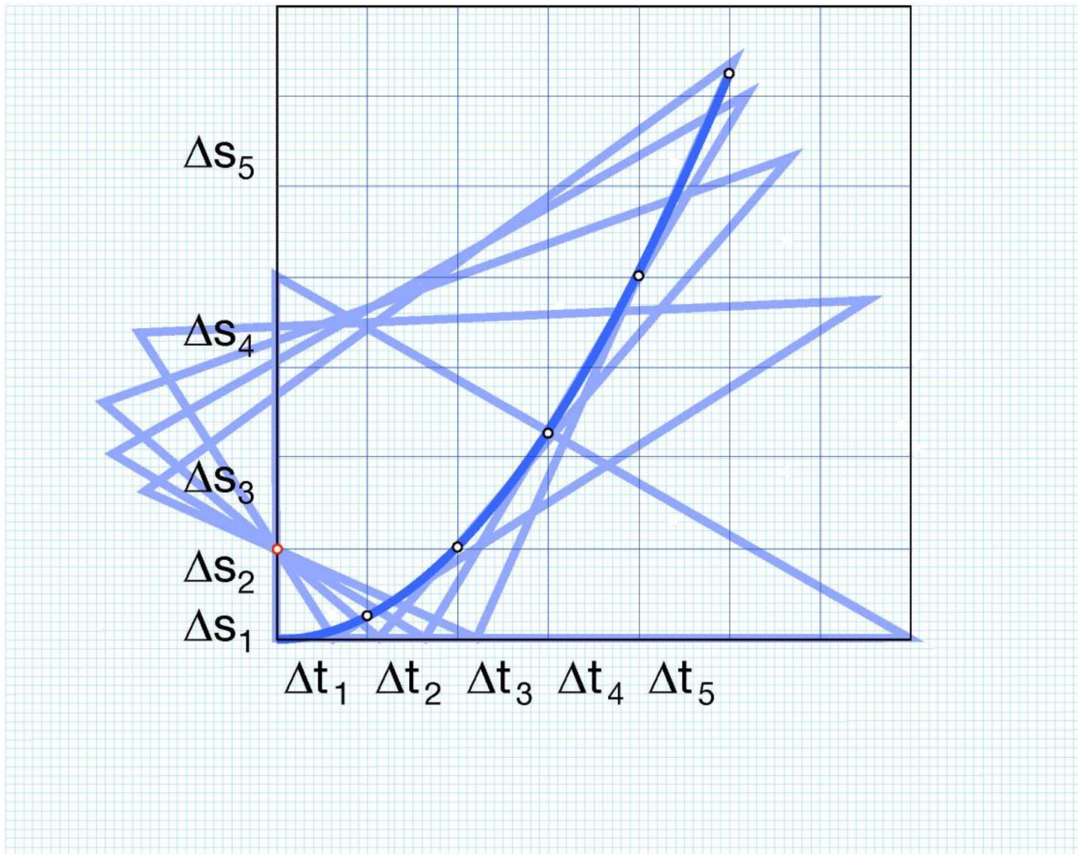


Ao realizar a mesma construção para a terceira e a quarta posição também observamos a interceptação na mesma localização f sobre o eixo vertical.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

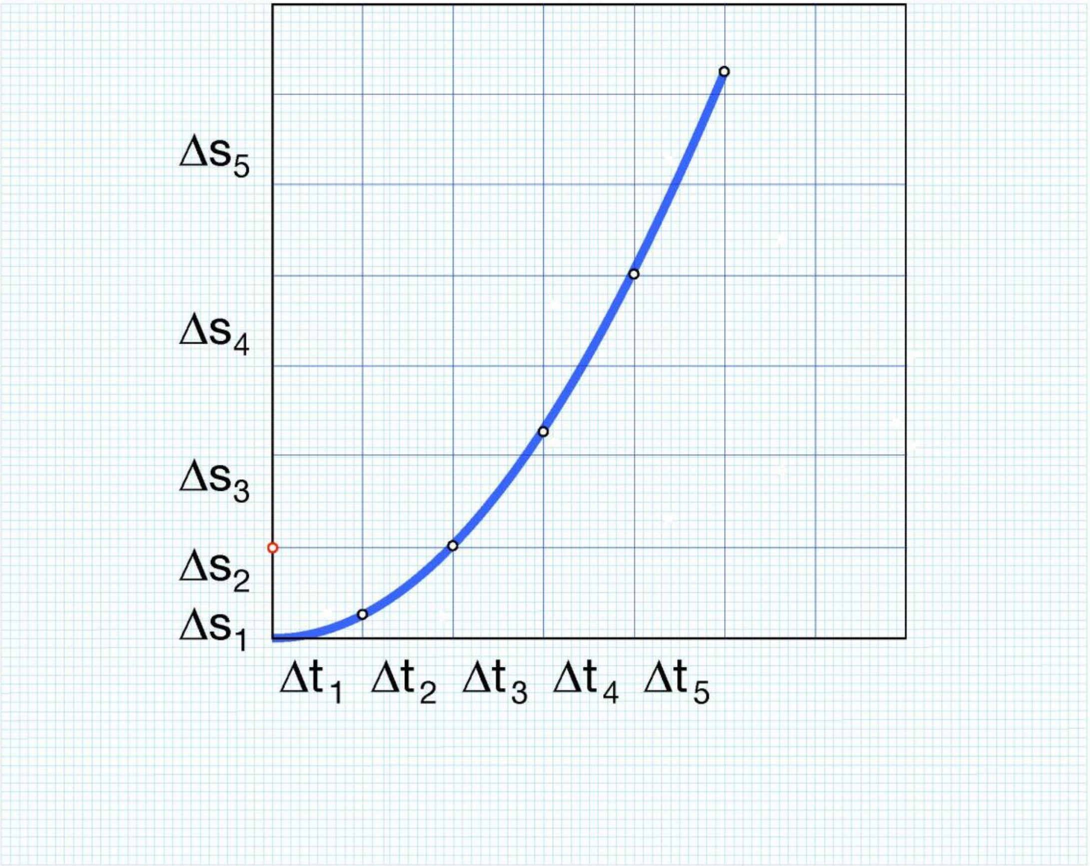


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

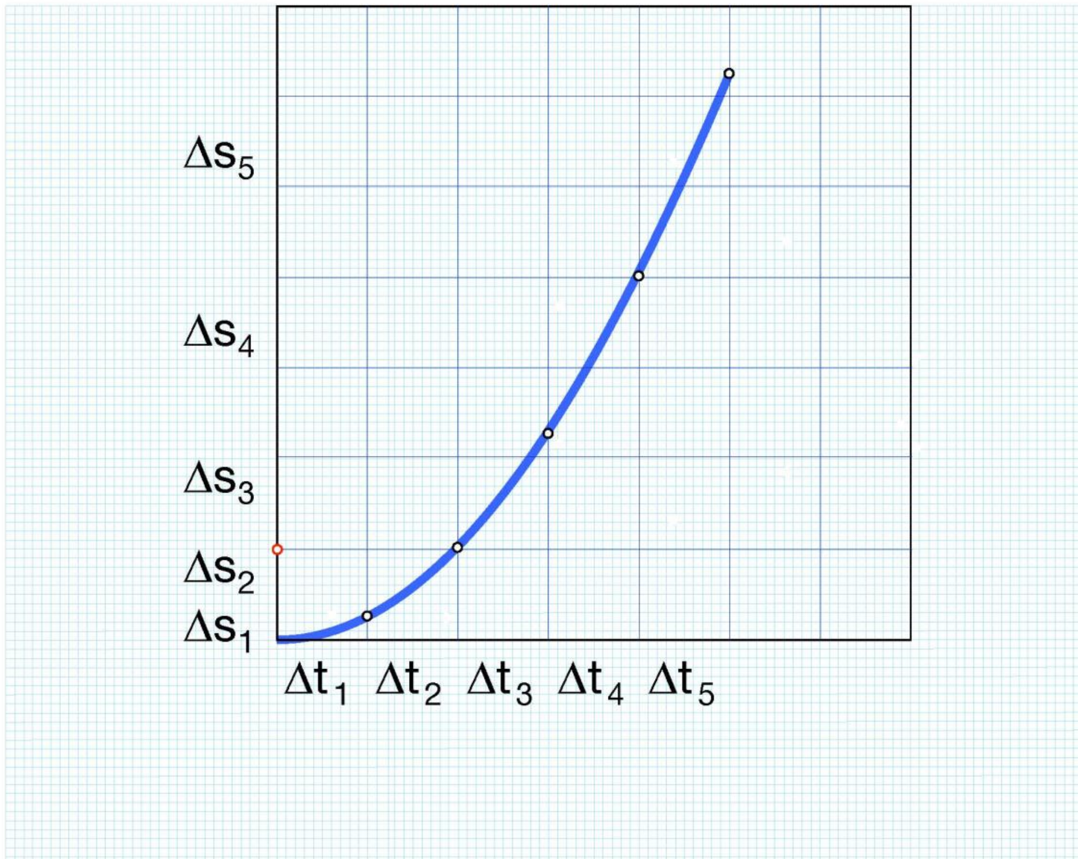


Curvas que obedecem a este tipo de construção geométrica são denominadas parábolas.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

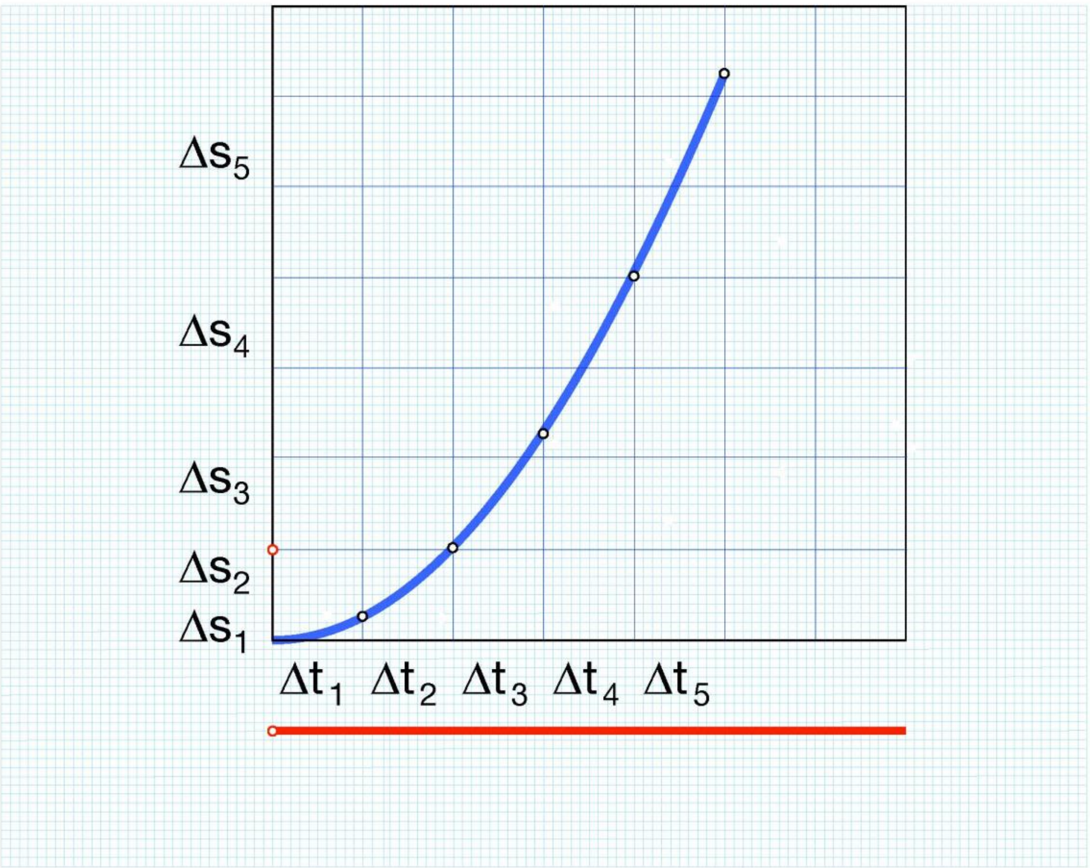


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



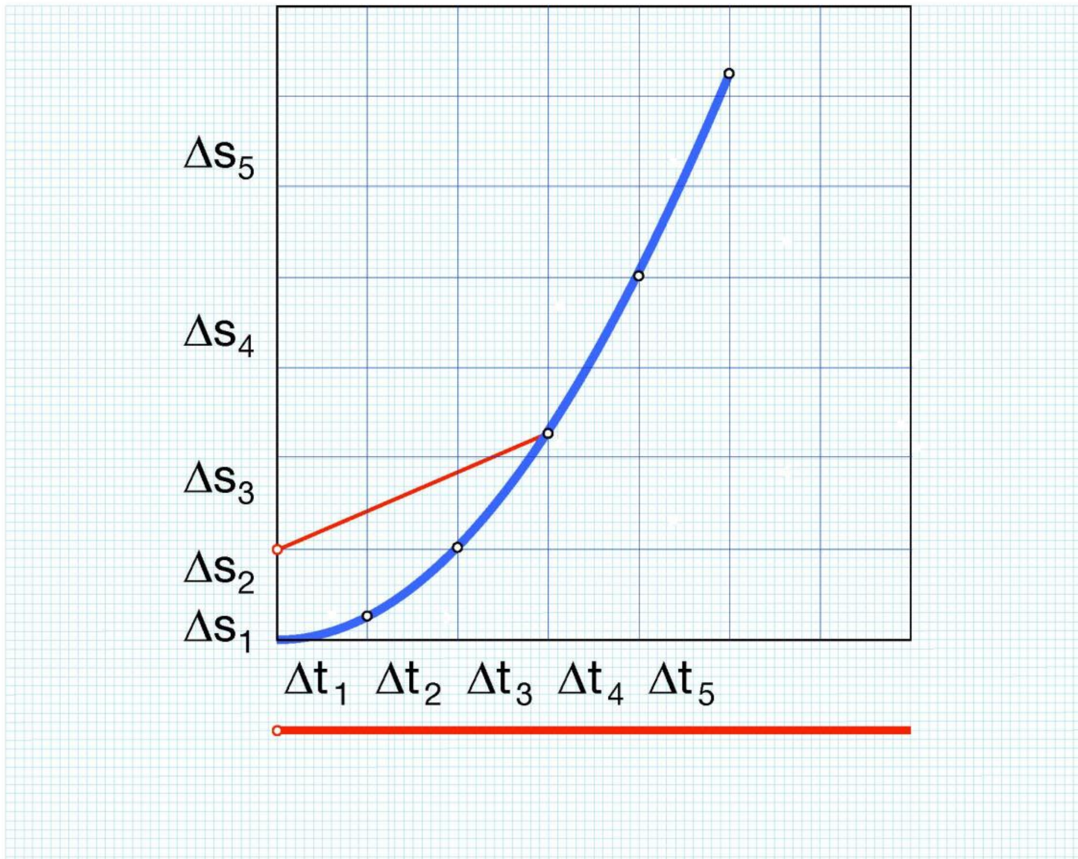
Curva parabólica representando as posições em função do instante de tempo considerado.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



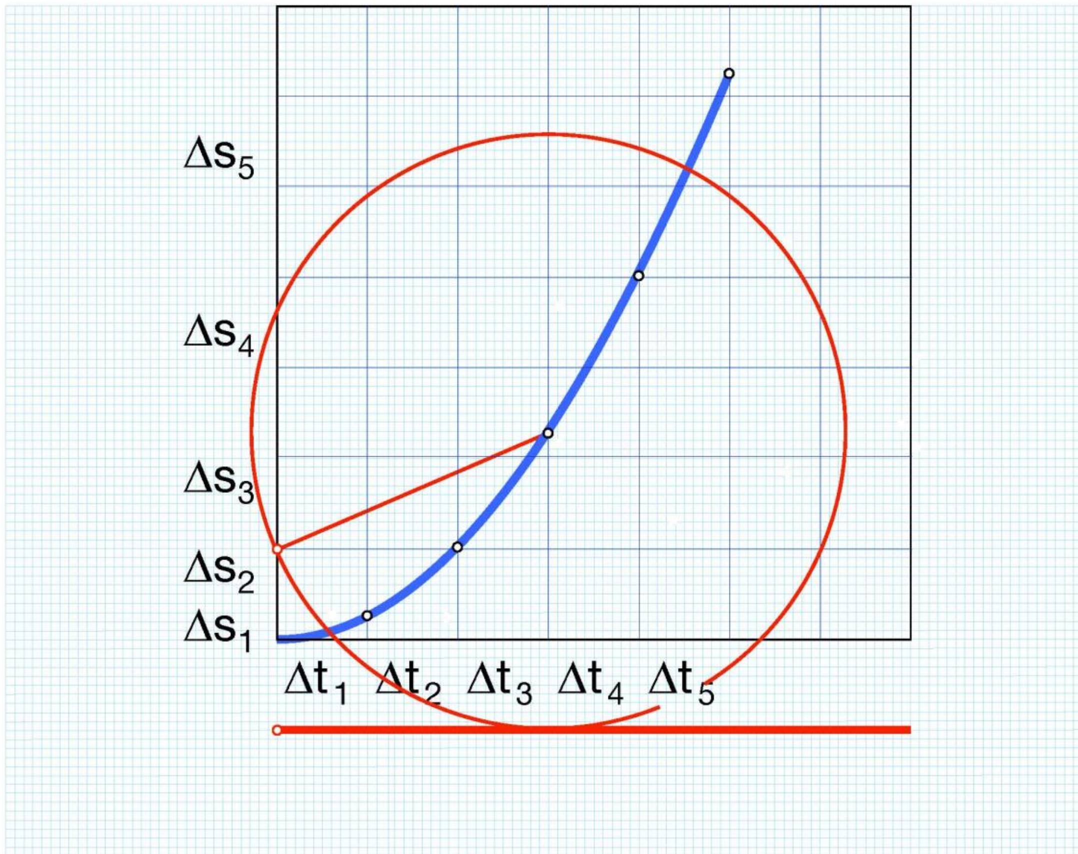
Indicação em vermelho da reta diretriz da curva parabólica.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



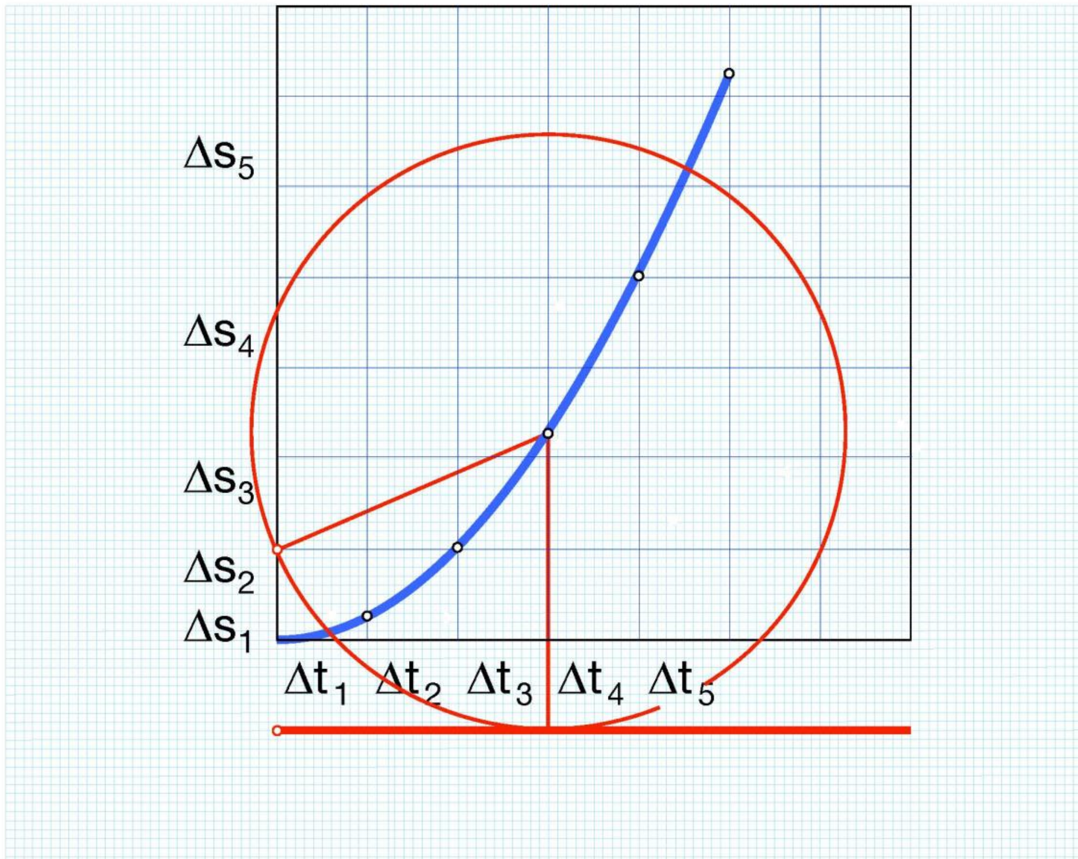
Traçamos com uma régua um segmento de reta da focal até um ponto da curva.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



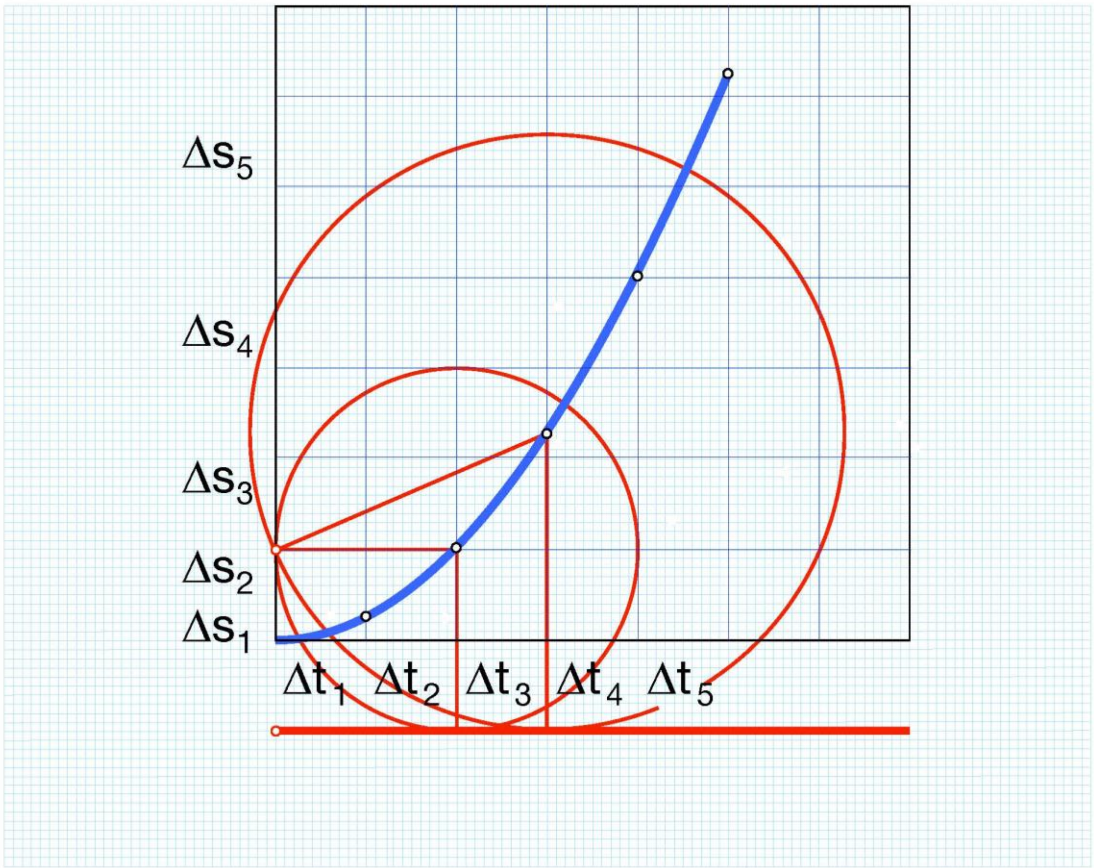
Traçamos uma circunferência cujo raio possui o comprimento do segmento de reta definido pela focal até o ponto da curva e esta circunferência tangencia a reta diretriz.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



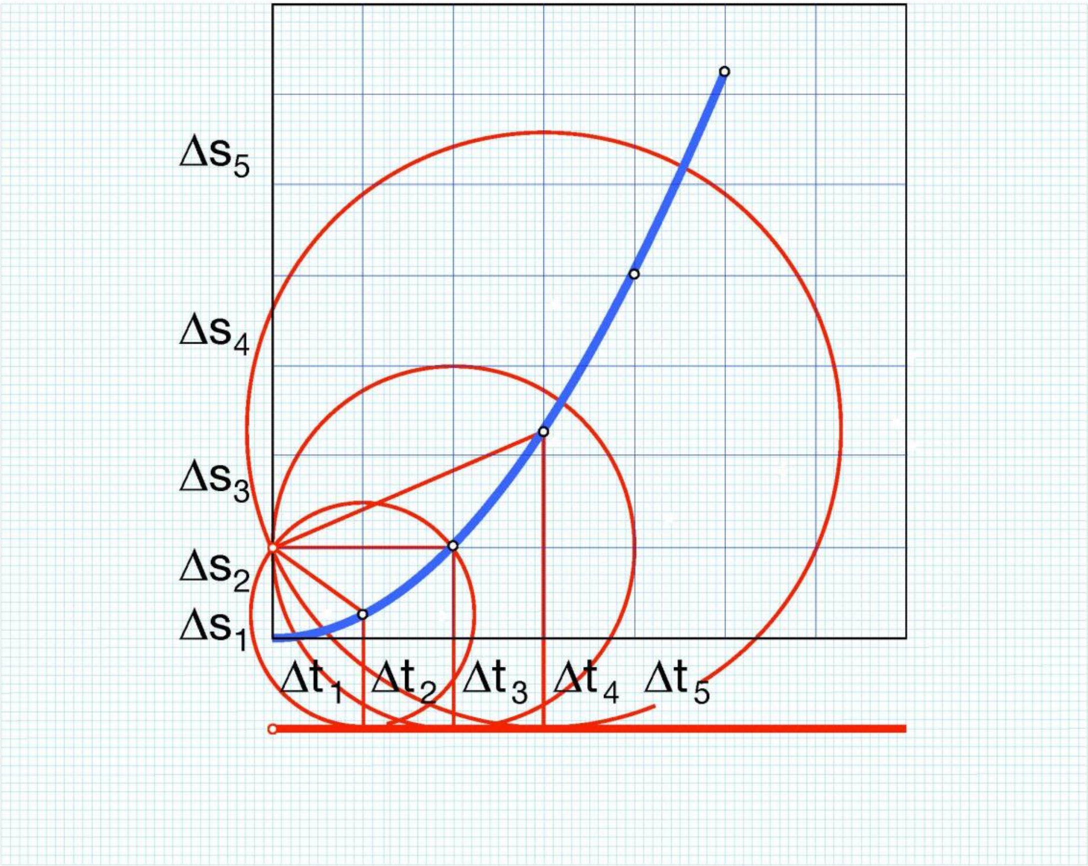
Circunferência cujo raio possui o comprimento do segmento de reta definido pela focal até o ponto da curva e essa circunferência tangencia a reta diretriz.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



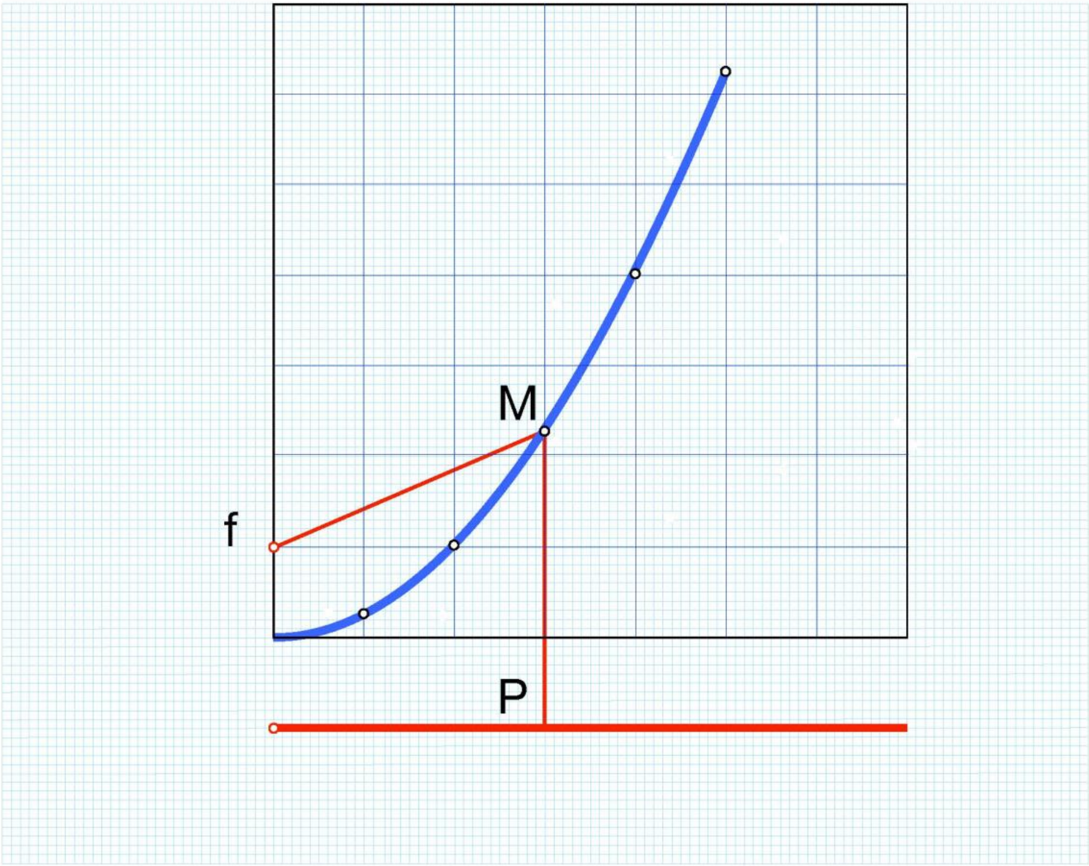
Construção análoga a anterior mas de centro em outra posição sobre a curva.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



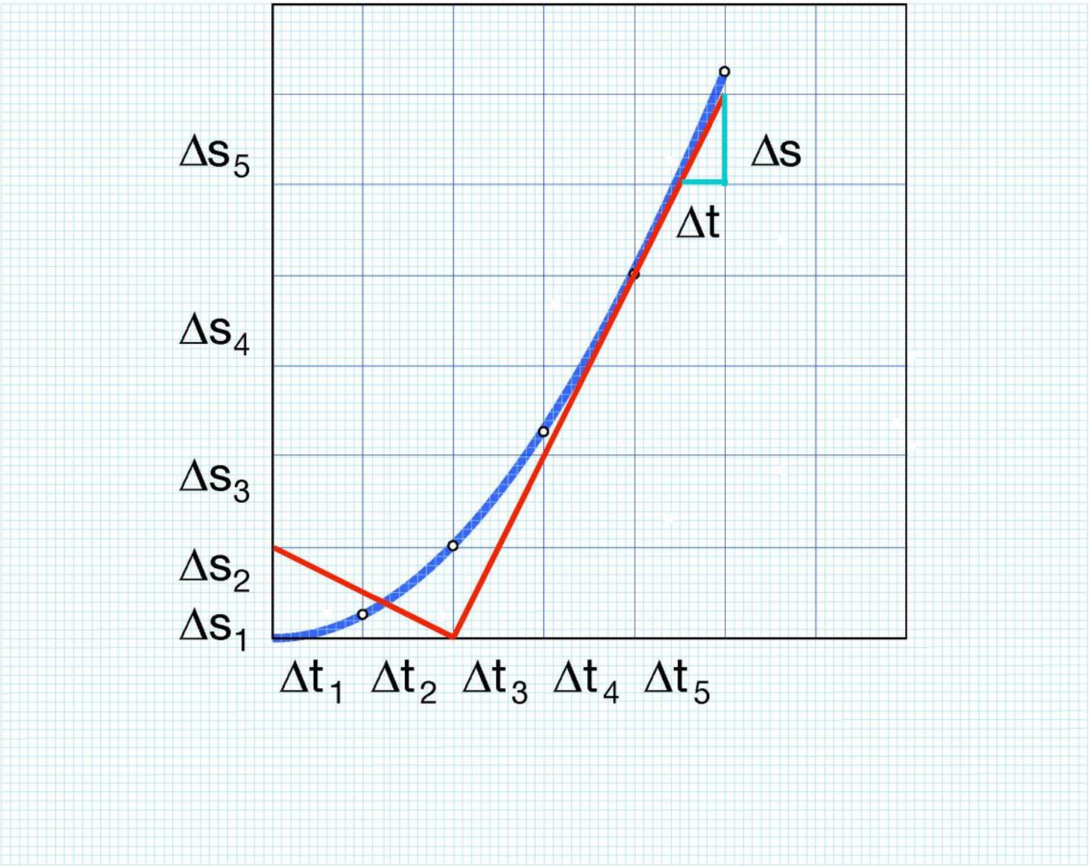
Construção análoga a anterior mas de centro em outra posição sobre a curva.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

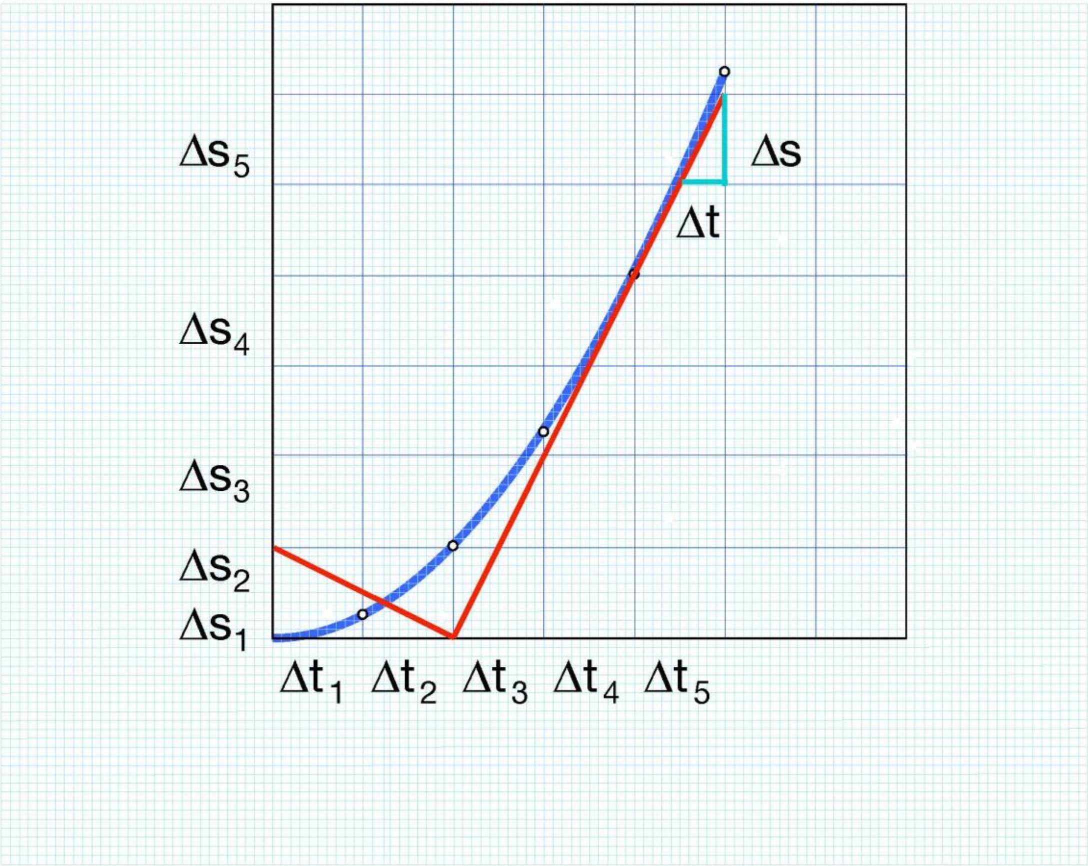


Os segmentos fM e PM são sempre iguais, não importa qual ponto M escolhido sobre a curva parabólica.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

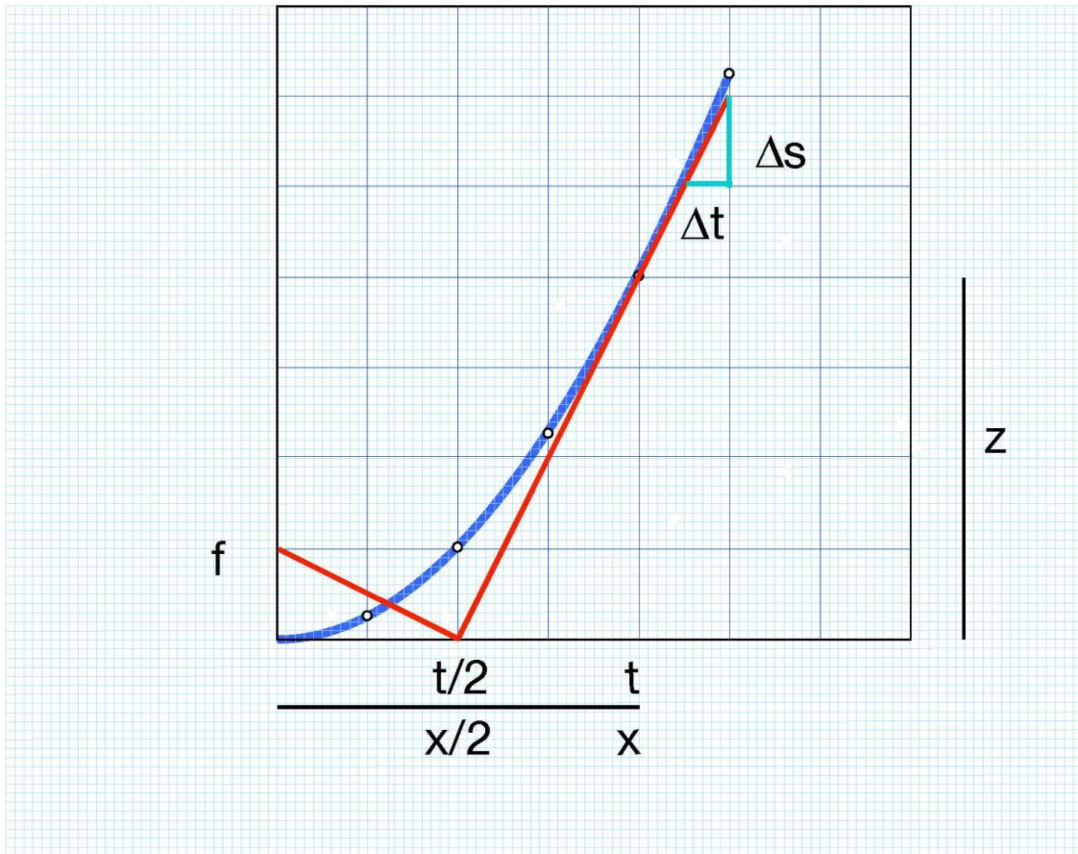


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

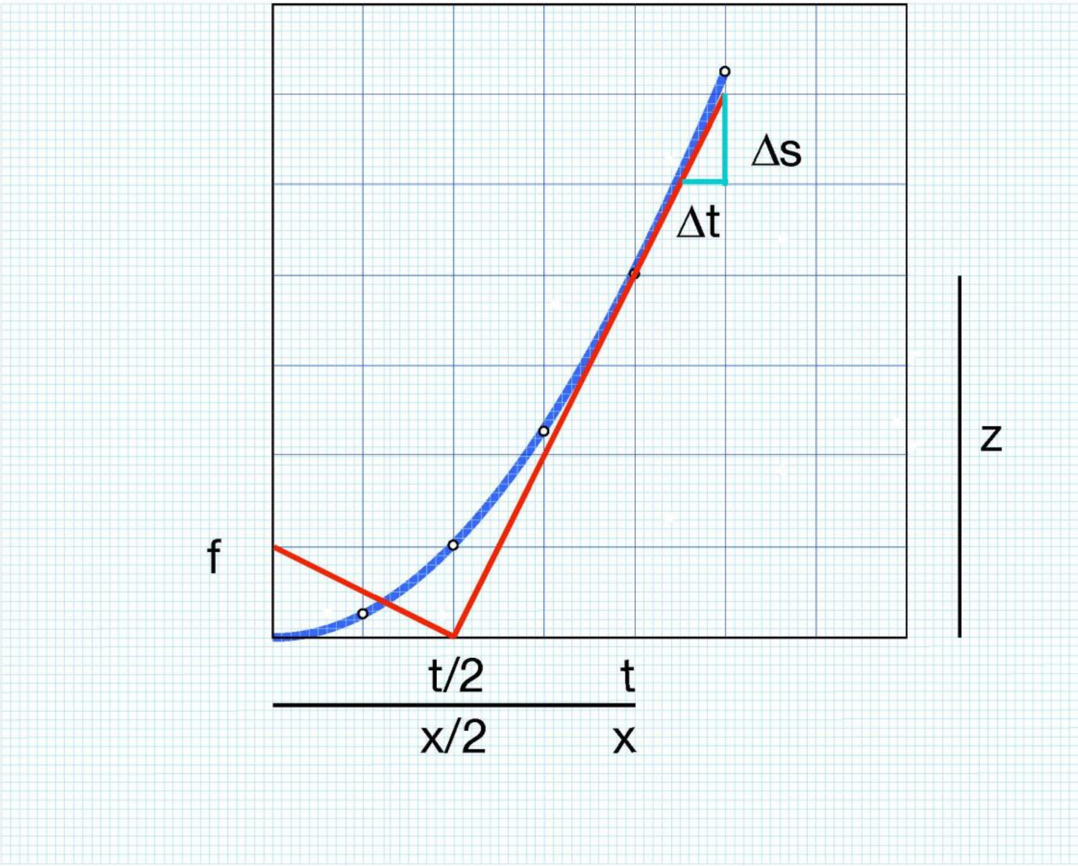


Deslocamentos associados aos intervalos de tempo e a construção geométrica das tangentes que envelopam a curva parabólica representando as posições do móvel.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

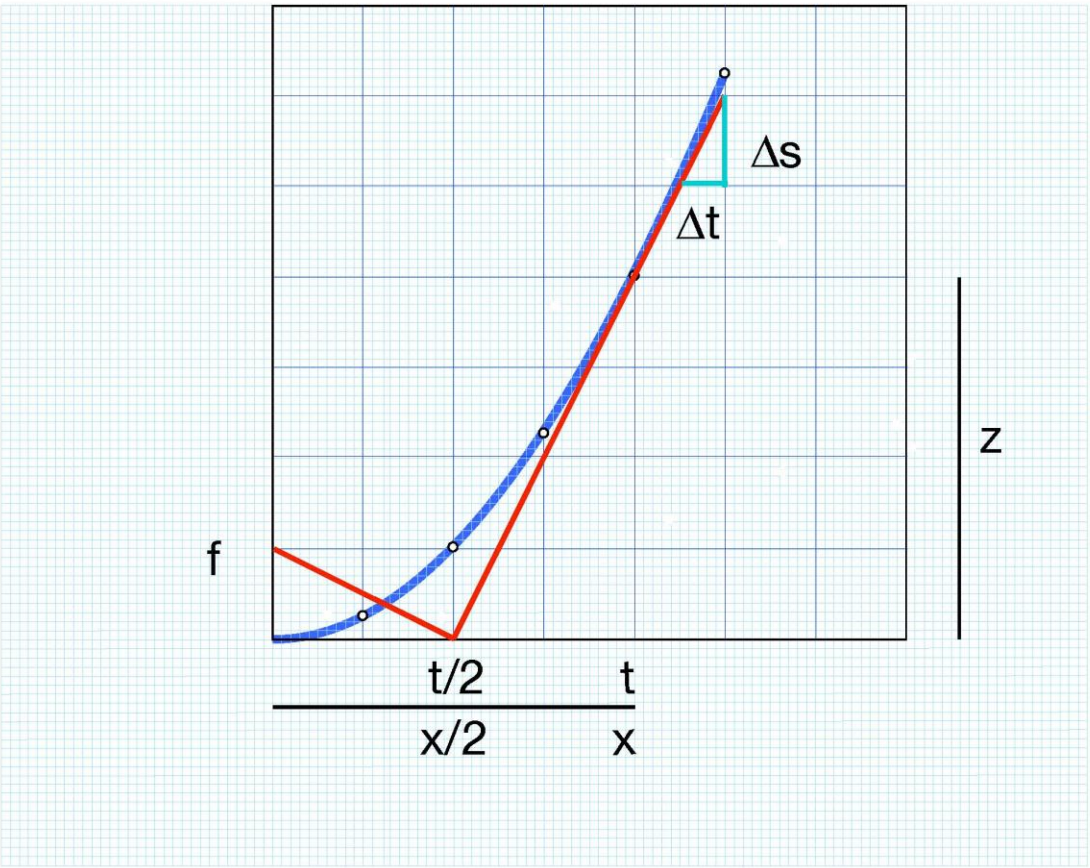


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{z}{x/2} = \frac{x/2}{f}$$

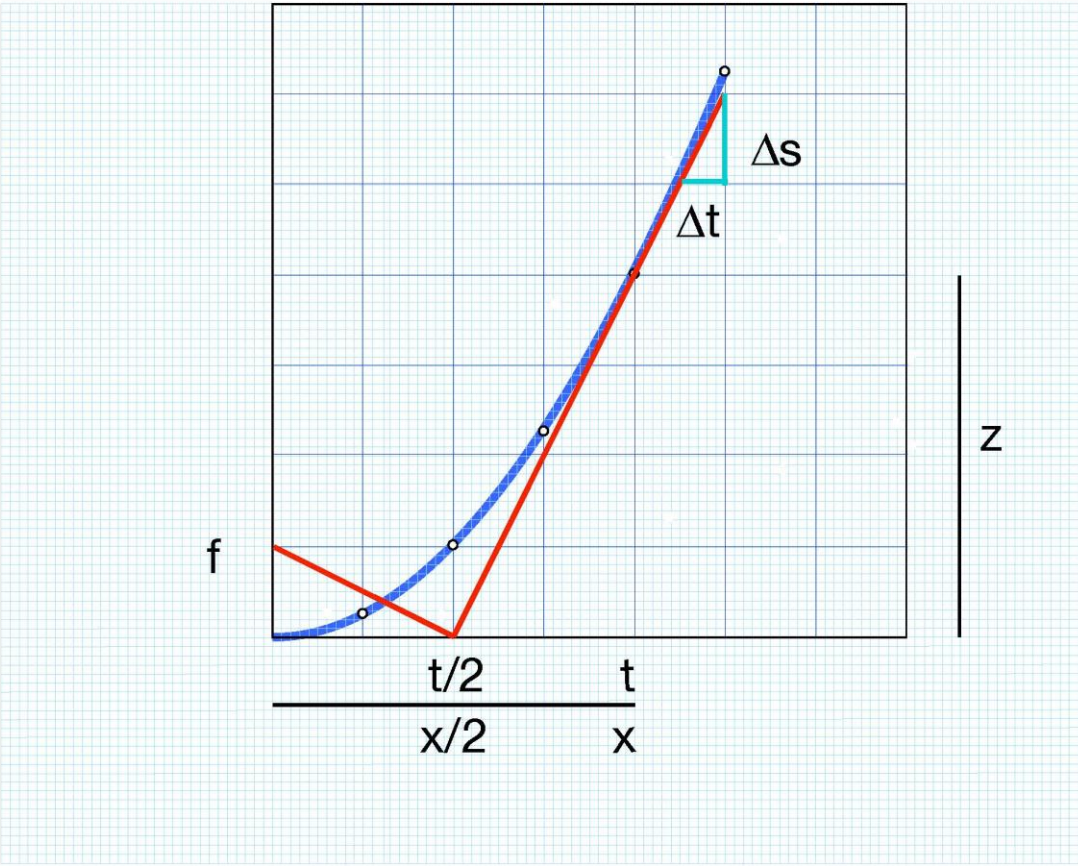
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{z}{x/2} = \frac{x/2}{f}$$

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{x/2}{f}$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

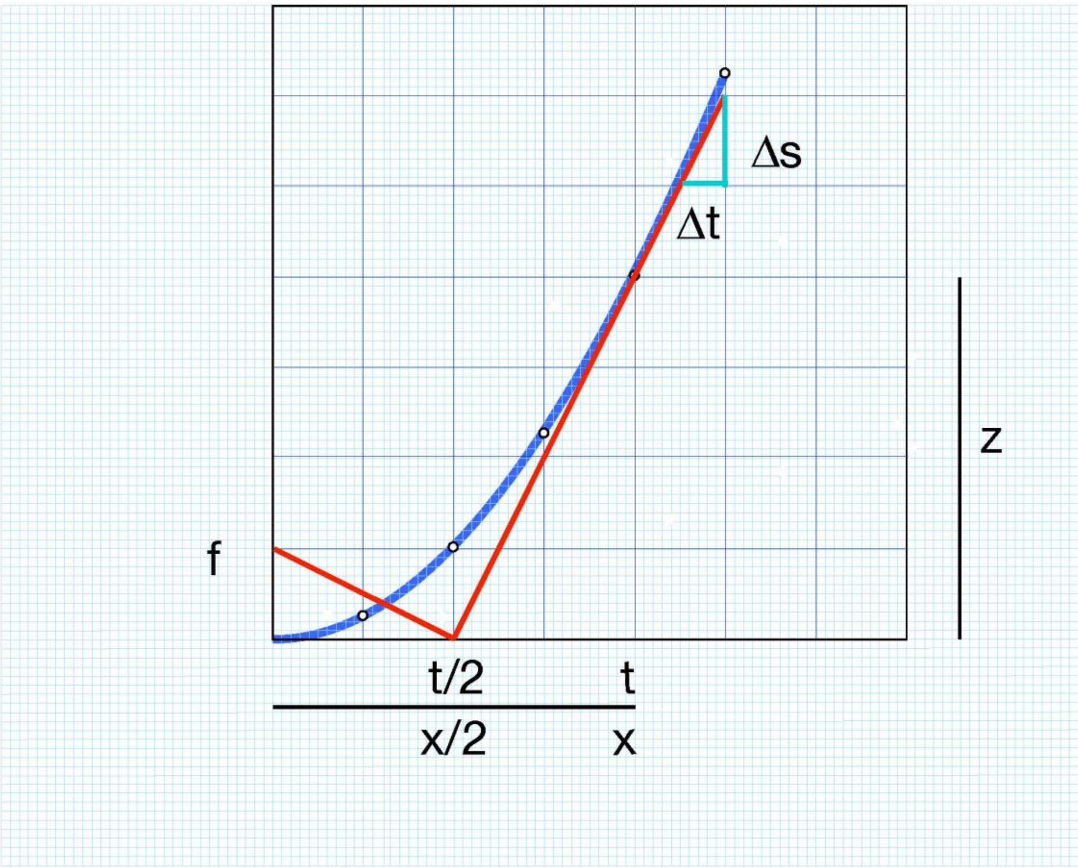


$$\frac{z}{x/2} = \frac{x/2}{f}$$

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{x/2}{f}$$

$$z = \frac{x^2}{4f}$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



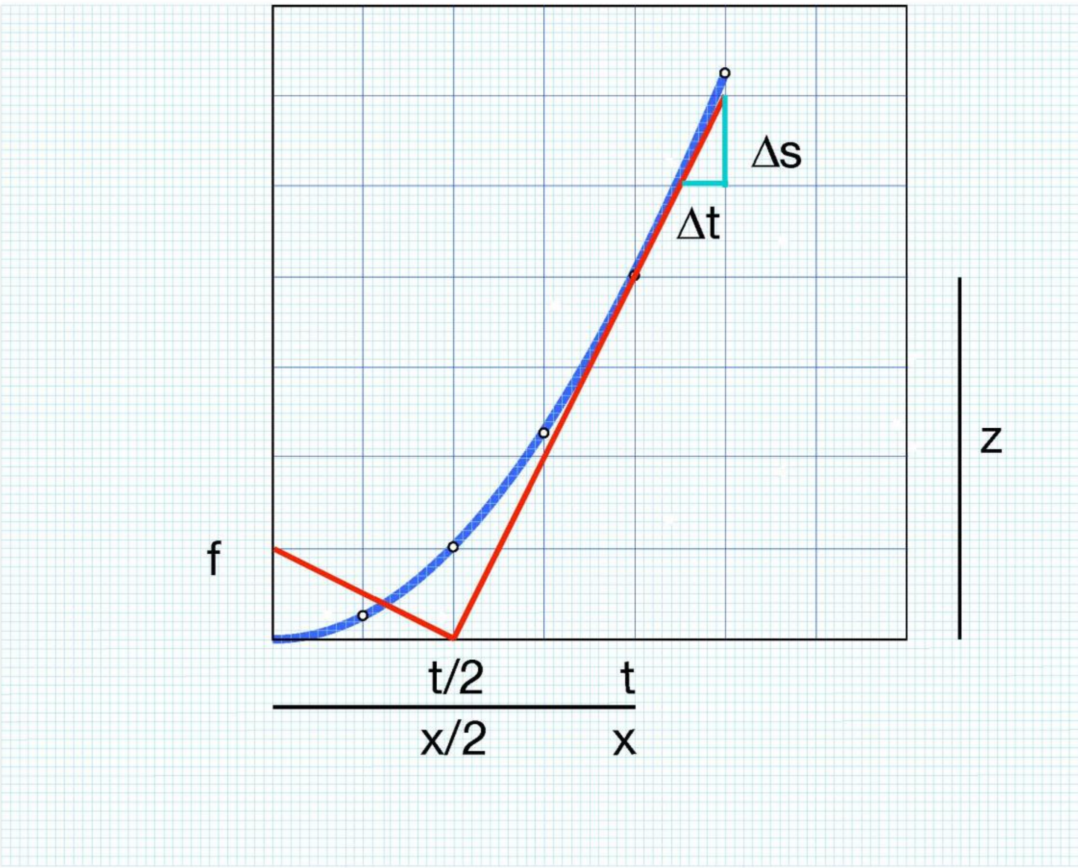
$$\frac{z}{x/2} = \frac{x/2}{f}$$

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{x/2}{f}$$

$$z = \frac{x^2}{4f}$$

substituindo z pela posição S do móvel e x pelo instante de tempo t, obtemos:

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{z}{x/2} = \frac{x/2}{f}$$

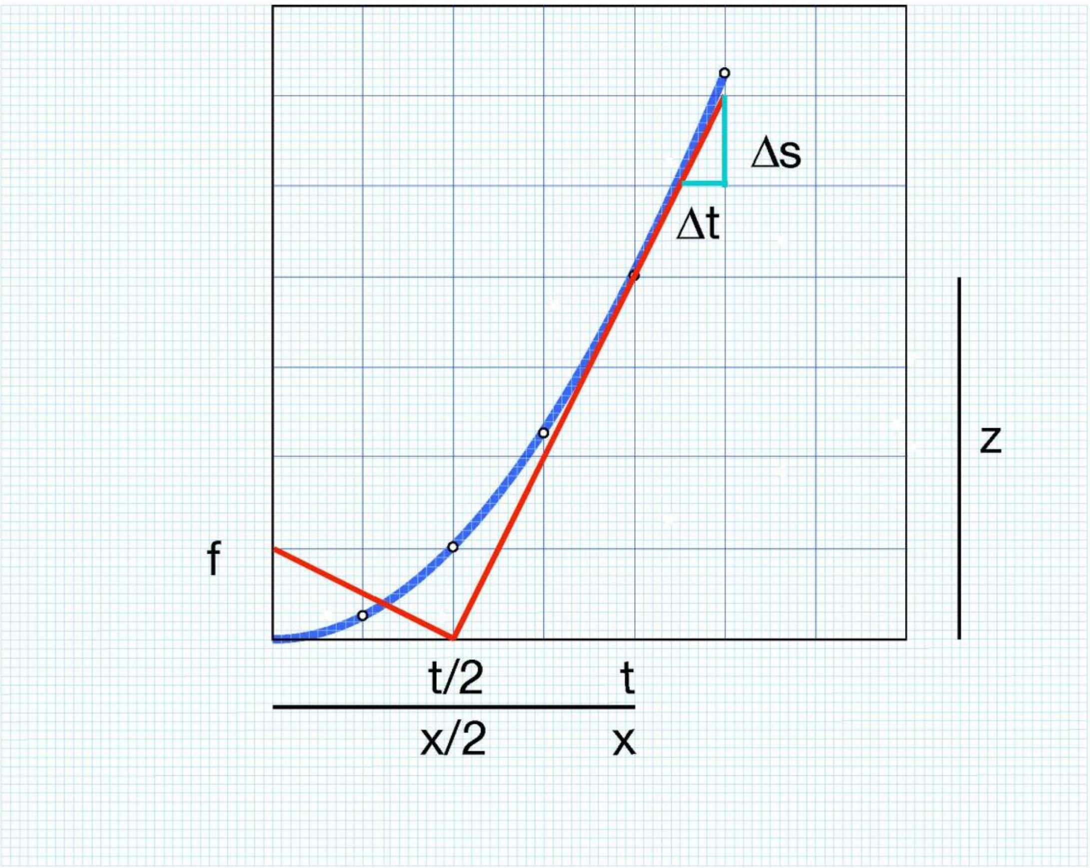
$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{x/2}{f}$$

$$z = \frac{x^2}{4f}$$

substituindo z pela posição S do móvel e x pelo instante de tempo t, obtemos:

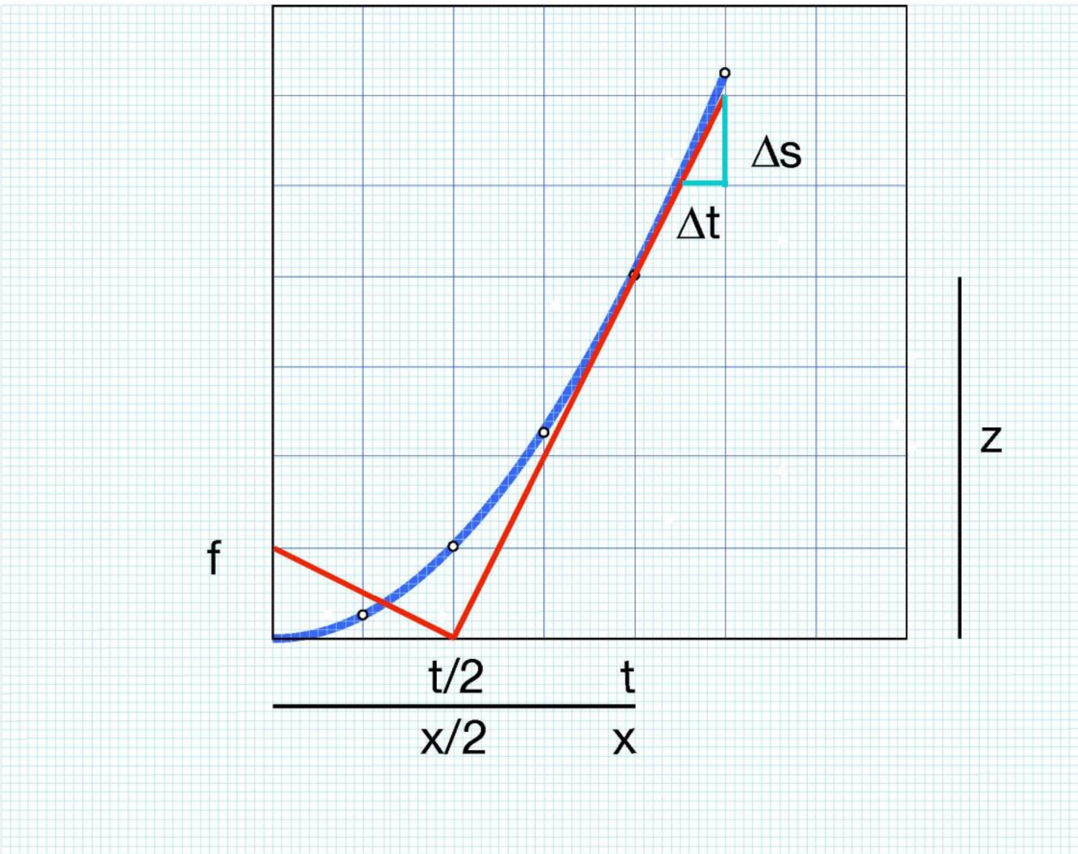
$$S = \frac{t^2}{4f}$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{t}{2f}$$

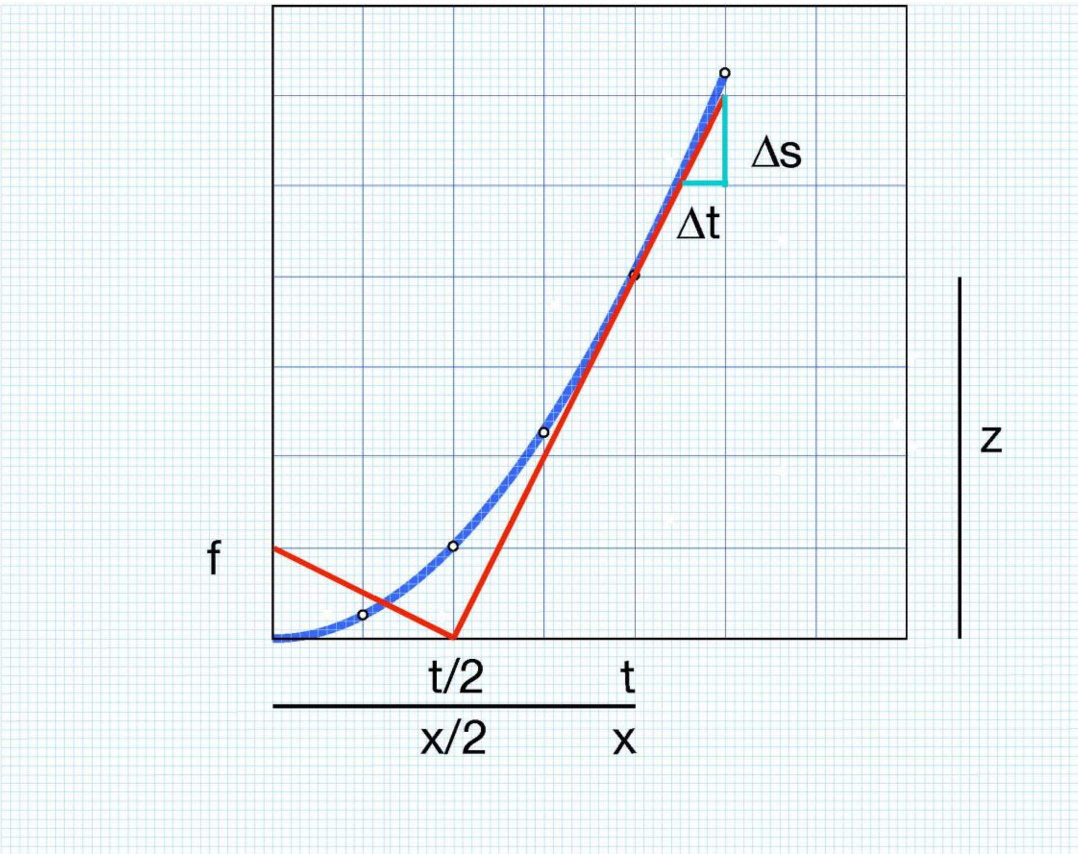
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{t}{2f}$$

$$\frac{1}{2f} = a$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

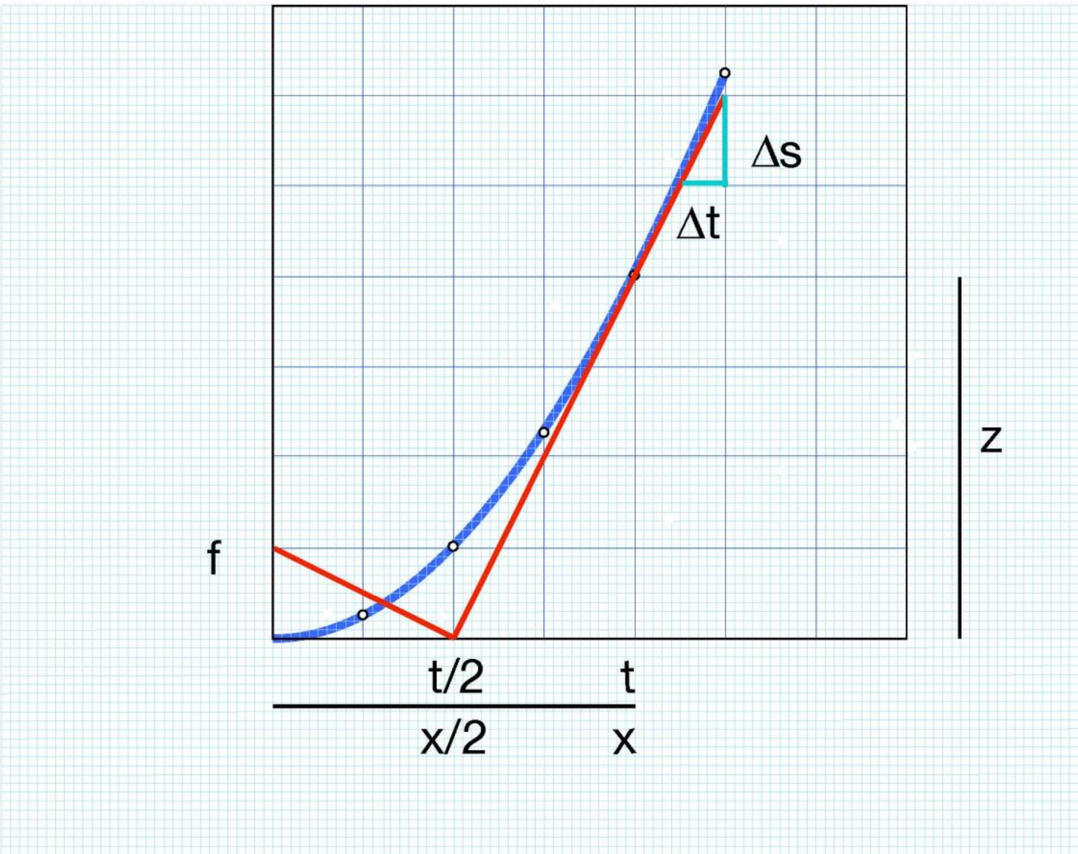


$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{t}{2f}$$

$$\frac{1}{2f} = a$$

$$S = \frac{at^2}{2}$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



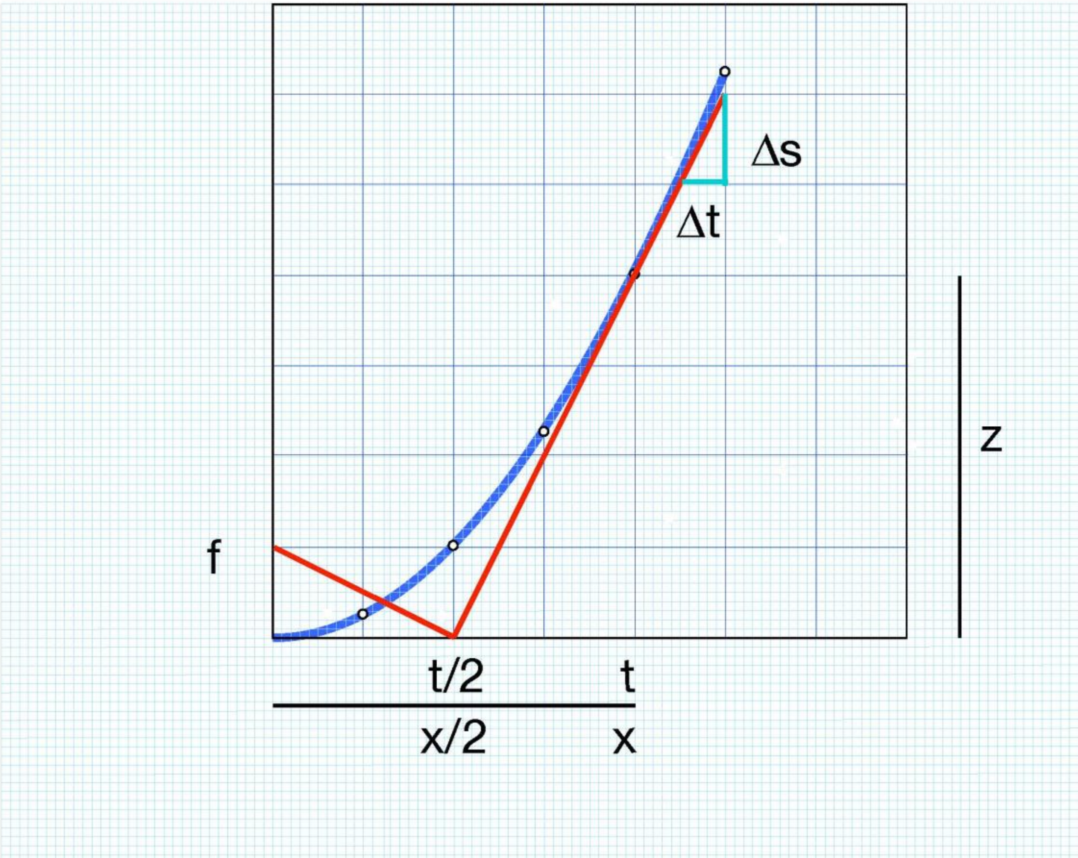
$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{t}{2f}$$

$$\frac{1}{2f} = a$$

$$S = \frac{at^2}{2}$$

sendo $v = at$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{t}{2f}$$

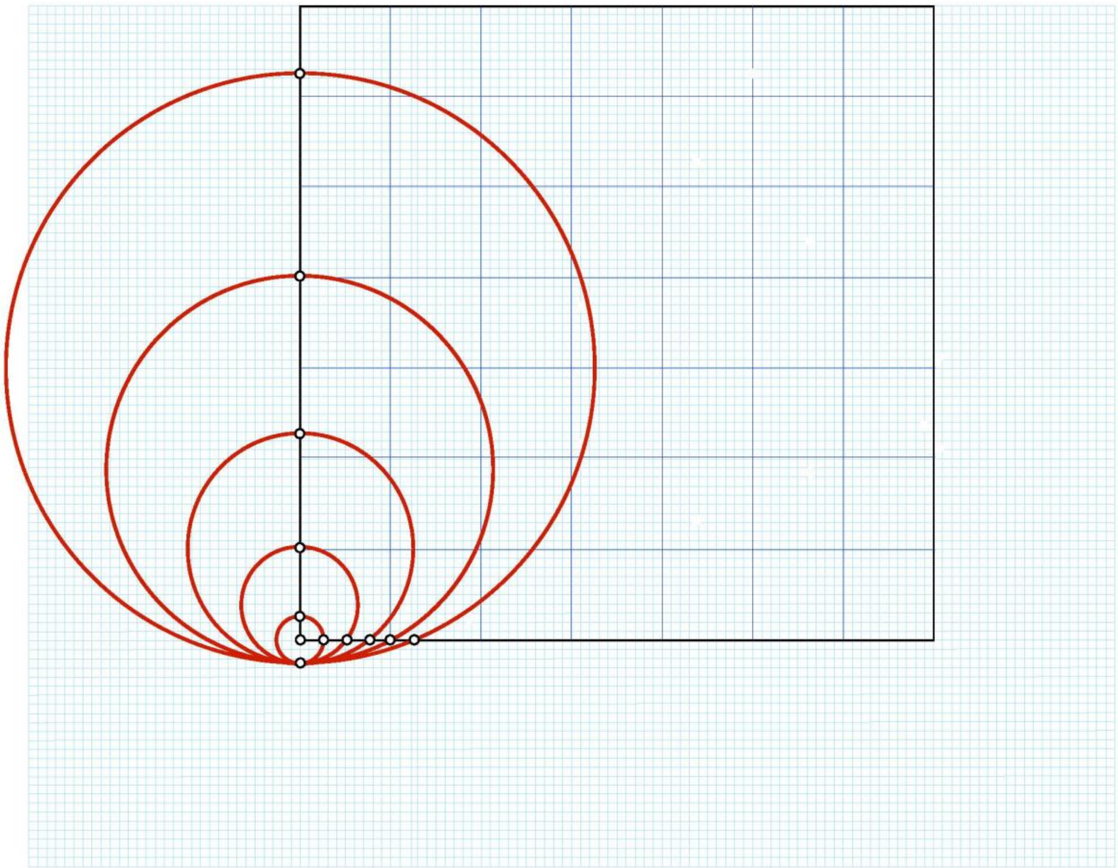
$$\frac{1}{2f} = a$$

$$S = \frac{at^2}{2}$$

sendo $v = at$

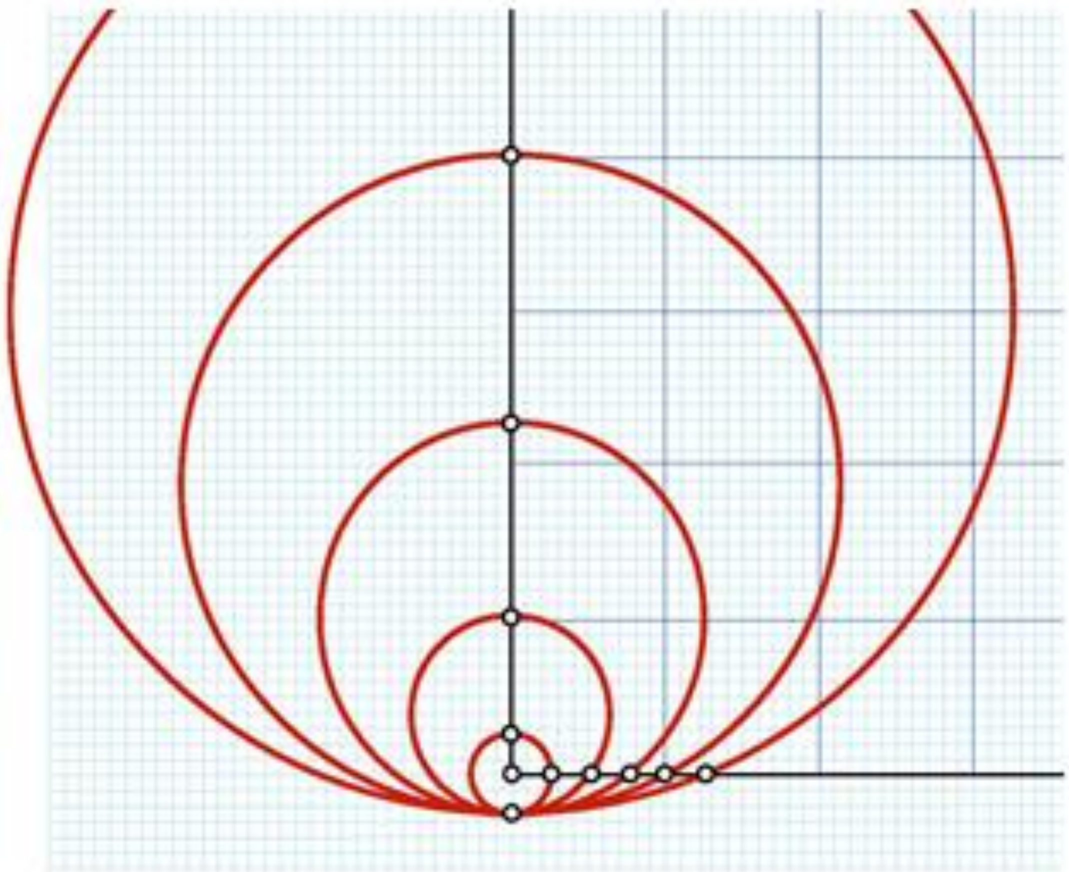
$$S = \frac{v^2}{2a}$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



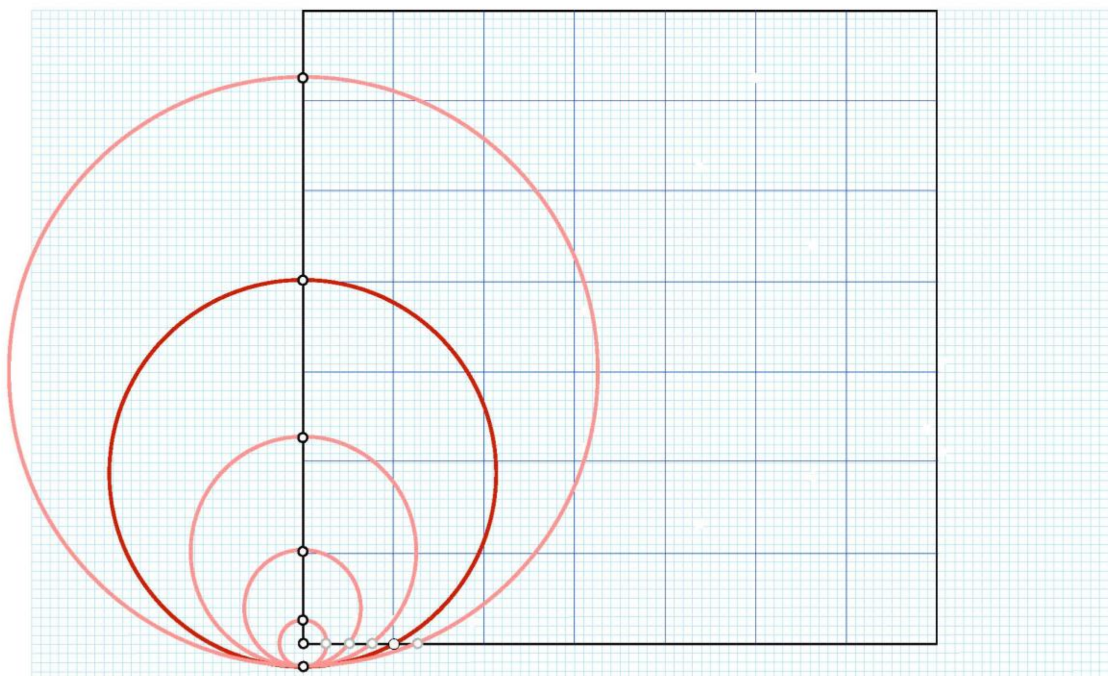
Circunferências auxiliares de diâmetro igual a adição de um dos deslocamentos realizados mais o primeiro deslocamento que serve como unidade de comprimento.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



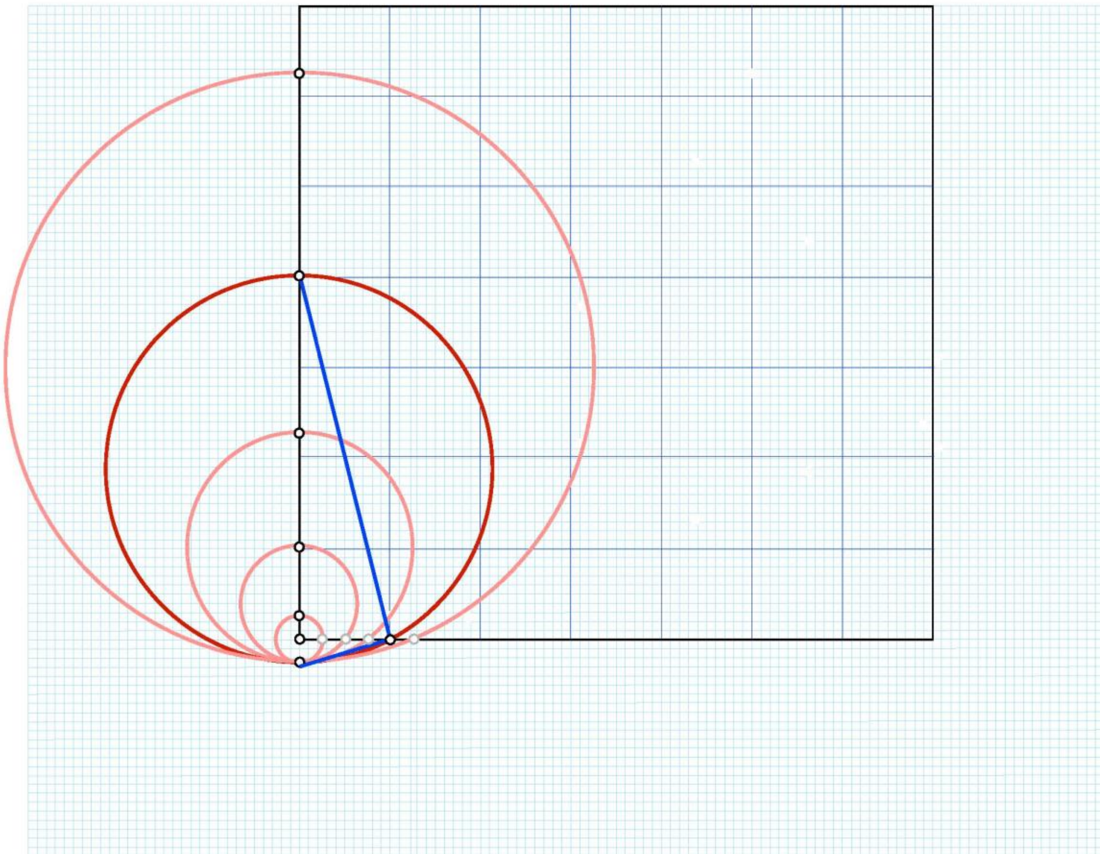
A interseção das circunferências com o eixo horizontal determina diferentes segmentos. Cada um deles corresponde a raiz quadrada do deslocamento que compõe o diâmetro da circunferência.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

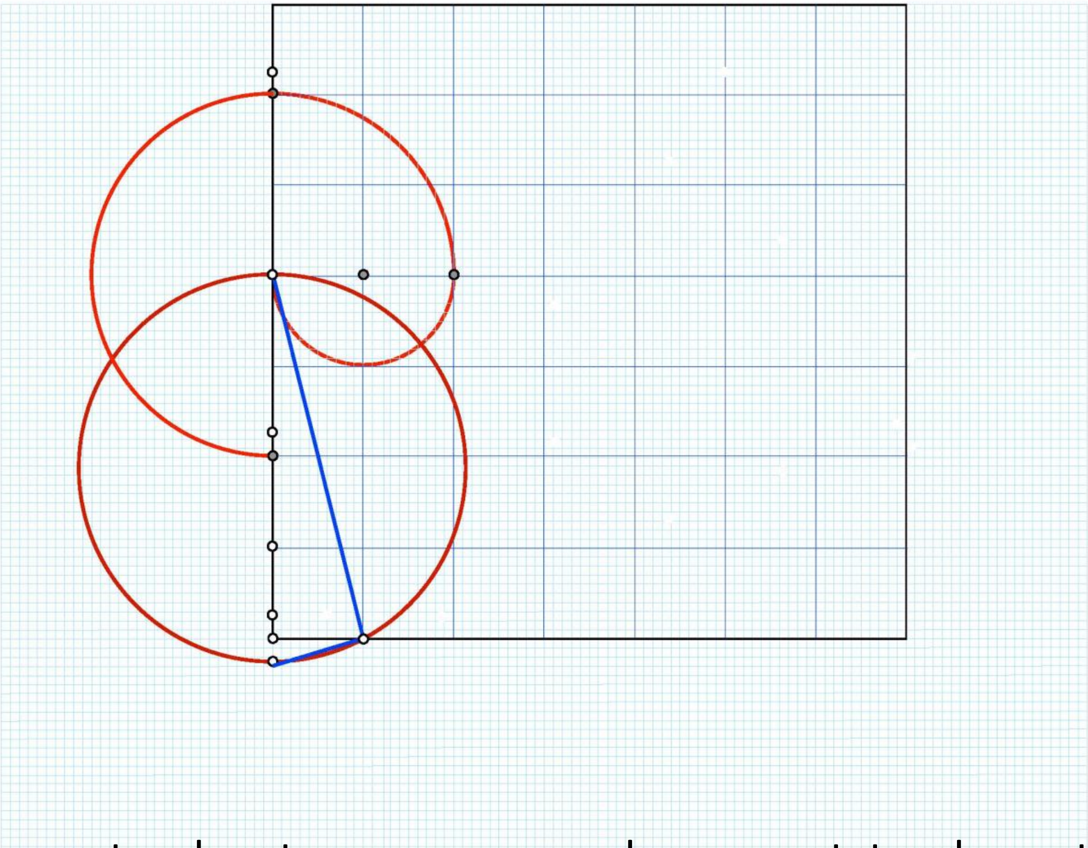


Circunferências de diâmetro igual a soma das distâncias s iguais a 1, 4, 9 e 16 vezes o primeiro deslocamento mais o primeiro deslocamento realizado, igual a u. A interseção destas circunferências com o eixo horizontal corresponde a um segmento de reta de comprimento igual a raiz quadrada do deslocamento z_G. Destacamos na figura a distância igual a 16 vezes o primeiro deslocamento.

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)

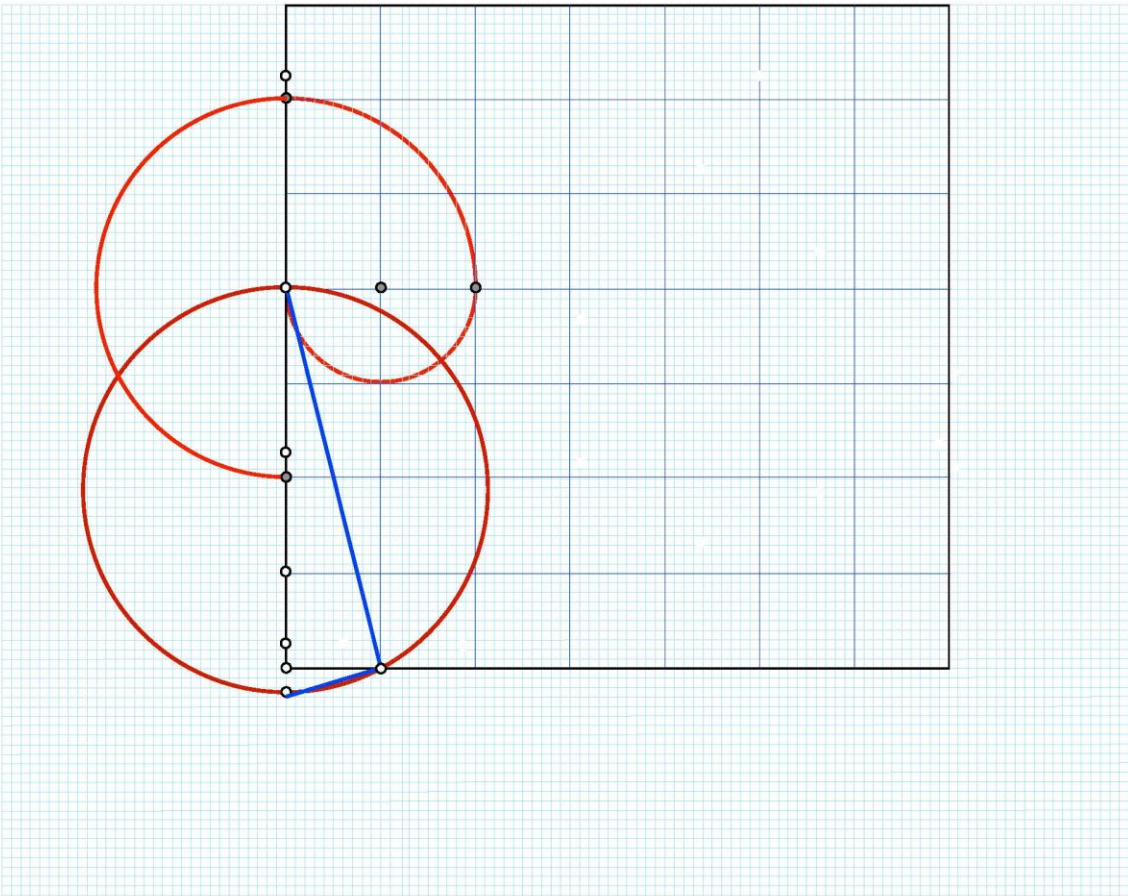


Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



Os segmentos de reta que correspondem aos catetos de um triângulo retângulo estabelecem a relação $s/z_G = z_G/u$. Os arcos em espiral definem a relação $2z_G = v\Delta t$. Este comportamento pode ser verificado por construção geométrica para todas as outras distâncias indicadas.

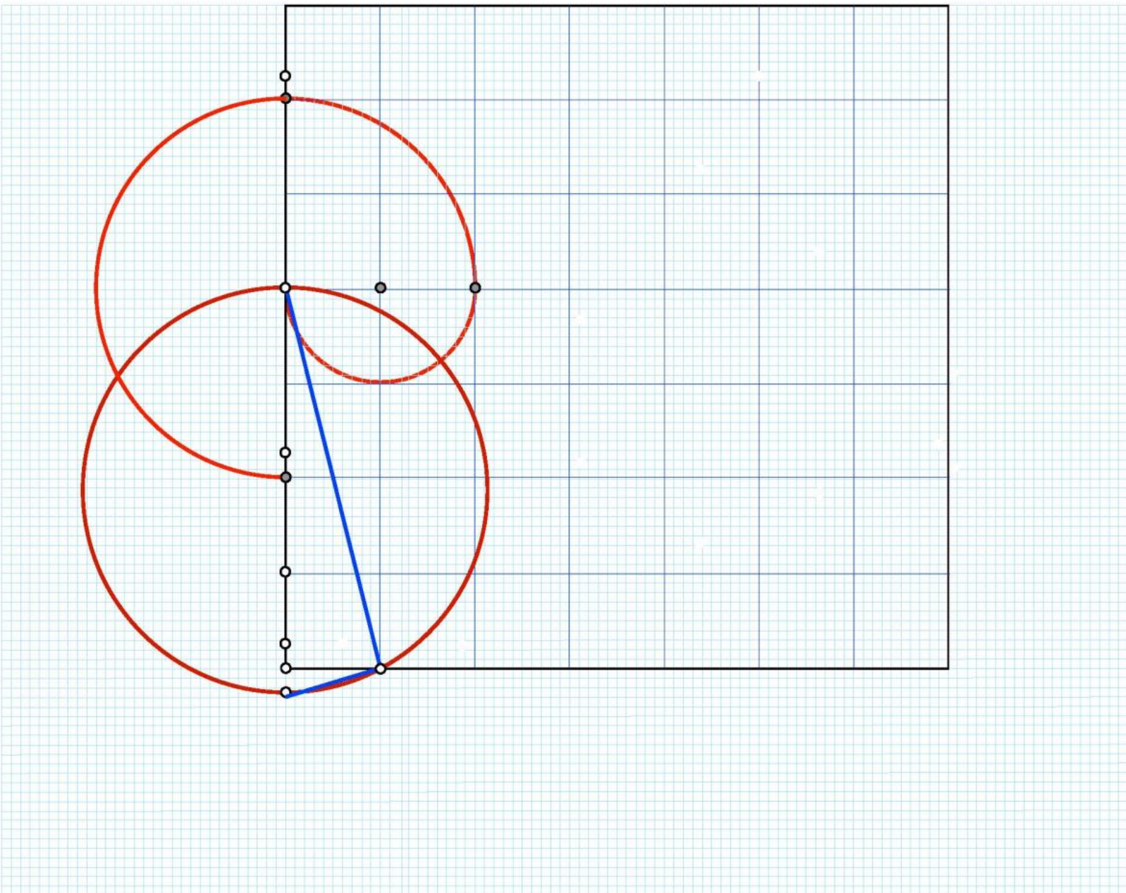
Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{s}{z_G} = \frac{z_G}{u} \qquad z_G = \frac{v}{2}\Delta t$$

$$u = \frac{a}{2}\Delta t^2$$

Aula 3 – O movimento da partícula (continuação)



$$\frac{s}{z_G} = \frac{z_G}{u} \qquad z_G = \frac{v}{2}\Delta t$$

$$u = \frac{a}{2}\Delta t^2$$

Temos que:

$$s = \frac{v^2}{2a}$$

Aula 4

- Nesta aula discutimos os resultados de diferentes combinações das duas classes e movimento estudadas e as suas consequências. Ao final da discussão procuramos realçar o papel da aceleração não somente como um parâmetro físico que estabelece a variação do valor da velocidade ao longo do movimento mas também como um agente físico que pode alterar a direção do movimento que o móvel realiza.

Aula 4

1
- Combinação dos movimentos

2
- Combinação dos movimentos (continuação)

3
- Construções de curvas semelhantes

Aula 4 – Composição dos movimentos

Inicialmente, consideramos o móvel como uma partícula que descreve um MRU na direção vertical.

Aula 4 – Composição dos movimentos

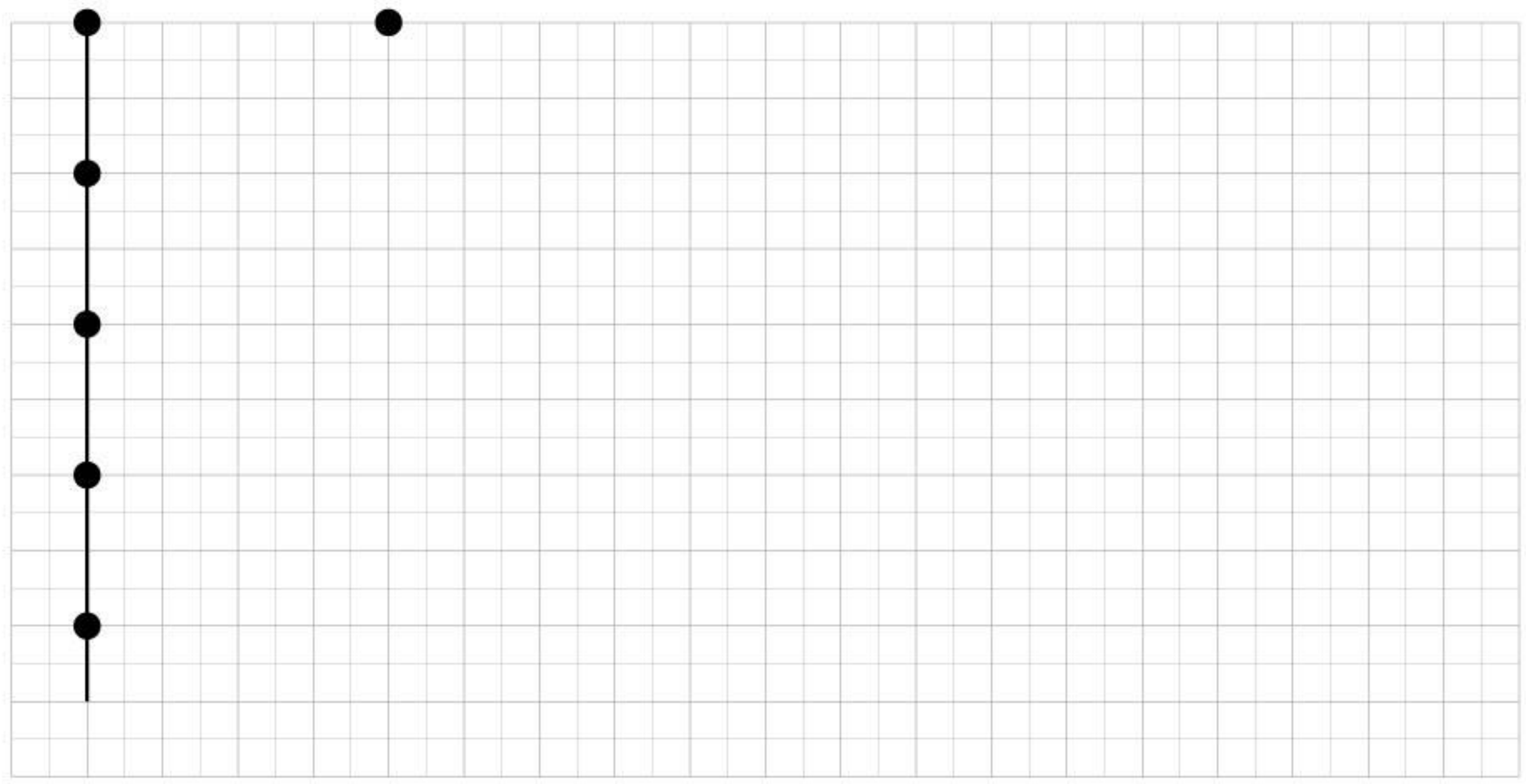
Aula 4 – Composição dos movimentos

Aula 4 – Composição dos movimentos

Aula 4 – Composição dos movimentos

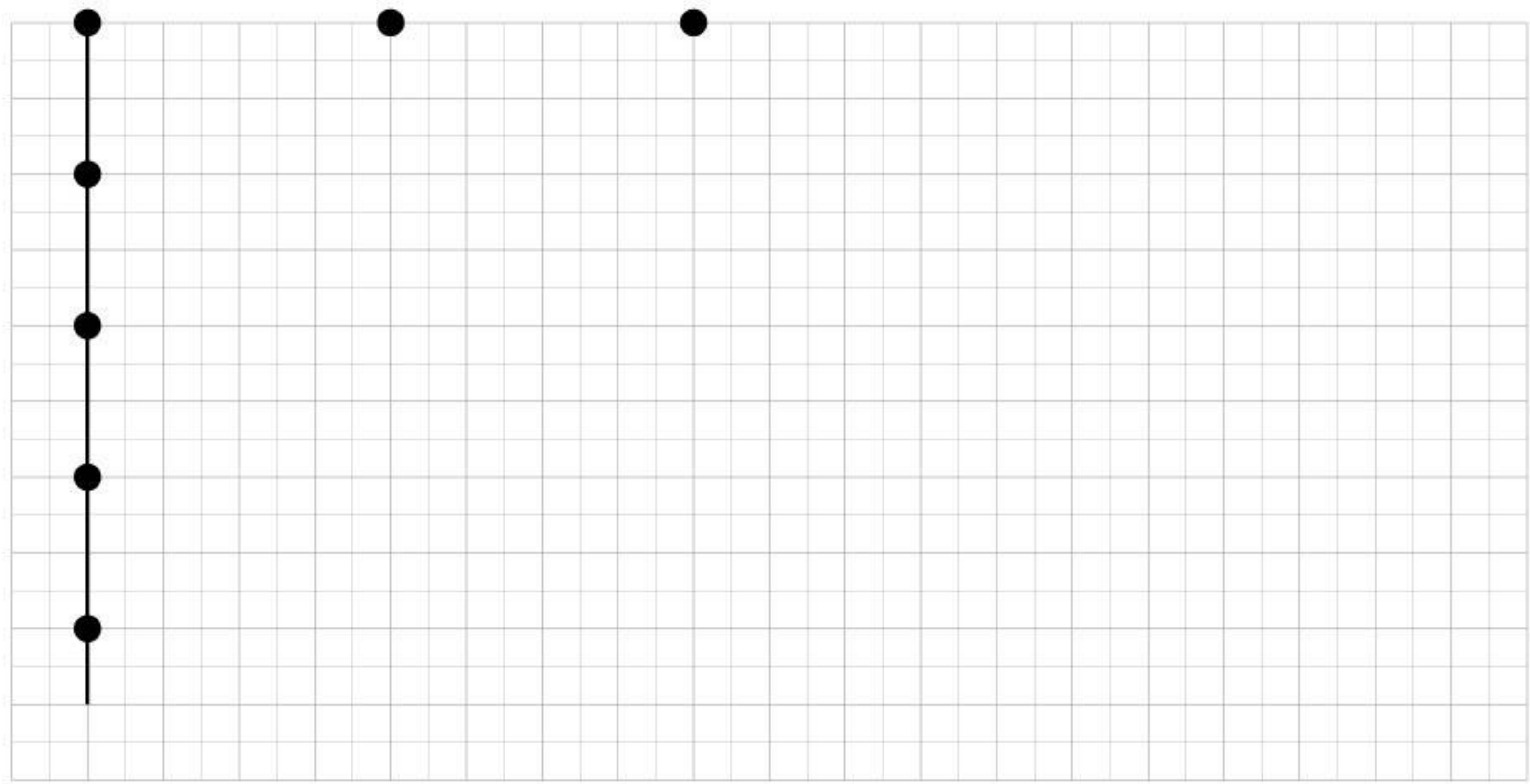
Aula 4 – Composição dos movimentos

Aula 4 – Composição dos movimentos

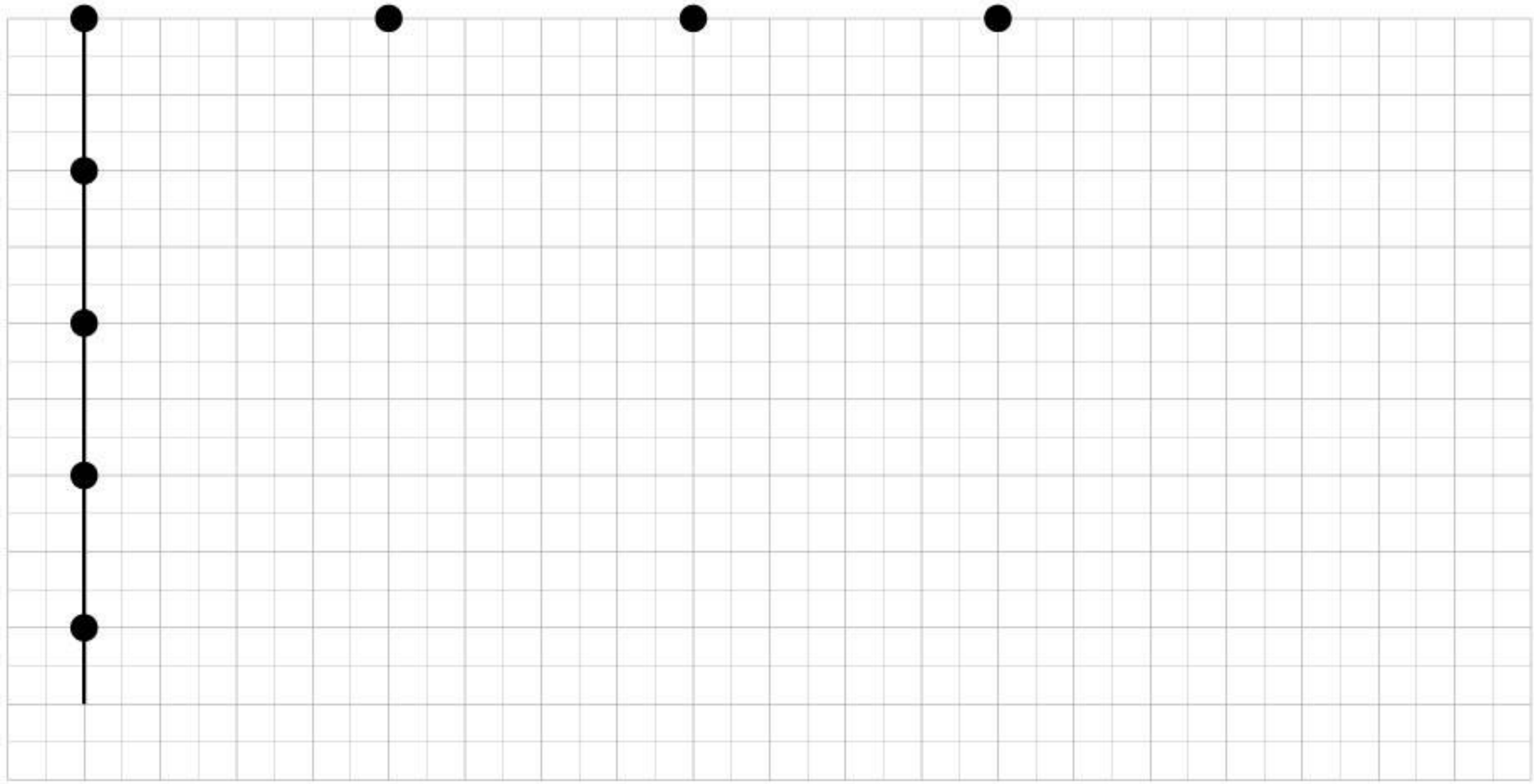


Representamos outro MRU na direção horizontal.

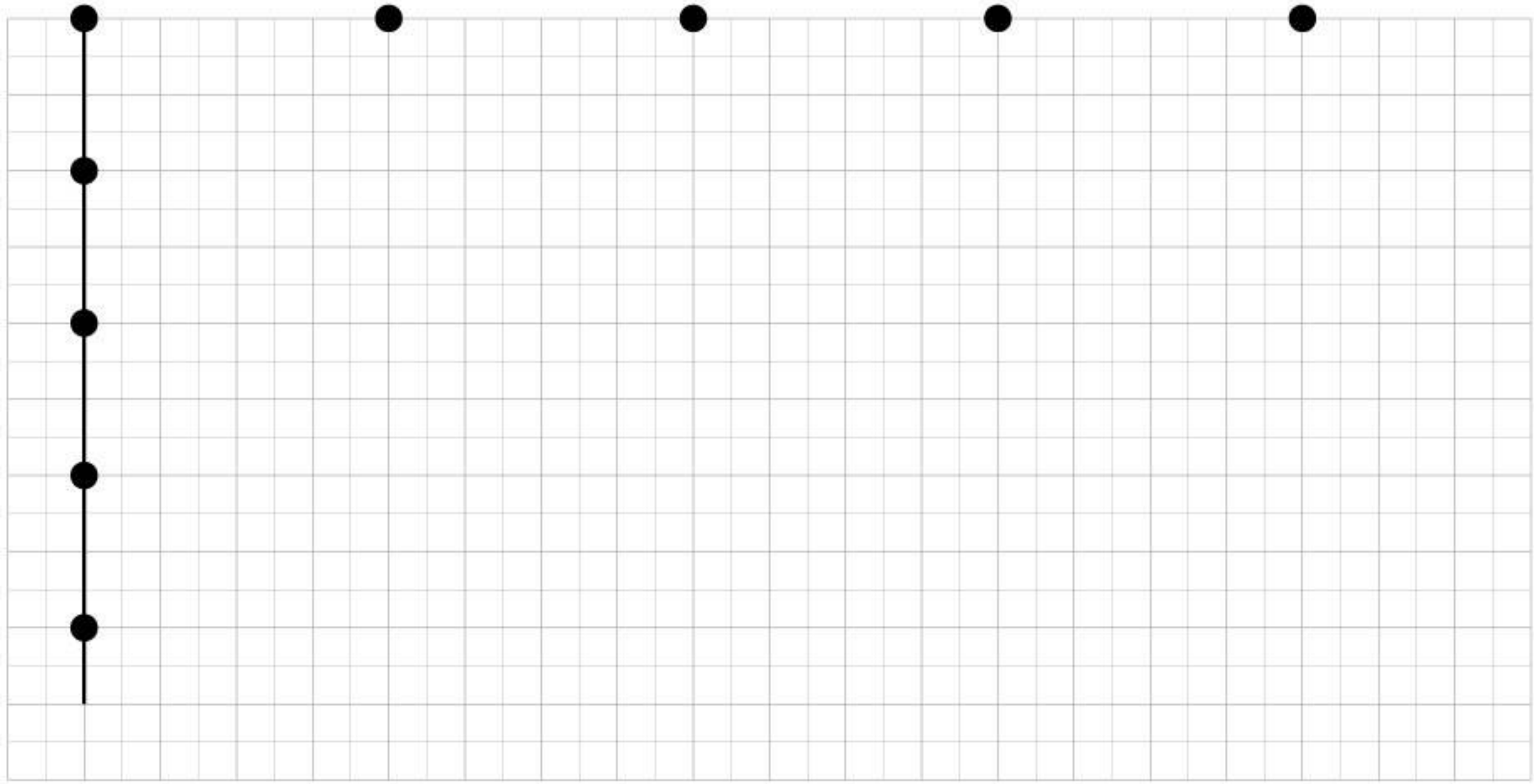
Aula 4 – Composição dos movimentos



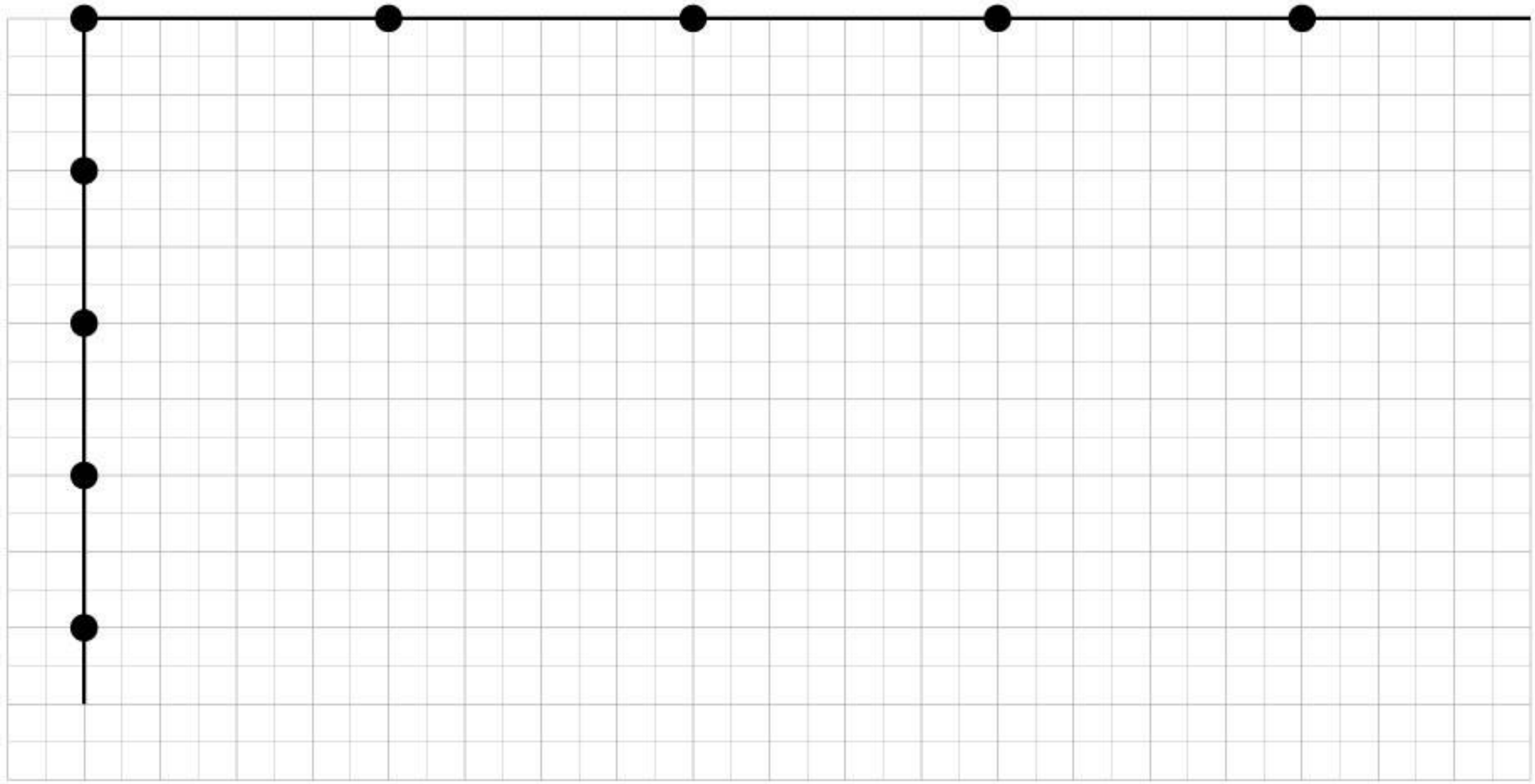
Aula 4 – Composição dos movimentos



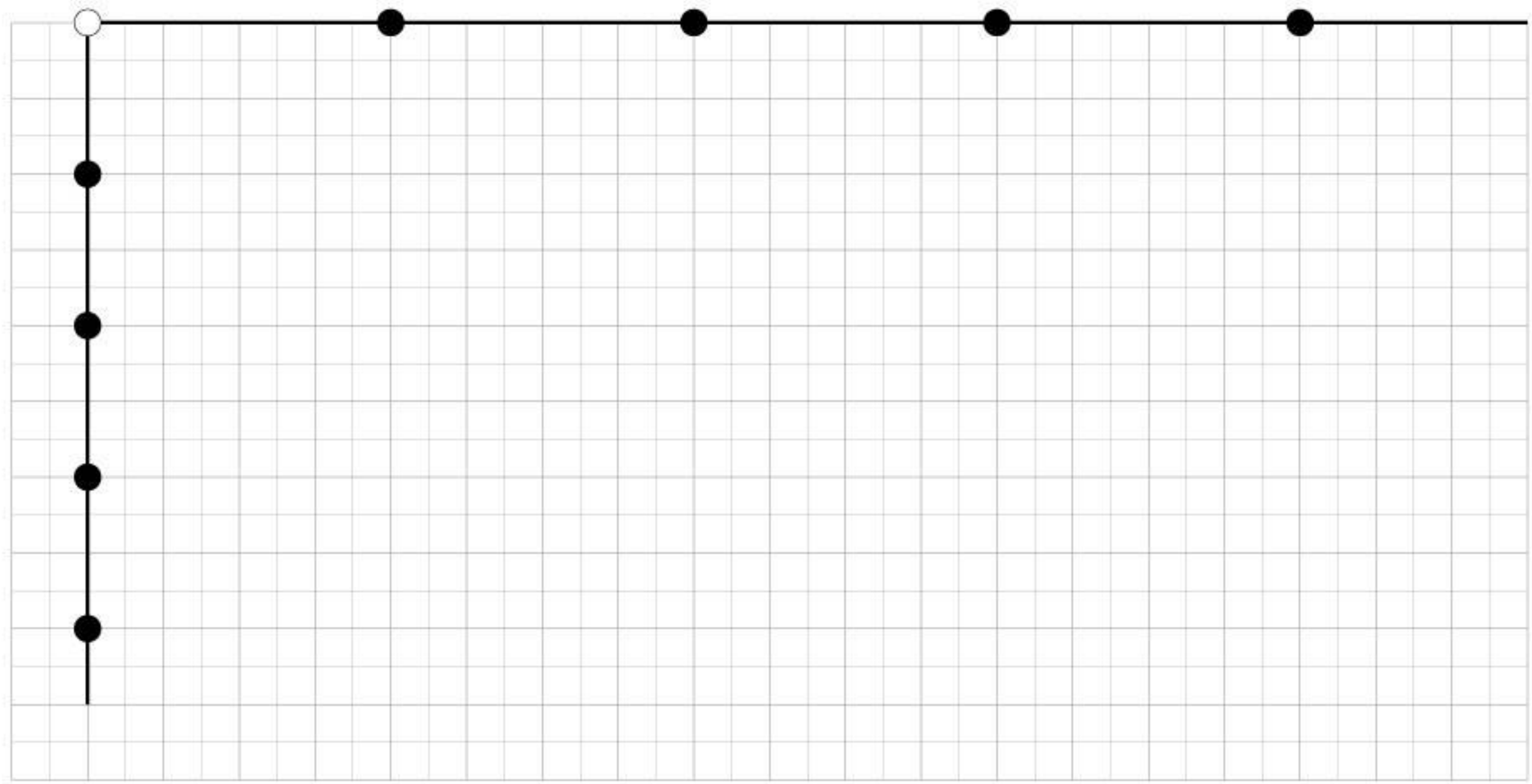
Aula 4 – Composição dos movimentos



Aula 4 – Composição dos movimentos

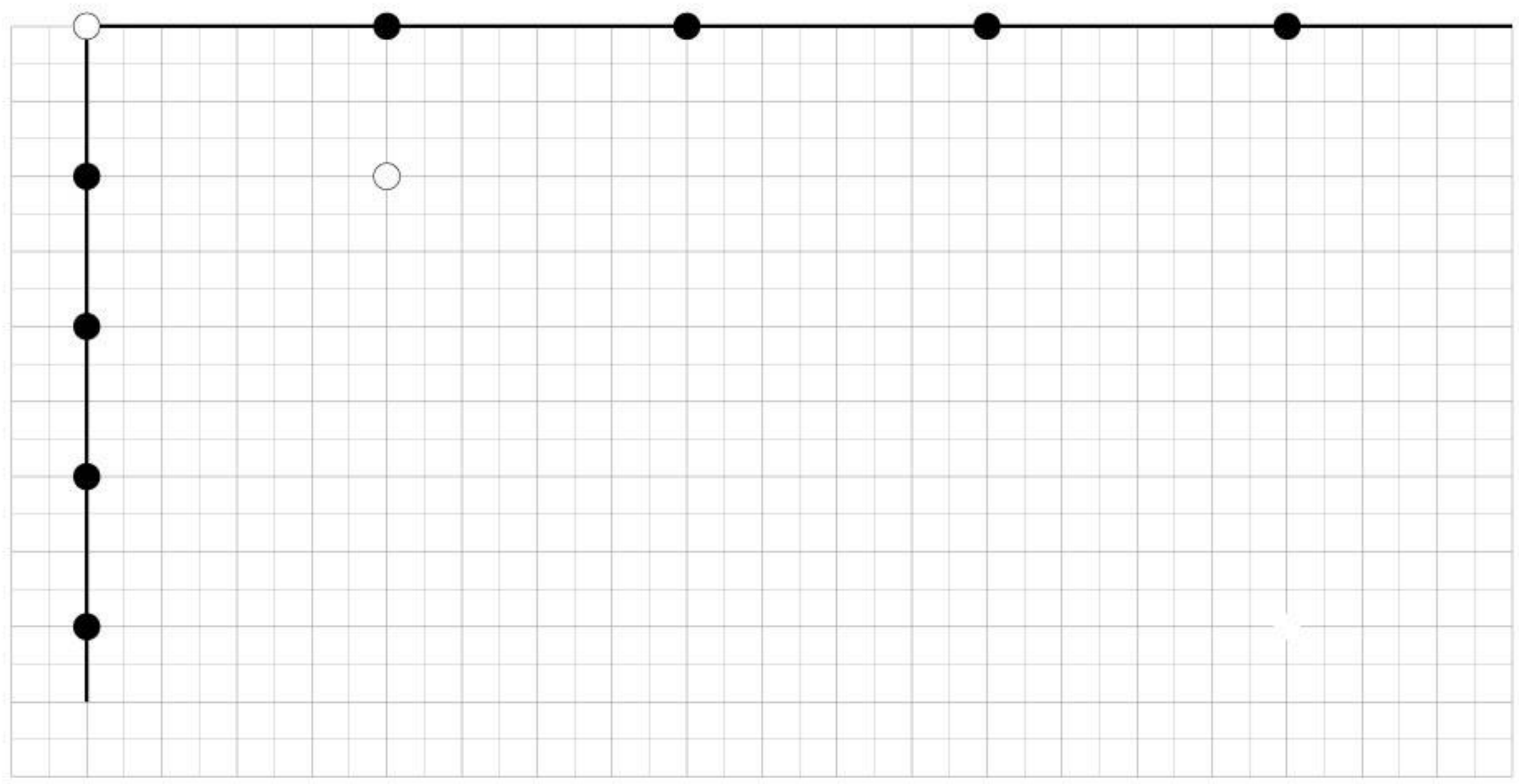


Aula 4 – Composição dos movimentos

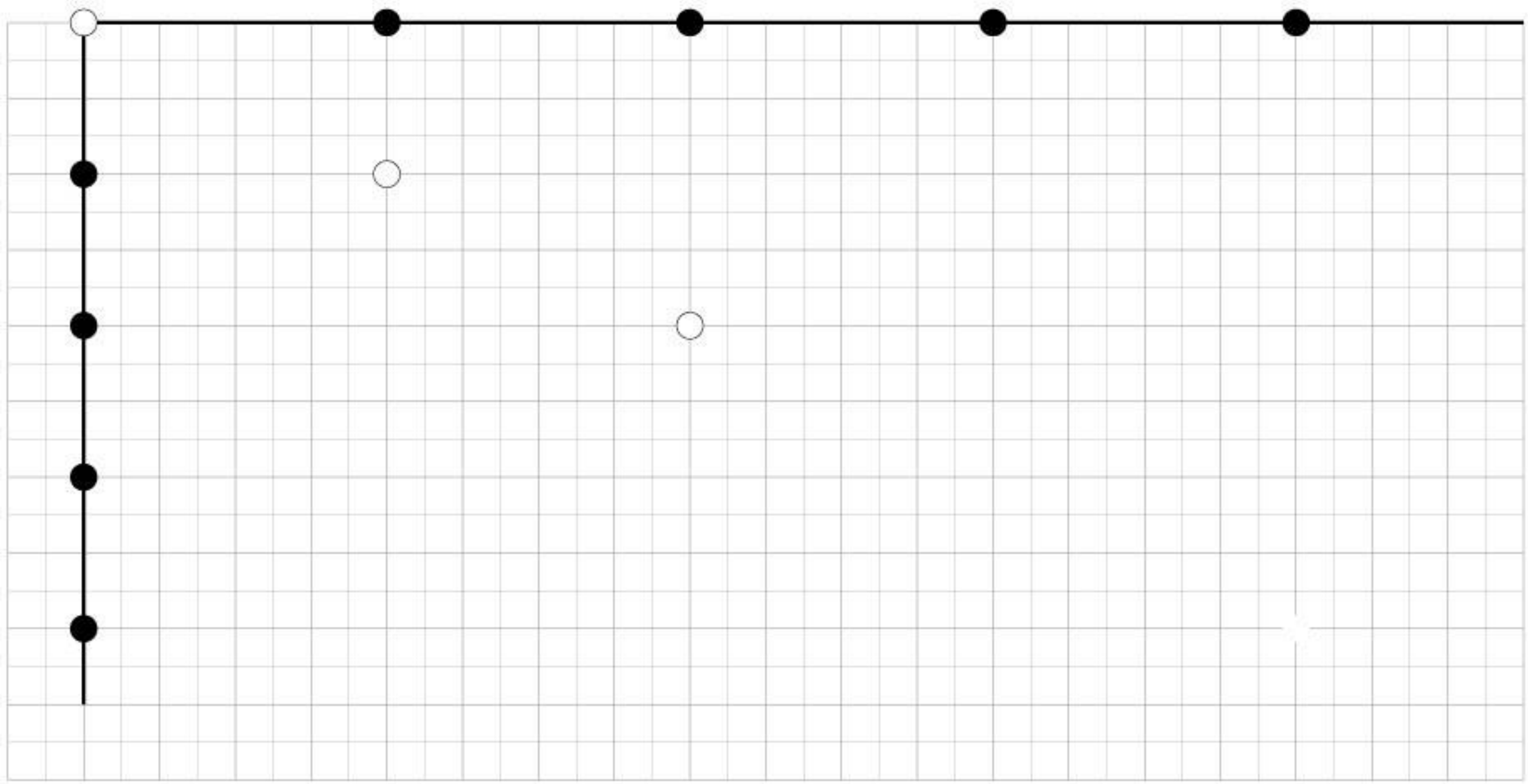


Combinamos os dois movimentos perpendiculares.

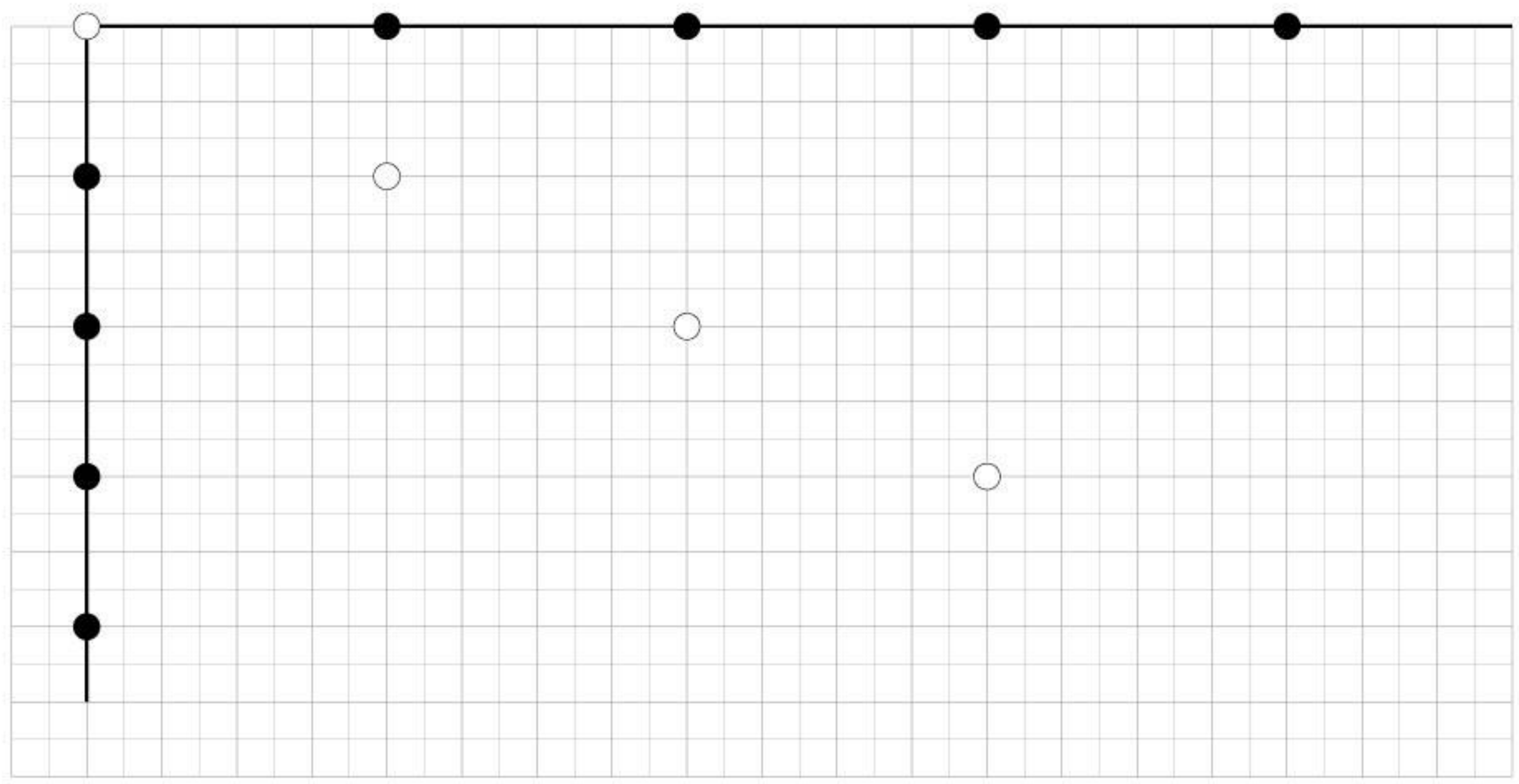
Aula 4 – Composição dos movimentos



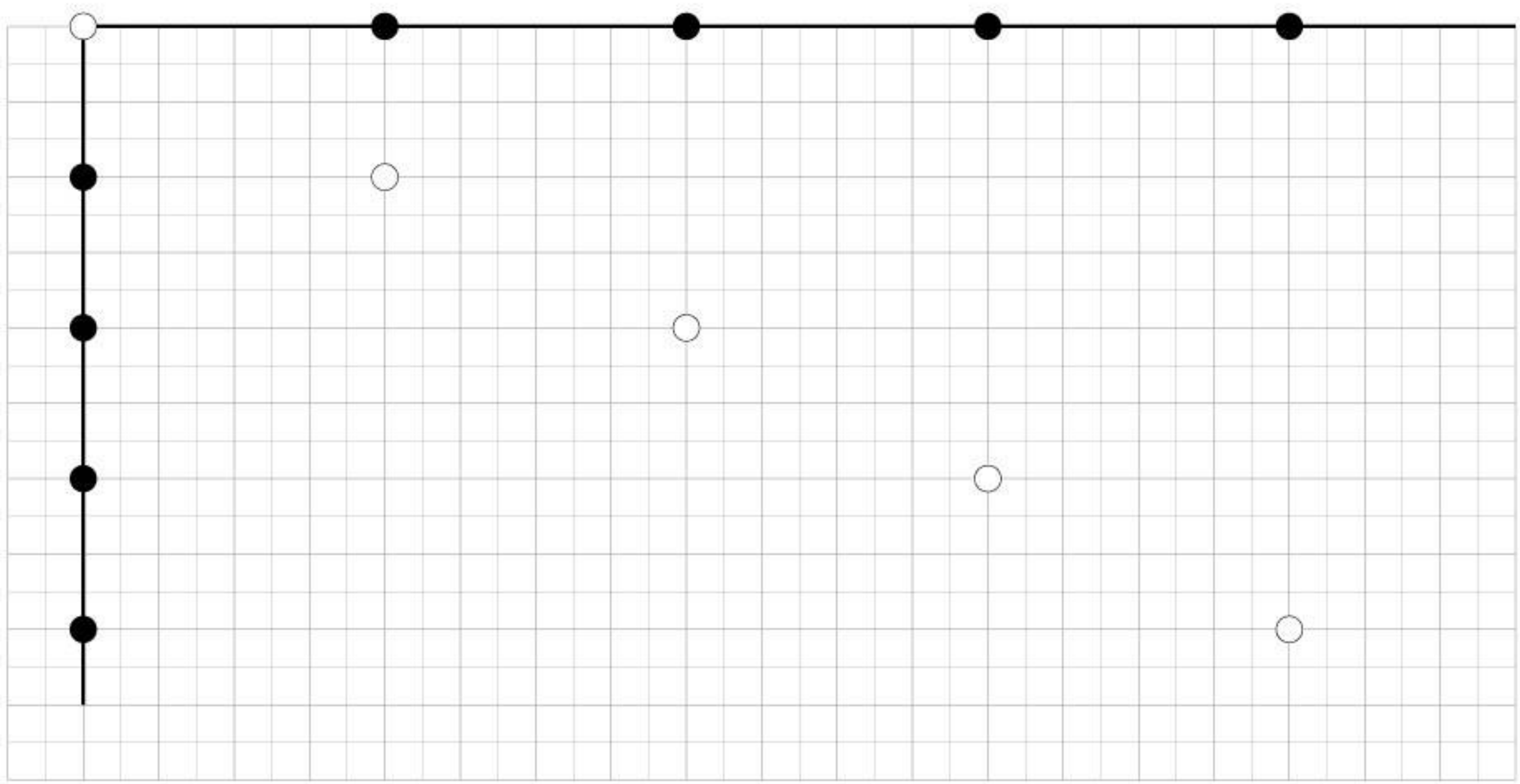
Aula 4 – Composição dos movimentos



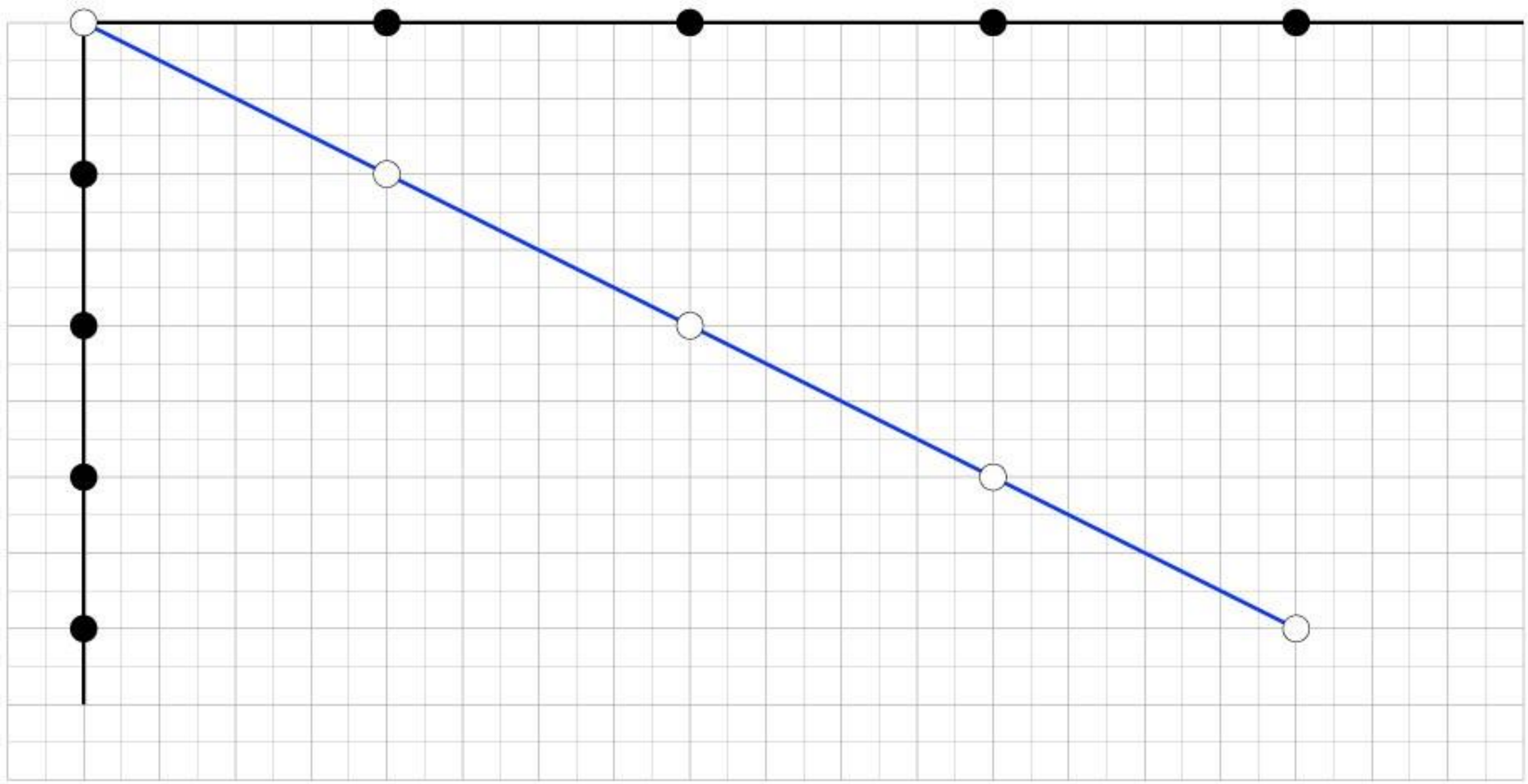
Aula 4 – Composição dos movimentos



Aula 4 – Composição dos movimentos



Aula 4 – Composição dos movimentos



A combinação dos dois movimentos implica também em um movimento retilíneo e uniforme.

Aula 4 – Composição dos movimentos

Inicialmente, consideramos o móvel como uma partícula que descreve um MRUV na direção vertical.

Aula 4 – Composição dos movimentos

Aula 4 – Composição dos movimentos

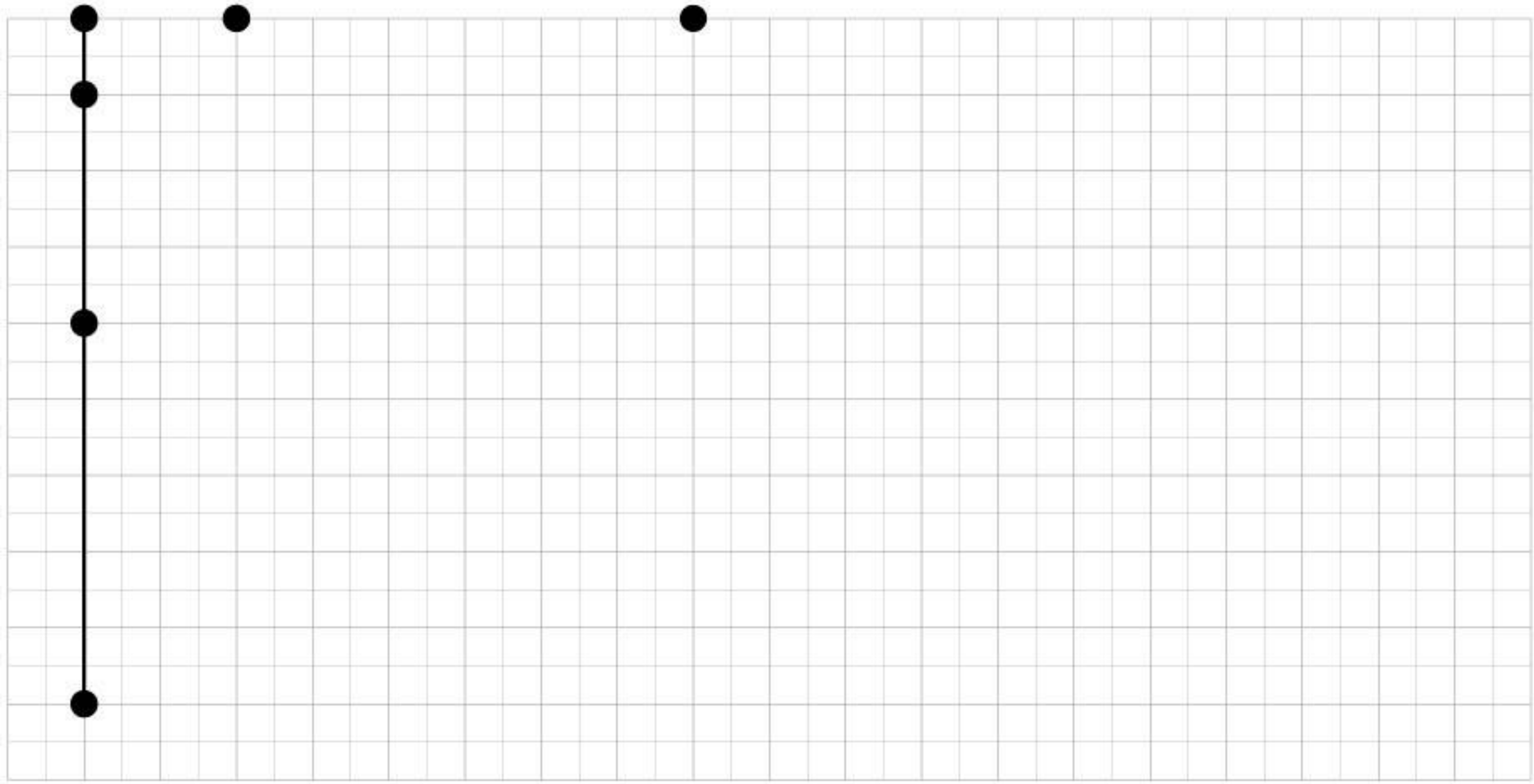
Aula 4 – Composição dos movimentos

Aula 4 – Composição dos movimentos

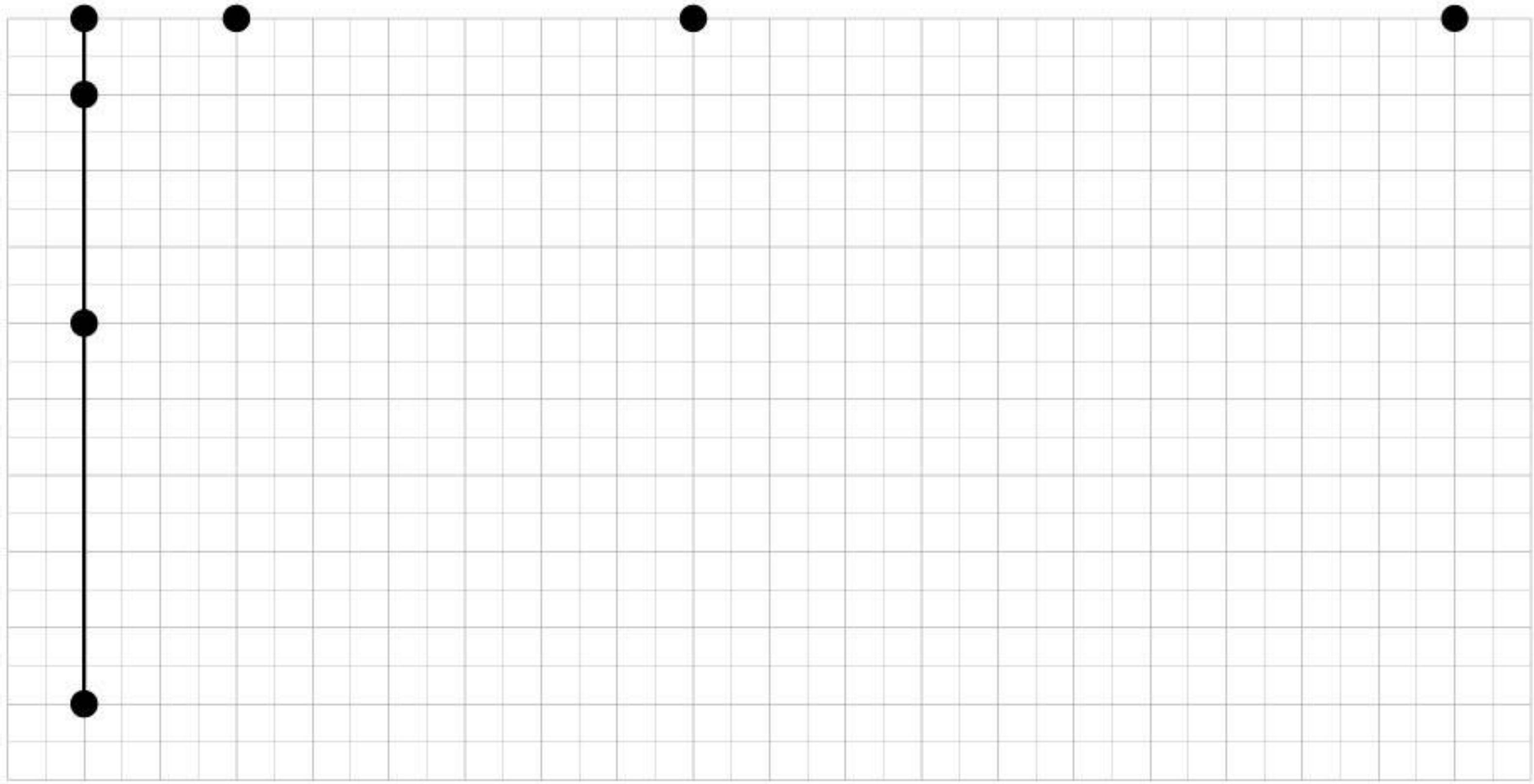
Aula 4 – Composição dos movimentos

Representamos outro MRUV na direção horizontal.

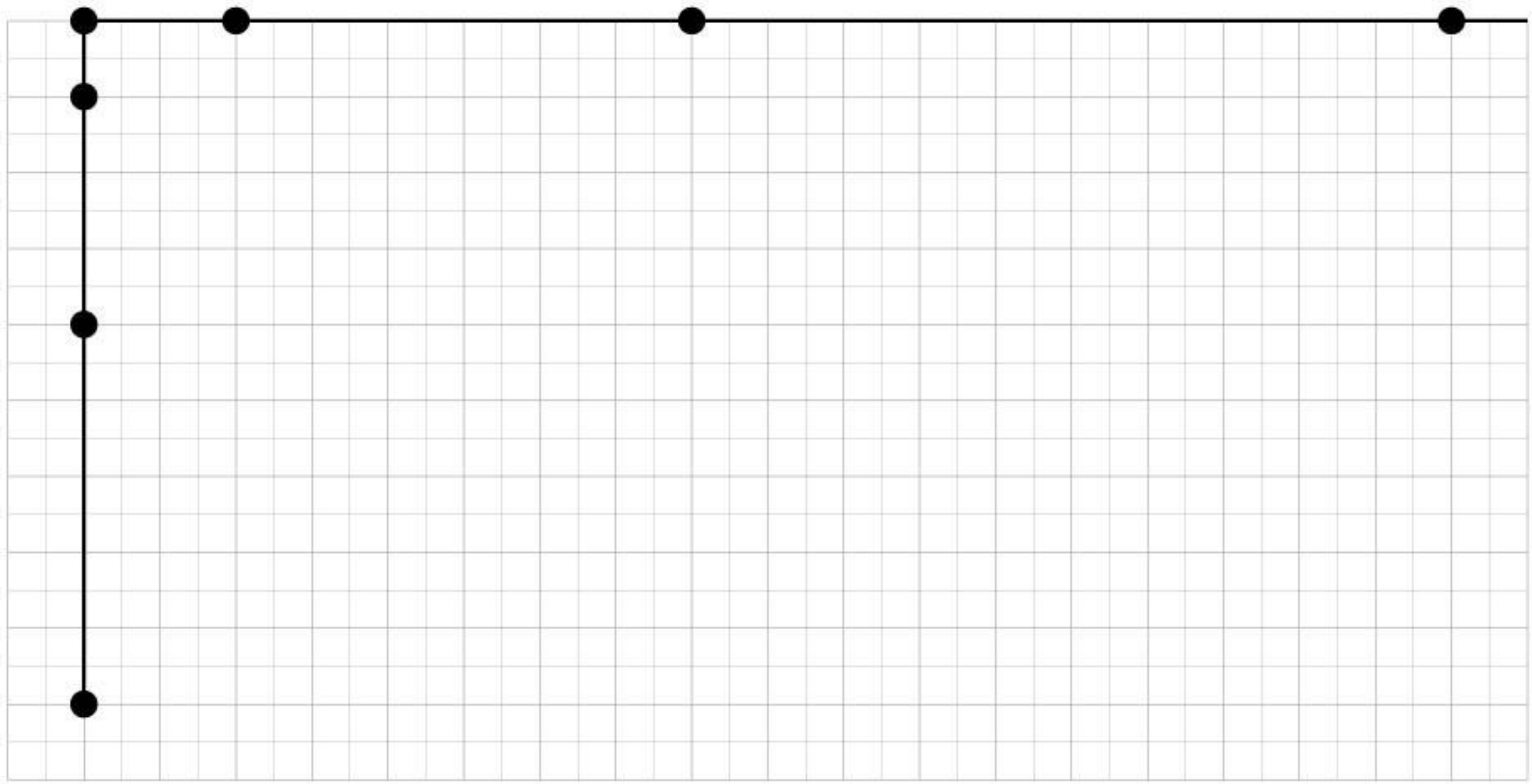
Aula 4 – Composição dos movimentos



Aula 4 – Composição dos movimentos

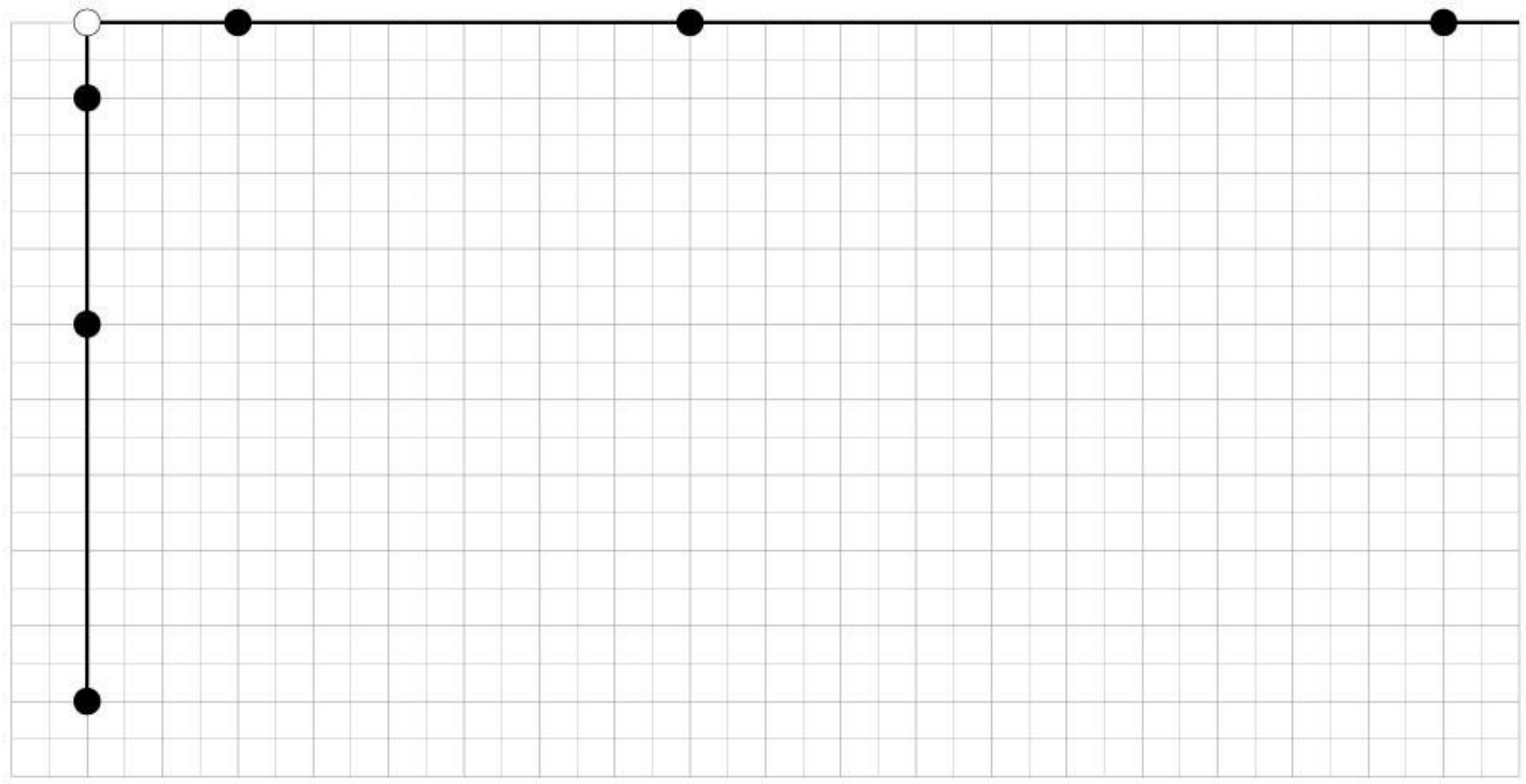


Aula 4 – Composição dos movimentos

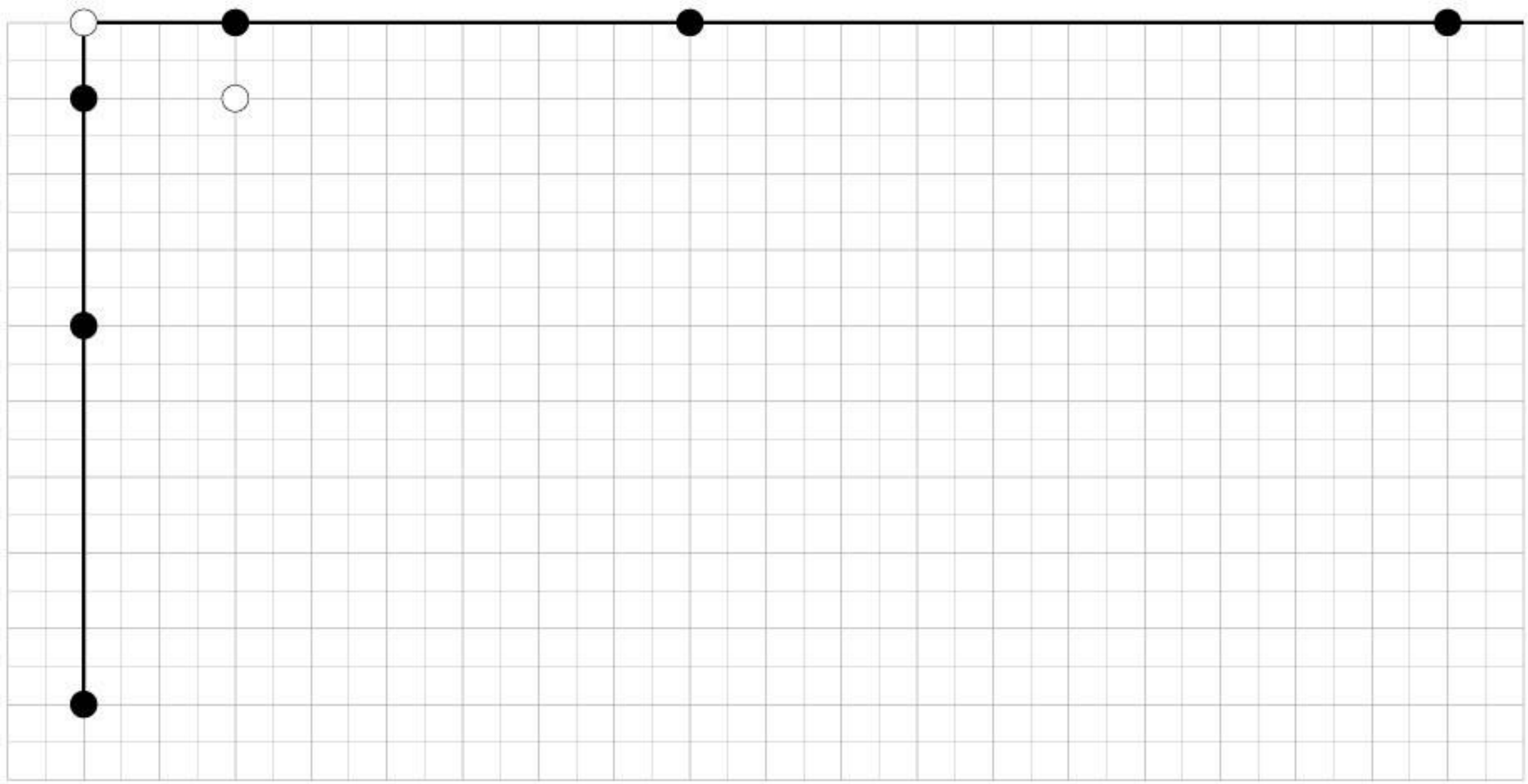


Combinamos os dois movimentos perpendiculares.

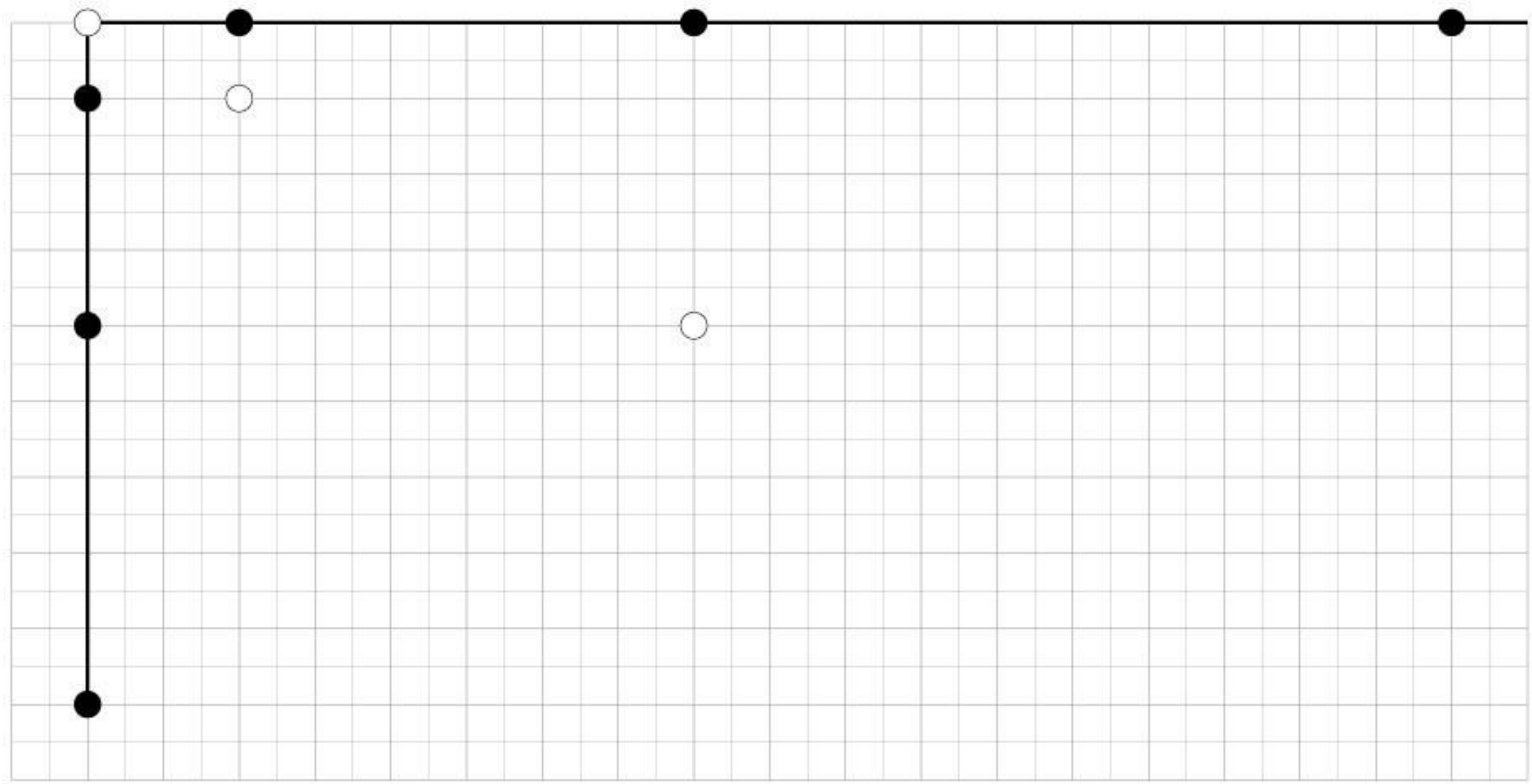
Aula 4 – Composição dos movimentos



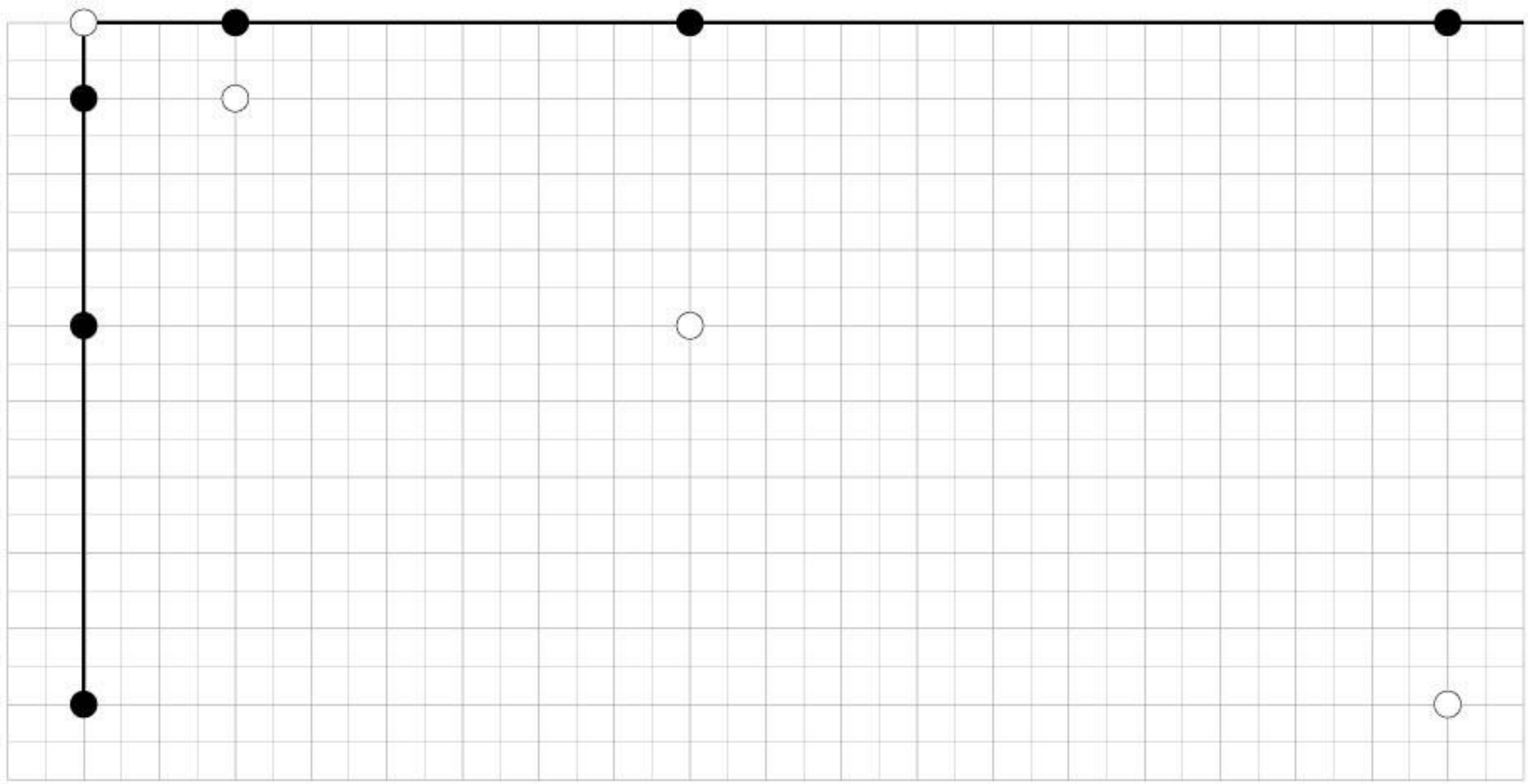
Aula 4 – Composição dos movimentos



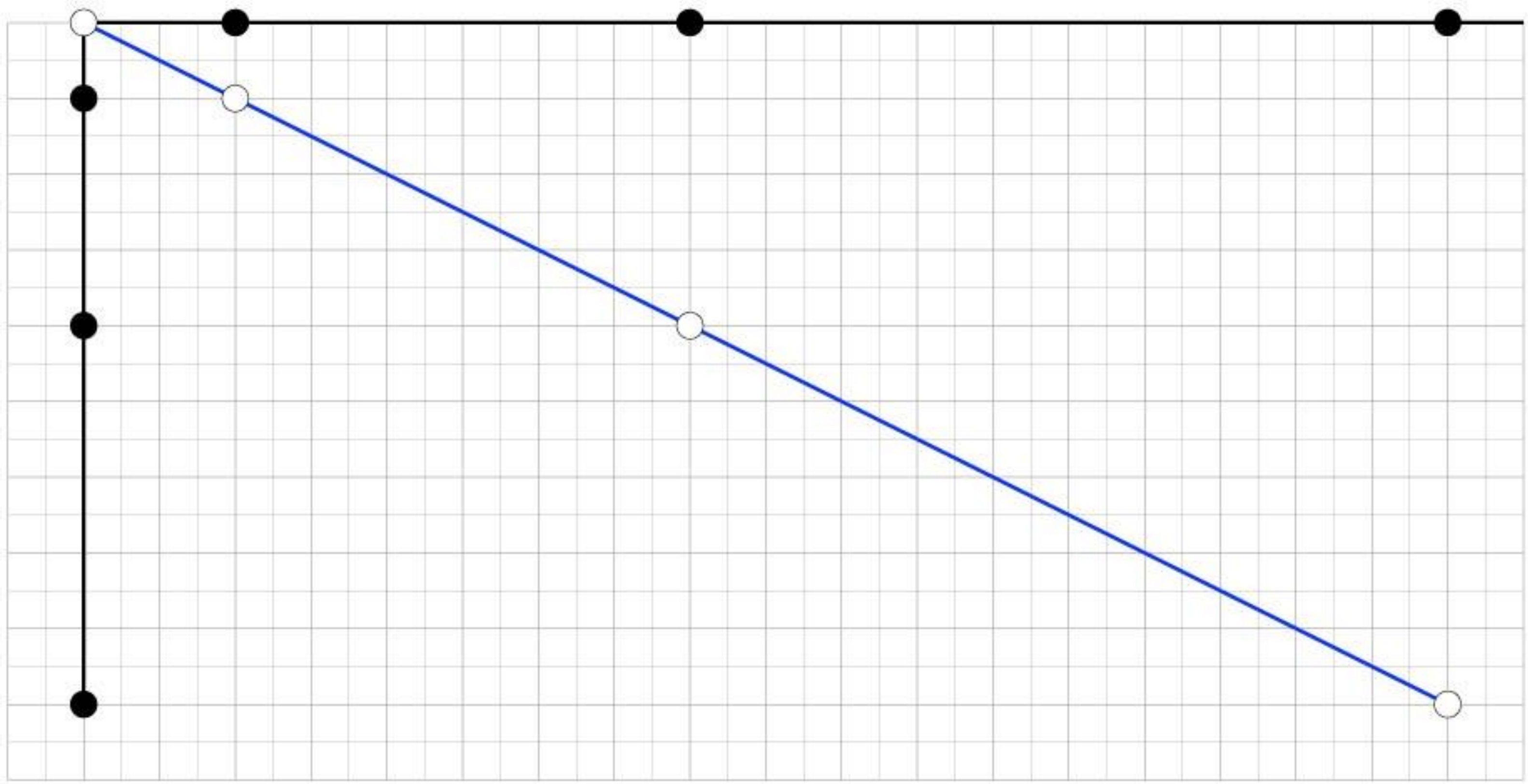
Aula 4 – Composição dos movimentos



Aula 4 – Composição dos movimentos

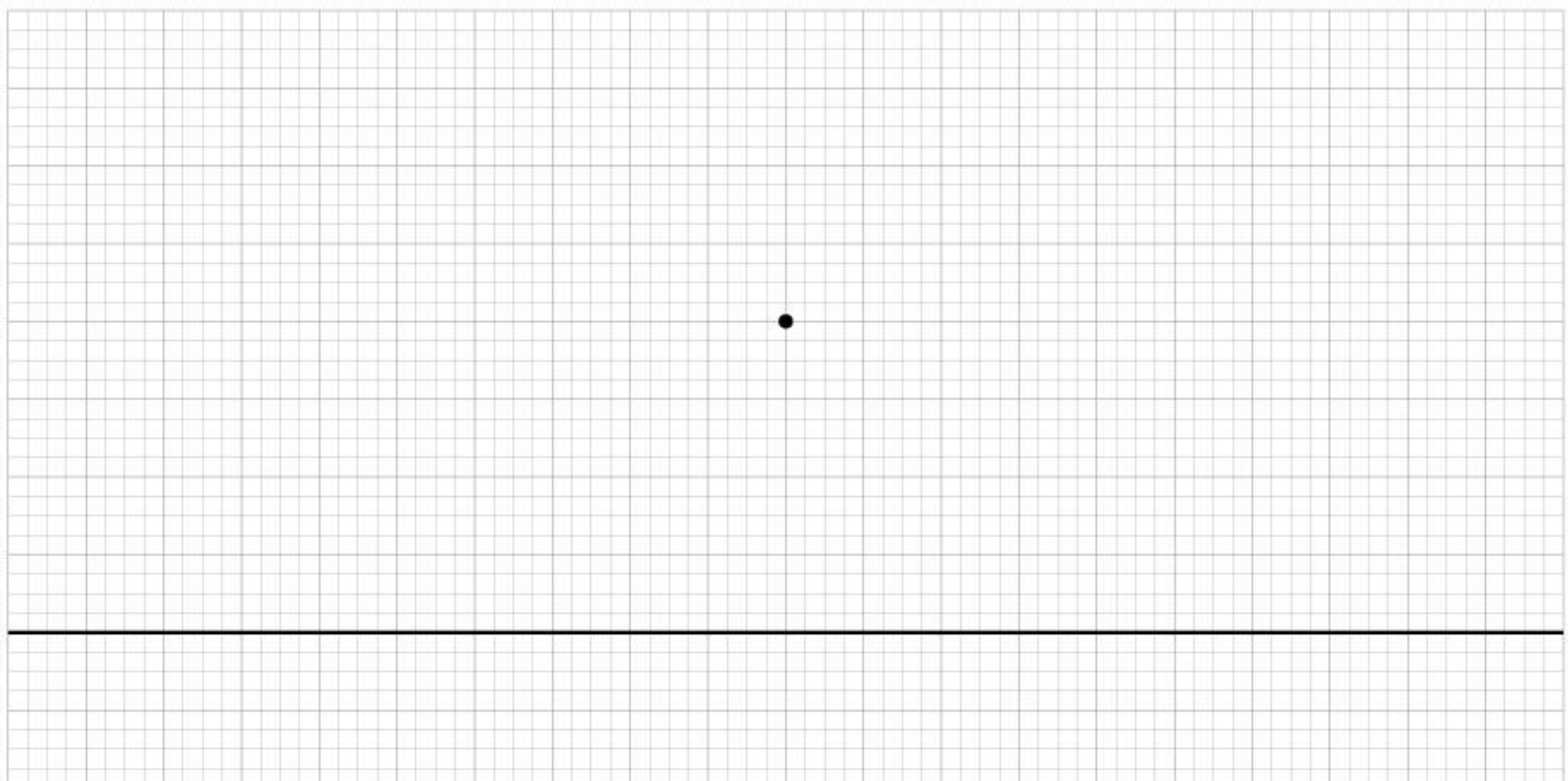


Aula 4 – Composição dos movimentos



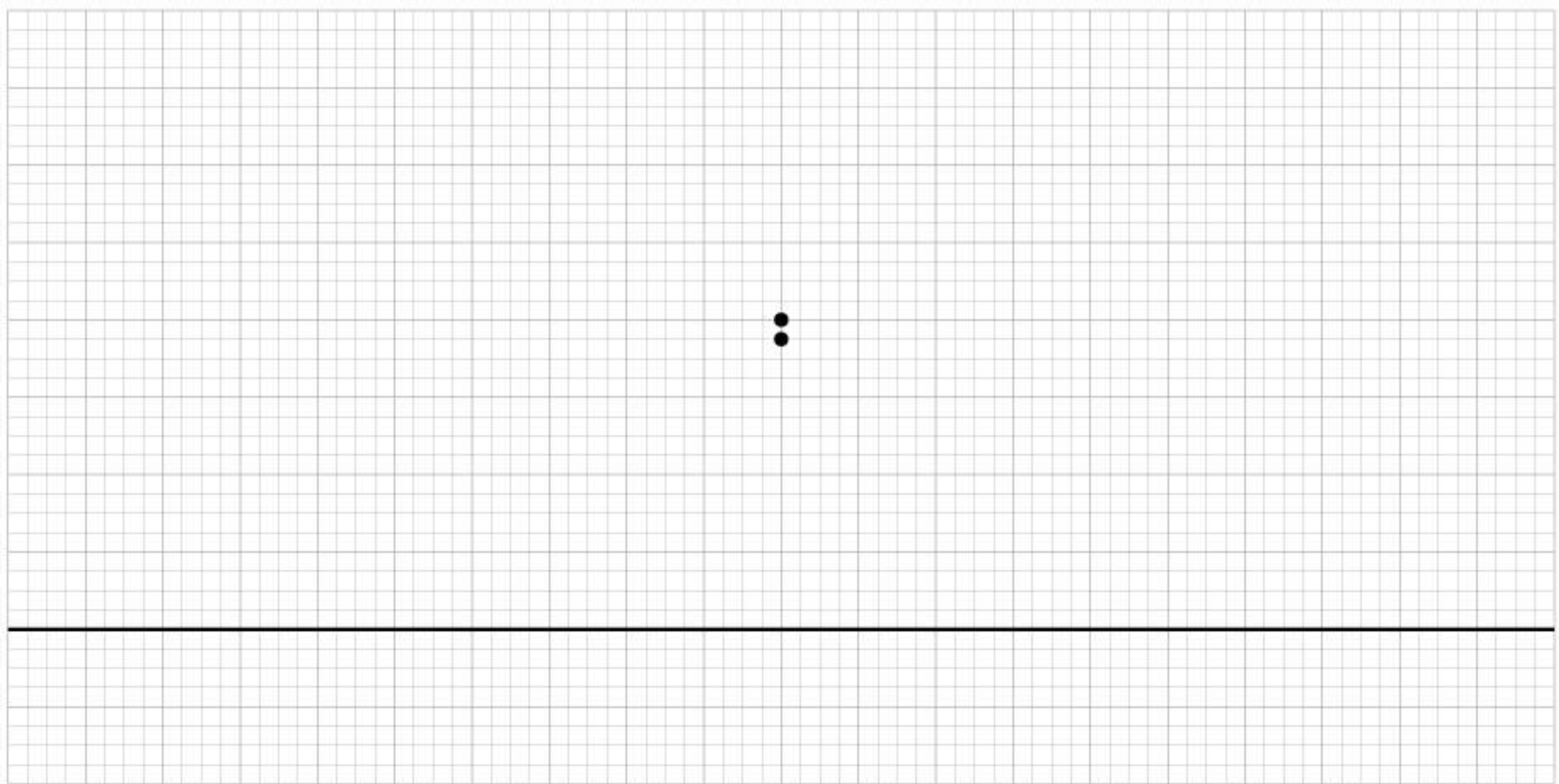
A combinação dos dois movimentos implica também em um movimento retilíneo uniformemente variado.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

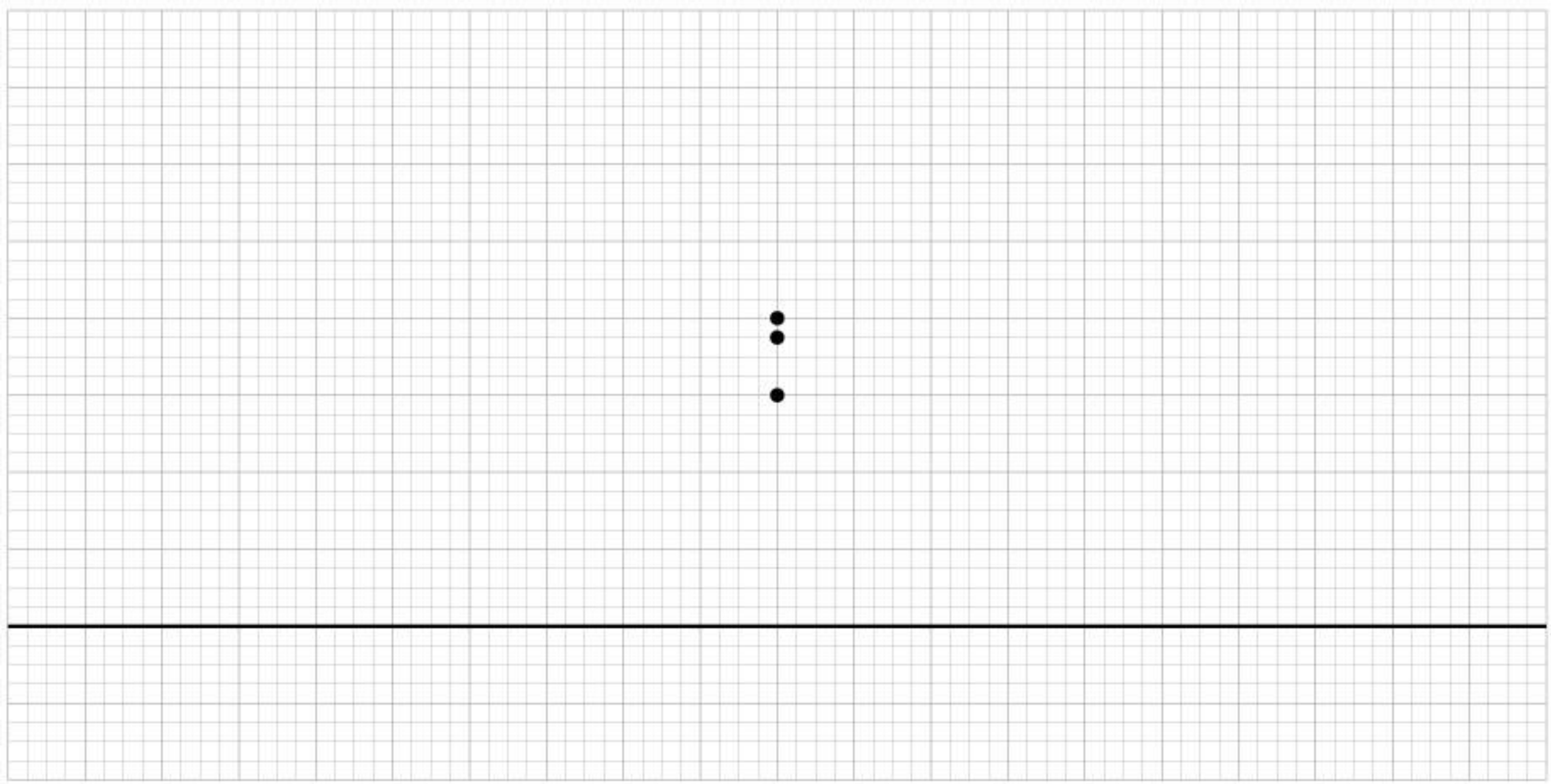


Agora combinamos essas duas classes de movimentos exigindo que o móvel realize um MRU na direção horizontal e um MRUV na direção vertical. Neste caso, o MRUV na direção vertical, realizado pela partícula partindo do repouso e a uma certa altura.

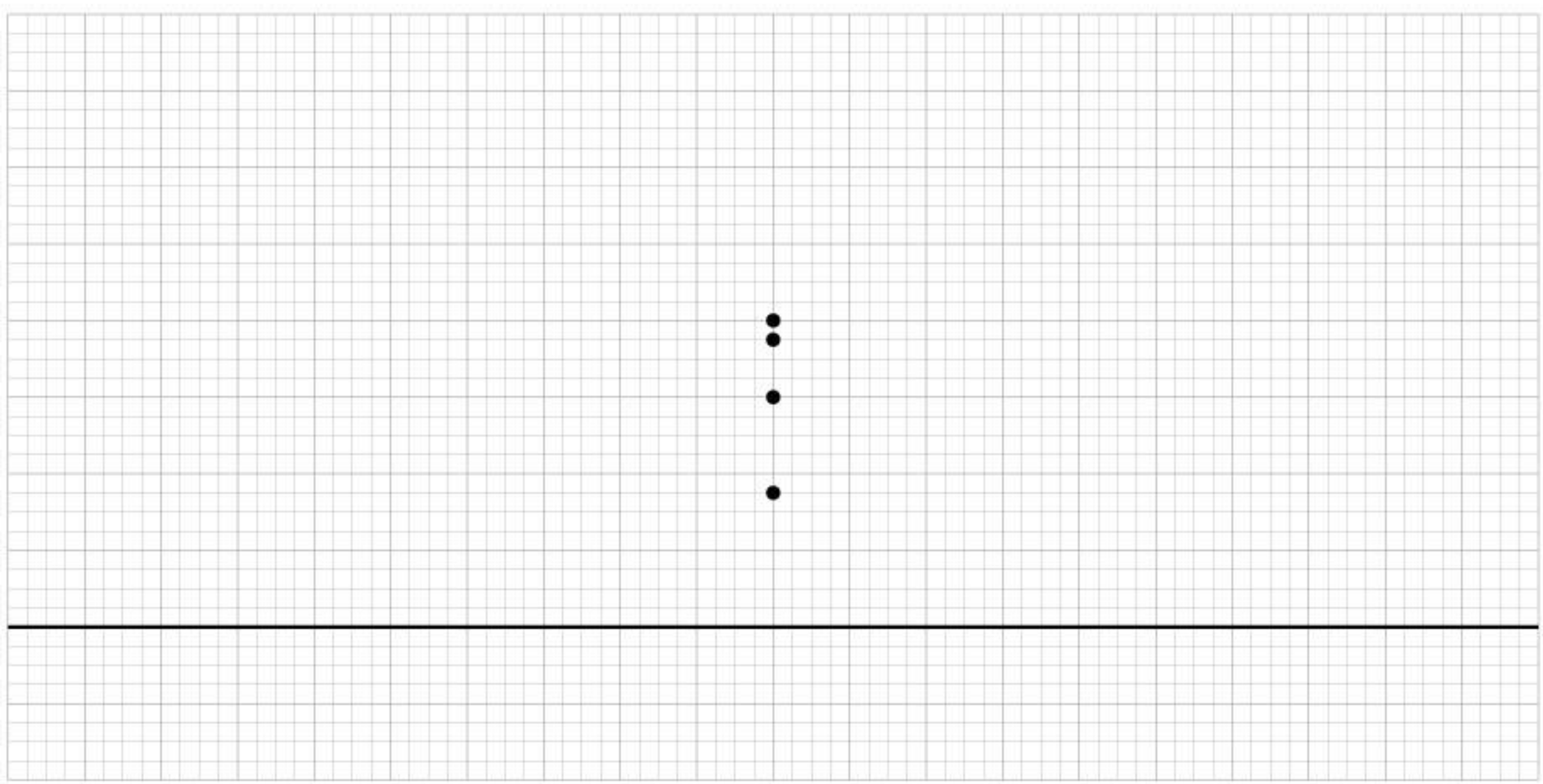
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



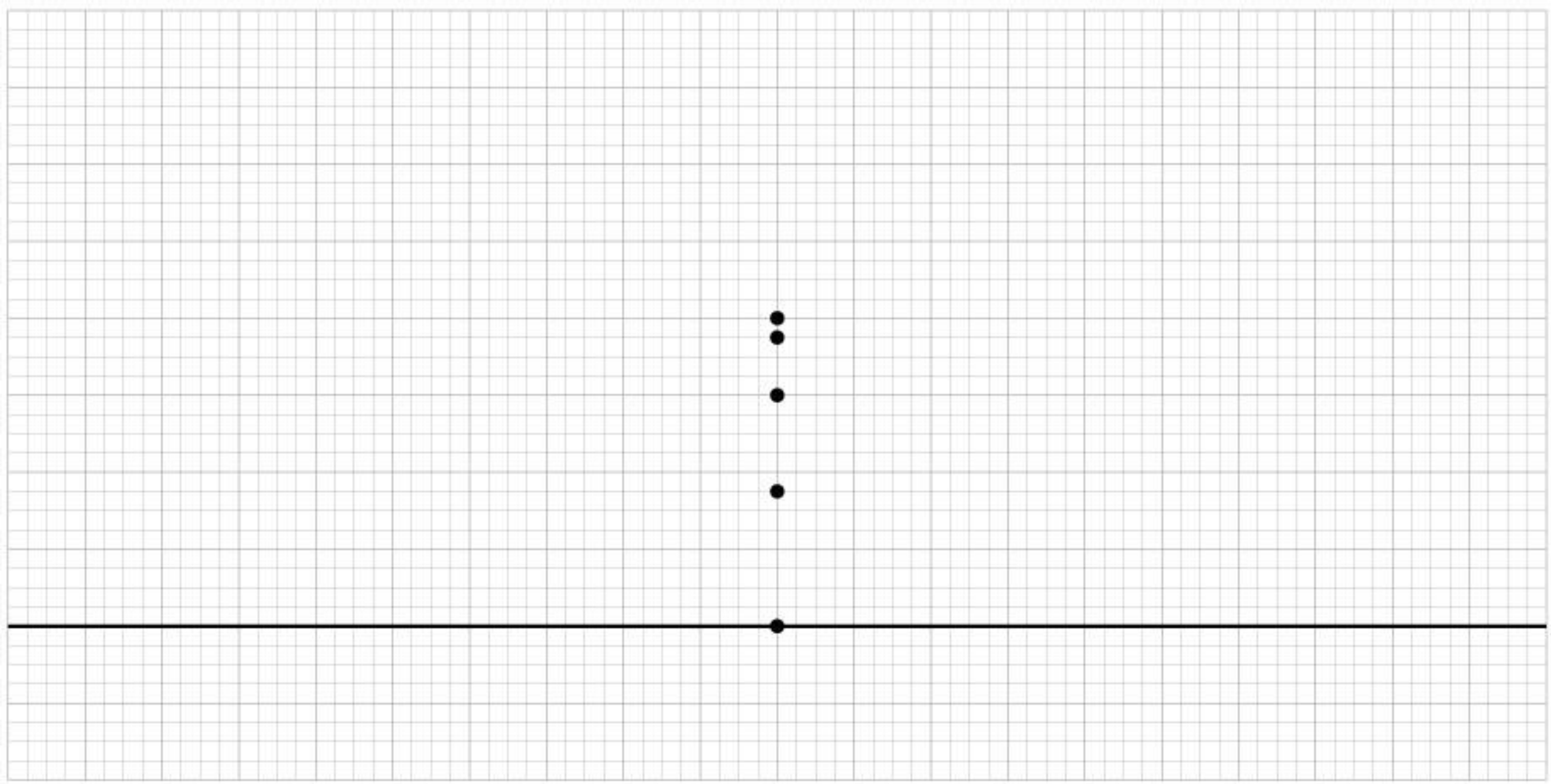
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



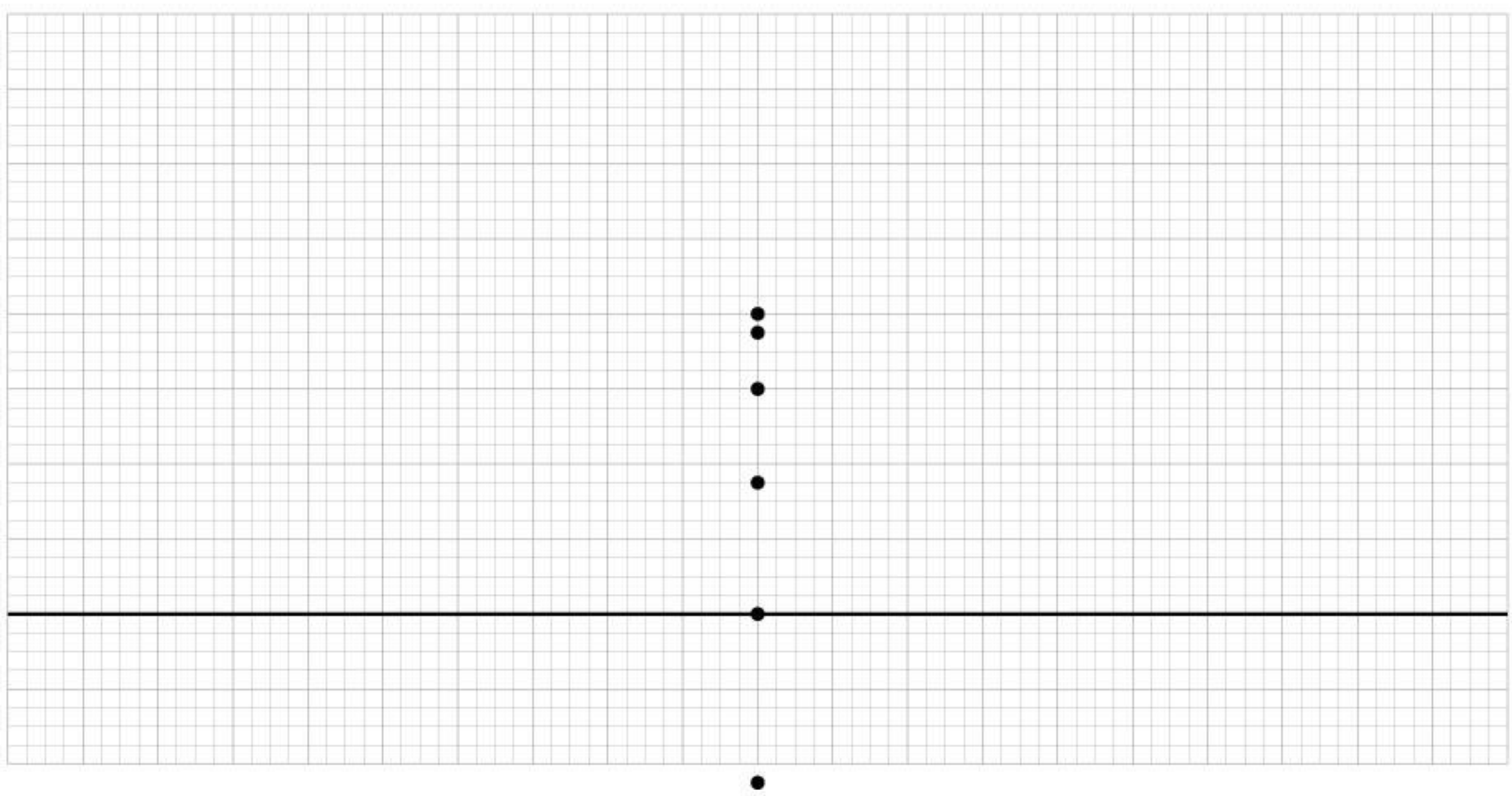
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

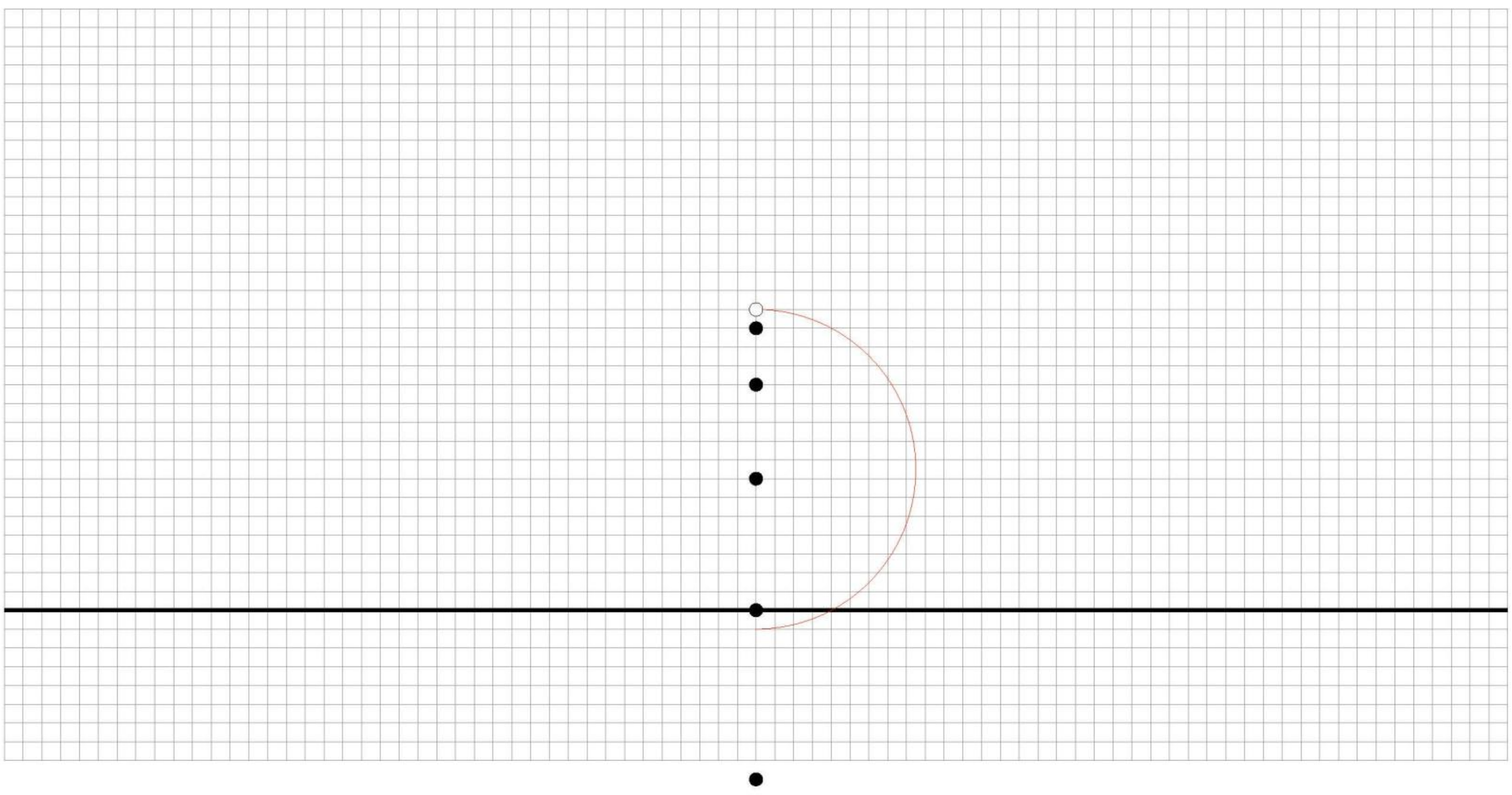


Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



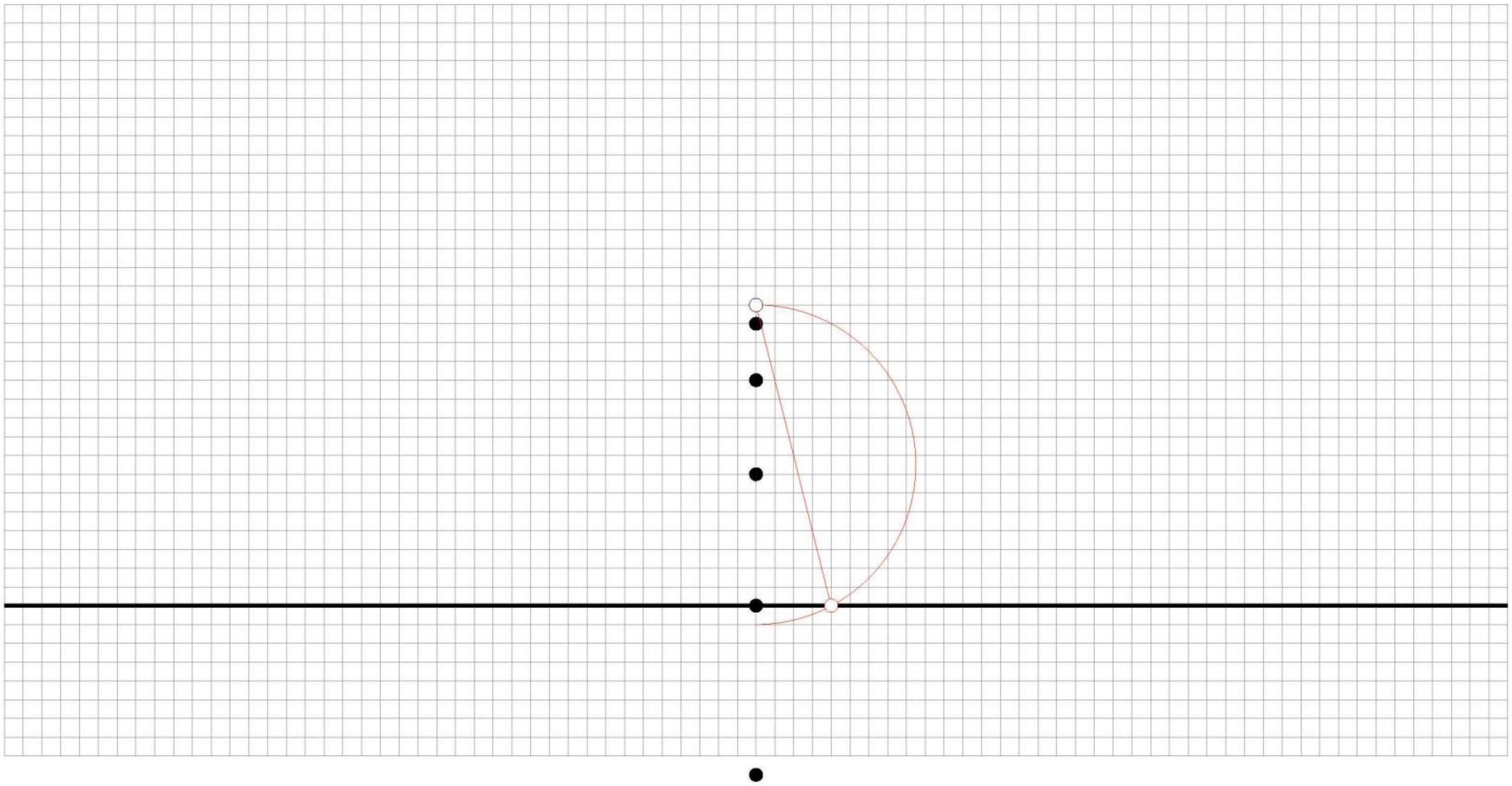
Representação do MRUV na direção vertical em seis instantâneos que definem cinco intervalos de tempos iguais. No quinto instante de tempo a partícula toca a horizontal.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

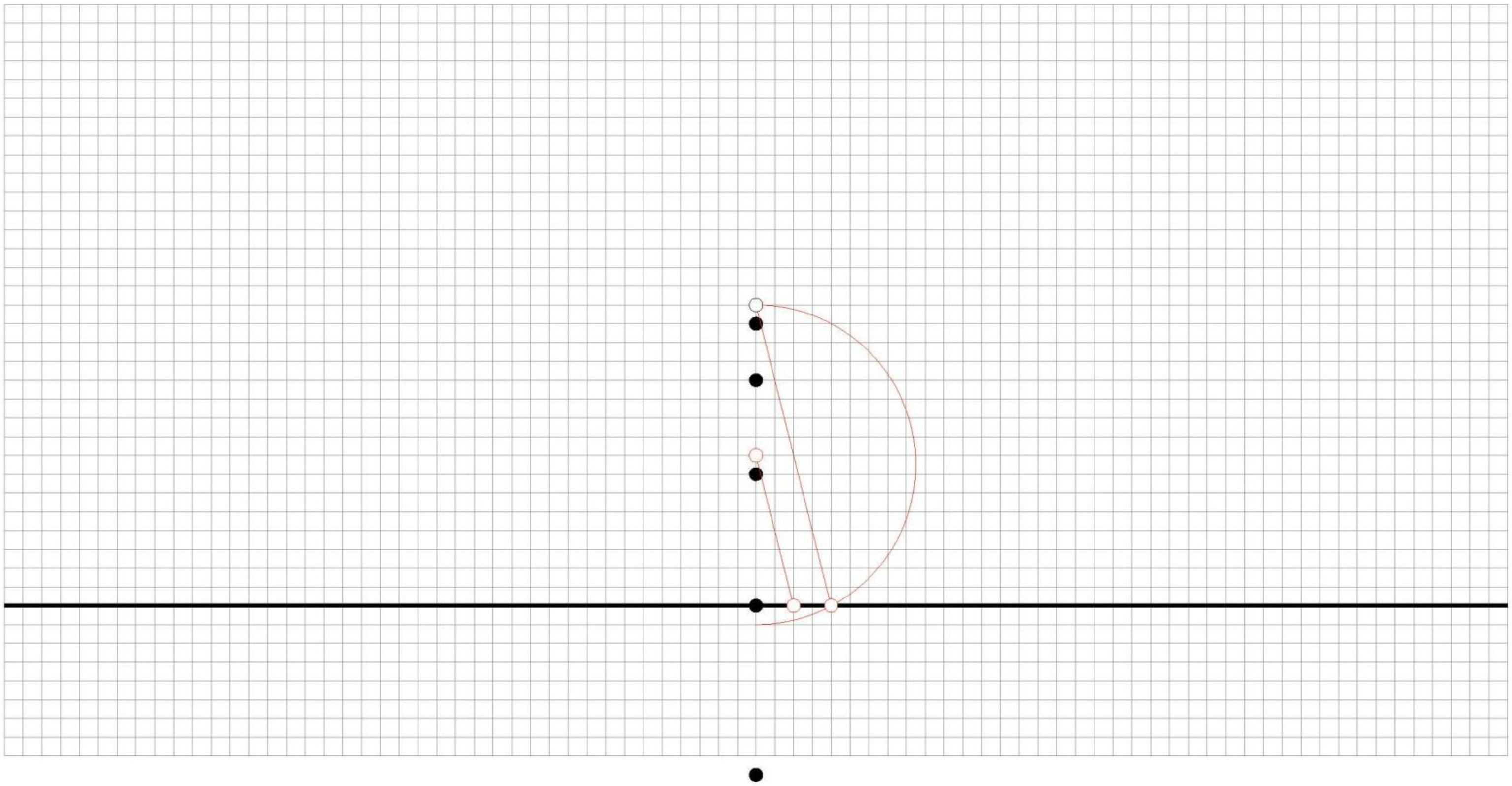


Construções geométricas para a determinação das grandezas físicas.

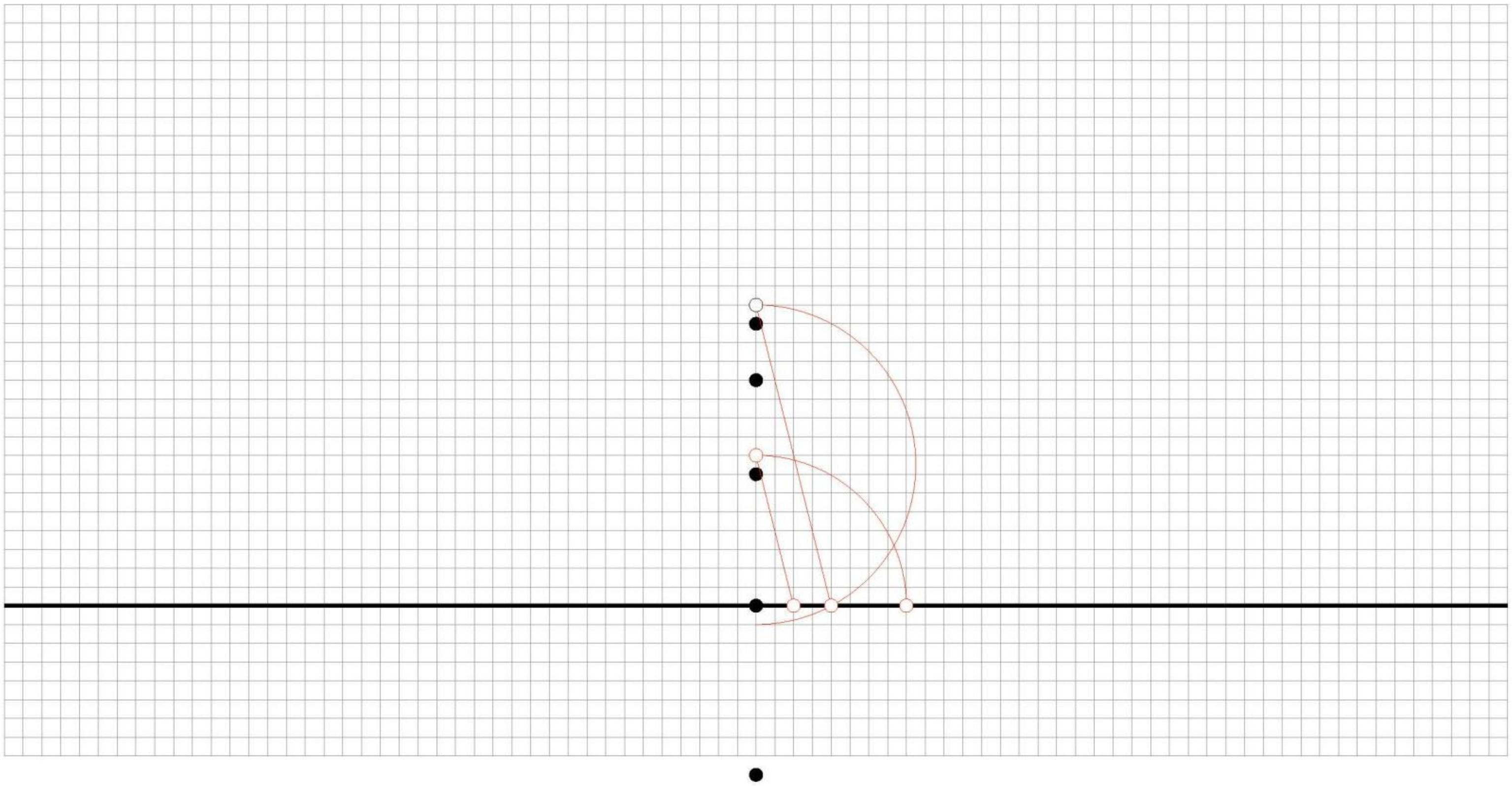
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

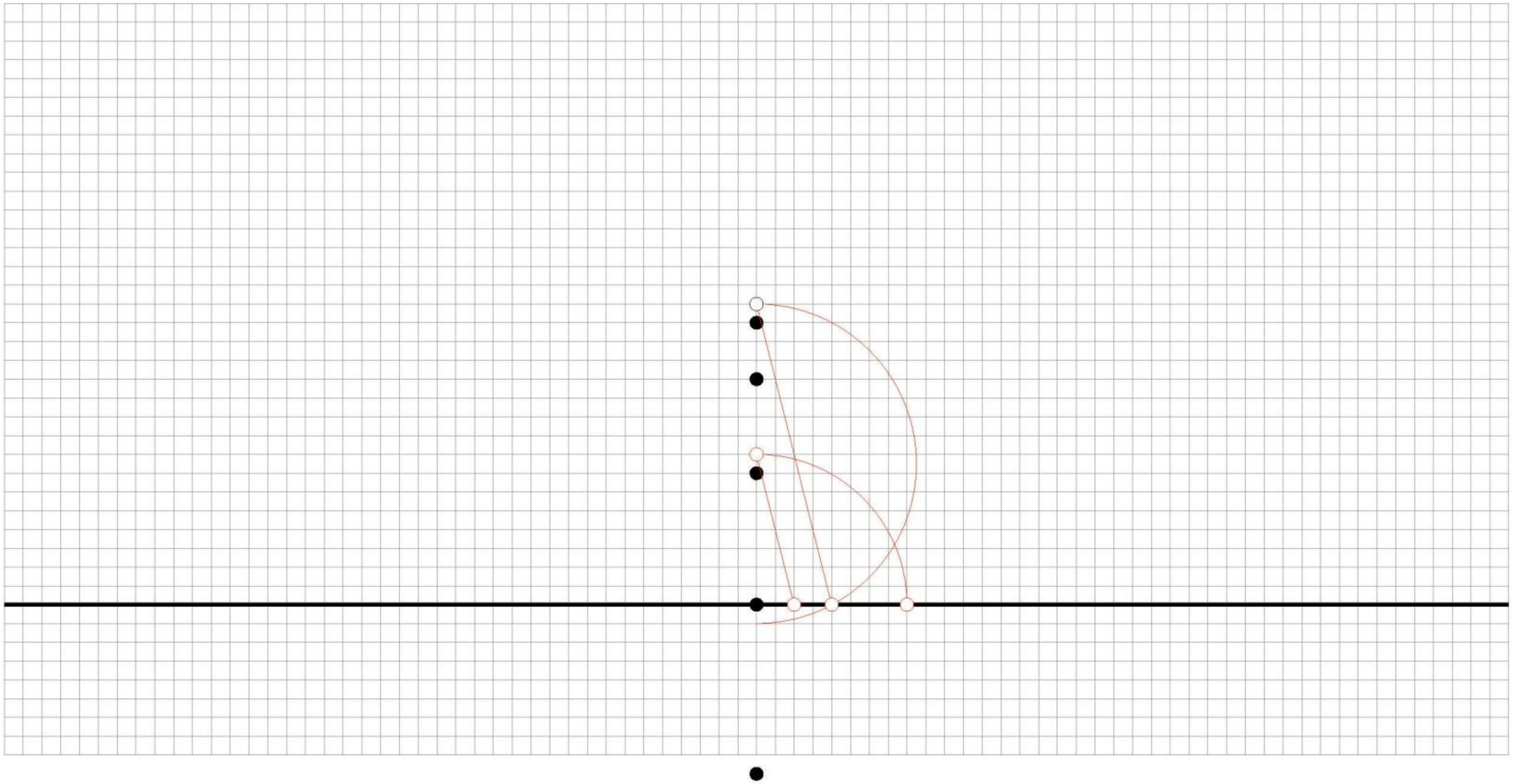


Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



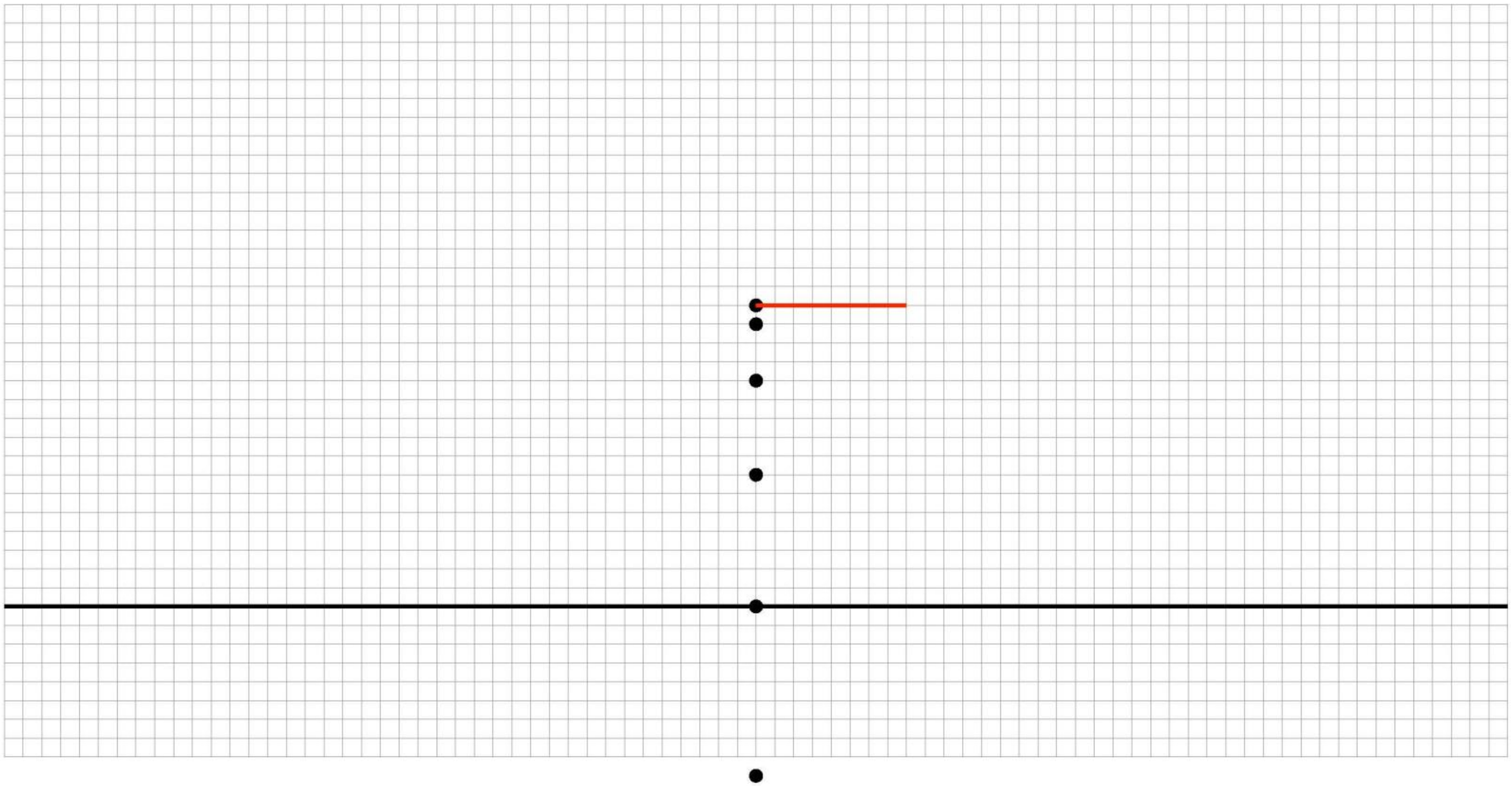
$$\frac{h}{(v\Delta t)/2} = \frac{(v\Delta t)/2}{a(\Delta t)^2/2}$$

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



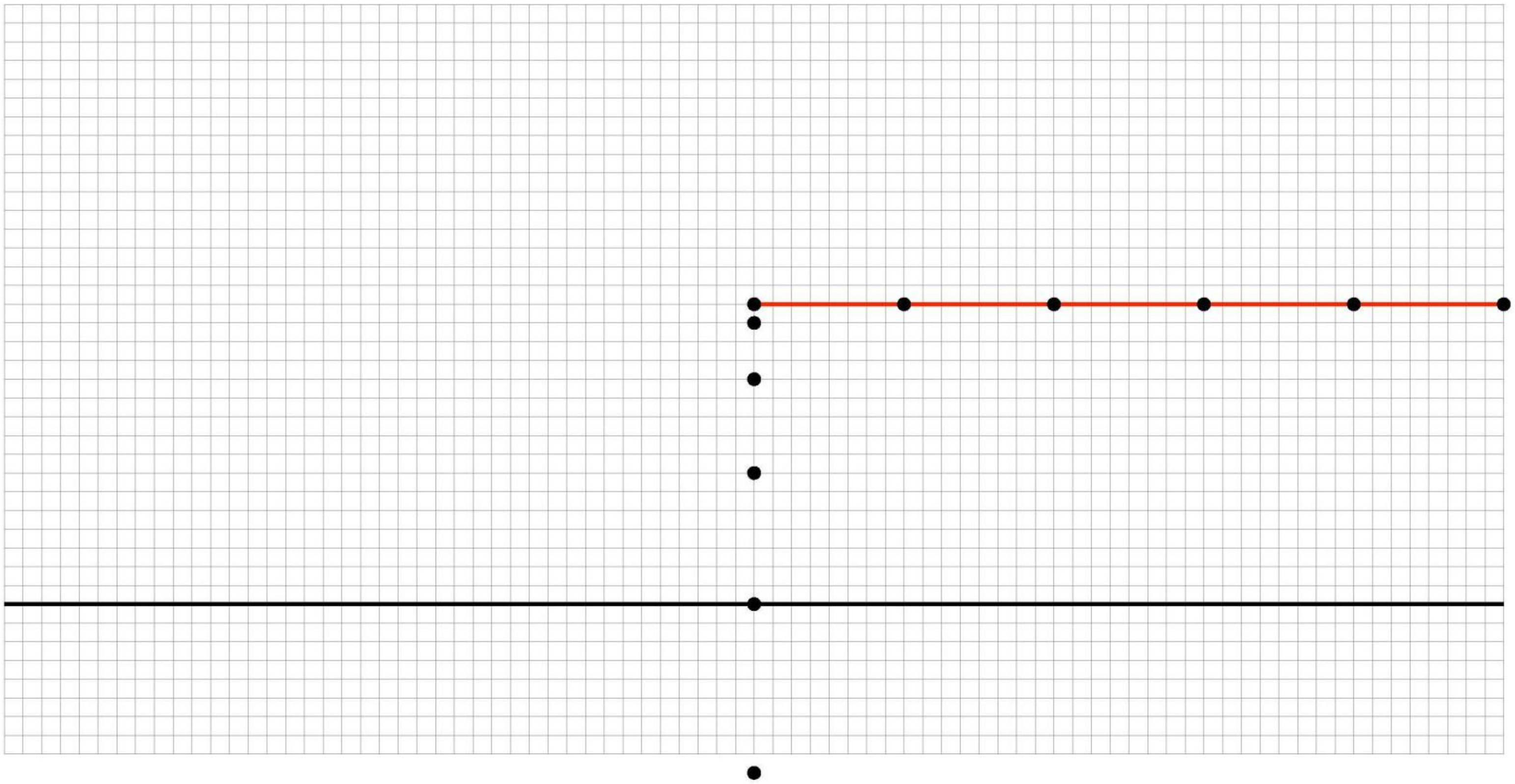
Determinação geométrica da relação entre a altura, a velocidade na origem de coordenadas e a aceleração. Observe que o segmento associado à velocidade é o dobro do segmento associado à média geométrica.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



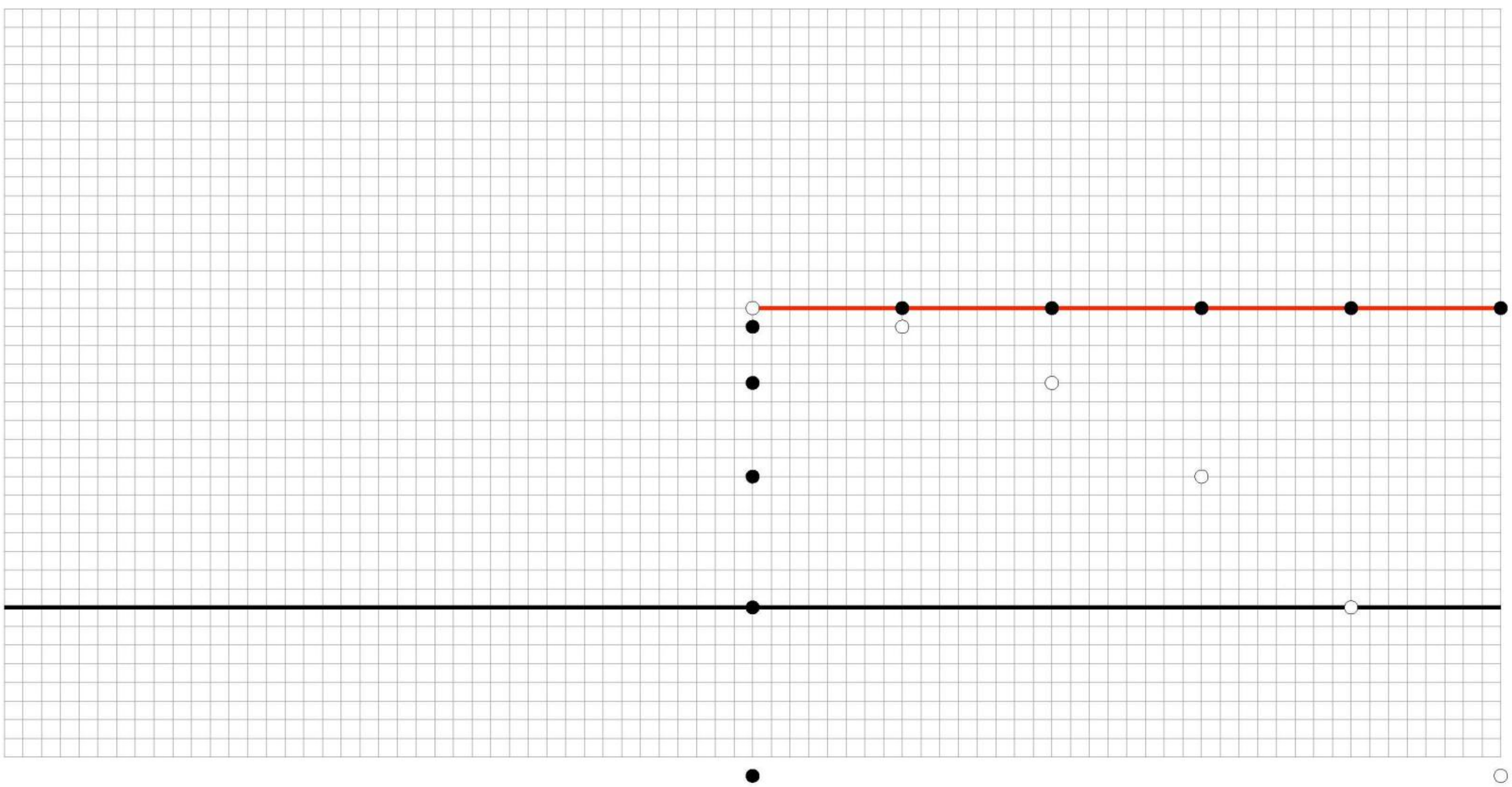
Vamos agora combinar este MRUV com um MRU na horizontal animado desta mesma velocidade.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



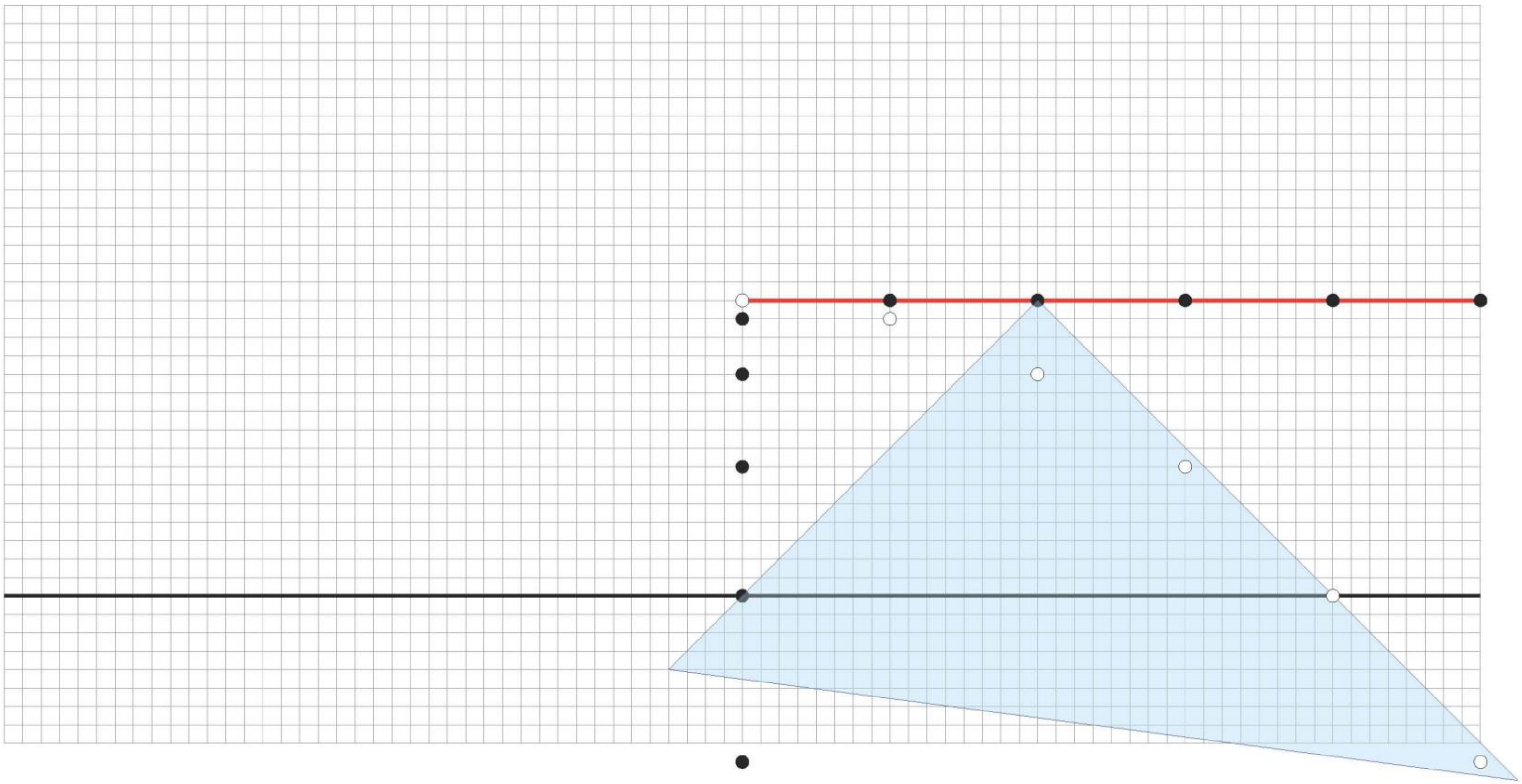
Representação do MRU na direção horizontal com o início coincidente com o do MRUV construído previamente.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



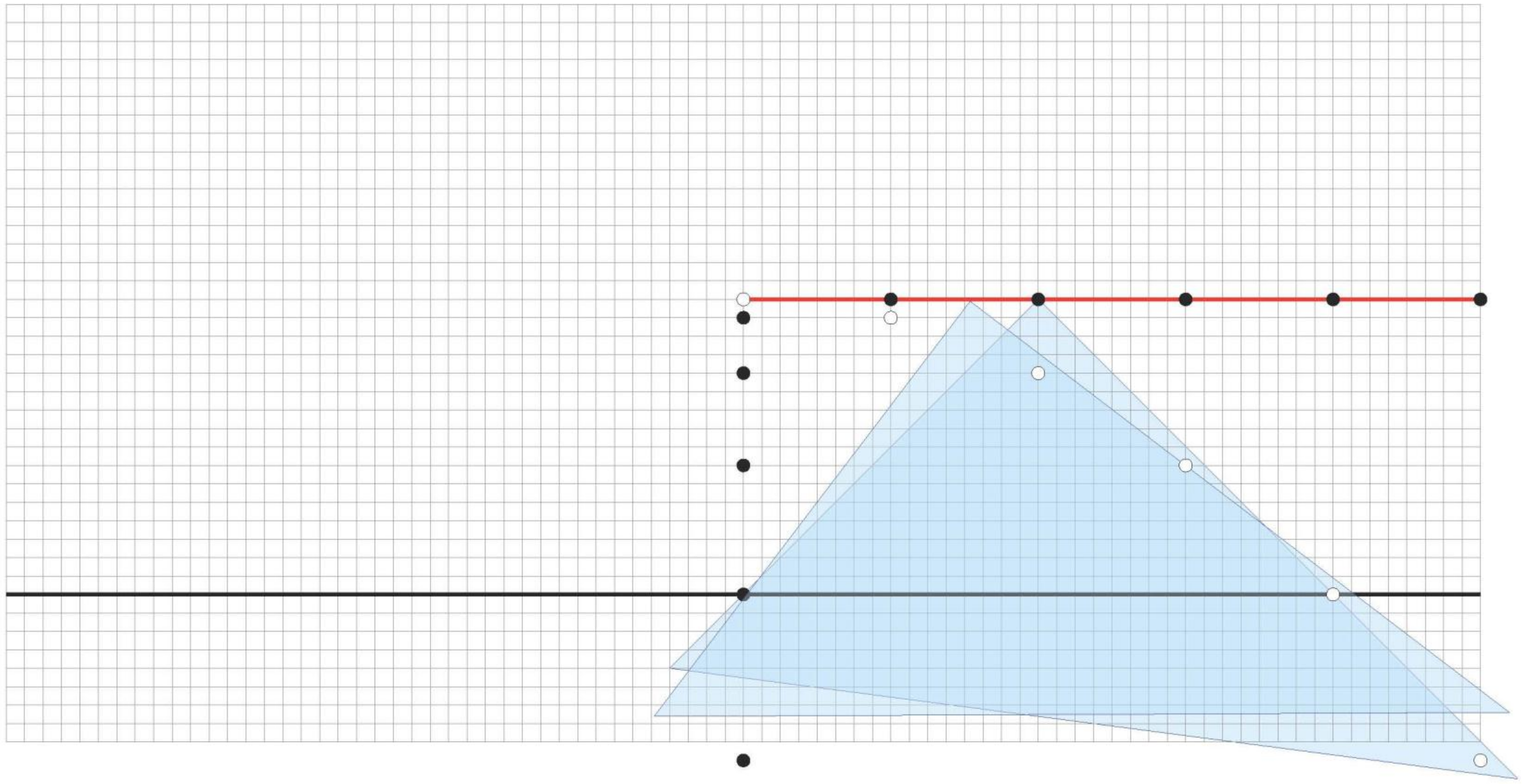
Composição dos dois movimentos perpendiculares.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

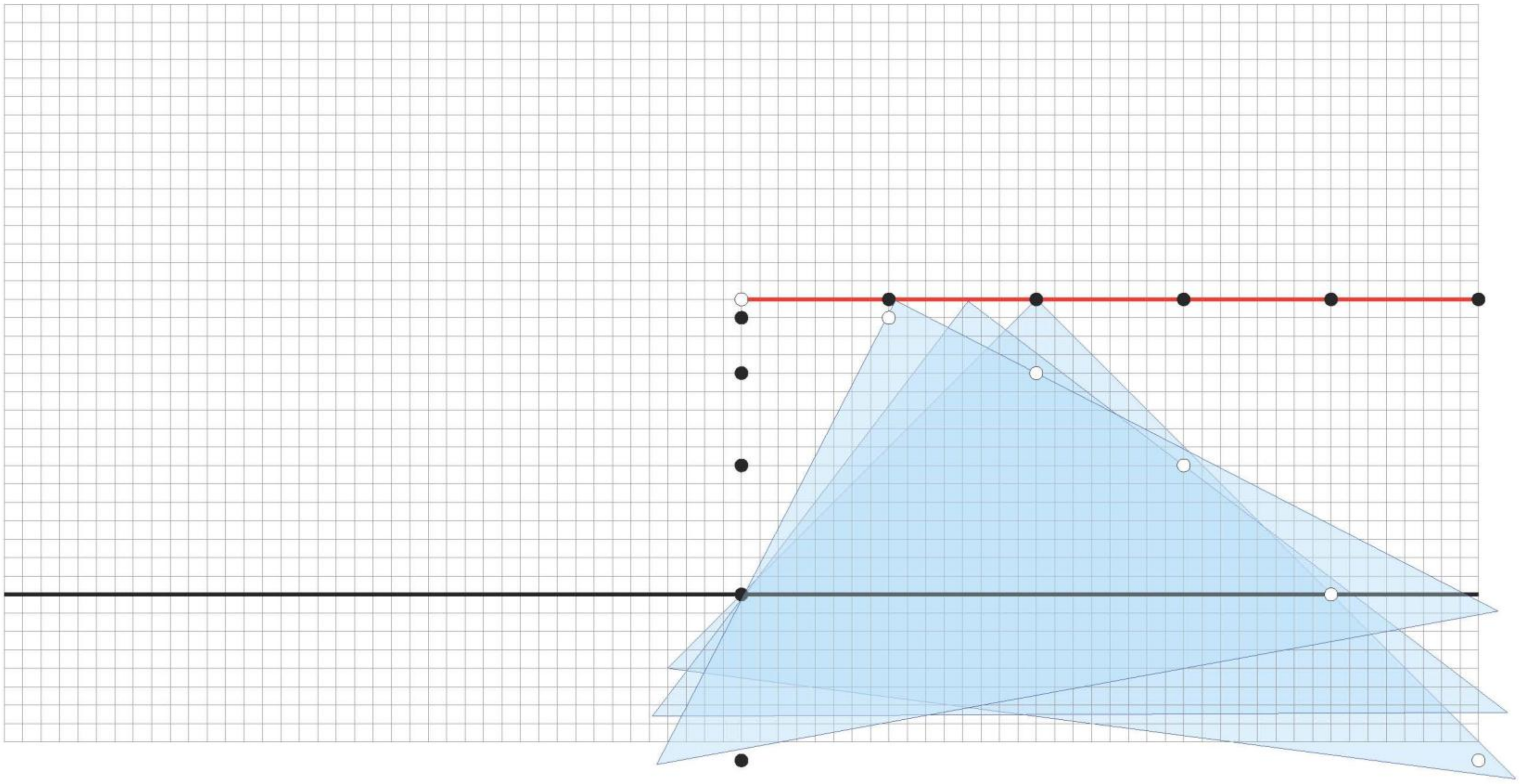


Representação da primeira posição do esquadro.

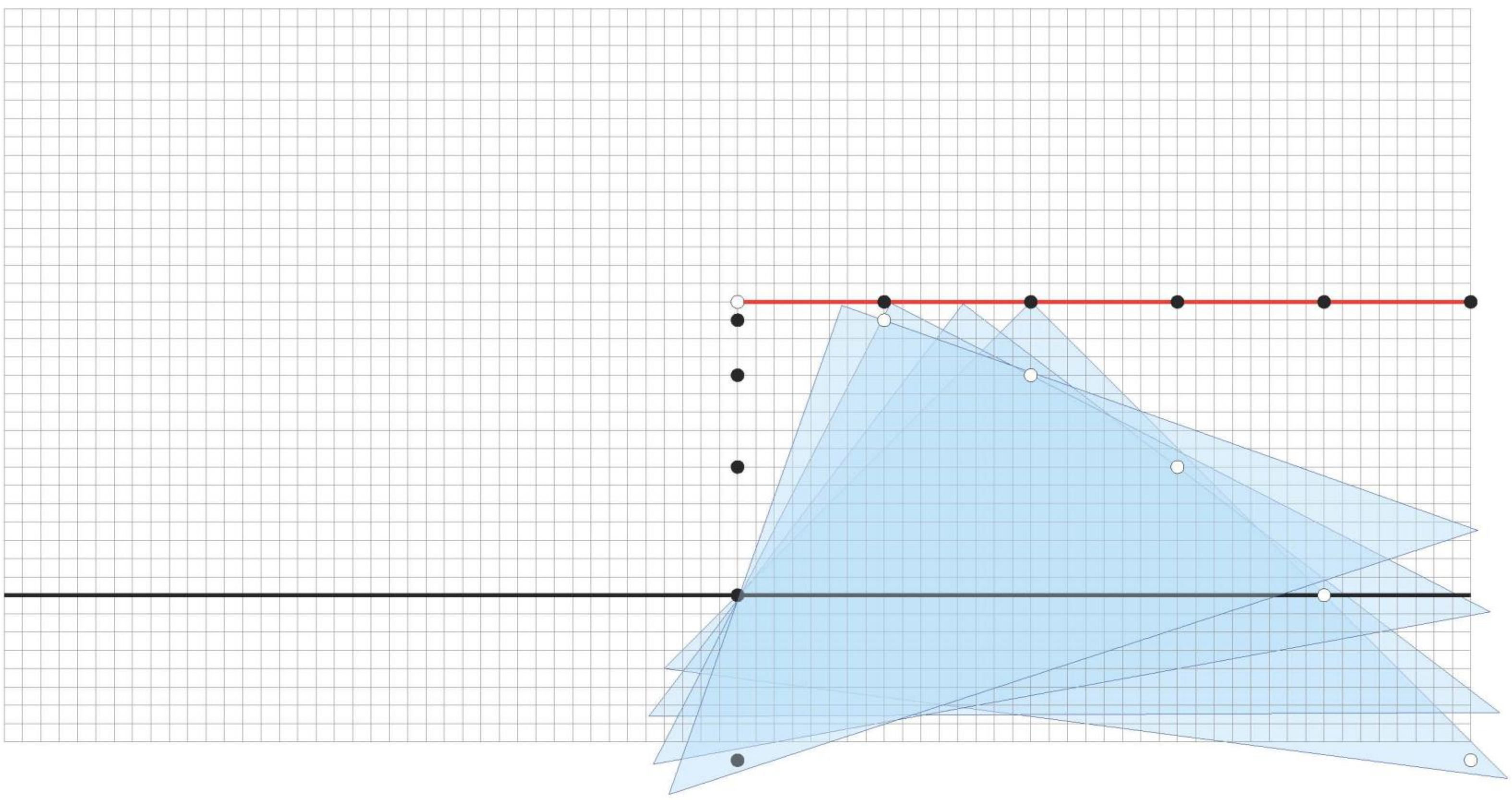
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



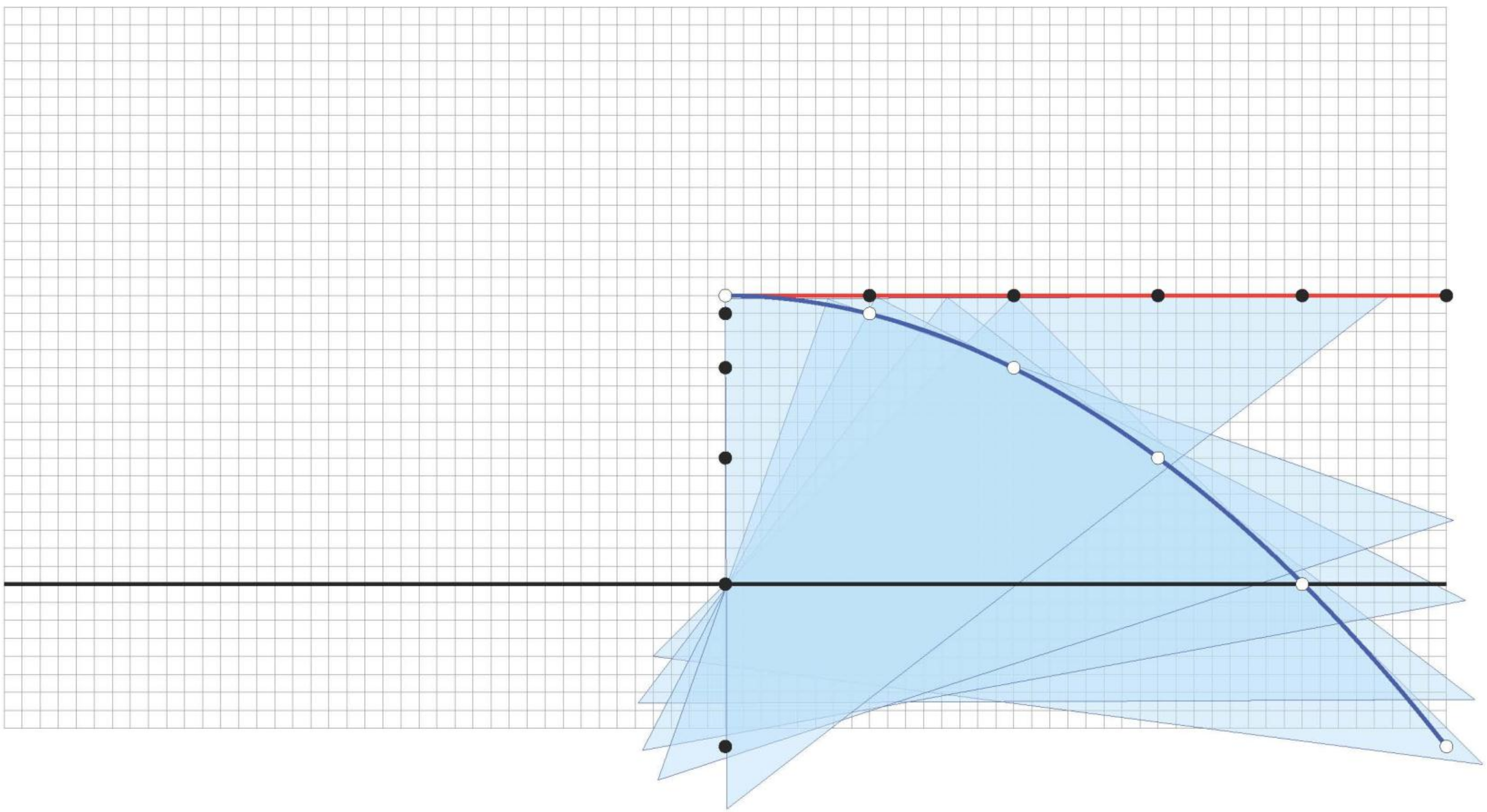
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

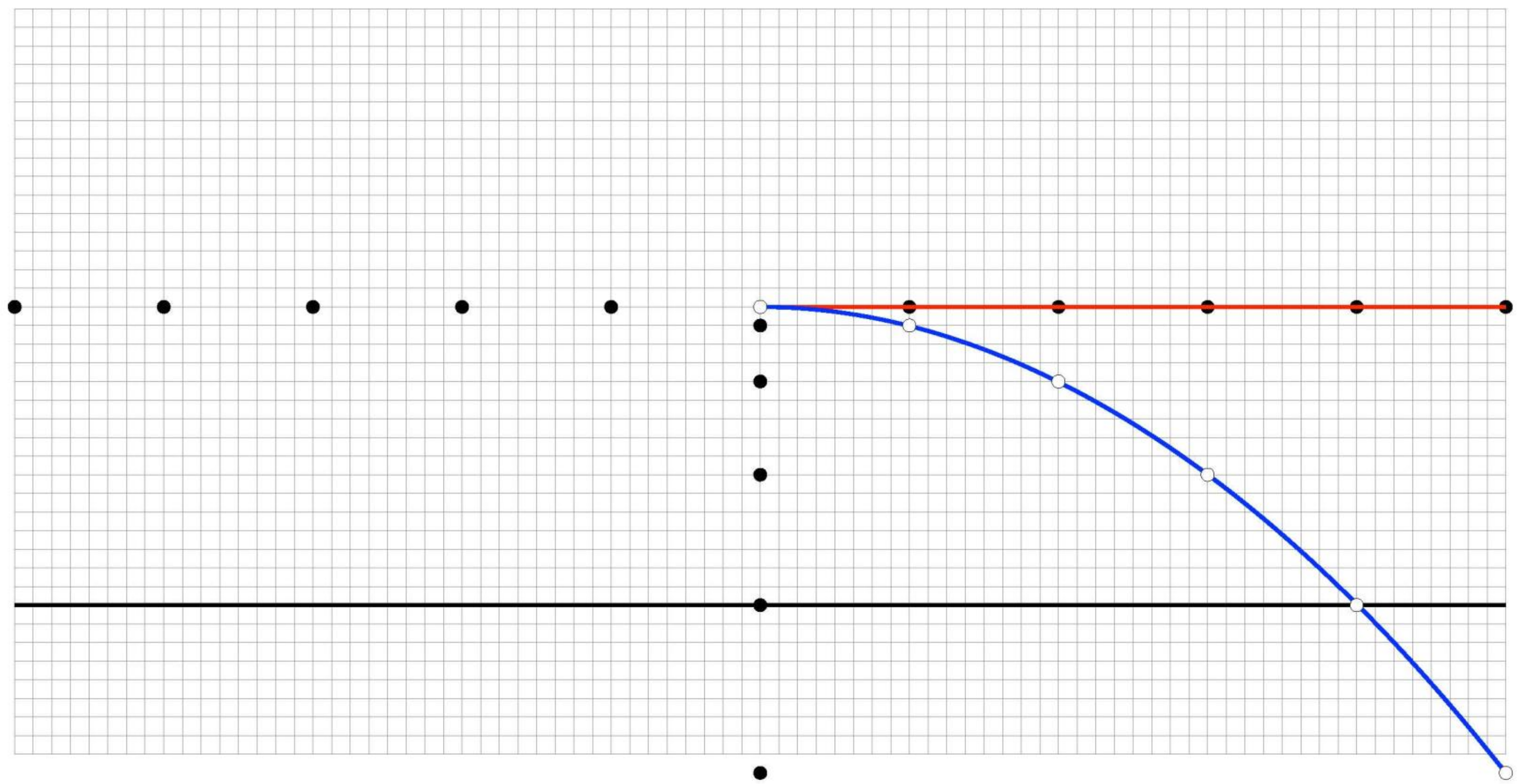


Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



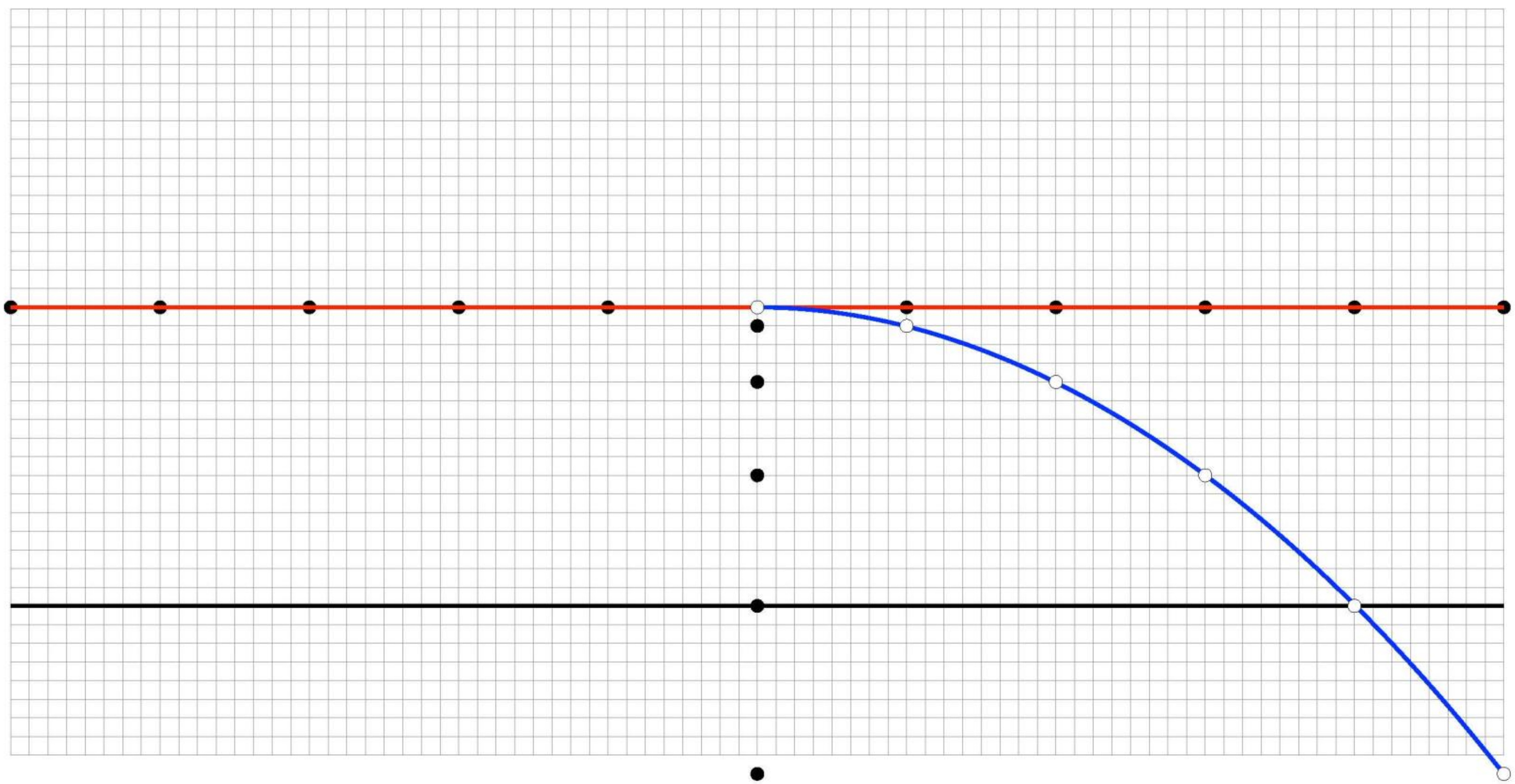
Construção da curva que contém todos pontos associados as combinações do MRU na direção horizontal e do MRUV na direção vertical.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

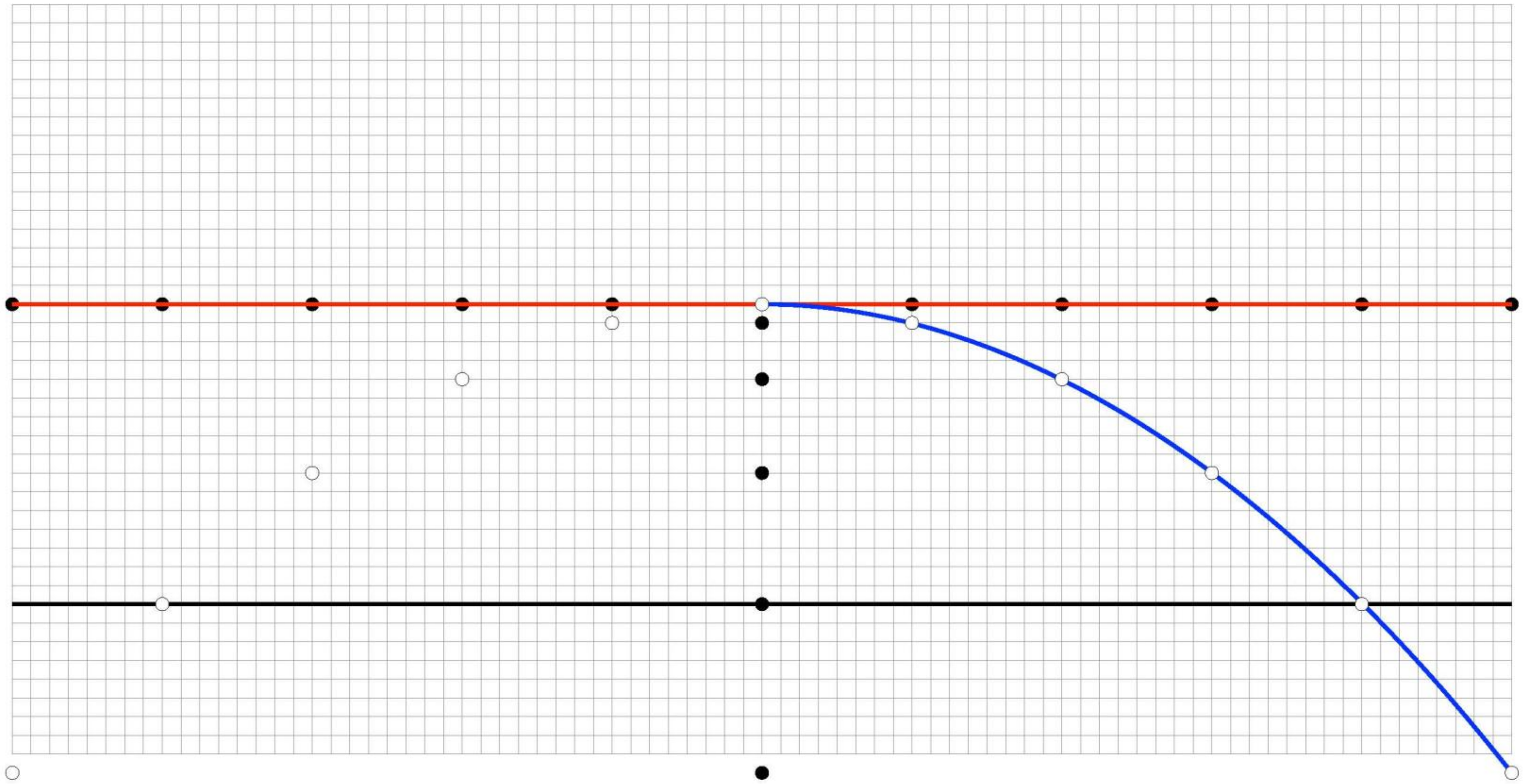


Representação do MRU com sentido oposto em relação ao primeiro.

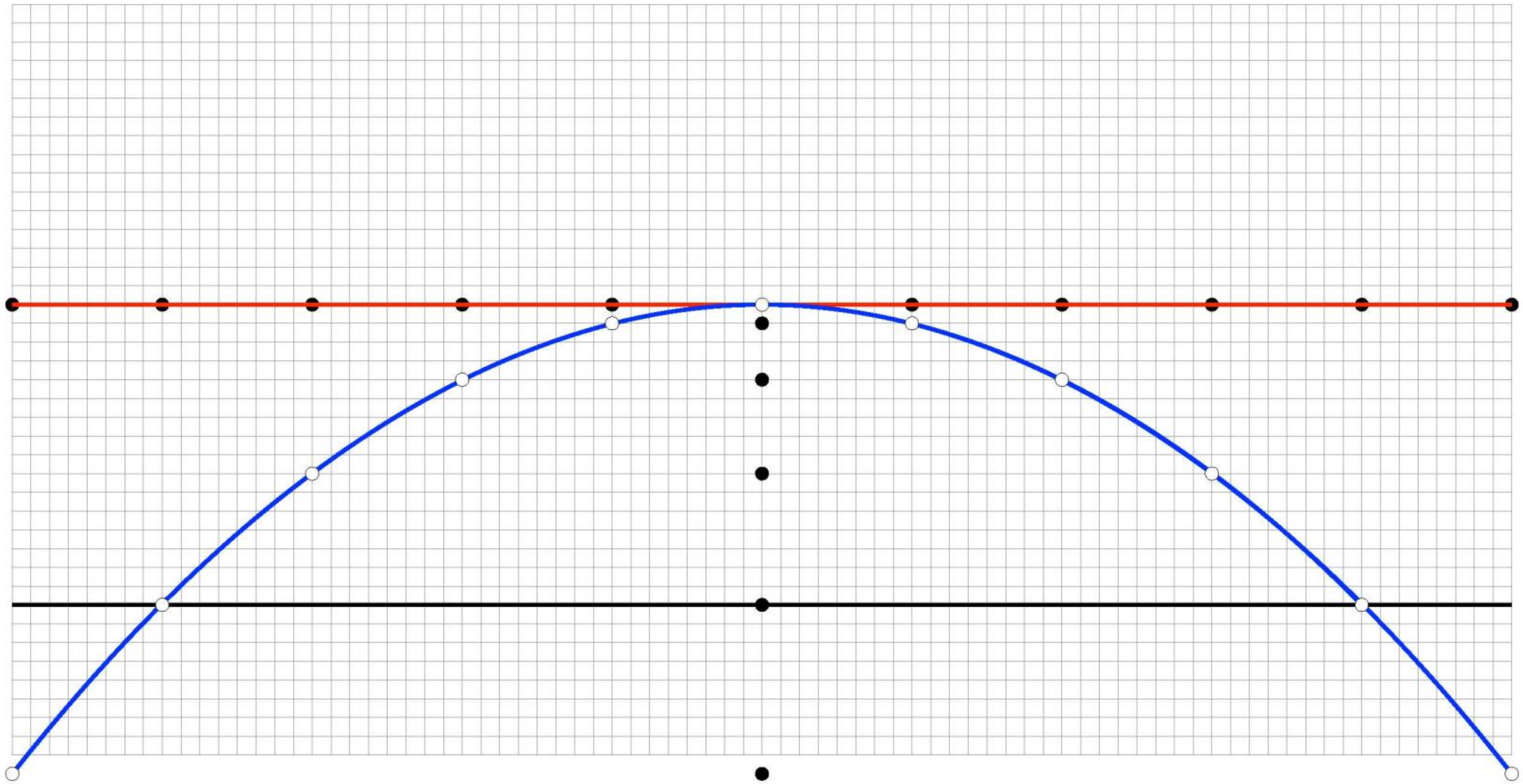
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



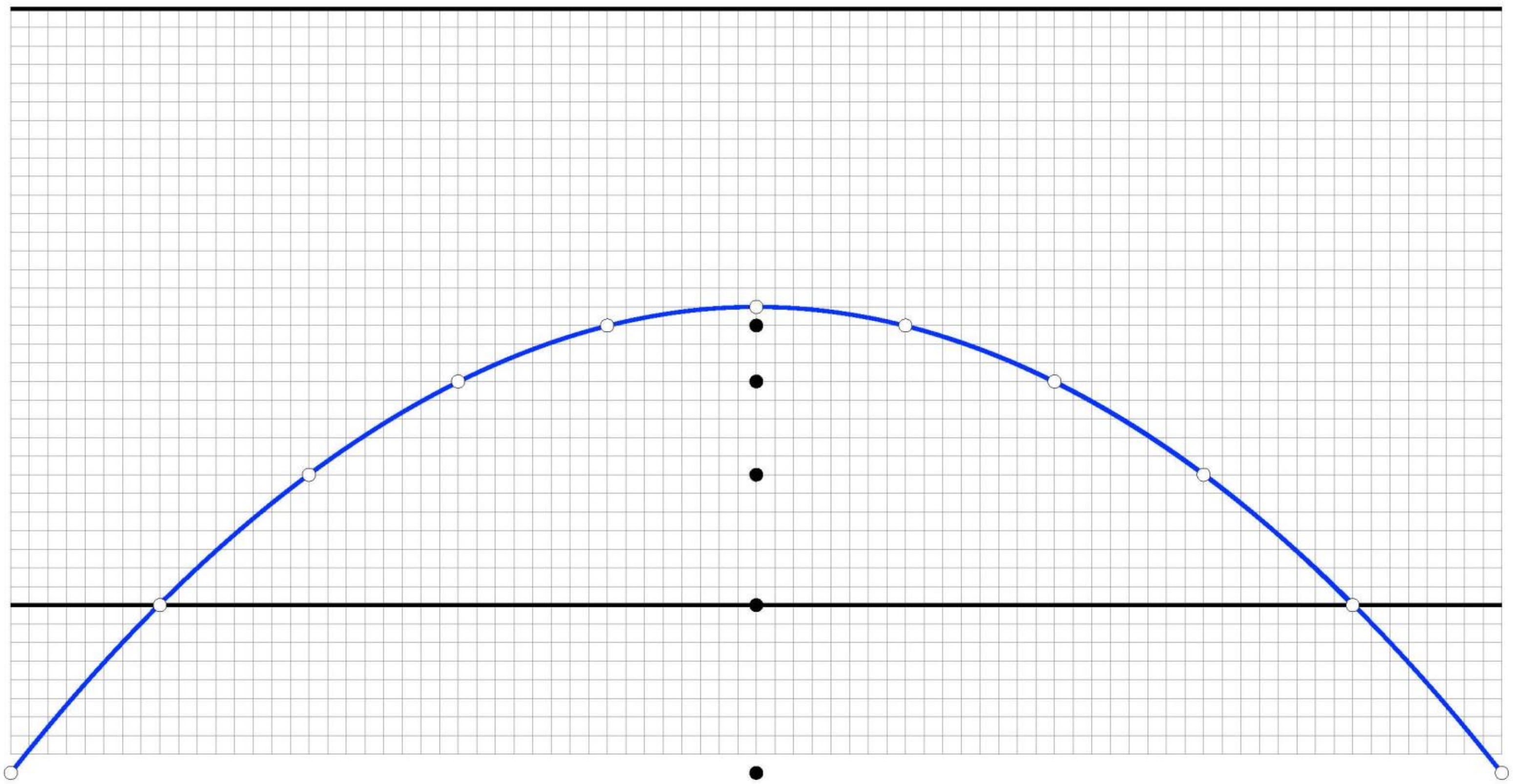
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

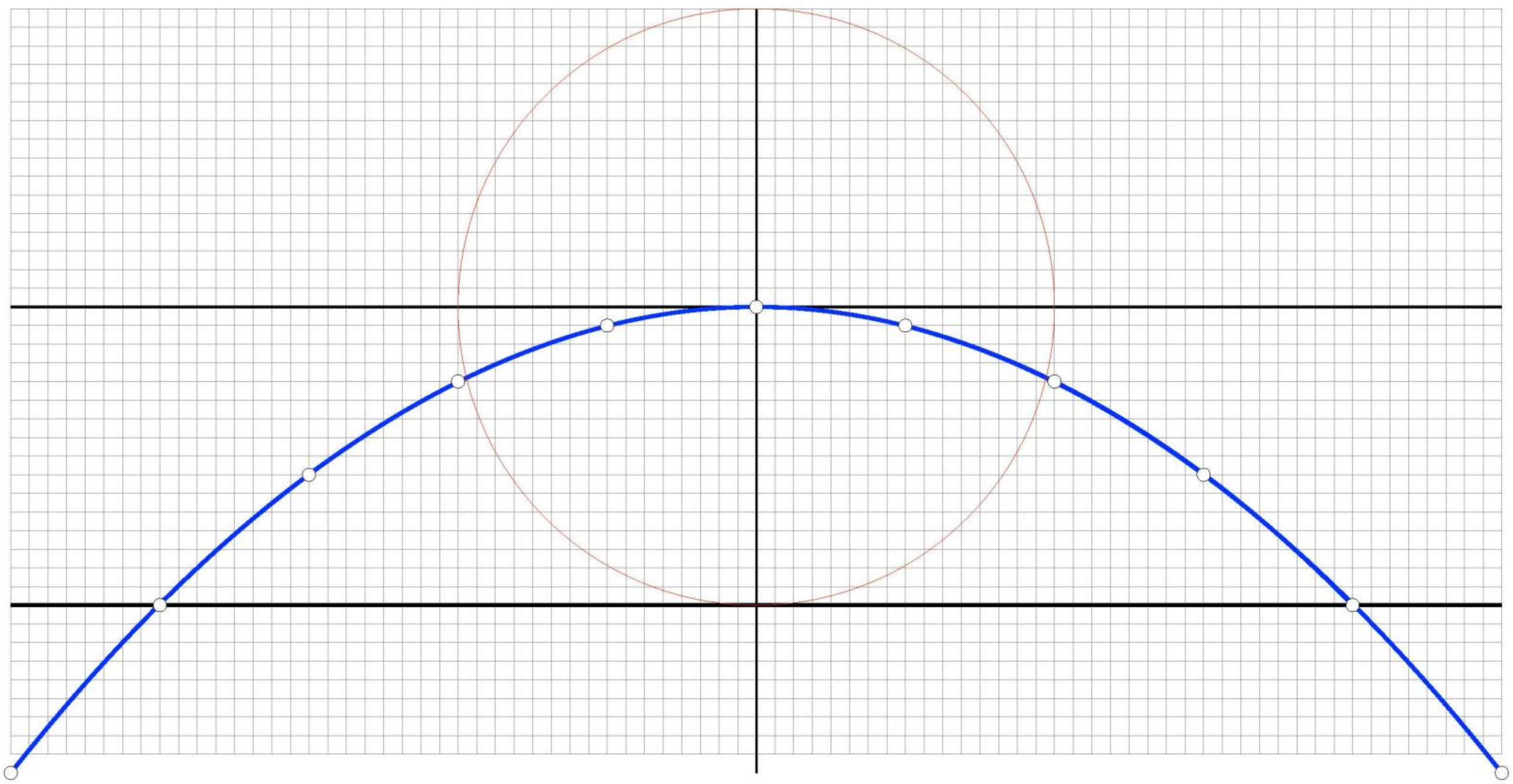


Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



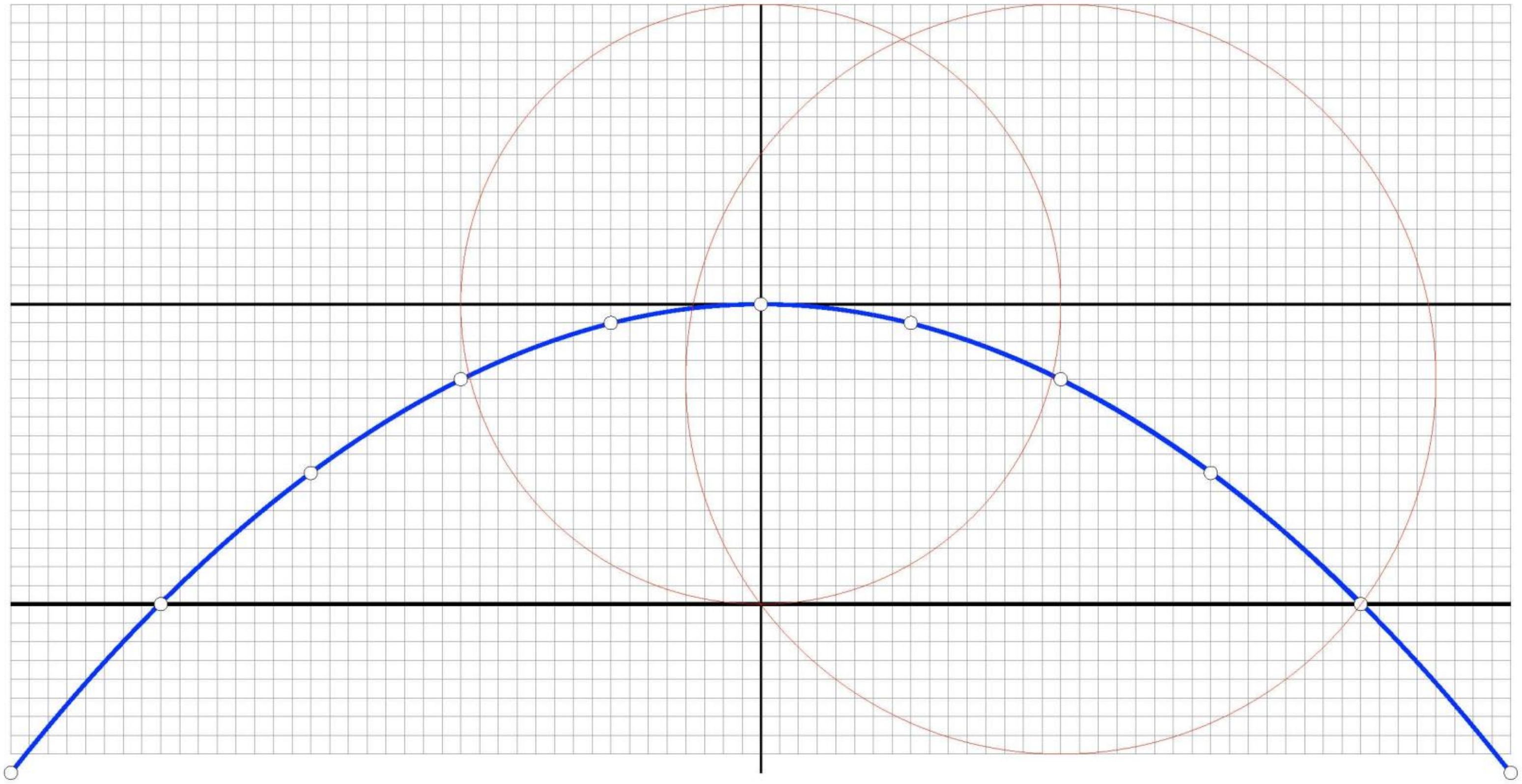
Representação da curva que indica geometricamente a composição dos movimentos perpendiculares.

Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

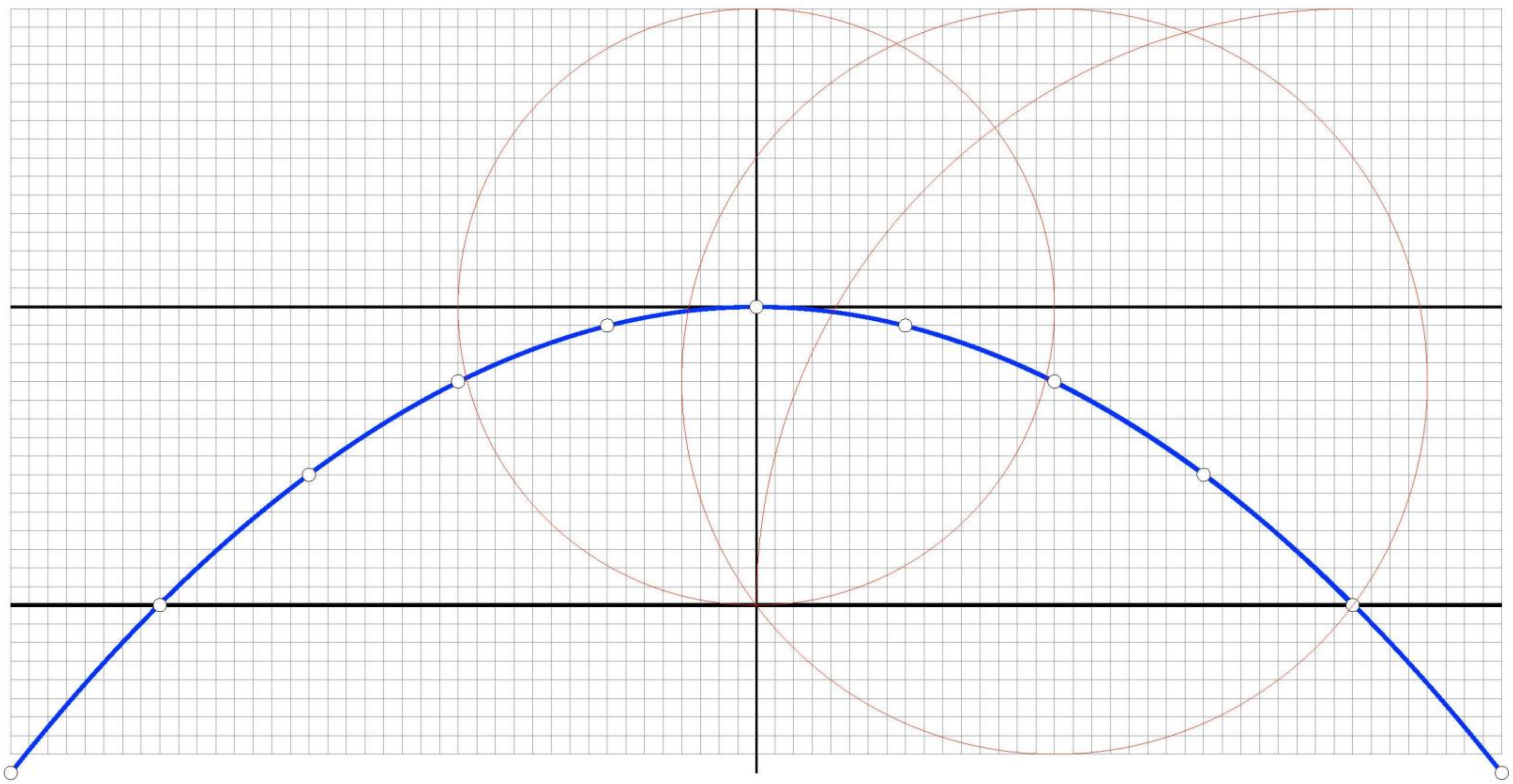


Circunferência cujo raio igual ao deslocamento realizado pela partícula durante o movimento vertical.

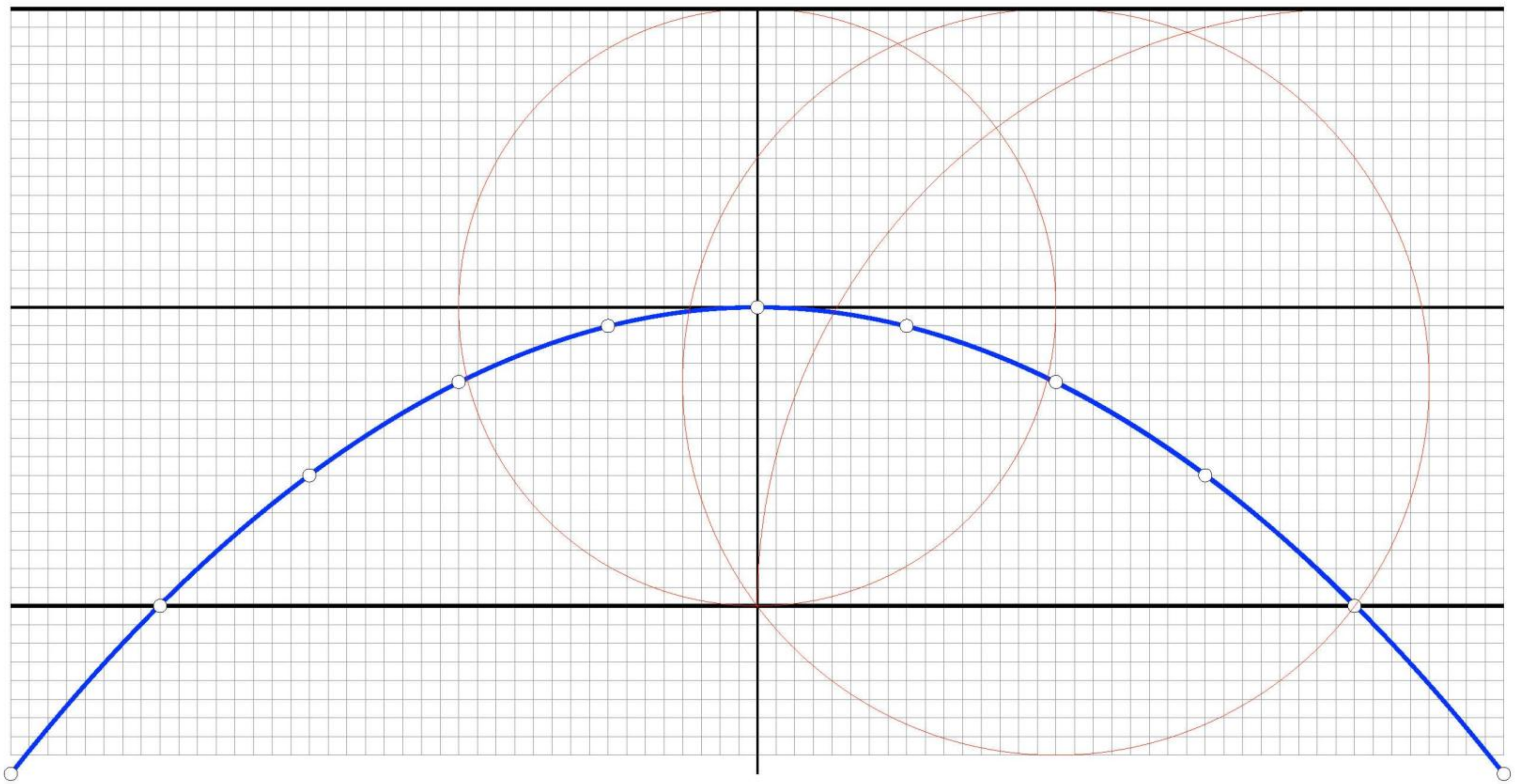
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)

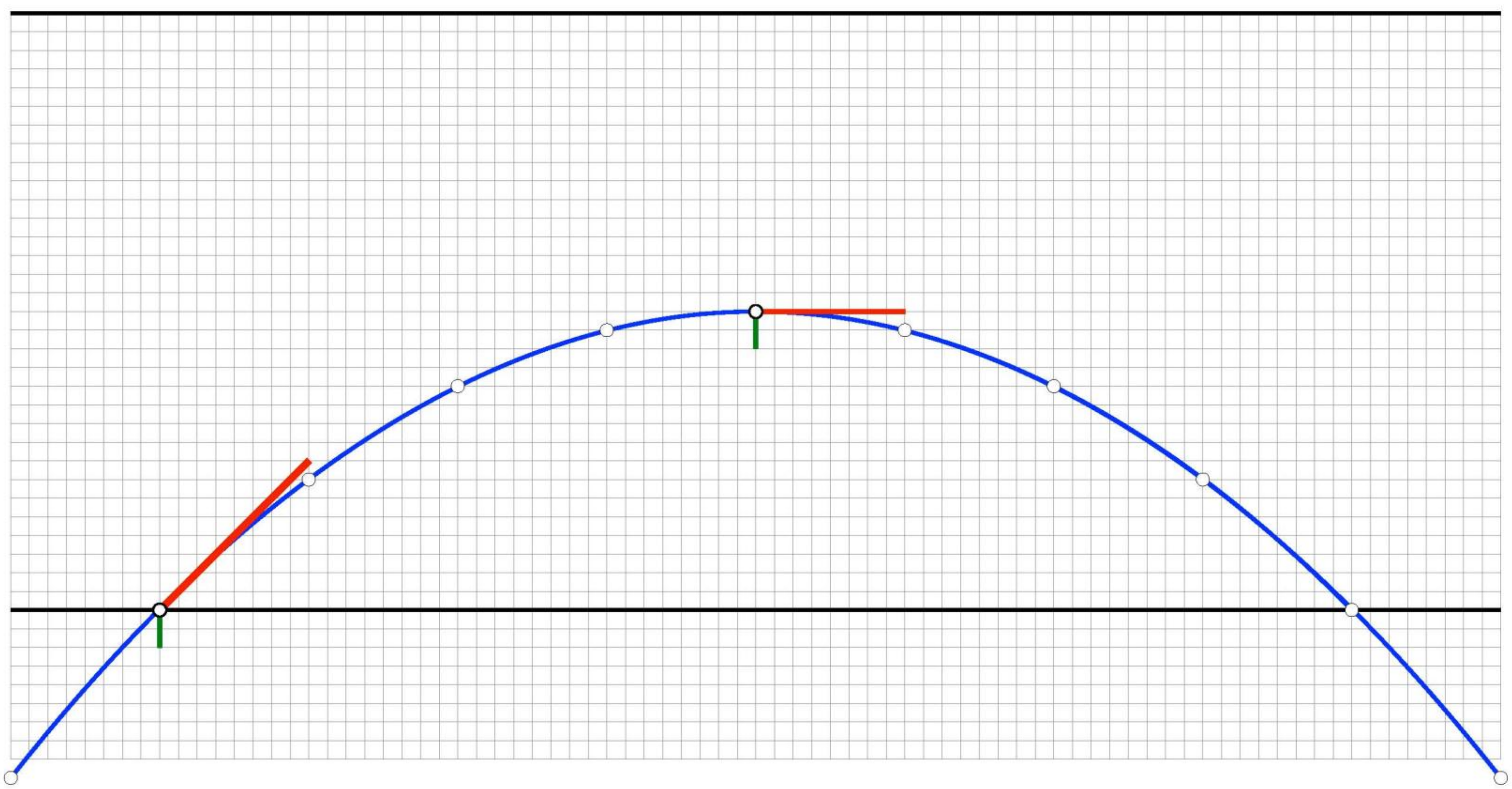


Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



Segmento de reta que é tangenciado pelas circunferências traçadas.

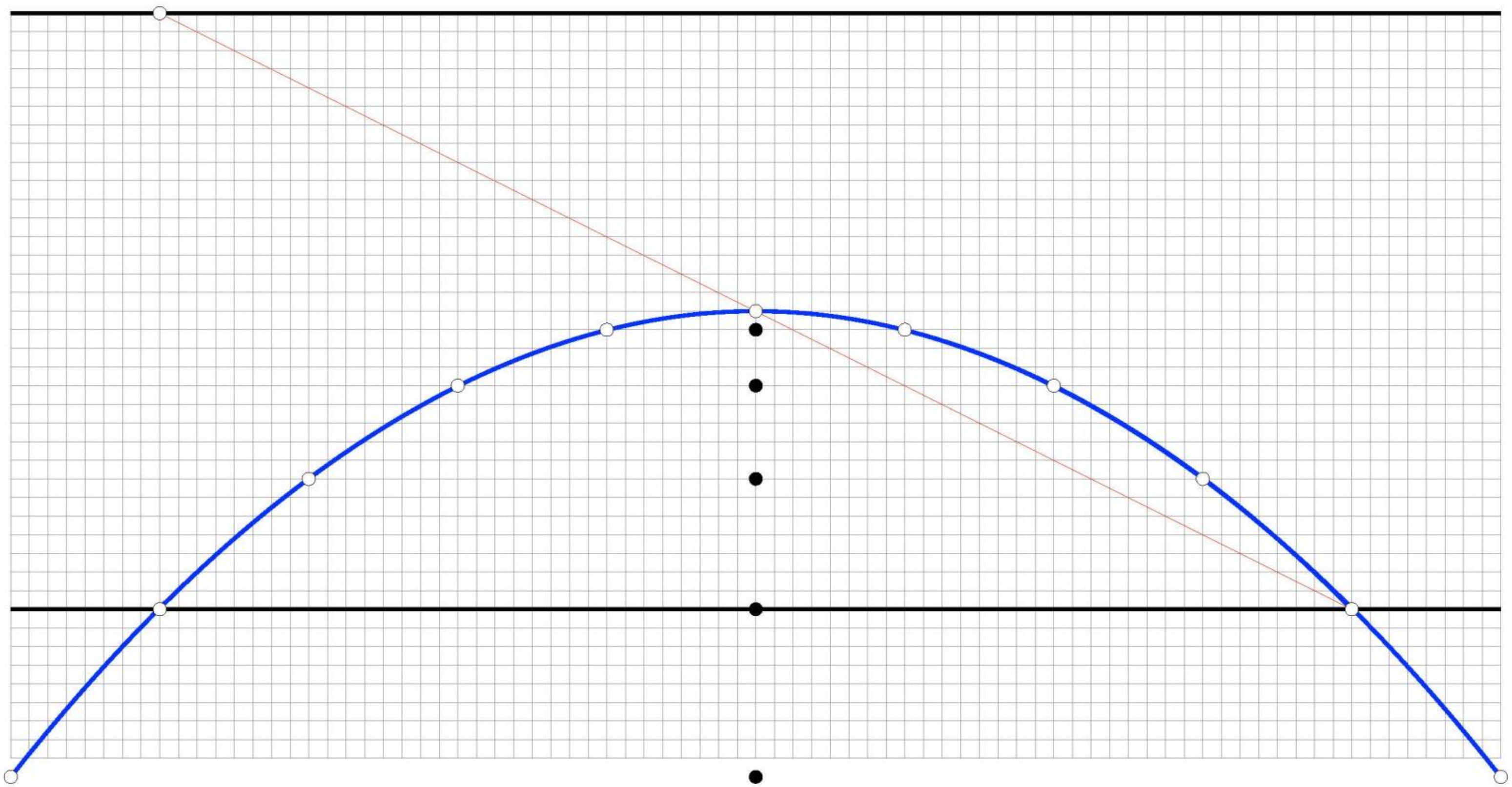
Aula 4 – Combinação dos movimentos (cont.)



Representação do movimento parabólico, com a sua reta diretriz, obtido pela composição dos dois movimentos estudados anteriormente. Observe que o segmento associado à aceleração é sempre orientado verticalmente.

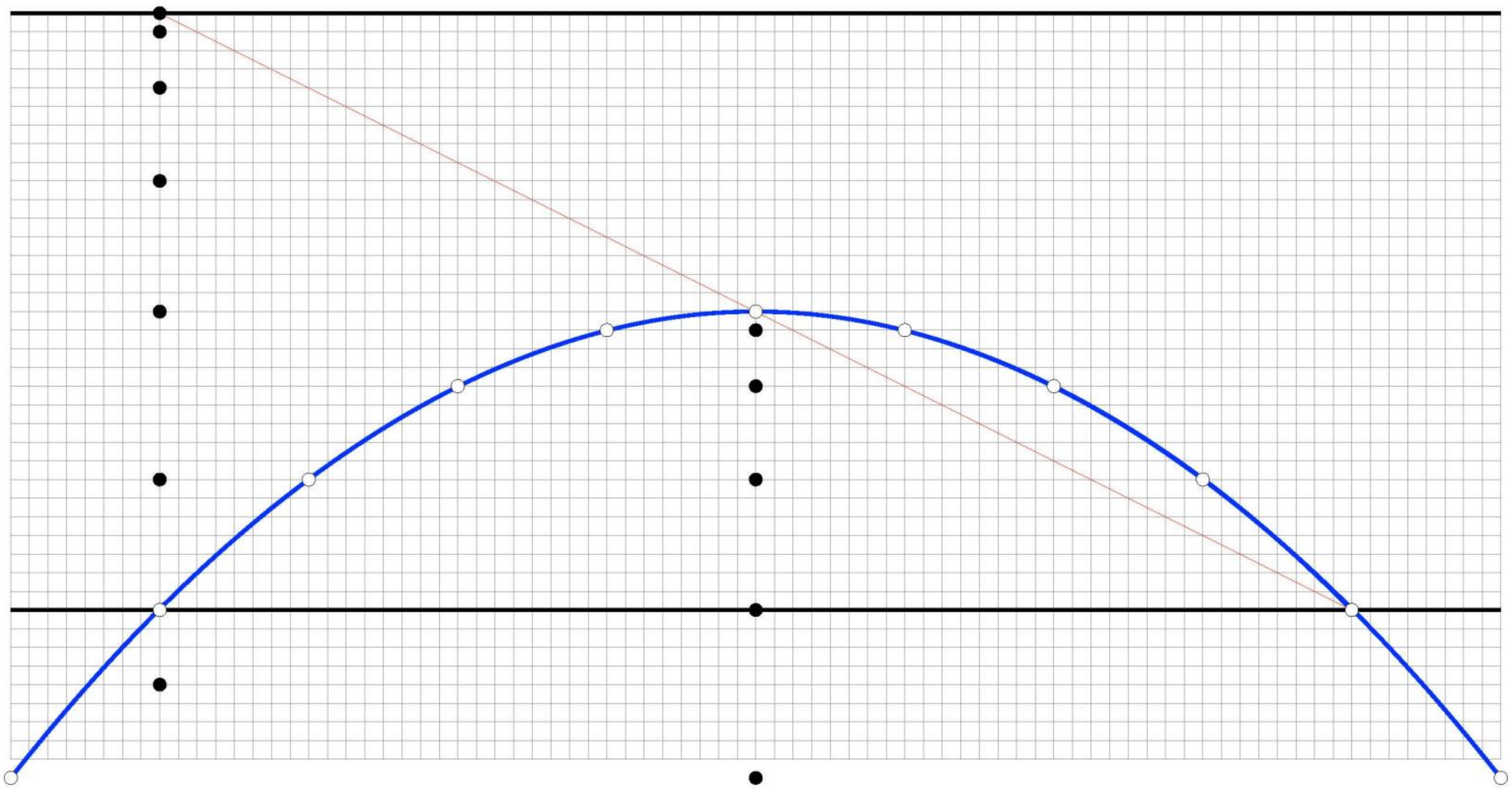
Aula 4

Aula 4 – Construções de curvas semelhantes



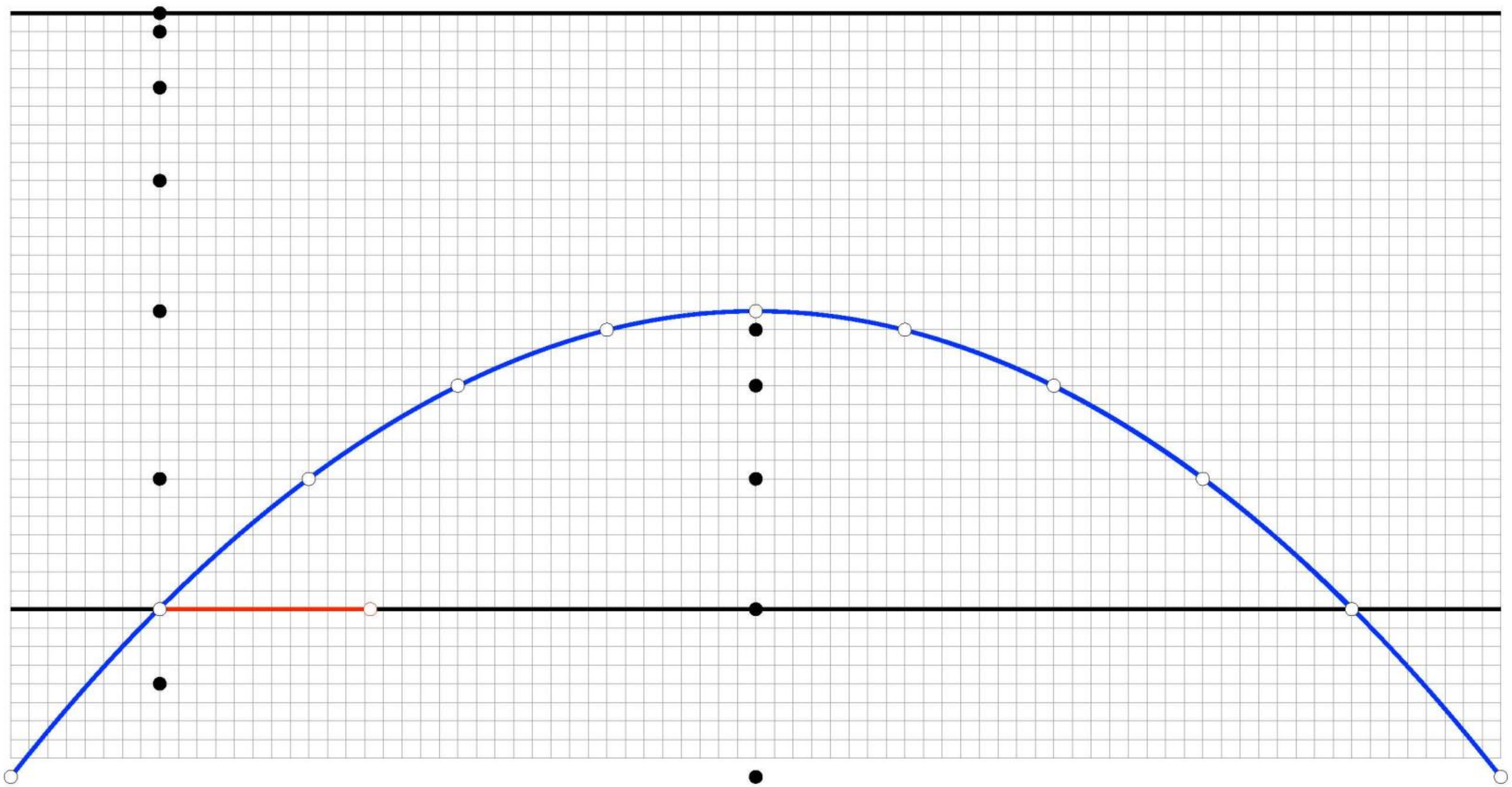
Inicialmente, representamos um outro MRUV de uma partícula com ordenada no ponto de interseção da parábola determinada anteriormente e abscissa sobre a diretriz desta mesma parábola.

Aula 4 – Construções de curvas semelhantes

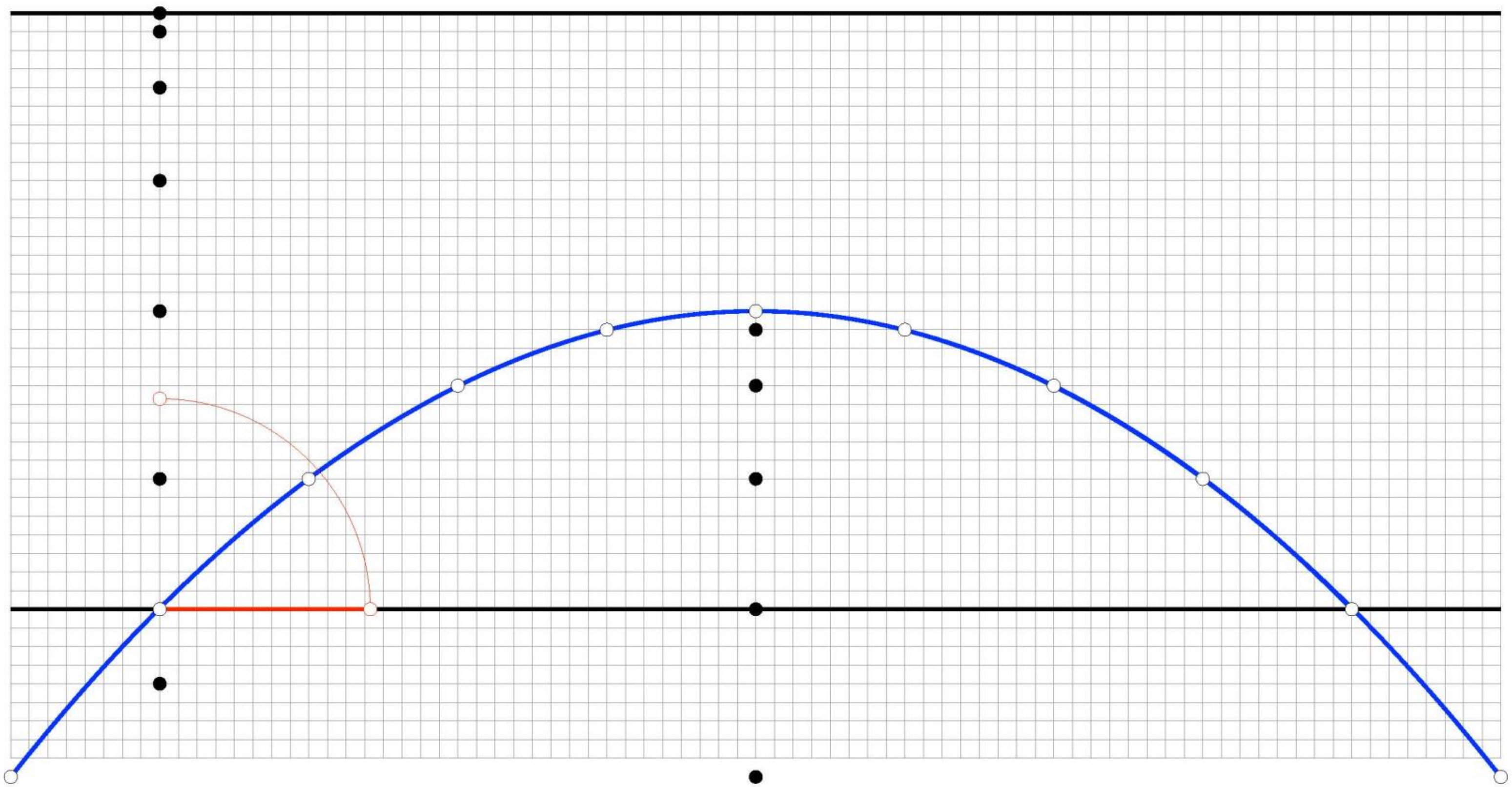


Representação do MRUV que possui o dobro do deslocamento realizado anteriormente pela partícula.

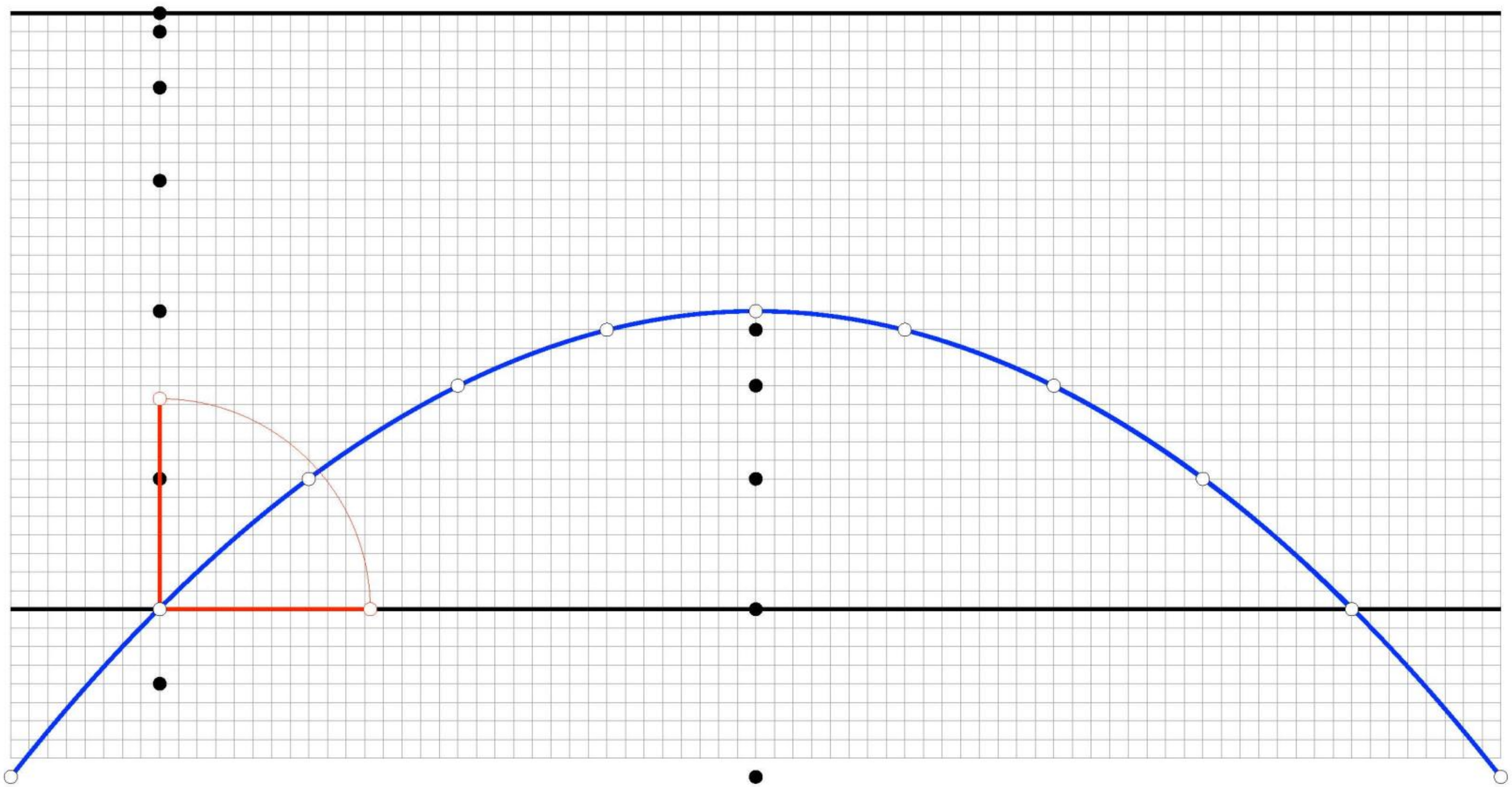
Aula 4 – Construções de curvas semelhantes



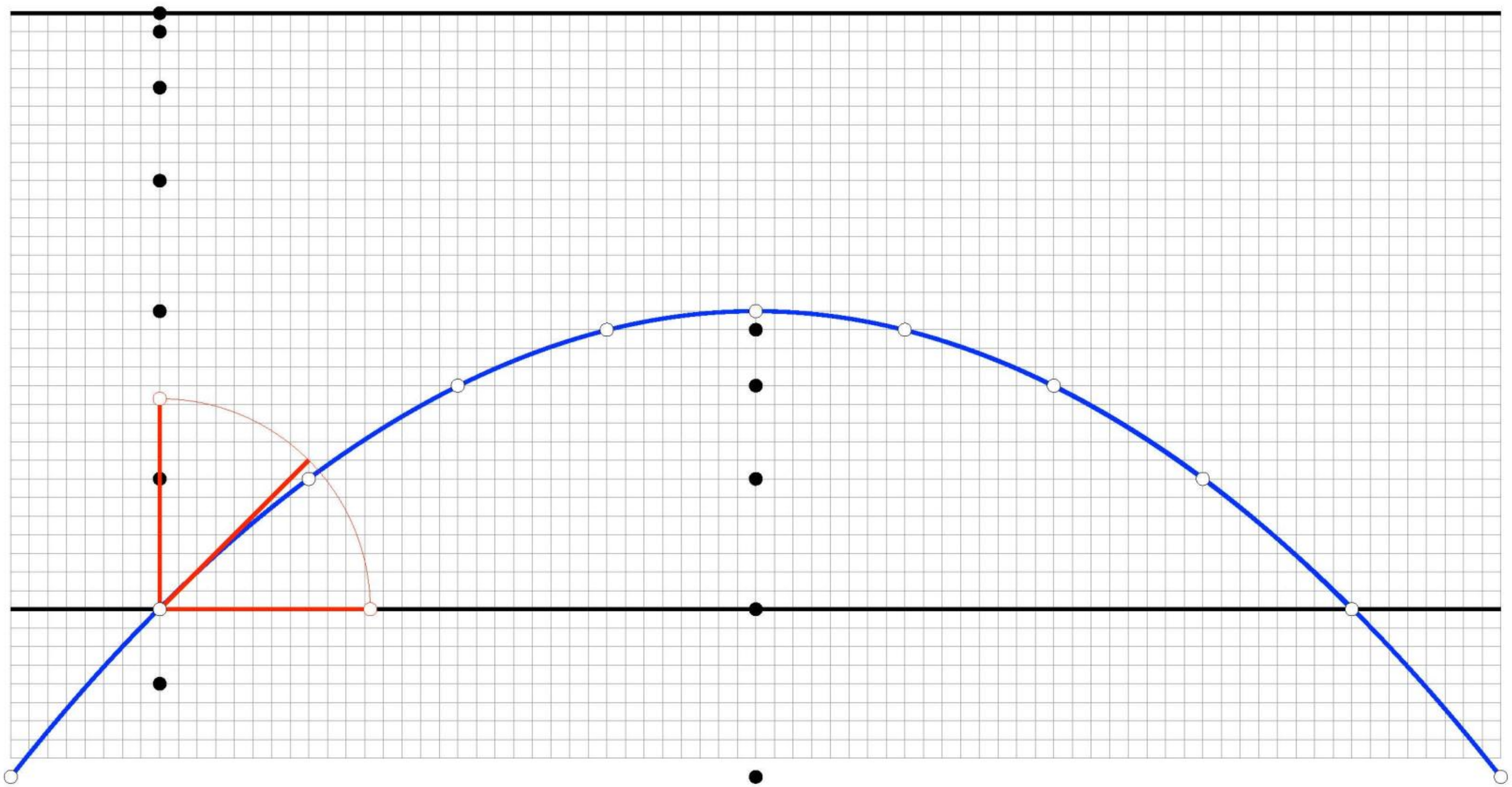
Aula 4 – Construções de curvas semelhantes



Aula 4 – Construções de curvas semelhantes



Aula 4 – Construções de curvas semelhantes

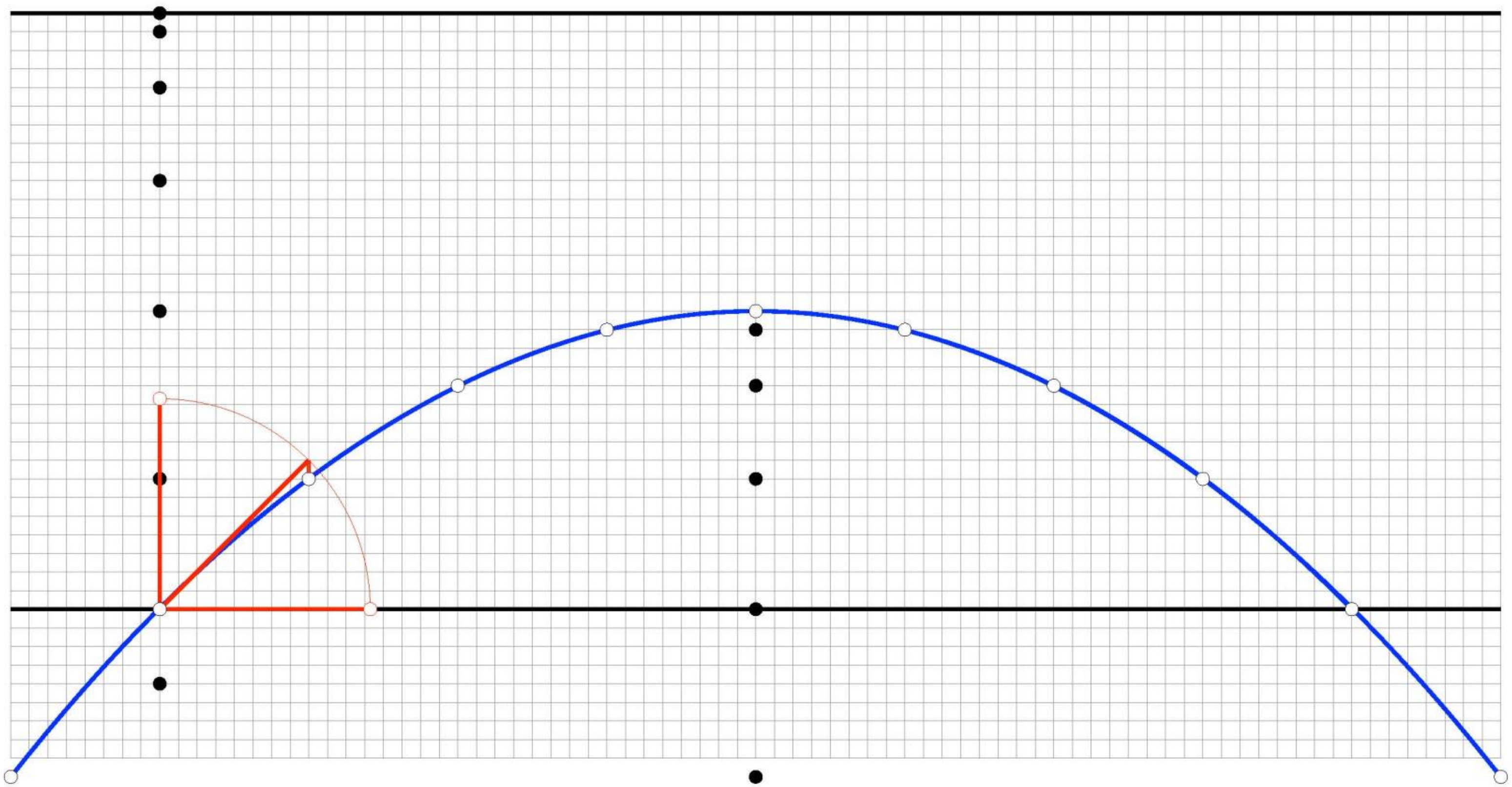


Representação da velocidade da partícula com a elevação determinada em relação a horizontal.

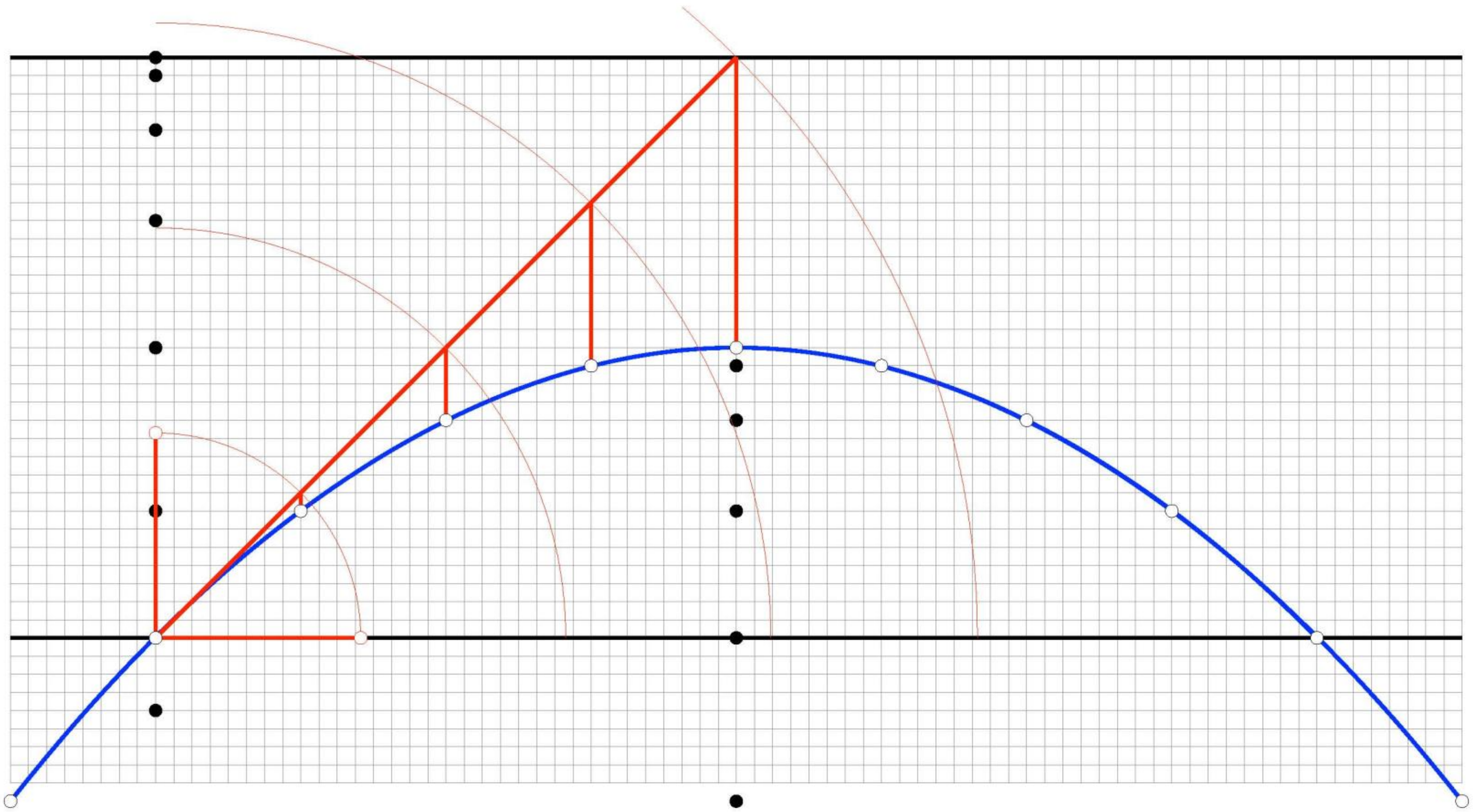
Aula 4 – Construções de curvas semelhantes

- Utilizamos então o mesmo método para construir diversos lançamentos mantendo constante a velocidade que determinamos e mudando somente a sua orientação ou o ângulo de elevação.
- Para essa construção construímos o arco de circunferência que define o módulo da velocidade inicial v_0 e, em seguida, traçamos vários arcos de circunferência dobrando, triplicando e quadruplicando este raio para determinarmos as posições ao longo da direção definida pelo ângulo de elevação θ_0 e "subtraímos" as distâncias na sequência do MRUV, na direção vertical, a partir da unidade, para o primeiro intervalo de tempo, seguida da serie 4, 9 e 16 unidades de comprimento

Aula 4 – Construções de curvas semelhantes

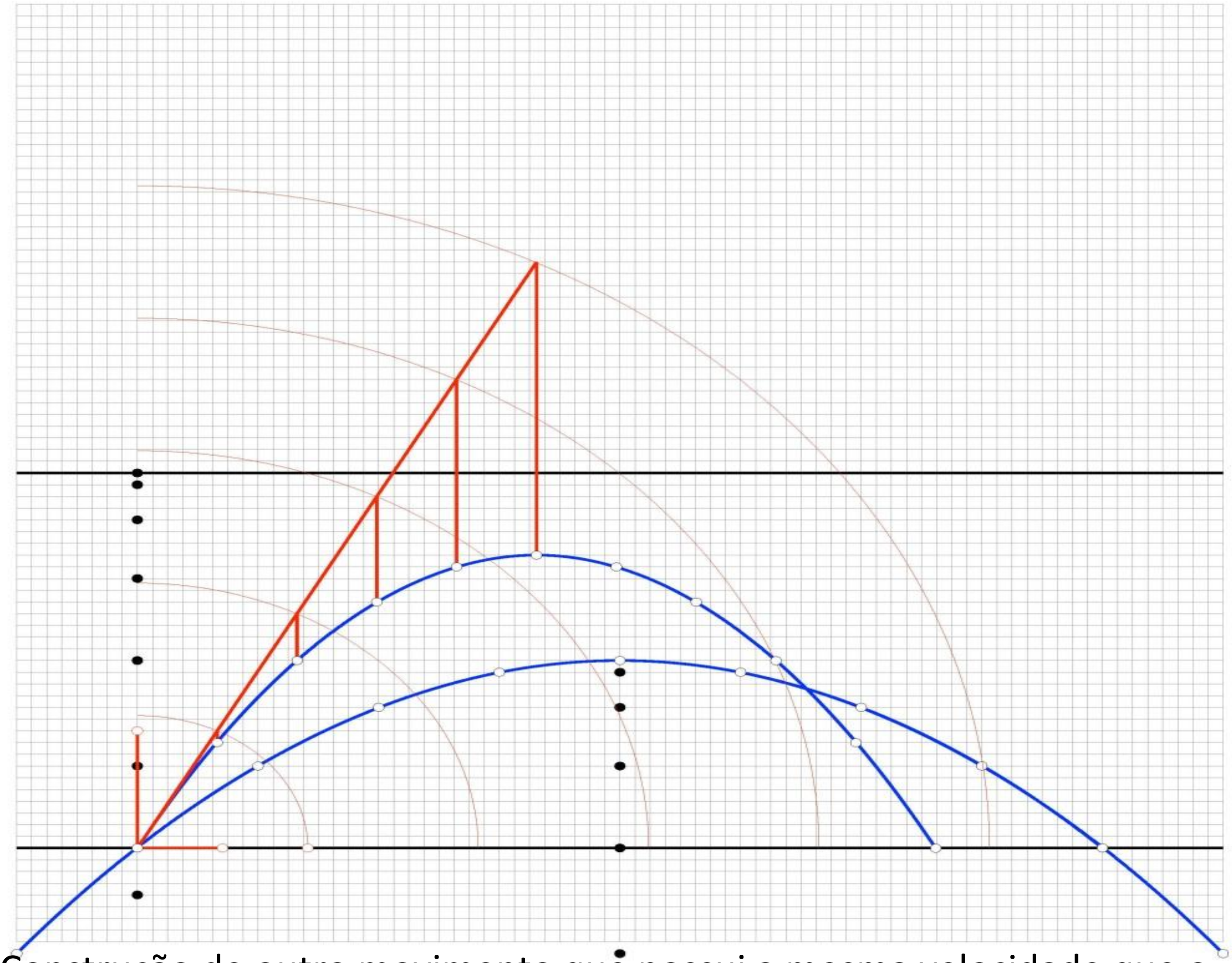


Aula 4 – Construções de curvas semelhantes



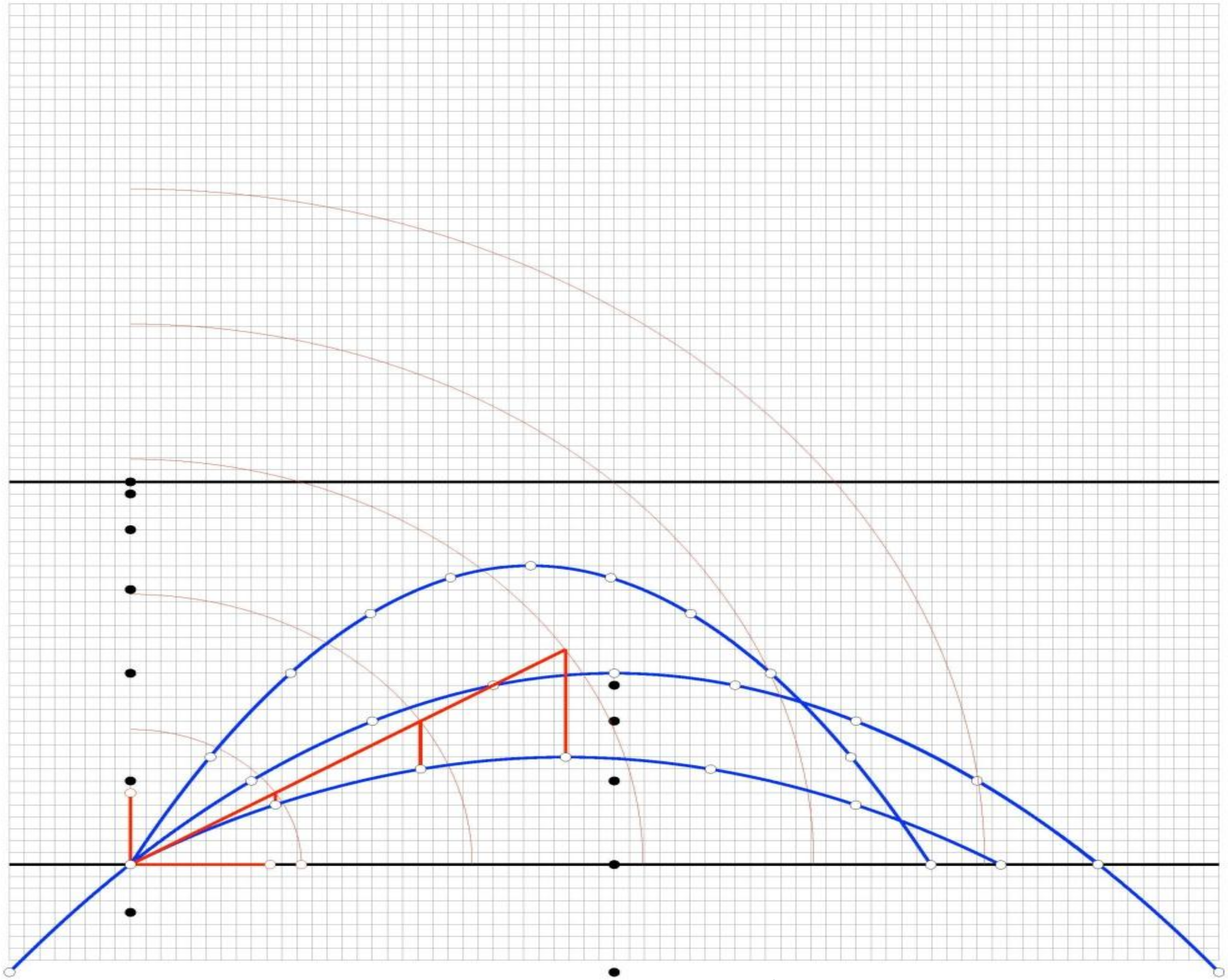
Construção do movimento parabólico sobre outra representação geométrica.

Aula 4 – Construções de curvas semelhantes



Construção de outro movimento que possui a mesma velocidade que o anterior mas elevação diferente em relação a horizontal.

Aula 4 – Construções de curvas semelhantes



Representação de outro movimento parabólico com 3 intervalos de tempo durante a subida.

Aula 4

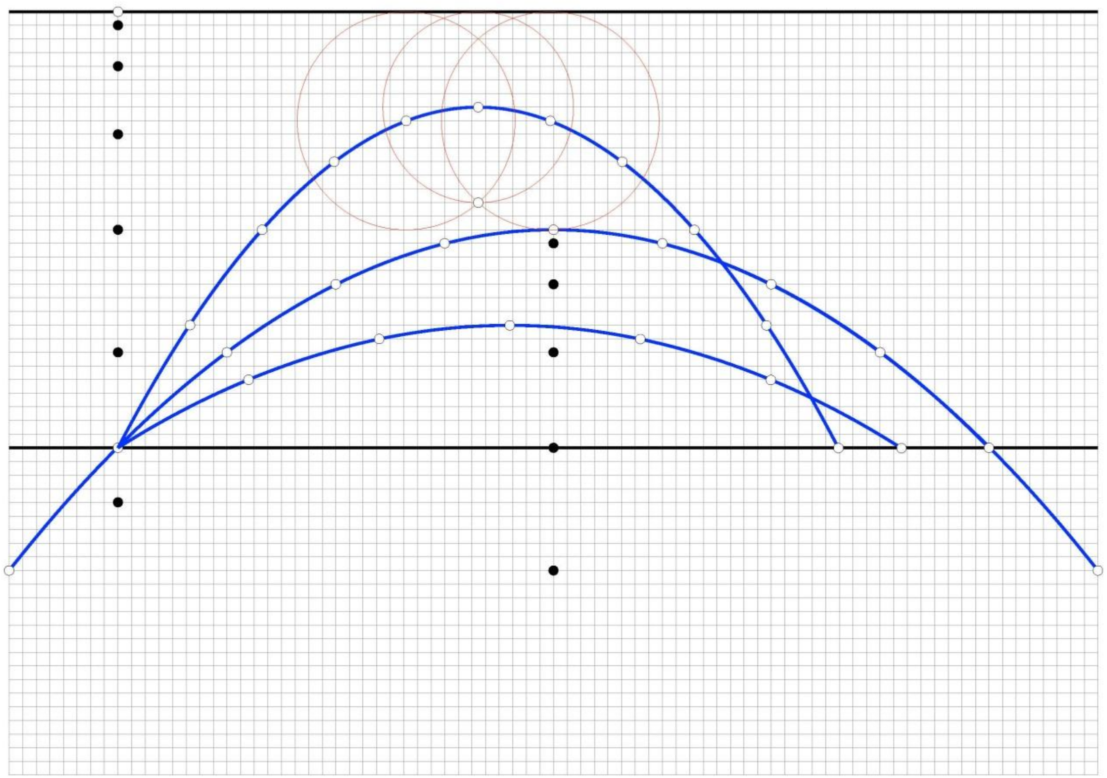
Aula 5

1 • Lugar geométrico dos pontos focais das parábolas

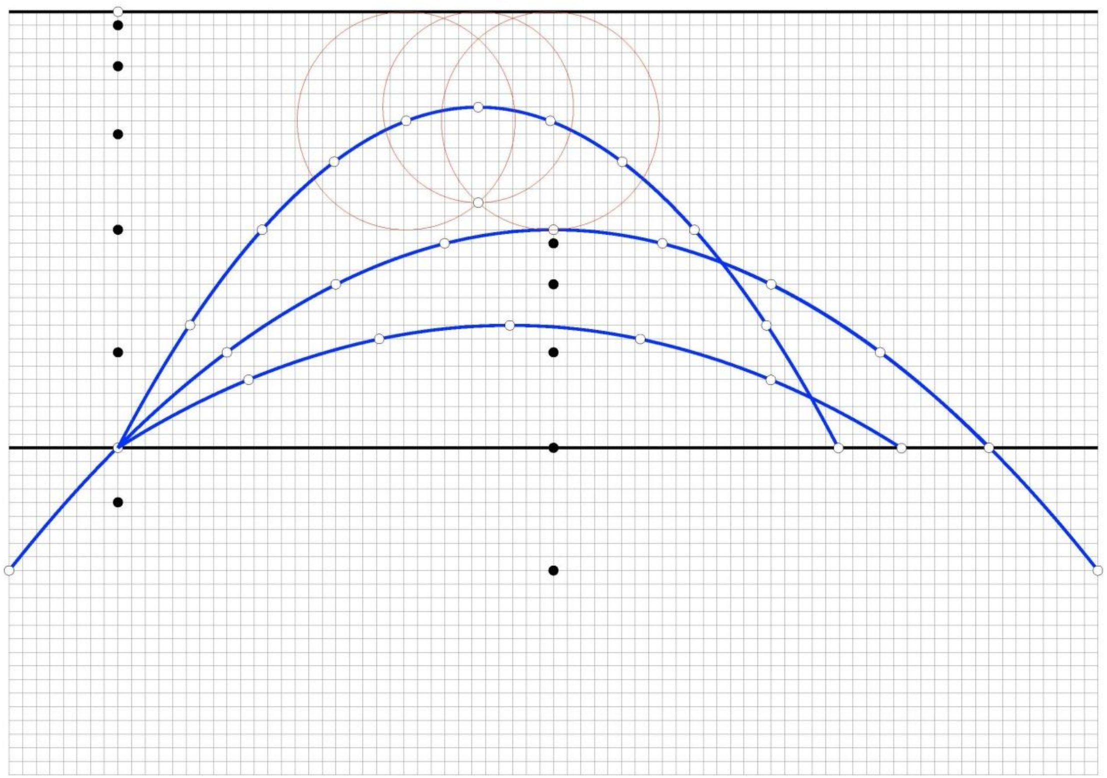
2 • Lugar geométrico dos vértices das parábolas

3 • A parábola de segurança

Aula 5 - Lugar geométrico dos pontos focais das parábolas

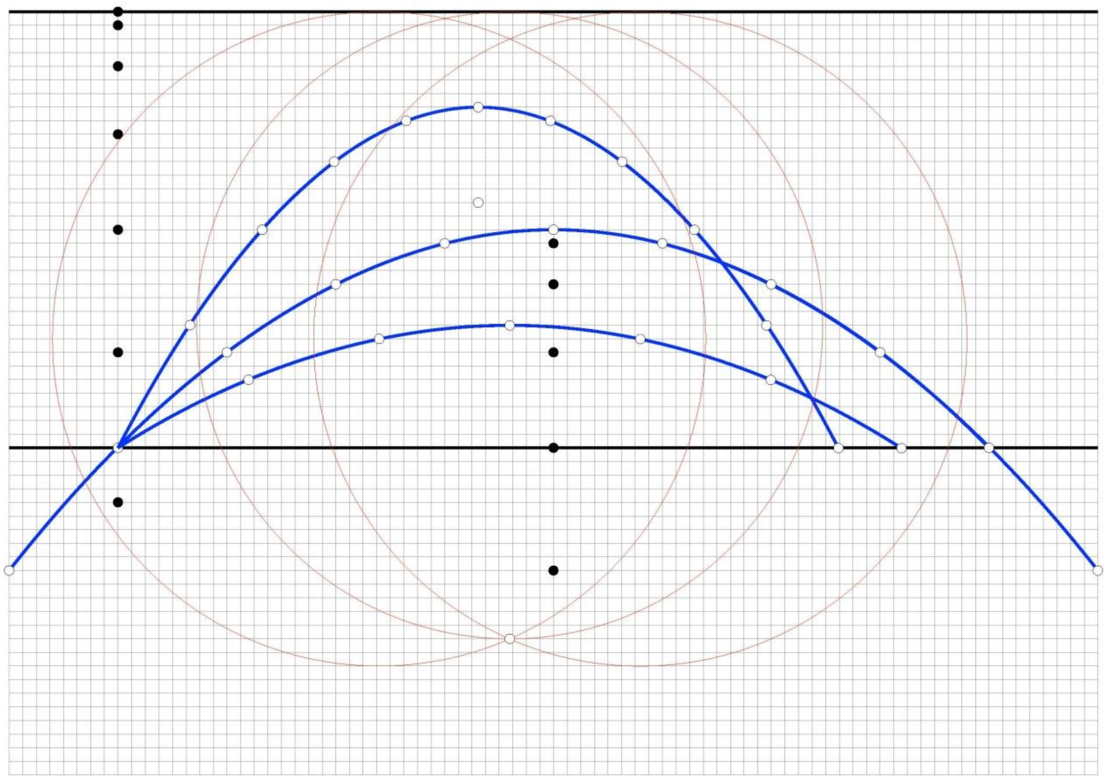


Aula 5 - Lugar geométrico dos pontos focais das parábolas

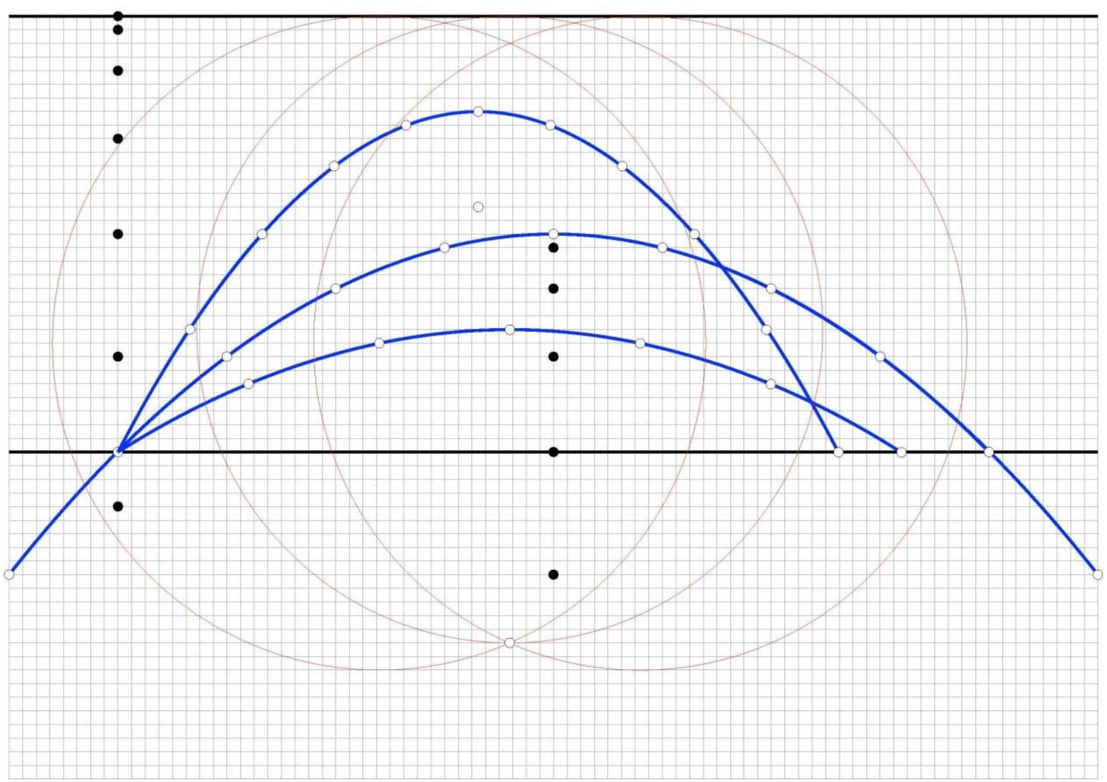


Lugar geométrico do ponto focal para a trajetória que precisa de seis unidades de tempo para alcançar o ápice da trajetória. As circunferências de centro em dos pontos da trajetória e raio igual a distância deste ponto ate a reta diretriz definem o ponto focal da trajetória.

Aula 5 - Lugar geométrico dos pontos focais das parábolas

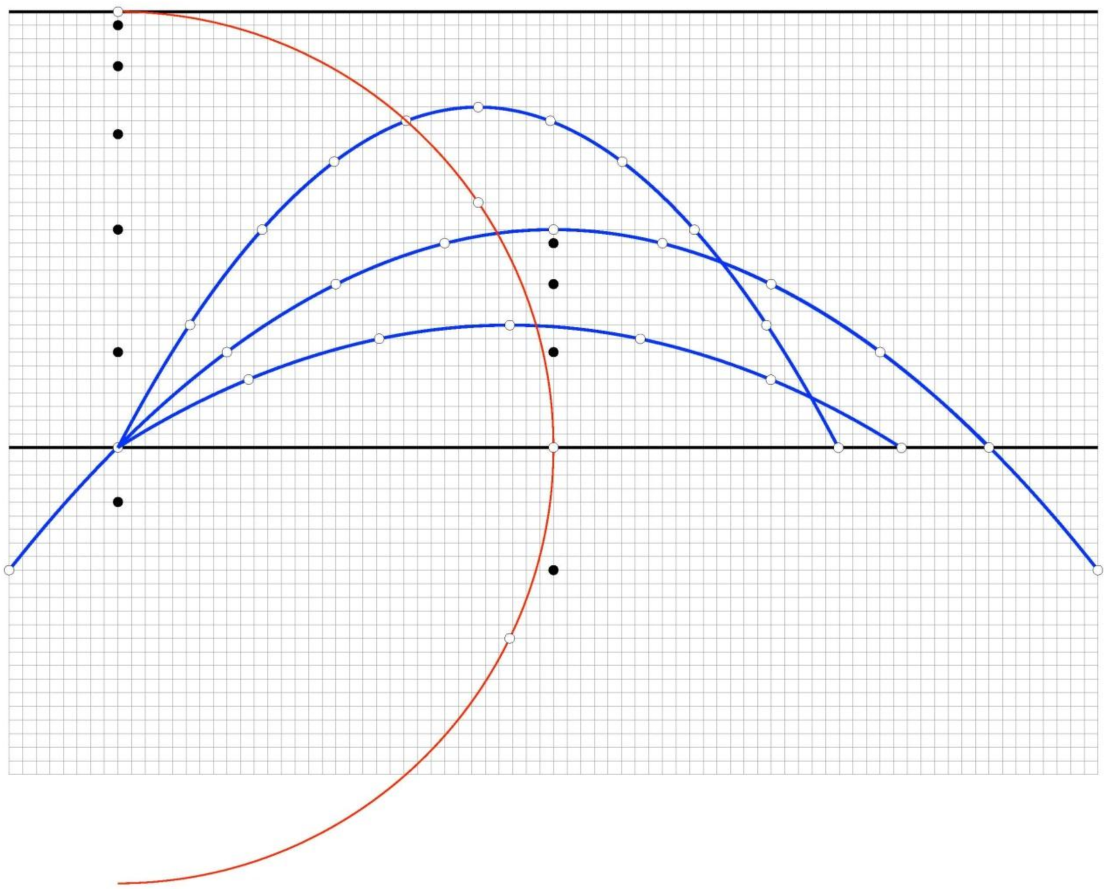


Aula 5 - Lugar geométrico dos pontos focais das parábolas

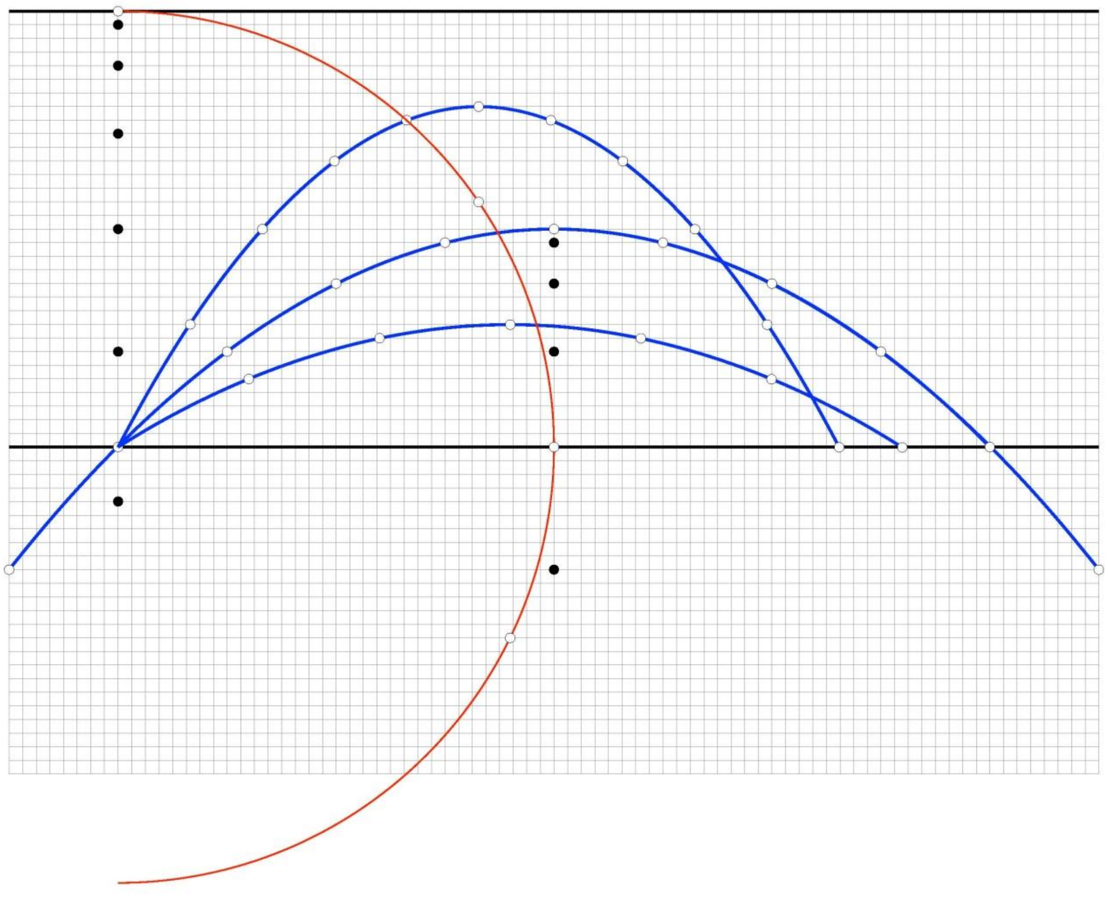


Lugar geométrico do ponto focal para a trajetória que precisa de três unidades de tempo para alcançar o ápice da trajetória. As circunferências de centro em dos pontos da trajetória e raio igual a distância deste ponto ate a reta diretriz definem o ponto focal da trajetória.

Aula 5 - Lugar geométrico dos pontos focais das parábolas

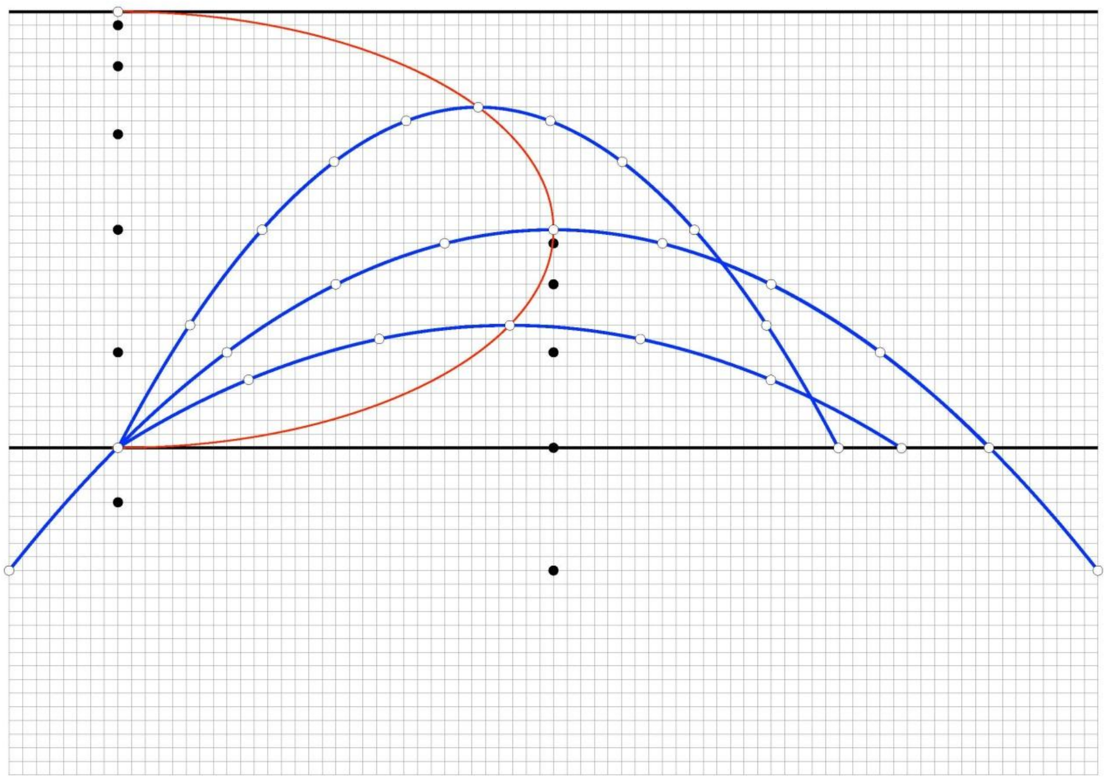


Aula 5 - Lugar geométrico dos pontos focais das parábolas

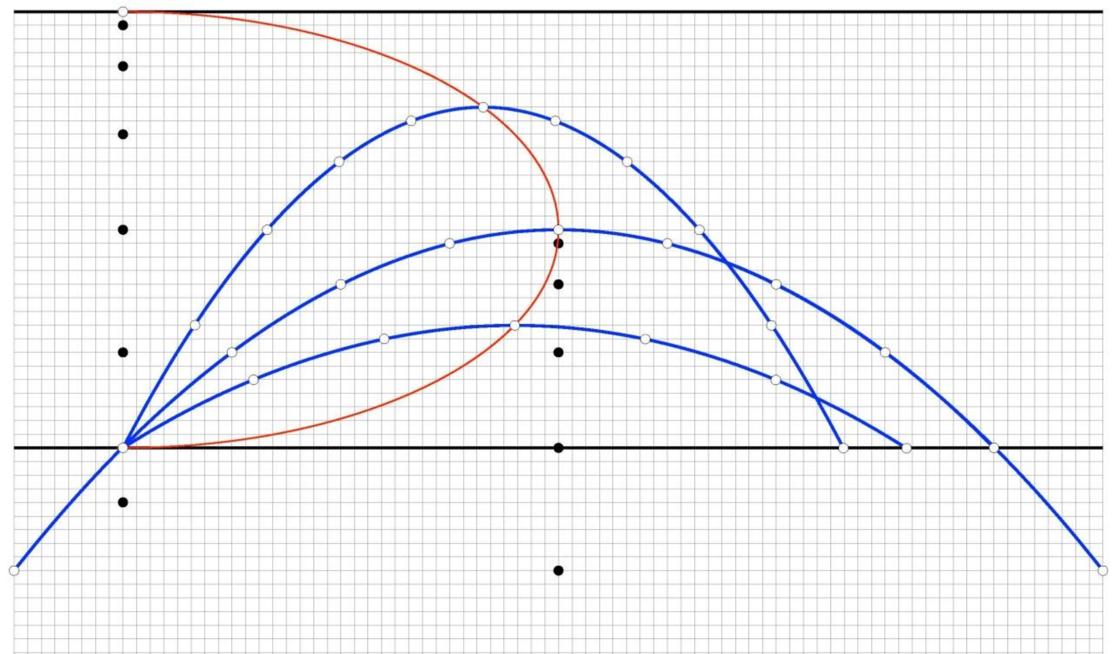


Lugar geométrico dos pontos focais das diferentes trajetórias parabólicas que podem ser geradas com o módulo da velocidade inicial v_0 sempre constante e somente variando o ângulo de elevação θ_0. Esta curva é uma circunferência de raio igual a maior altura que pode ser alcançada, quando o ângulo de elevação θ_0 e igual a $\pi/2$ e de centro na posição de lançamento do projétil.

Aula 5 - Lugar geométrico dos vértices das parábolas

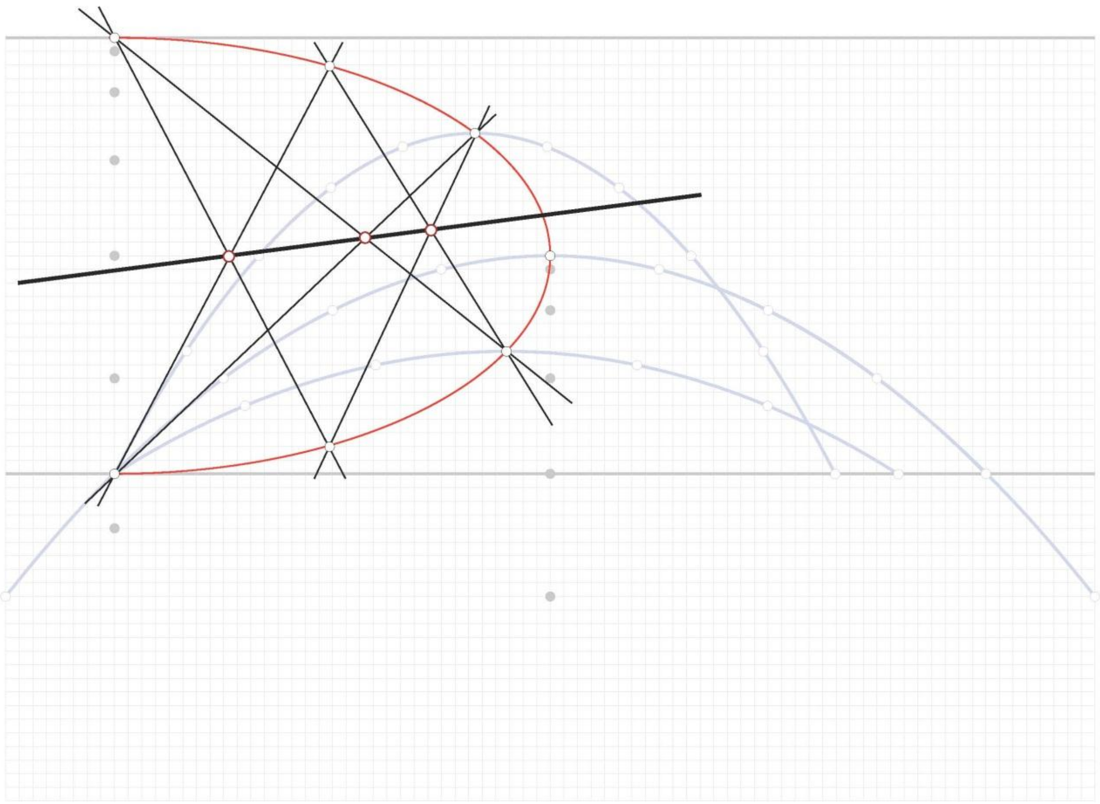


Aula 5 - Lugar geométrico dos vértices das parábolas

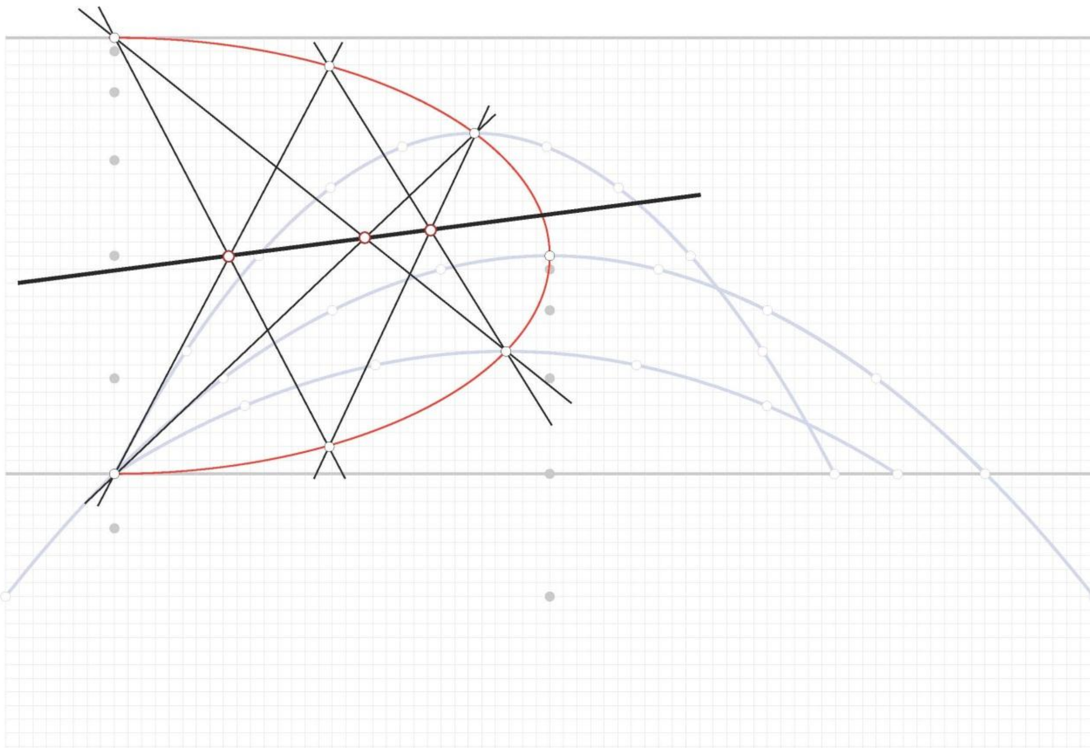


Lugar geométrico dos vértices das diferentes trajetórias parabólicas que podem ser geradas com o modulo da velocidade inicial v_0 sempre constante e somente variando o ângulo de elevação θ_0. Esta curva e uma elipse de eixo menor B igual a metade da maior altitude que o projetil pode alcançar e de eixo maior A igual ao maior alcance horizontal que a partícula pode realizar.

Aula 5 - Lugar geométrico dos vértices das parábolas

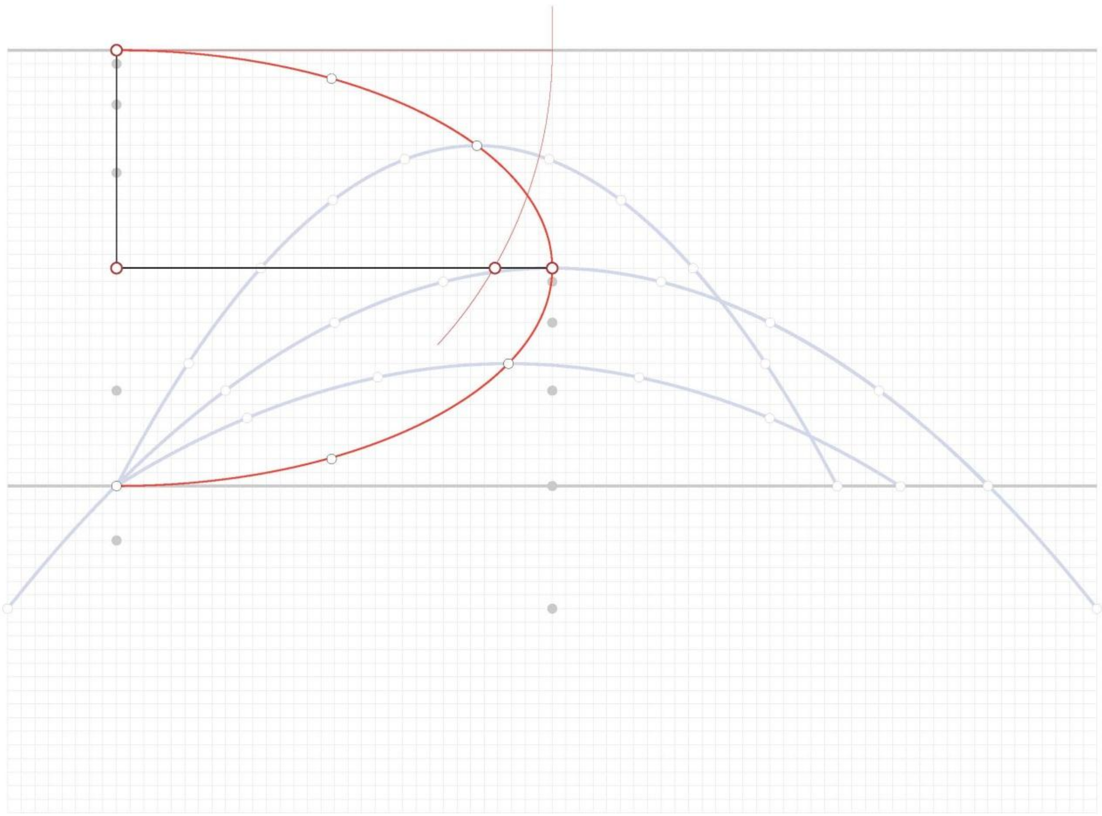


Aula 5 - Lugar geométrico dos vértices das parábolas

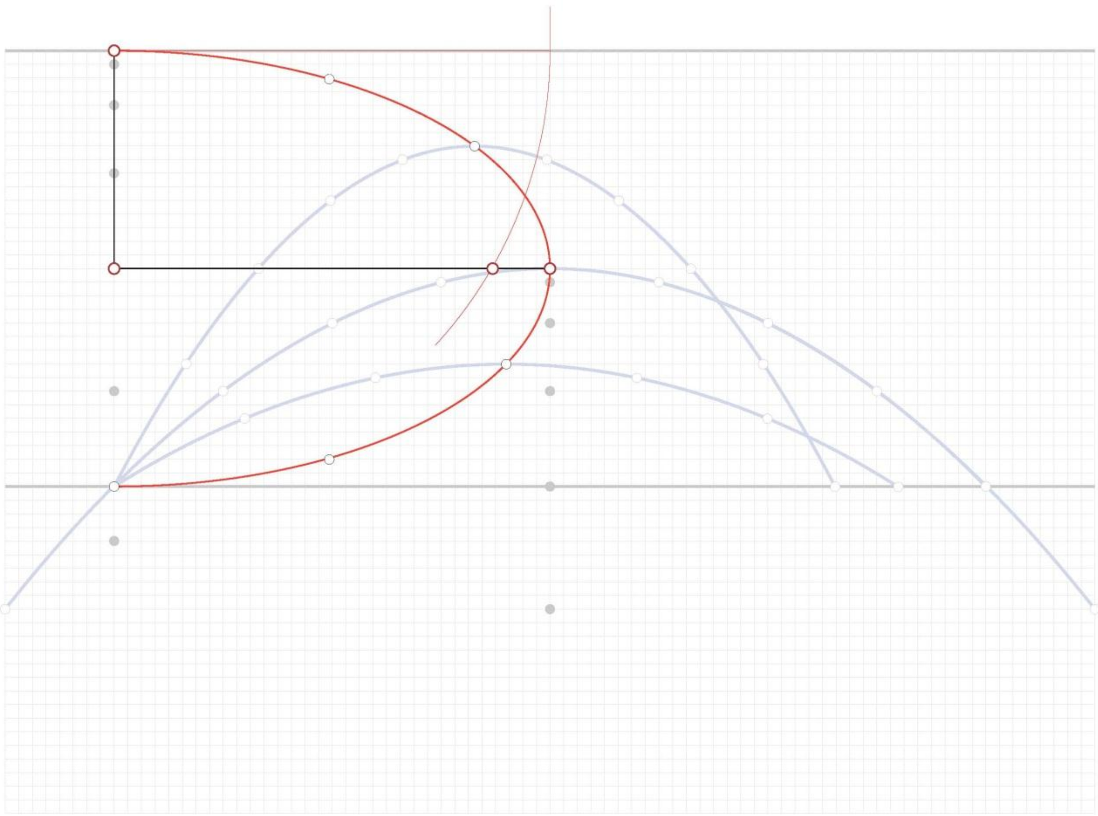


Escolha de seis pontos arbitrários sobre a curva que representa o lugar geométrico dos vértices das parábolas de forma a construir um hexágono e através de segmentos de reta formar três pares de diagonais, para usar o Teorema "Mysticum Hexagrammum" ou Teorema de Pascal de modo a determinar qual e curva.

Aula 5 - Lugar geométrico dos vértices das parábolas



Aula 5 - Lugar geométrico dos vértices das parábolas



Representação da elipse cujo o eixo menor B e igual a metade da maior altitude *H* que o projetil pode alcançar

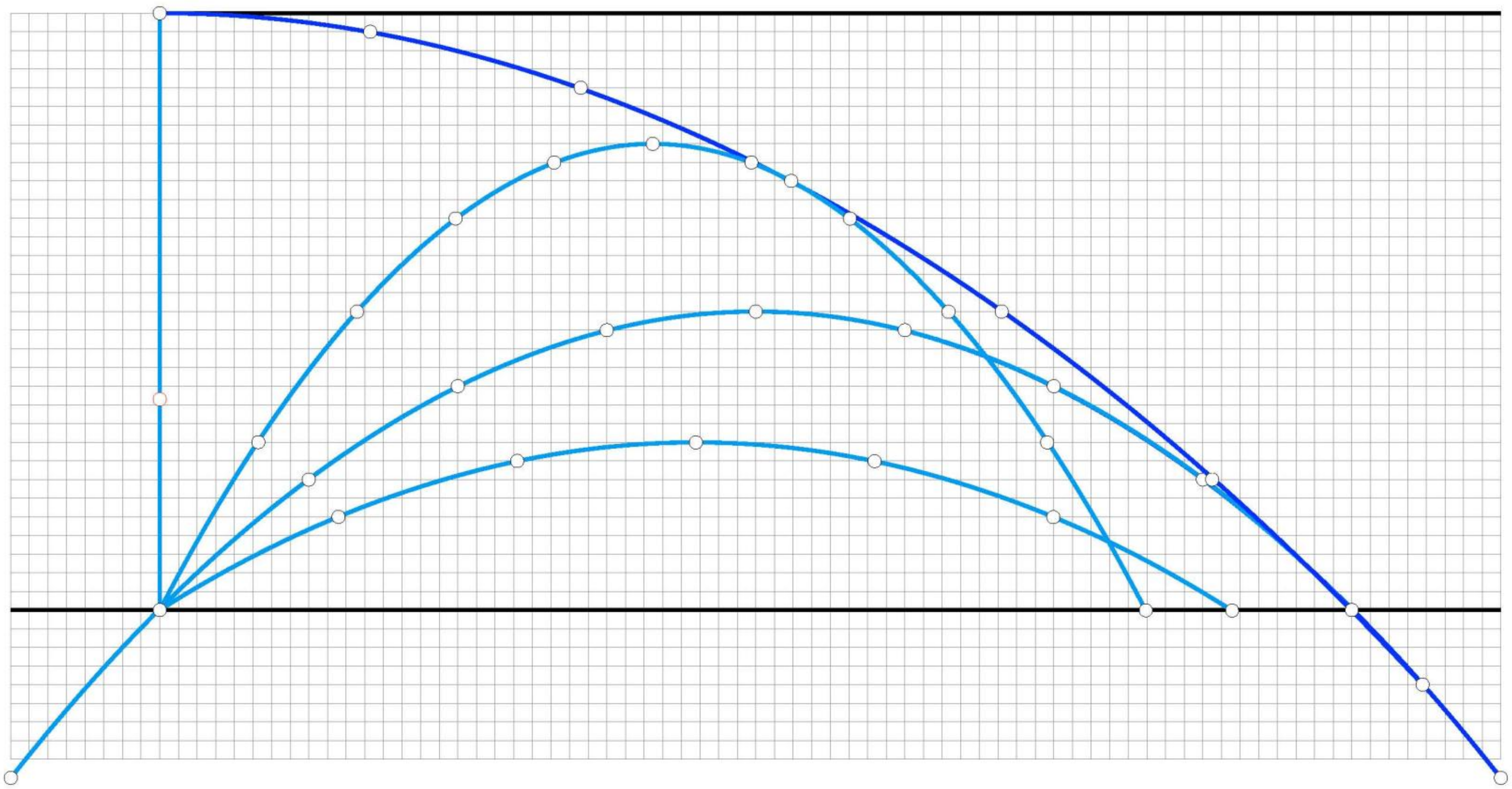
$$B = \frac{H}{2} = \frac{{v_0}^2}{4a}$$

e o eixo maior A da elipse e igual ao maior alcance horizontal que a partícula pode realizar, estabelecida pelo semilatus retum da parábola de ângulo de elevação $\theta_0 = \pi/4$, onde:

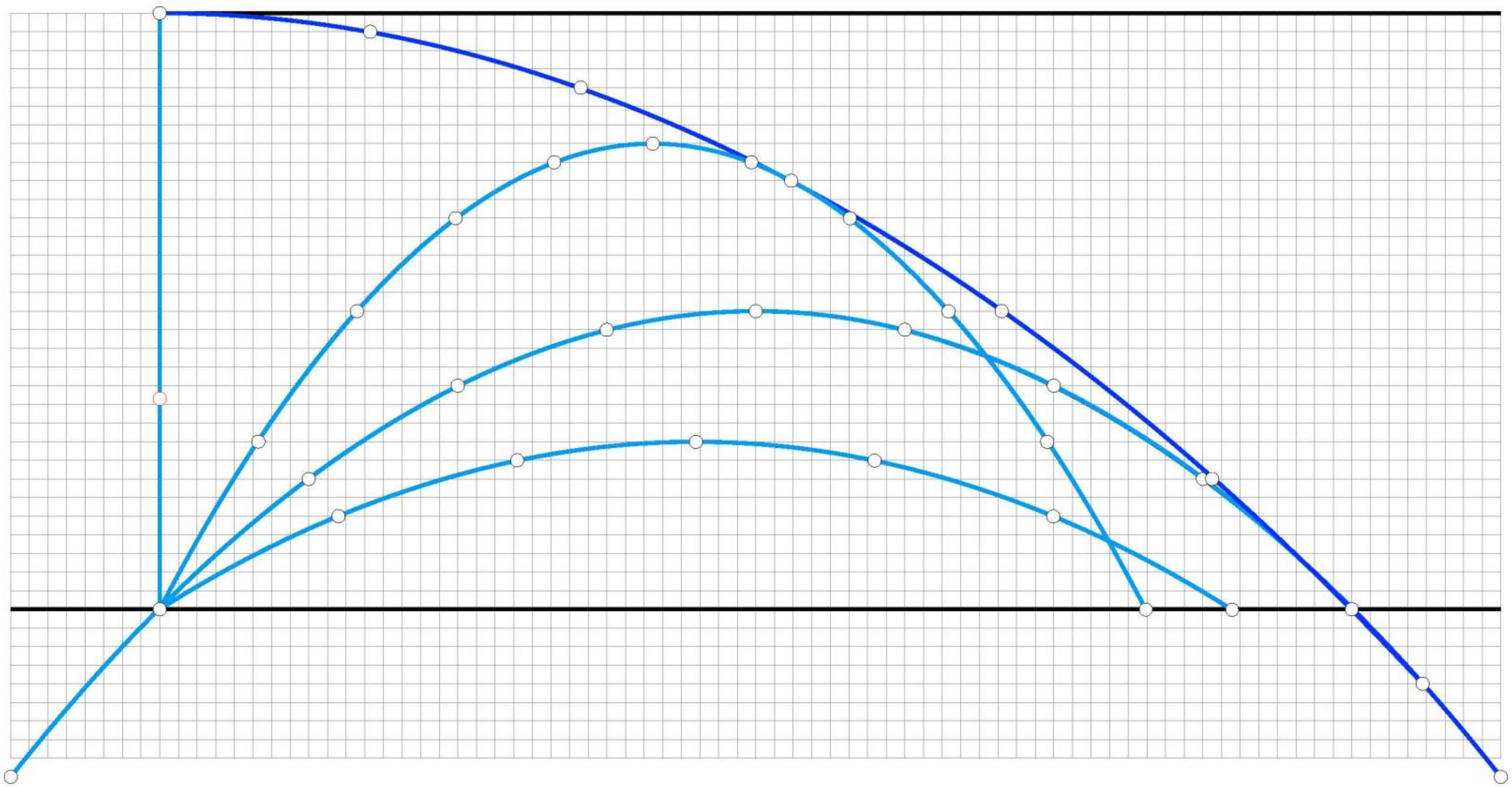
$$A = 2B = 2\,\frac{{v_0}^2}{4a}.$$

Aula 5

Aula 5 - A parábola de segurança

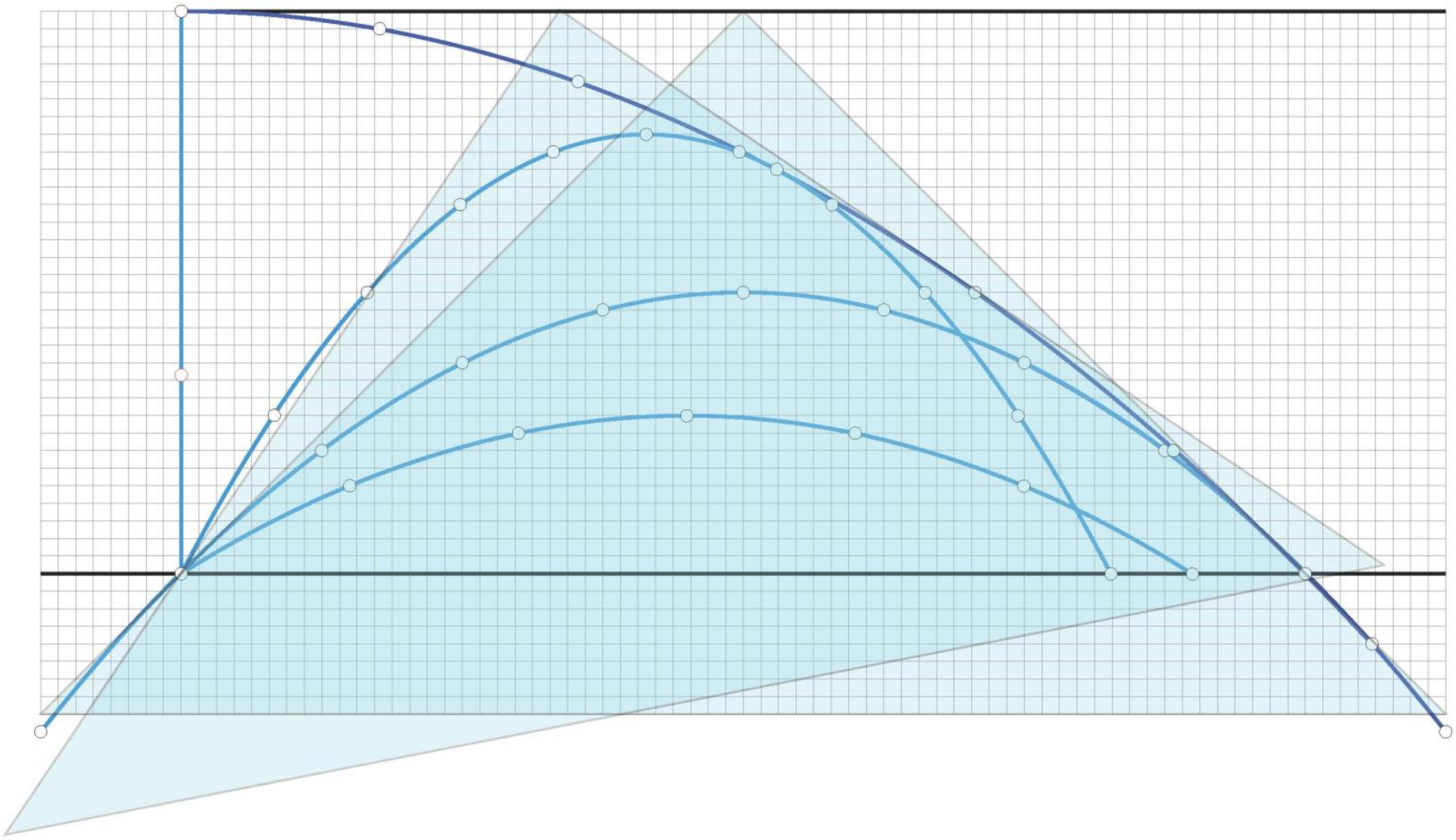


Aula 5 - A parábola de segurança

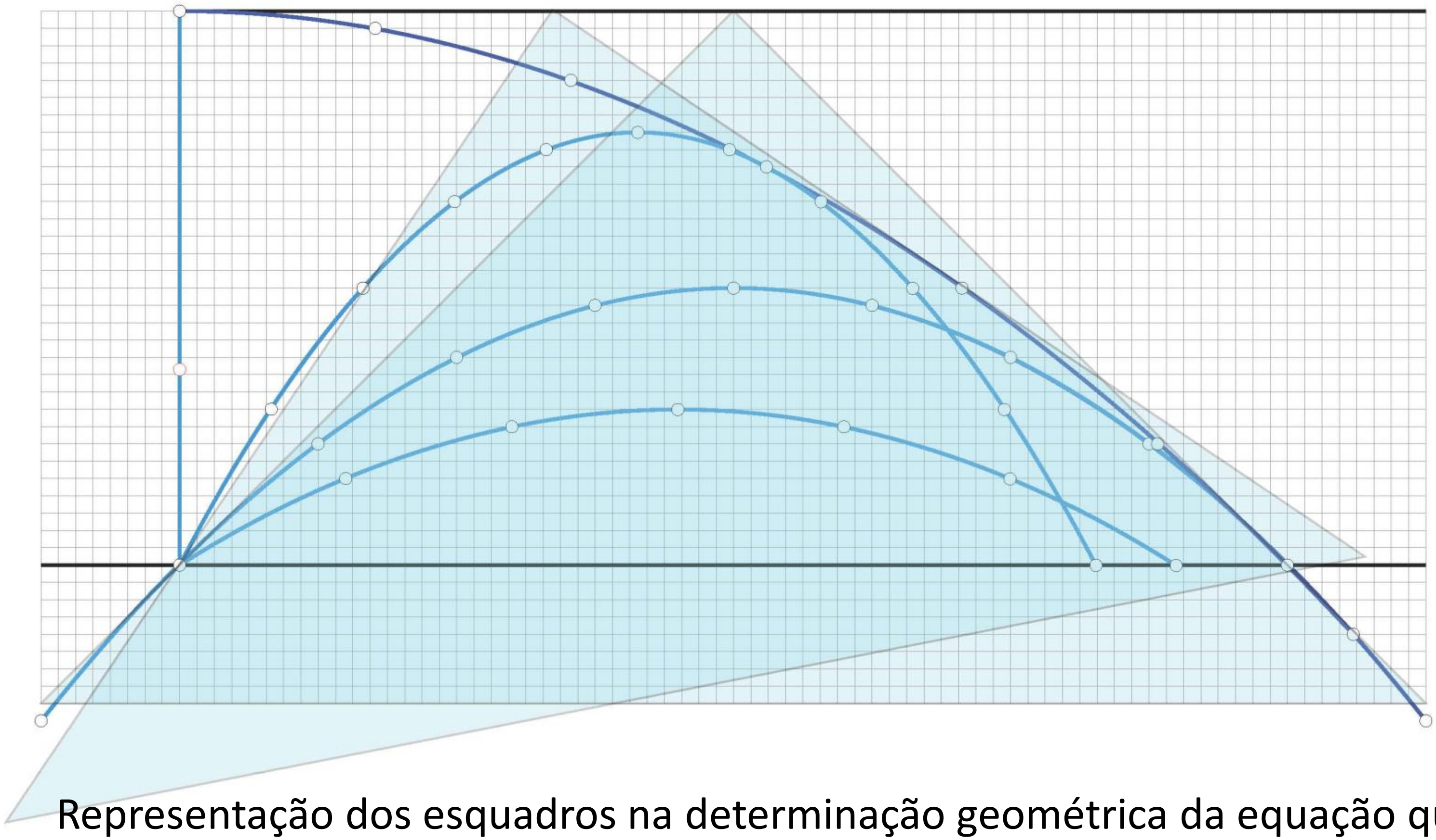


Família de curvas parabólicas para as respectivas elevações em relação a horizontal.

Aula 5 - A parábola de segurança

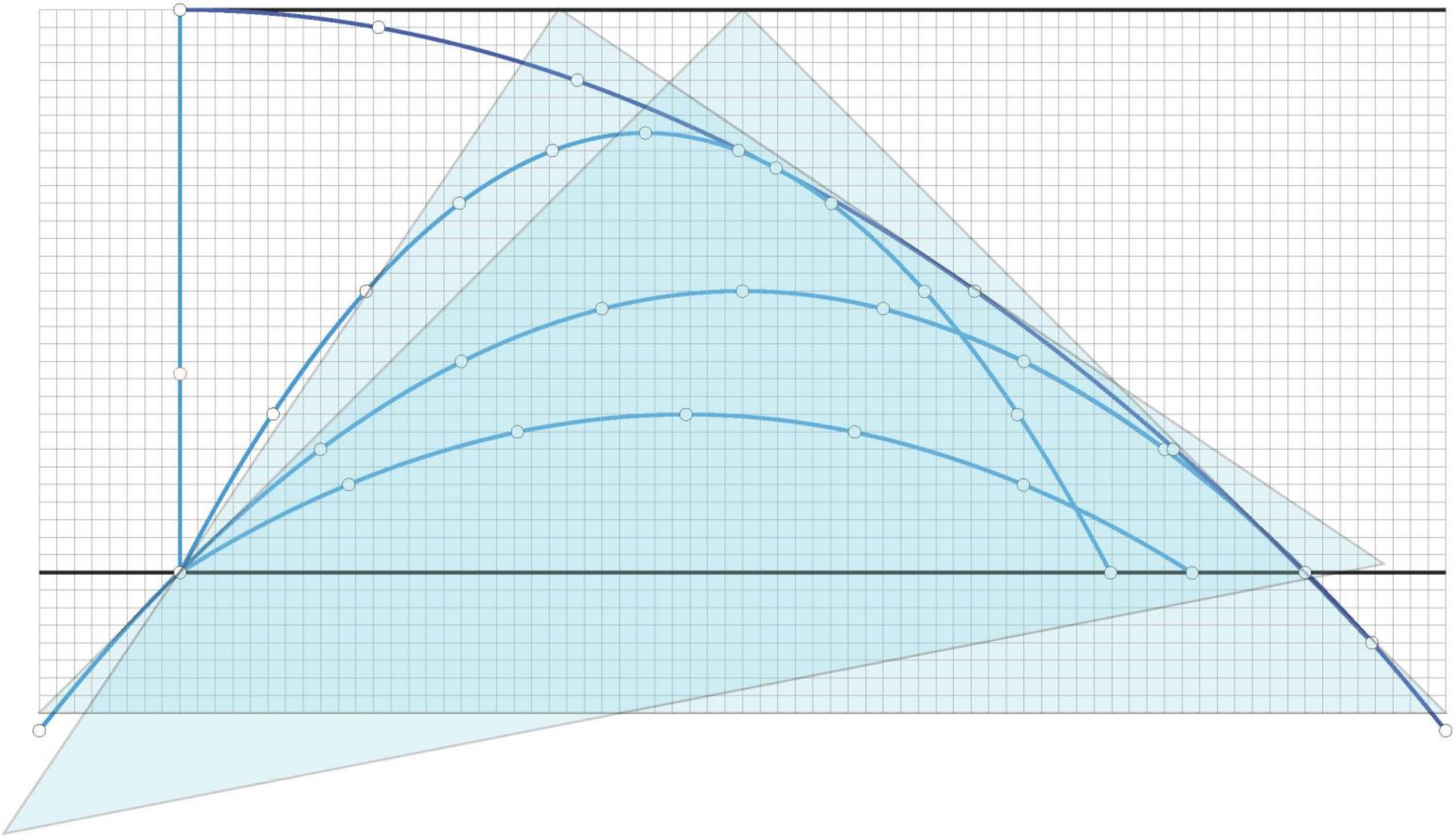


Aula 5 - A parábola de segurança



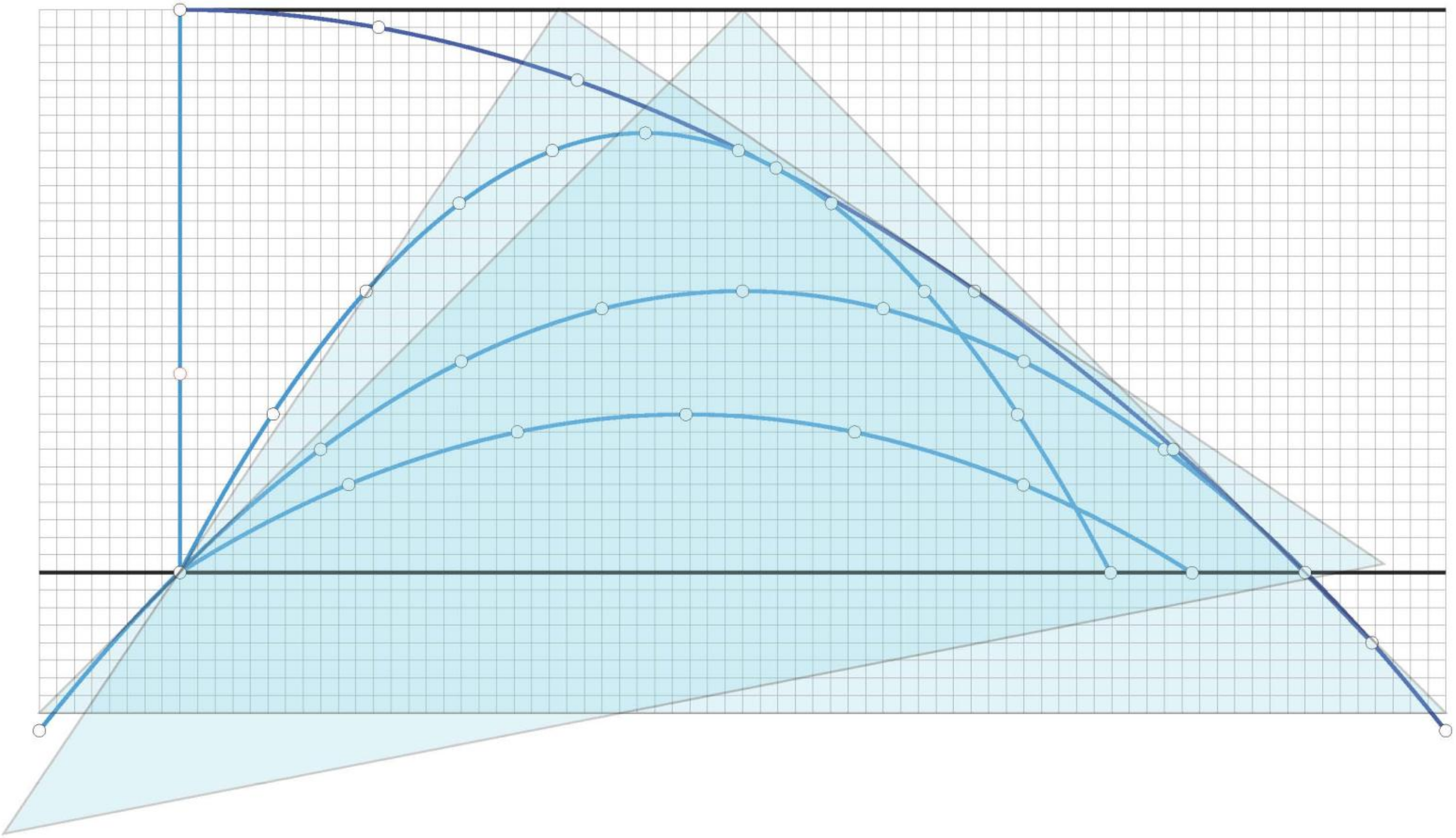
Representação dos esquadros na determinação geométrica da equação que representa a família de curvas parabólicas para as respectivas elevações em relação a horizontal.

Aula 5 - A parábola de segurança



$$\frac{y'}{x'/2} = \frac{x'/2}{H}$$

Aula 5 - A parábola de segurança

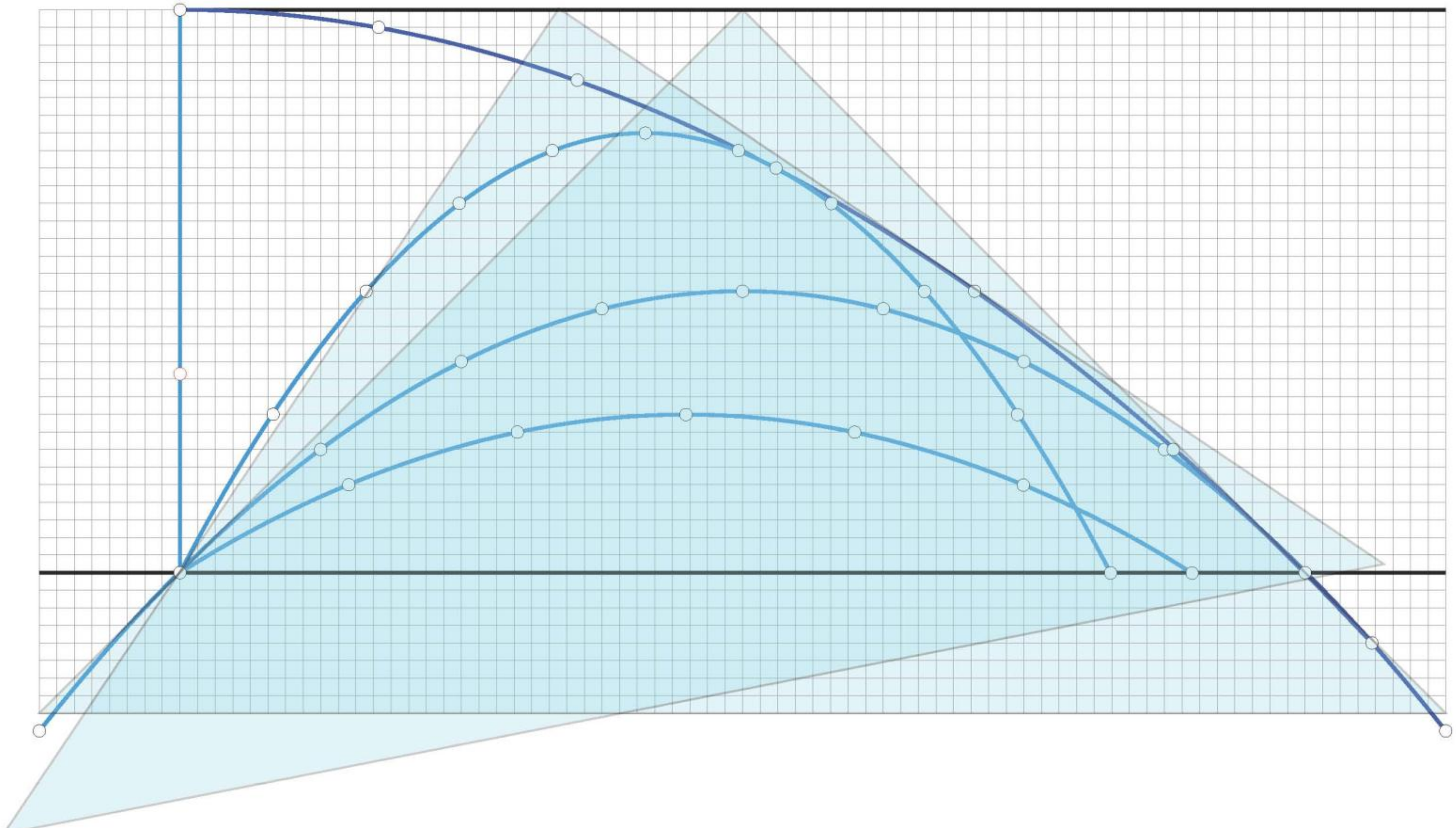


$$\frac{y'}{x'/2} = \frac{x'/2}{H}$$

$$y' = H - y$$

$$x' = x$$

Aula 5 - A parábola de segurança



$$\frac{y'}{x'/2} = \frac{x'/2}{H}$$

$$y' = H - y$$

$$x' = x$$

$$y = H - \frac{x^2}{4H}$$

Aula 5

Créditos

Autores:

André da Silva Ramos de Faria e Vitorvani Soares.

Material instrucional associado à Dissertação de Mestrado de André da Silva Ramos de Faria, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Julho de 2016

Menu