



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física

Mestrado Profissional em Ensino de Física

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física



O eletroscópio de folhas de alumínio como instrumento de ensino dos conceitos da eletrostática

(Guia de orientação para o professor)

Márcio André Souza dos Santos
Vitorvani Soares

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Márcio André Souza dos Santos, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Novembro de 2016

Ficha catalográfica

S194e Santos, Márcio André Souza dos
O eletroscópio de folhas de alumínio como instrumento de ensino dos conceitos da eletrostática (Guia de orientação para o professor) / Márcio André Souza dos Santos Vitorvani Soares. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2016.
vi, 34 f. : il. ; 30 cm.
Orientador: Vitorvani Soares.
Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2016.
Referências Bibliográficas: f. 40.
1. Ensino de Física. 2. Eletrostática. 3. Eletroscópio.
I. Soares, Vitorvani. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III. O eletroscópio de folhas de alumínio como instrumento de ensino dos conceitos da eletrostática (Guia de orientação para o professor).

Sumário

1	Introdução	7
2	Os experimentos com o eletroscópio	8
2.1	A abertura entre as folhas e a sua dependência com a sua massa	8
2.1.1	Objetivos da Atividade 1	8
2.1.2	Material empregado na Atividade 1	9
2.1.3	Medidas realizadas na Atividade 1	11
2.1.4	Análise dos resultados da Atividade 1	13
2.2	Abertura das folhas e a sua dependência com a distância do bastão carregado ao centro da esfera do eletroscópio	14
2.2.1	Objetivos da Atividade 2	14
2.2.2	Material empregado na Atividade 2	15
2.2.3	Medidas realizadas na Atividade 2	17
2.2.4	Análise dos resultados da Atividade 2	17
3	O funcionamento do eletroscópio	31
3.1	Determinação teórica da carga elétrica Q do bastão indutor	31
3.2	Determinação teórica da carga q da folha do eletroscópio	35
3.3	Estimativa da carga q induzida nas folhas do eletroscópio	37
3.4	Estimativa da carga Q contida no bastão eletrizado	38
4	Considerações finais	39
	Referências	40

Lista de ilustrações

Figura 1	Modelo do aparato experimental da Atividade 1	8
Figura 2	Caixa de acrílico para ser usada na Atividade 1	9
Figura 3	Caixa de acrílico com o suporte, usada na Atividade 1	9
Figura 4	Componentes do eletroscópio da Atividade 1	10
Figura 5	Aparato experimental da Atividade 1	10
Figura 6	Bastão atritado com um pano de lã.	11
Figura 7	Bastão em contato com a parte superior da estrutura do eletroscópio.	11
Figura 8	Balança utilizada na medida da massa de cada folha	12
Figura 9	Abertura das folhas do eletroscópio em função da sua largura	13
Figura 10	Abertura das folhas do eletroscópio em função da largura (cont.)	13
Figura 11	Modelo do aparato experimental da Atividade 2.	15
Figura 12	Caixa de acrílico usada na Atividade 2.	15
Figura 13	Caixa de acrílico com o suporte, usada na Atividade 2.	16
Figura 14	Componentes do eletroscópio da Atividade 2	16
Figura 15	Aparato experimental da Atividade 2.	16
Figura 16	Bastão atritado com um pano de lã	17
Figura 17	Bastão posicionado próximo a esfera do bastão	18
Figura 18	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_1	19
Figura 19	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_1 (di-log)	19
Figura 20	Modelo da distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_1	20
Figura 21	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_2	21
Figura 22	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_2 (di-log)	22
Figura 23	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_2	23
Figura 24	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_3	24
Figura 25	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_3 (di-log)	25
Figura 26	Modelo da distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_3	25

Figura 27	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_4	26
Figura 28	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_4 (di-log) . . .	27
Figura 29	Modelo da distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_4 .	28
Figura 30	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_5	28
Figura 31	Distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_5 (di-log) . . .	29
Figura 32	Modelo da distância entre as folhas do eletroscópio vs. distância do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_5 .	30
Figura 33	Modelo do funcionamento do eletroscópio de folhas.	31
Figura 34	O método das imagens	32
Figura 35	Ilustração da esfera do eletroscópio e do bastão carregado com carga Q	32
Figura 36	Modelo simplificado do eletroscópio de folhas. A esfera de raio a_2 representa uma das folhas do eletroscópio.	33
Figura 37	Modelo do nosso eletroscópio.	35
Figura 38	Representação das forças que agem sobre cada folha	35
Figura 39	Composição das folhas.	36

Lista de tabelas

Tabela 1	Abertura d das folhas do eletroscópio em função da largura w da folha do eletroscópio, com o bastão eletrizado com quatro cargas Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4 . Todas as folhas possuem comprimento $L = 3.0$ cm. A incerteza das medidas é igual a 0.1 cm.	12
Tabela 2	Abertura d das folhas do eletroscópio em função da distância D do bastão até a esfera, com o bastão eletrizado com cargas Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 e Q_5 . A incerteza das medidas é igual a 0.05 cm.	18
Tabela 3	Resultados experimentais para a dependência entre a abertura d das folhas do eletroscópio em função da distância D do bastão ao centro da esfera do eletroscópio	30

1 Introdução

A ideia principal deste trabalho é a discussão dos conceitos básicos da eletrostática. Inicialmente descrevemos a construção de um eletroscópio de folhas: uma barra condutora fina que conecta uma esfera também condutora a um par de folhas de material condutor. Em nosso instrumento empregamos folhas de alumínio. Ao longo das atividades desenvolvidas descrevemos o funcionamento do eletroscópio a partir do estabelecimento de uma relação empírica entre a abertura das folhas e a sua espessura, quando um bastão carregado se aproxima da esfera do eletroscópio. Projetamos e construímos um aparato experimental composto por quatro eletroscópios idênticos exceto pelas larguras das folhas, onde as únicas grandezas que variam é a largura w da folha e a abertura d entre elas. Desenvolvemos um modelo matemático para descrever o resultado experimental e, a partir deste modelo, obtemos o valor aproximado da carga elétrica q induzida em cada folha.

Após as observações do funcionamento do primeiro aparato experimental construímos outro mais simples e com outro objetivo. Este segundo aparato experimental foi elaborado para estudar a relação entre a distância D do bastão carregado ao centro da esfera e a abertura d das folhas. A partir da análise dos dados experimentais estabelecemos uma relação entre a abertura das folhas com a distância do bastão carregado até o centro da esfera do eletroscópio. Também desenvolvemos um modelo matemático para descrever o resultado experimental e, a partir deste modelo, obtemos o valor aproximado da carga elétrica Q contida no bastão eletrizado.

2 Os experimentos com o eletroscópio

Neste Capítulo apresentamos duas atividades didáticas que representam o emprego do eletroscópio como um instrumento de medida da carga elétrica.

2.1 A abertura entre as folhas e a sua dependência com a sua massa

Os livros didáticos usados no ensino médio que fazem parte do PNLD abordam de forma muito superficial as diversas possibilidades do uso do eletroscópio de folhas. Com o objetivo de produzir um material que possa explorar algumas possibilidades do eletroscópio de folhas, produzimos um aparato experimental no qual podemos relacionar a abertura d das folhas do eletroscópio com a largura w da massa m de cada folha.

O aparato experimental é composto por quatro eletroscópios com folhas de massas diferentes e através da aproximação de um bastão eletrizado por atrito, ocorrerá uma migração dos elétrons livres o que produzirá um afastamento das folhas do eletroscópio de uma distância (d) . Pretendemos, através dessas medidas e da análise dos dados obtidos, estabelecer uma relação entre a abertura das folhas e a sua massa.

2.1.1 Objetivos da Atividade 1

Verificação da relação existente entre a abertura das laminas e sua massa. Nosso ponto de partida foi o modelo do eletroscópio, conforme a Figura 1.

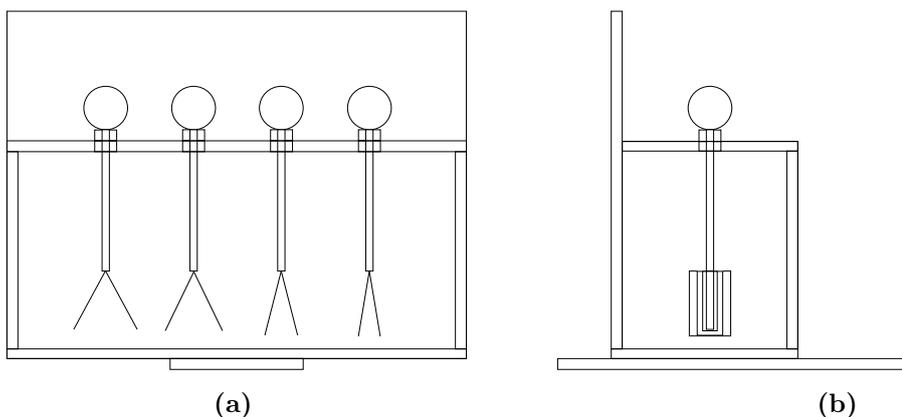


Figura 1. – Modelo do aparato experimental da Atividade 1. (a) Visão frontal do modelo. (b) Visão lateral do modelo. Observe as diferentes larguras das folhas de cada eletroscópio.

2.1.2 Material empregado na Atividade 1

Construímos, numa mesma estrutura, quatro eletroscópios idênticos exceto pelas massas das folhas. O material utilizado foi o acrílico por ser um bom isolante. O acrílico utilizado tem 4.0 mm de espessura. Construímos um cubo de acrílico com 40.0 cm (comprimento), 22.0 cm (altura) e 9.0 cm (profundidade). Os furos têm diâmetros de 1.5 cm e estão distantes de 10.0 cm um do outro, como ilustrado na Figura 2.

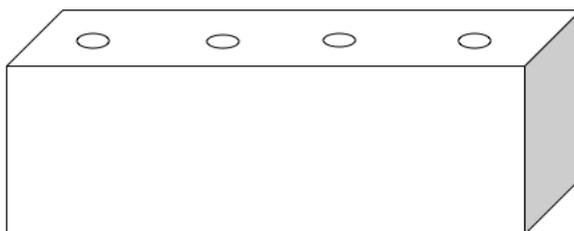


Figura 2. – Caixa de acrílico para ser usada na Atividade 1.

Utilizamos uma placa para suporte da caixa com 40.0 cm (comprimento) e 30.0 cm (altura) e uma base para toda a estrutura com 30.0 cm \times 15.0 cm, como indicado na Figura 3.

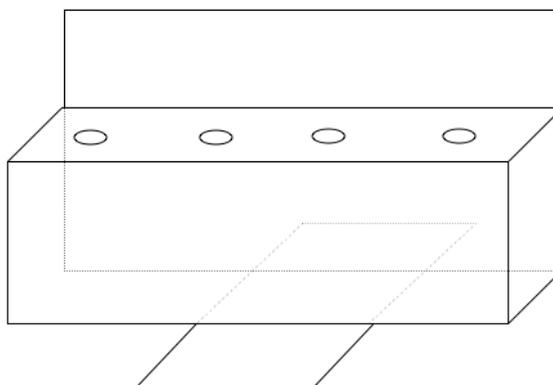


Figura 3. – Caixa de acrílico com o suporte, usada na Atividade 1.

O eletroscópio foi construído com uma esfera de aço maciço com 2.5 cm de diâmetro, uma haste de cobre maciço com 15.0 cm de comprimento e as folhas de alumínio tem 3.0 cm de comprimento, como indicado na Figura 4.

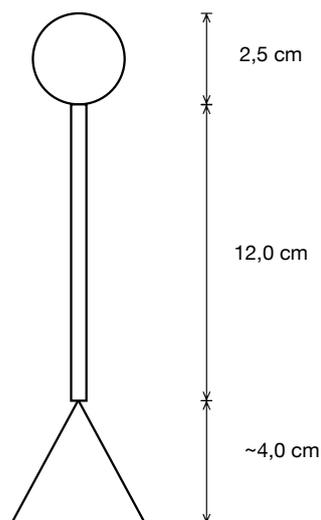


Figura 4. – Componentes do eletroscópio da Atividade 1: a esfera, a haste e as folhas.

Colocamos quatro eletroscópios idênticos, exceto pelas massas das folhas. Todas as folhas têm o mesmo comprimento $l = 3.0$ cm e diferentes larguras $w = 4.0$ mm, 8.0 mm, 12.0 mm e 16.0 mm. Suas massas são, respectivamente, $m = 5.9$ mg, 13.6 mg, 19.2 mg e 28.1 mg. A Figura 5 é a imagem do aparato experimental da Atividade 1 que foi construído para um dos trabalhos didáticos propostos nessa dissertação .



Figura 5. – Aparato experimental da Atividade 1.

Na parte superior de cada eletroscópio colocamos um pedaço cilíndrico de cortiça (isolante) que serve como ajustador da distância da esfera até a superfície suporte da caixa, feita em acrílico. Isso é de extrema importância para que o bastão carregado esteja a uma mesma distância D ao passar próximo a cada esfera de aço. Colocamos, ainda, uma folha de papel milimetrado na parte inferior da caixa, atrás das folhas de alumínio do eletroscópio, de modo a facilitar as medidas da abertura entre elas.

2.1.3 Medidas realizadas na Atividade 1

Efetuamos as medidas com o aparato experimental 1 através de uma sequência de procedimentos para que os dados obtidos fossem gerados com mesmo padrão.

Primeiro, atritamos o bastão de PVC com um pano de lã. Esse atrito produziu uma carga Q no bastão, como ilustrado na Figura 6.



Figura 6. – Bastão atritado com um pano de lã.

Em seguida, o bastão precisa estar com sua extremidade encostada na parte superior do suporte do aparato experimental 1. Isso é necessário para que a distância entre o bastão e os quatro eletroscópios seja a mesma. A Figura 7 apresenta a visualização desse procedimento. O bastão carregado é posicionado bem acima de cada esfera e efetuamos a medida da abertura das folhas.



Figura 7. – Bastão em contato com a parte superior da estrutura do eletroscópio.

Finalmente, registramos os dados obtidos para o bastão carregado com a carga adquirida pelo atrito com a lã. Realizamos quatro vezes esse procedimento e as massas das folhas foram medidas com uma balança de precisão de miligramas, indicada na Figura 8.

Para realizar o primeiro conjunto de medidas com o aparato experimental 1, atritamos o bastão de PVC com o pano de lã e depois aproximamos o bastão da esfera do eletroscópio.



Figura 8. – Balança utilizada na medida da massa de cada folha. Precisão de miligrama.

O bastão estava carregado com uma carga elétrica Q_1 e foi mantido a mesma distância de todas as quatro esferas, como está representado na Figura 7. Essa aproximação produziu uma migração dos elétrons livres da estrutura do eletroscópio abrindo suas folhas de uma distância d entre elas.

Realizamos esse procedimento quatro vezes e em cada procedimento o bastão esteve carregado com carga elétrica diferente. Os dados obtidos estão descritos na Tabela 1.

Tabela 1. – Abertura d das folhas do eletroscópio em função da largura w da folha do eletroscópio, com o bastão eletrizado com quatro cargas Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 . Todas as folhas possuem comprimento $L = 3.0$ cm. A incerteza das medidas é igual a 0.1 cm.

m (mg)	w (cm)	d_{Q_1} (cm)	d_{Q_2} (cm)	$d_{Q_{12}} \text{ med}$ (cm)	d_{Q_3} (cm)	d_{Q_4} (cm)	$d_{Q_{34}} \text{ med}$ (cm)
5,9	4,0	2,4	2,3	2,4	2,7	2,8	2,8
13,6	8,0	1,8	1,8	1,8	2,2	2,1	2,2
19,2	12,0	1,6	1,5	1,6	1,9	1,8	1,8
28,1	16,0	1,6	1,4	1,5	1,9	1,7	1,8

Conforme os dados descritos na Tabela 1, verificamos que as medidas da abertura das folhas (d) para o bastão carregado com cargas Q_1 e Q_2 são próximas e considerando a incerteza ± 0.1 cm, podemos concluir que $Q_1 \approx Q_2$. Assim, de forma análoga, concluímos também que $Q_3 \approx Q_4$. Em função dessa observação, fizemos uma média dos valores obtidos entre d_1 e d_2 e entre d_3 e d_4 . Os dados estão descritos na Tabela 1 como $d_{Q_{12}}$ e $d_{Q_{34}}$.

2.1.4 Análise dos resultados da Atividade 1

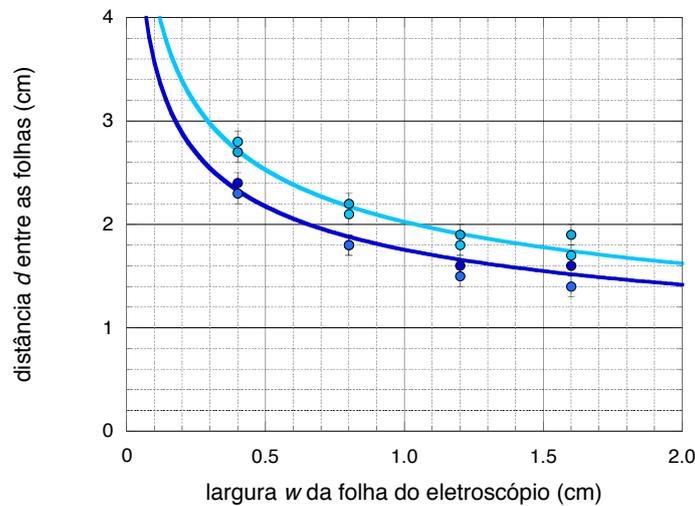


Figura 9. – Abertura d das folhas do eletroscópio em função da largura w da folha do eletroscópio, com o bastão eletrizado com quatro cargas Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 . Todas as folhas possuem comprimento $L = 3.0$ cm. A incerteza das medidas é igual a 0.1 cm.

Observamos na Figura 9 que a medida que aumentamos a largura w da folha a distância d entre as folhas decresce. Observamos também que para uma largura nula, $w = 0$, a distância d entre as folhas diverge. Isto sugere que a relação matemática entre d e w deve ser na forma de potência. Para determinar este expoente construímos o gráfico em escala logarítmica, como representado na Figura 10.

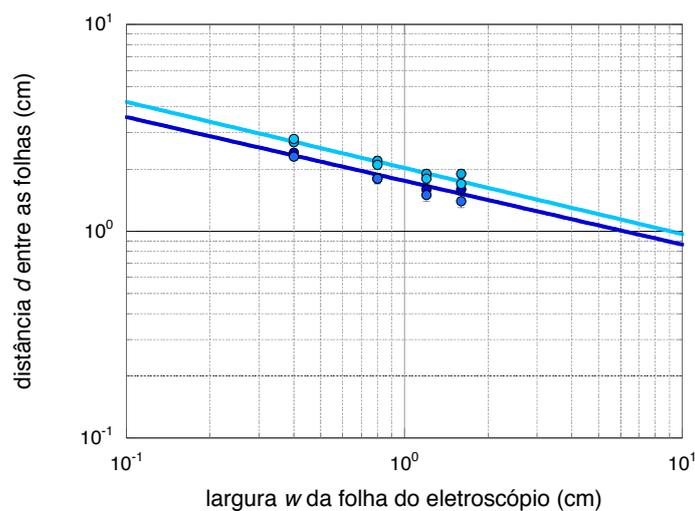


Figura 10. – Abertura d das folhas do eletroscópio em função da largura w da folha do eletroscópio, com o bastão eletrizado com quatro cargas Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 , em escala logarítmica. Todas as folhas possuem comprimento $L = 3.0$ cm. A incerteza das medidas é igual a 0.1 cm.

Do gráfico representado da Figura 10 podemos concluir que

$$d = Aw^p, \quad (2.1)$$

onde temos o mesmo expoente p para as duas curvas da Figura 10, gerados pelo método dos mínimos quadrados¹, cujo valor é

$$p = -0,36 \pm 0,05 \quad (2.2)$$

e, para cada indicada na Figura 10, temos a constante A com os seguintes valores:

$$A_{Q12 \text{ med}} = (2,0 \pm 0,1) \text{ cm}^{1,36} \quad (2.3)$$

e

$$A_{Q34 \text{ med}} = (1,7 \pm 0,1) \text{ cm}^{1,36}. \quad (2.4)$$

Concluimos então que a constante A depende da forma com que atritamos o bastão.

2.2 Abertura das folhas e a sua dependência com a distância do bastão carregado ao centro da esfera do eletroscópio

O aparato experimental 2 foi construído com o objetivo de explorar mais uma possibilidade de ensino de eletrostática através da utilização do eletroscópio de folhas. Nesse aparato encontramos uma relação entre a abertura d das folhas do eletroscópio e a distância D do bastão carregado ao centro da esfera do eletroscópio que nos permitirá determinar o valor aproximado da carga elétrica Q adquirida pelo bastão, por meio do atrito com a lã.

O aparato experimental 2 é composto por um único eletroscópio de folhas e através da aproximação do bastão de PVC eletrizado por atrito com um pano de lã, ocorrerá uma migração dos elétrons livres e este efeito, por sua vez, produzirá um afastamento das folhas do eletroscópio de uma distância d .

2.2.1 Objetivos da Atividade 2

Esse aparato permite relacionar a abertura d entre as folhas com a distância D do bastão ao centro da esfera do eletroscópio. A partir das medidas da distância D do bastão ao centro da esfera e da abertura d das folhas e da análise dos dados obtidos, estabelecemos uma relação entre d e D e este resultado permitirá a determinação do valor aproximado da carga elétrica Q presente no bastão. Por ser um bom isolante, escolhemos o acrílico como o material para a construção da caixa de suporte do eletroscópio. O acrílico utilizado tem 4.0 mm de espessura. A Figura 11 representa o aparato experimental da Atividade 2.

¹ Neste trabalho empregamos o programa KaleidaGraph® para a análise dos dados.

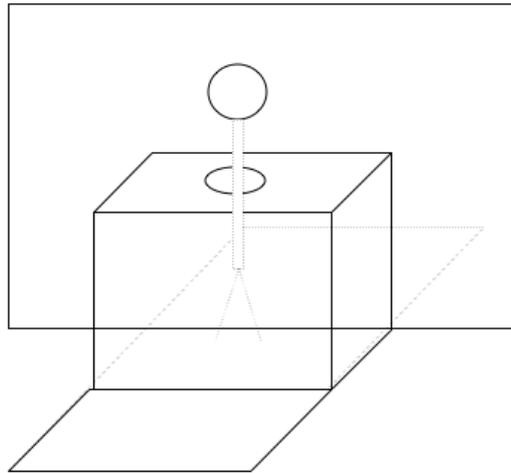


Figura 11. – Modelo do aparato experimental da Atividade 2.

2.2.2 Material empregado na Atividade 2

Construímos uma caixa de acrílico com 15.0 cm (comprimento), 15.0 cm (altura) e 9.0 cm (profundidade). O orifício tem diâmetro de 1.5 cm, como ilustrado na Figura 12.

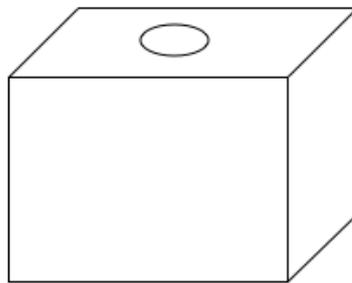


Figura 12. – Caixa de acrílico usada na Atividade 2.

Utilizamos uma placa para suporte da caixa com 30 cm (comprimento) e 30.0 cm (altura) e uma base para toda a estrutura com 30.0 cm \times 15.0 cm, como indicado na Figura 13.

O eletroscópio foi construído com uma esfera de aço maciço com 2.5 cm de diâmetro, uma haste de cobre maciço com 9.0 cm de comprimento e seção 5.0 mm e as folhas de alumínio tem 4.0 cm de comprimento e massa $m = 18.7$ mg. A Figura 14 ilustra o eletroscópio utilizado em nosso experimento.

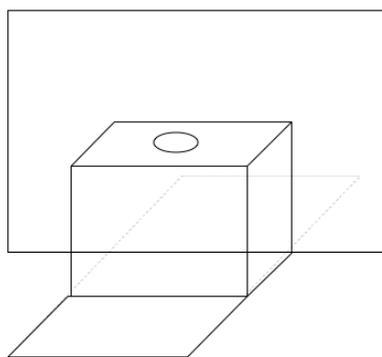


Figura 13. – Caixa de acrílico com o suporte, usada na Atividade 2.

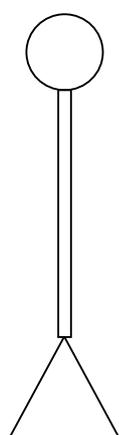


Figura 14. – Componentes do eletroscópio da Atividade 2: a esfera, a haste e as folhas.

A Figura 15 é a imagem do aparato experimental 2 que foi construído para um dos trabalhos didáticos propostos nessa dissertação.

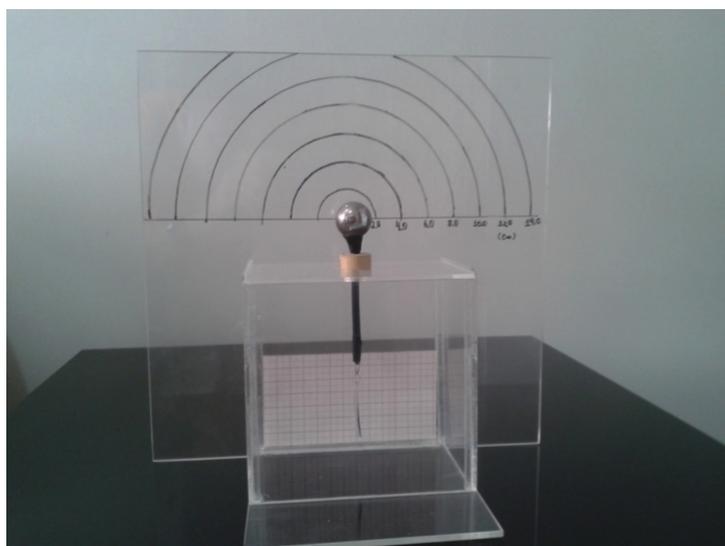


Figura 15. – Aparato experimental da Atividade 2.

Na parte superior do eletroscópio colocamos um pedaço cilíndrico de cortiça (isolante) que serviu como ajustador da distância da esfera até a base superior da caixa. Colocamos círculos concêntricos a partir do centro da esfera, que estão distantes de 2.0 cm cada, para que pudéssemos medir a distância do basta carregado ao centro da esfera. Colocamos, ainda, uma folha de papel milimetrado na parte inferior da caixa, atrás das folhas de alumínio do eletroscópio, de modo a facilitar as medidas da abertura entre elas.

2.2.3 Medidas realizadas na Atividade 2

Efetuamos as medidas com o aparato experimental 2 através de uma sequência de procedimentos para que os dados obtidos fossem gerados com mesmo padrão.

Primeiro, atritamos o bastão de PVC com um pano de lã. Esse atrito produziu uma carga Q no bastão, como ilustrado na Figura 16;



Figura 16. – Bastão atritado com um pano de lã, usado na atividade experimental 2.

Em seguida, utilizando a graduação do aparato experimental 2, posicionamos o bastão a diferentes distâncias D do centro da esfera do eletroscópio e medimos a abertura d entre as folhas. A Figura 17 ilustra esse procedimento.

Realizamos diversas vezes esse procedimento. Os dados obtidos estão descritos na Tabela 2.

Cada conjunto de dados obtidos da abertura d das folhas do eletroscópio foi realizada com o bastão carregado com uma determinada carga Q , adquirida através do atrito com a lã.

2.2.4 Análise dos resultados da Atividade 2

Análise da série de medidas para um bastão com carga Q_1

A série de medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio para diferentes distância D do centro do bastão ao centro da esfera, para um bastão com carga Q_1 , está



Figura 17. – Bastão posicionado próximo a esfera do bastão. A escala circular impressa na estrutura do eletroscópio é utilizada para determinar a distância até o centro da esfera.

Tabela 2. – Abertura d das folhas do eletroscópio em função da distância D do bastão até a esfera, com o bastão eletrizado com cargas Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 e Q_5 . A incerteza das medidas é igual a 0.05 cm.

$D(\text{cm})$	$d_{Q_1}(\text{cm})$	$d_{Q_2}(\text{cm})$	$d_{Q_3}(\text{cm})$	$d_{Q_4}(\text{cm})$	$d_{Q_5}(\text{cm})$
2,0	3,3	2,9	3,3	3,1	3,2
3,0	2,9	2,5	2,9	2,8	2,7
4,0	2,5	2,1	2,7	2,4	2,4
5,0	2,0	1,8	2,2	2,1	2,2
6,0	1,8	1,6	1,9	1,8	1,7
7,0	1,6	1,4	1,7	1,6	1,5
8,0	1,4	1,3	1,6	1,4	1,4
9,0	1,2	1,1	1,4	1,3	1,2
10,0	1,1	1,0	1,2	1,0	1,0
11,0	1,0	0,9	1,1	0,9	0,9
12,0	0,9	0,8	1,0	0,8	0,8
13,0	0,8	0,8	0,9	0,8	0,8

representada na Figura 18. Nesta figura, a curva azul é somente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos e ela também sugere um comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. Esta hipótese pode ser verificada construindo-se um gráfico em escala logarítmica entre os parâmetros físicos considerados, como representado na Figura 19.

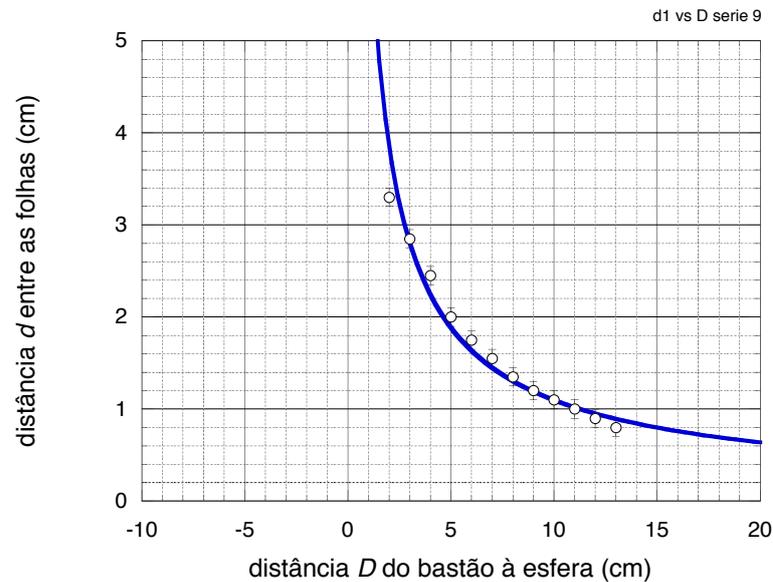


Figura 18. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_1 . A curva azul é somente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos. Esta curva sugere um comportamento entre estes parâmetros que obedece a uma lei de potência.

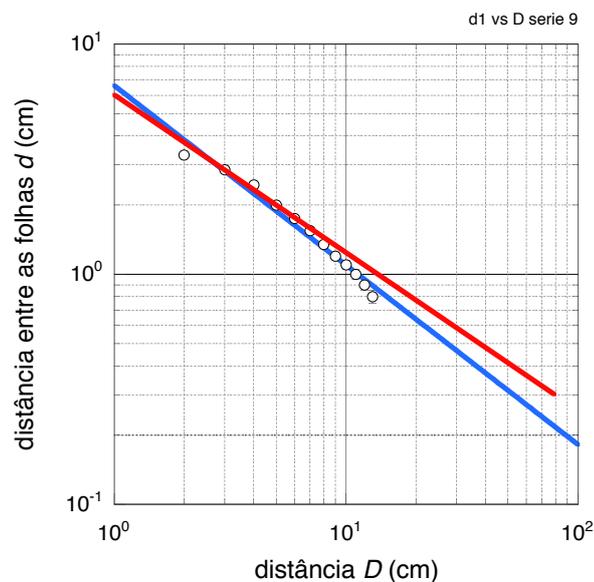


Figura 19. – Representação em escala logarítmica das medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_1 . A reta azul é o guia que confirma, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A reta em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Ao analisarmos o gráfico da Figura 18, observamos que, de fato, obtemos uma relação na forma de potência entre os parâmetros envolvidos:

$$d = aD^p, \quad (2.5)$$

onde

$$p \approx -(0,78 \pm 0,02) \quad (2.6)$$

e

$$a \approx (6,6 \pm 0,1)\text{cm}^{1,78}. \quad (2.7)$$

O modelo teórico, a ser discutido na seção 3.1, sugere uma lei de potência onde o expoente p_{teo} é igual a $2/3$. Comparando o valor encontrado na experiência com o valor de p previsto pelo modelo teórico encontramos uma discrepância Δ de

$$\Delta = \frac{p - p_{\text{teo}}}{p_{\text{teo}}} \approx 0,16, \quad (2.8)$$

o que representa uma diferença de 16% entre o valor previsto e o observado para o expoente p . Se impusermos este valor para a lei de potência, como indicado pela reta em vermelho no gráfico da Figura 19, encontramos um novo valor para a constante $a \approx 5.6 \text{ cm}^{1,67}$. Os dois resultados estão ilustrados na Figura 20.

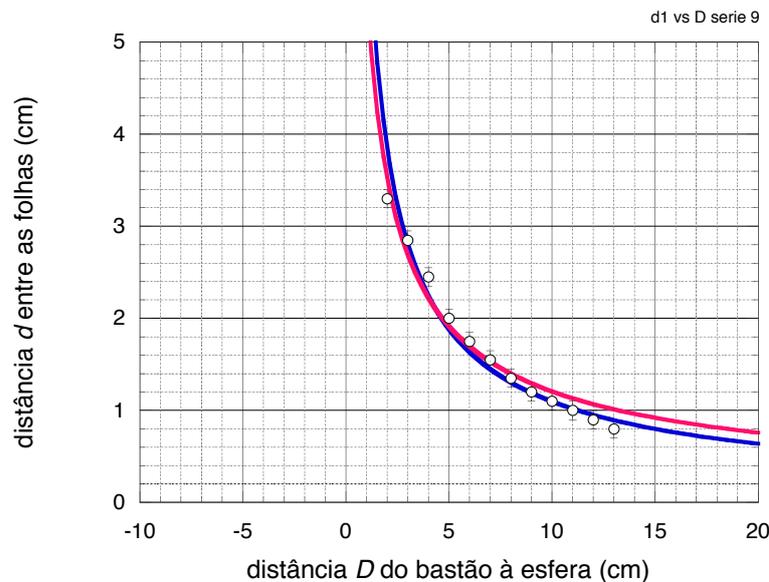


Figura 20. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_1 . A curva azul é o guia que representa, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A curva em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Análise da série de medidas para um bastão com carga Q_2

A série de medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio para diferentes distância D do centro do bastão ao centro da esfera, para um bastão com carga Q_2 , está representada na Figura 21.

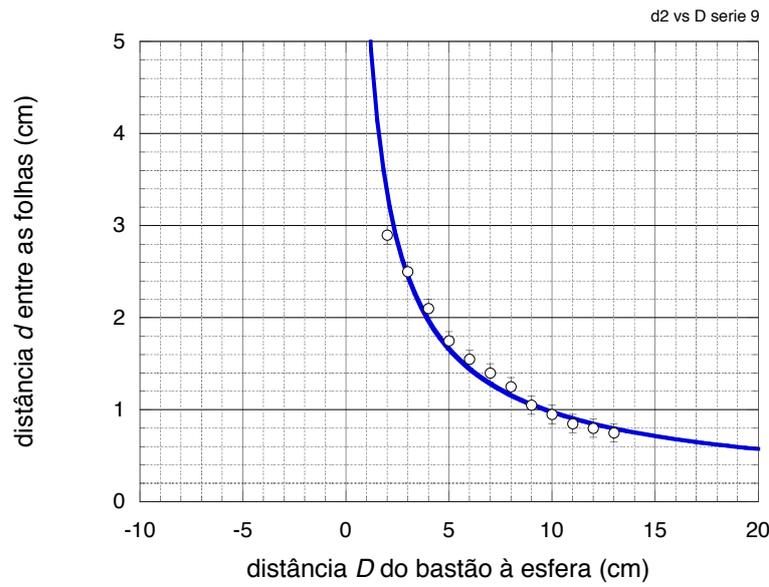


Figura 21. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_2 . A curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos. Esta curva mais uma vez sugere um comportamento entre estes parâmetros que obedece a uma lei de potência.

Nesta figura, a curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos e mais uma vez sugere um comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. Esta hipótese pode ser verificada construindo-se um gráfico em escala logarítmica entre os parâmetros físicos considerados, como representado na Figura 22.

Ao analisarmos o gráfico da Figura 21, observamos que também obtemos uma relação na forma de potência entre os parâmetros envolvidos:

$$d = aD^p, \quad (2.9)$$

onde

$$p \approx -(0,77 \pm 0,02) \quad (2.10)$$

e

$$a \approx (5,7 \pm 0,1)\text{cm}^{1,77}. \quad (2.11)$$

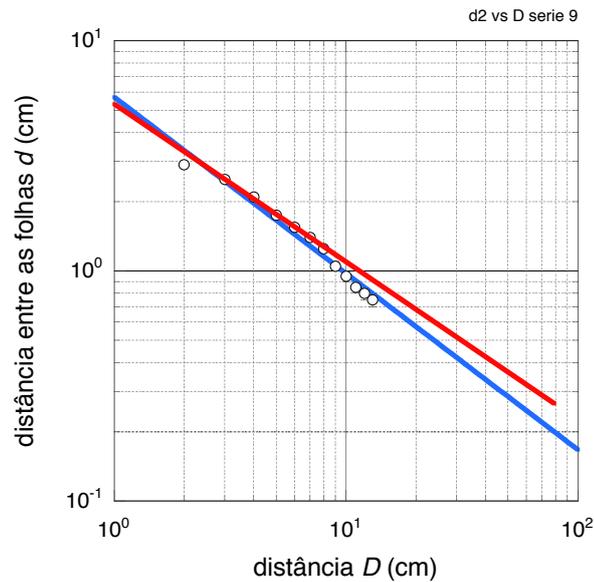


Figura 22. – Representação em escala logarítmica das medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_2 . A reta azul é o guia que confirma, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A reta em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Comparando o valor encontrado na experiência com o valor de p previsto pelo modelo teórico, $2/3$, que discutiremos na seção 3.1, encontramos uma discrepância Δ de

$$\Delta = \frac{p - p_{\text{teo}}}{p_{\text{teo}}} \approx 0,15, \quad (2.12)$$

o que representa uma diferença de 15% entre o valor previsto e o observado para o expoente p . Se impusermos este valor para a lei de potência, como indicado pela reta em vermelho no gráfico da Figura 22, encontramos um novo valor para a constante $a \approx 5.0 \text{ cm}^1$.⁶⁷ Os dois resultados estão ilustrados na Figura 23.

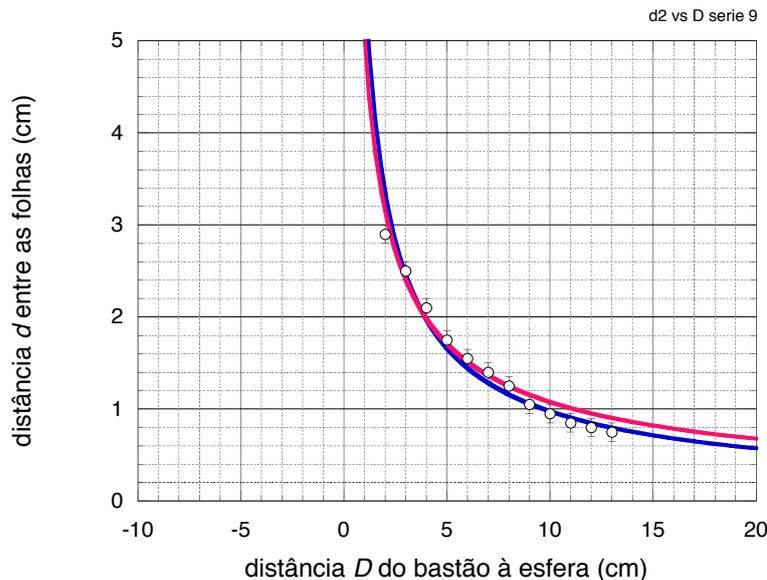


Figura 23. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_2 . A curva azul é o guia que representa, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A curva em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Análise da série de medidas para um bastão com carga Q_3

A série de medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio para diferentes distância D do centro do bastão ao centro da esfera, para um bastão com carga Q_3 , está representada na Figura 24.

Nesta figura, a curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos e também sugere um comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. Esta hipótese pode ser verificada construindo-se um gráfico em escala logarítmica entre os parâmetros físicos considerados, como representado na Figura 25.

Ao analisarmos o gráfico da Figura 24, observamos que também obtemos uma relação na forma de potência entre os parâmetros envolvidos:

$$d = aD^p, \quad (2.13)$$

onde

$$p \approx -(0,73 \pm 0,02) \quad (2.14)$$

e

$$a \approx (6,5 \pm 0,1)\text{cm}^{1,73}. \quad (2.15)$$

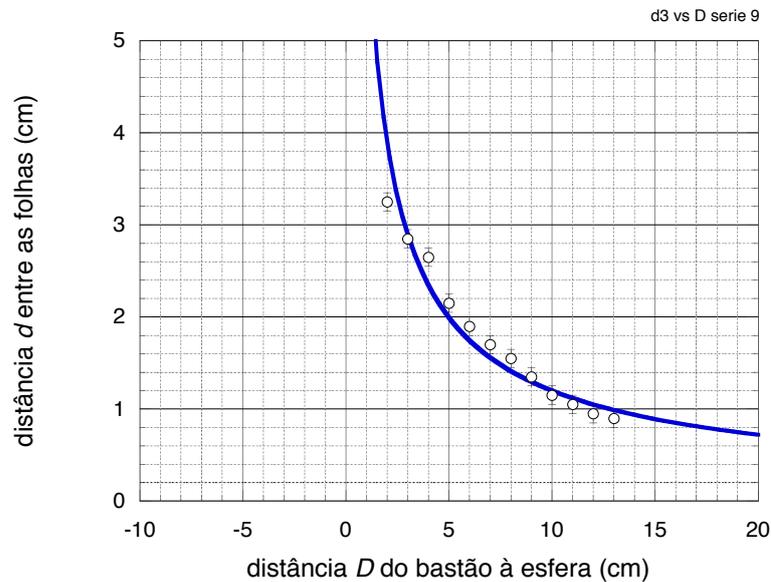


Figura 24. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_3 . A curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos. Esta curva mais uma vez sugere um comportamento entre estes parâmetros que obedece a uma lei de potência.

Comparando o valor encontrado na experiência com o valor de p previsto pelo modelo teórico, $2/3$, encontramos uma discrepância Δ de

$$\Delta = \frac{p - p_{\text{teo}}}{p_{\text{teo}}} \approx 0,09, \quad (2.16)$$

o que representa uma diferença de 9,0% entre o valor previsto e o observado para o expoente p . Se impusermos este valor para a lei de potência, como indicado pela reta em vermelho no gráfico da Figura 25, encontramos um novo valor para a constante $a \approx 6.2 \text{ cm}^1$.⁶⁷ Os dois resultados estão ilustrados na Figura 26.

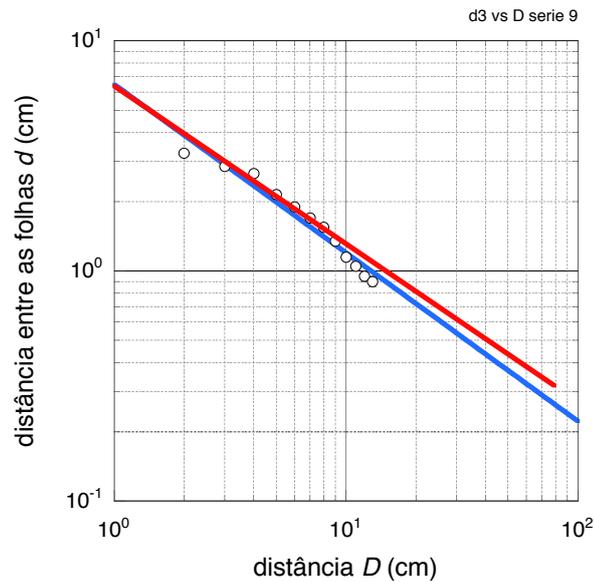


Figura 25. – Representação em escala logarítmica das medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_3 . A reta azul é o guia que confirma, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A reta em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

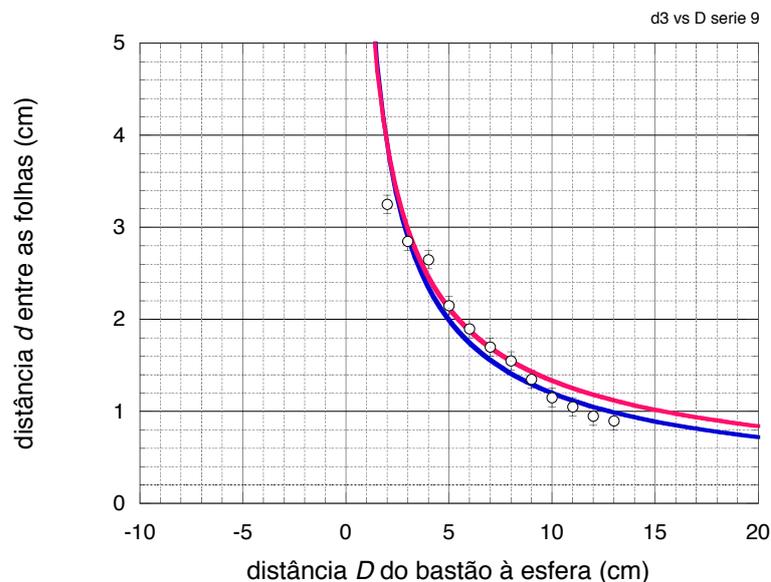


Figura 26. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_3 . A curva azul é o guia que representa, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A curva em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Análise da série de medidas para um bastão com carga Q_4

A série de medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio para diferentes distância D do centro do bastão ao centro da esfera, para um bastão com carga Q_4 , está representada na Figura 27.

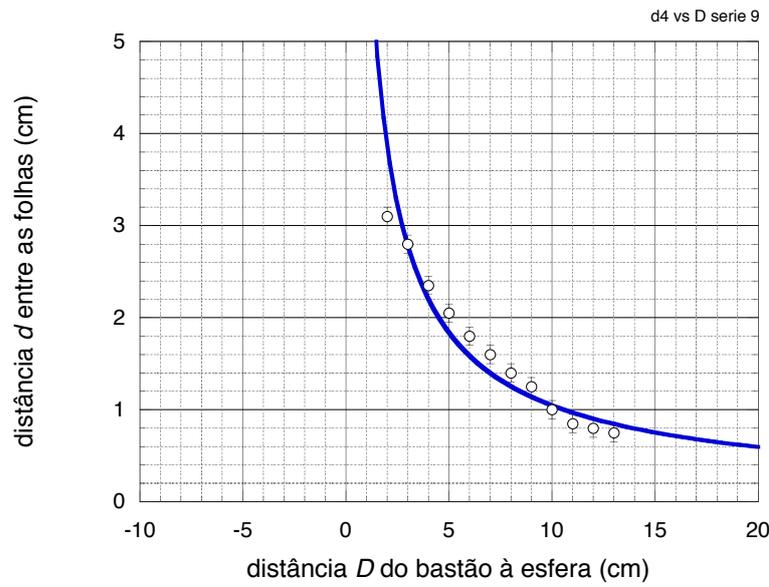


Figura 27. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_4 . A curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos. Esta curva mais uma vez sugere um comportamento entre estes parâmetros que obedece a uma lei de potência.

Nesta figura, a curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos e também sugere um comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. Esta hipótese pode ser verificada construindo-se um gráfico em escala logarítmica entre os parâmetros físicos considerados, como representado na Figura 28.

Ao analisarmos o gráfico da Figura 27, observamos que também obtemos uma relação na forma de potência entre os parâmetros envolvidos:

$$d = aD^p, \quad (2.17)$$

onde

$$p \approx -(0,81 \pm 0,02) \quad (2.18)$$

e

$$a \approx (6,8 \pm 0,1)\text{cm}^{1,81}. \quad (2.19)$$

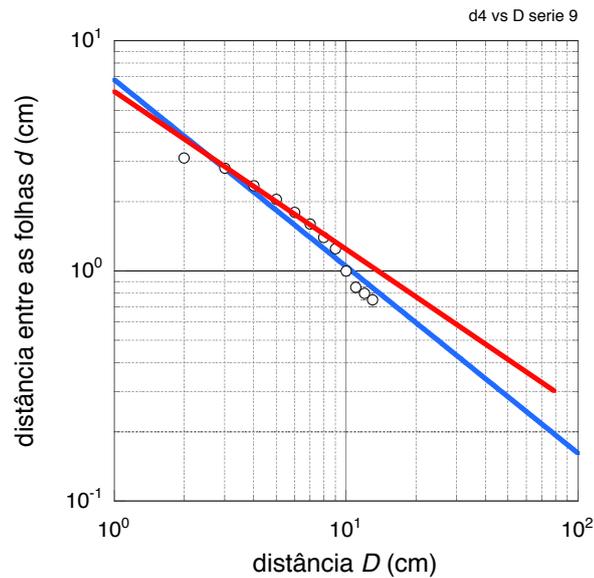


Figura 28. – Representação em escala logarítmica das medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_4 . A reta azul é o guia que confirma, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A reta em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Comparando o valor encontrado na experiência com o valor de p previsto pelo modelo teórico, $2/3$, encontramos uma discrepância Δ de

$$\Delta = \frac{p - p_{\text{teo}}}{p_{\text{teo}}} \approx 0,17, \quad (2.20)$$

o que representa uma diferença de 17% entre o valor previsto e o observado para o expoente p . Se impusermos este valor para a lei de potência, como indicado pela reta em vermelho no gráfico da Figura 28, encontramos um novo valor para a constante $a \approx 5.8 \text{ cm}^1$,⁶⁷. Os dois resultados estão ilustrados na Figura 29.

Análise da série de medidas para um bastão com carga Q_5

A série de medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio para diferentes distância D do centro do bastão ao centro da esfera, para um bastão com carga Q_5 , está representada na Figura 30.

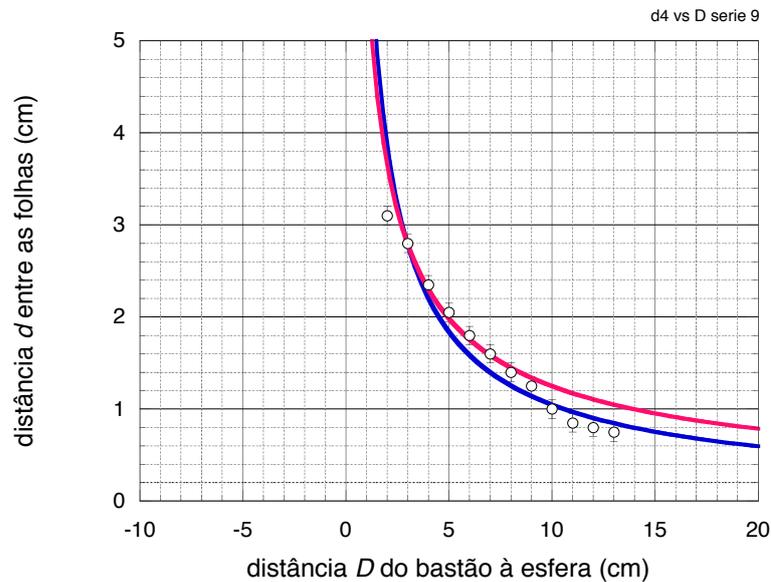


Figura 29. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_4 . A curva azul é o guia que representa, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A curva em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

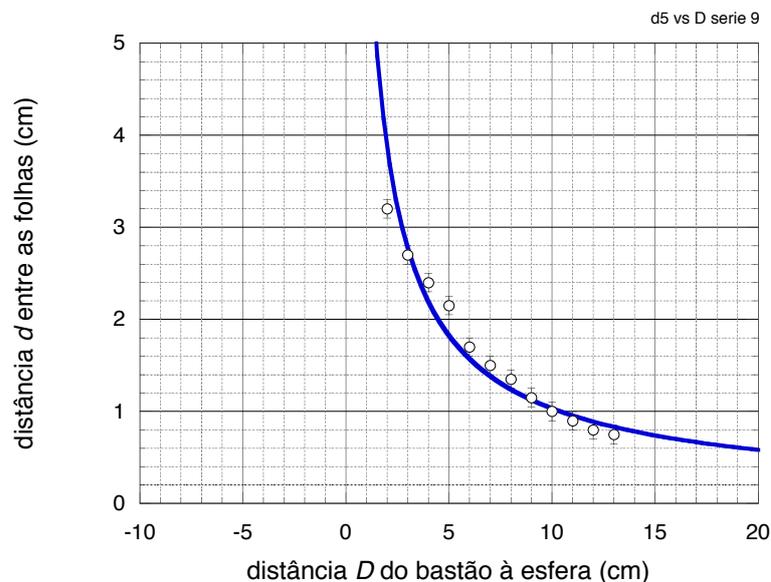


Figura 30. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_5 . A curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos. Esta curva mais uma vez sugere um comportamento entre estes parâmetros que obedece a uma lei de potência.

Nesta figura, a curva azul é novamente um guia e revela a relação não linear entre os parâmetros físicos envolvidos e também sugere um comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. Esta hipótese pode ser verificada construindo-se um gráfico em escala logarítmica entre os parâmetros físicos considerados, como representado na Figura 31.

Ao analisarmos o gráfico da Figura 30, observamos que também obtemos uma relação na forma de potência entre os parâmetros envolvidos:

$$d = aD^p, \quad (2.21)$$

onde

$$p \approx -(0,82 \pm 0,02) \quad (2.22)$$

e

$$a \approx (6,8 \pm 0,1)\text{cm}^{1,82}. \quad (2.23)$$

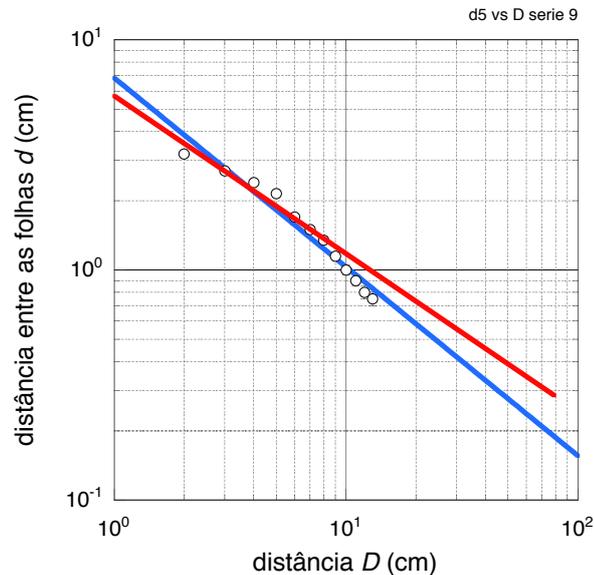


Figura 31. – Representação em escala logarítmica das medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_5 . A reta azul é o guia que confirma, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A reta em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Comparando o valor encontrado na experiência com o valor de p previsto pelo modelo teórico, $2/3$, encontramos uma discrepância Δ de

$$\Delta = \frac{p - p_{\text{teo}}}{p_{\text{teo}}} \approx 0,21, \quad (2.24)$$

o que representa uma diferença de 21% entre o valor previsto e o observado para o expoente p . Se impusermos este valor para a lei de potência, como indicado pela reta em vermelho no gráfico da Figura 31, encontramos um novo valor para a constante $a \approx 5.6 \text{ cm}^{1,67}$. Os dois resultados estão ilustrados na Figura 32.

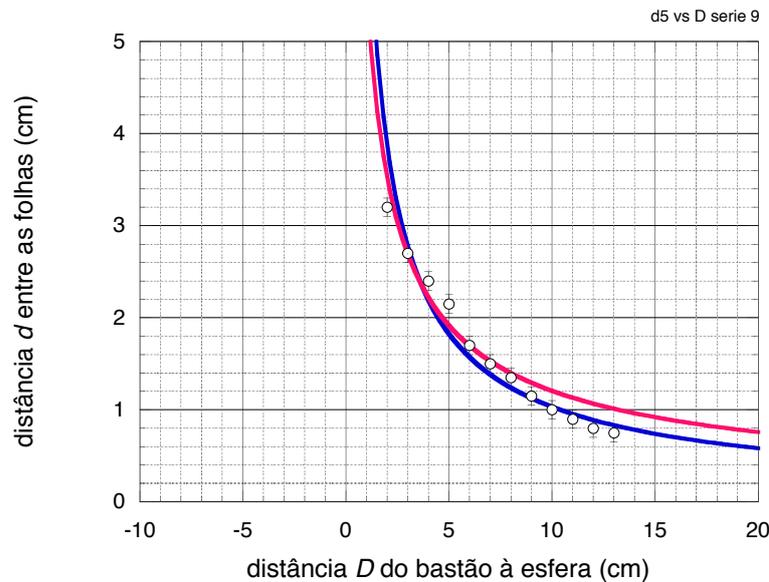


Figura 32. – Medidas da distância d entre as folhas do eletroscópio vs. distância D do centro do bastão ao centro da esfera para um bastão com carga Q_5 . A curva azul é o guia que representa, em primeira aproximação, o comportamento entre estes parâmetros conforme uma lei de potência. A curva em vermelho representa o resultado do modelo teórico.

Reunimos na Tabela 3 os resultados experimentais desta seção.

Tabela 3. – Resultados experimentais para a dependência entre a abertura d das folhas do eletroscópio em função da distância D do bastão ao centro da esfera do eletroscópio, com o bastão eletrizado com as cargas Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 e Q_5 , dado pela relação $dD^{-p} = a$. Todas as folhas possuem comprimento $L = 4.0 \text{ cm}$.

carga no bastão	a_{exp}	a_{ajustado}	p_{exp}
Q_1	$(6,6 \pm 0,1) \text{ cm}^{1,78}$	$(5,6 \pm 0,1) \text{ cm}^{5/3}$	$-0,78 \pm 0,02$
Q_2	$(5,7 \pm 0,1) \text{ cm}^{1,77}$	$(5,0 \pm 0,1) \text{ cm}^{5/3}$	$-0,77 \pm 0,02$
Q_3	$(6,5 \pm 0,1) \text{ cm}^{1,73}$	$(6,2 \pm 0,1) \text{ cm}^{5/3}$	$-0,73 \pm 0,02$
Q_4	$(6,8 \pm 0,1) \text{ cm}^{1,81}$	$(5,8 \pm 0,1) \text{ cm}^{5/3}$	$-0,81 \pm 0,02$
Q_5	$(6,8 \pm 0,1) \text{ cm}^{1,82}$	$(5,6 \pm 0,1) \text{ cm}^{5/3}$	$-0,82 \pm 0,02$

3 O funcionamento do eletroscópio

Neste capítulo fazemos uma análise teórica do funcionamento do eletroscópio de folhas com o objetivo de construir um modelo matemático que relacione as grandezas físicas relevantes em cada aparato experimental. Na seção 3.1 realizamos uma análise mecânica e também analisamos a distribuição das cargas elétricas ao longo do eletroscópio. Na seção 3.2 realizamos uma análise mecânica da abertura das folhas no momento que aproximamos o bastão indutor carregado. Usamos como referência os trabalhos de Thomson (2011), McDonald (2002a), McDonald (2002b) e Pugh (1960).

3.1 Determinação teórica da carga elétrica Q do bastão indutor

Quando o bastão carregado por atrito é aproximado do eletroscópio, ele produz uma diferença de potencial (d.d.p.) nos extremos do eletroscópio. Essa d.d.p produz uma migração dos elétrons livres até que o equilíbrio eletrostático seja estabelecido na sua superfície. Variando a distância D do bastão carregado ao centro da esfera, ocorrerá nova migração de elétrons livres, o que fará variar a distância d entre as folhas do eletroscópio, conforme ilustra o modelo a seguir.

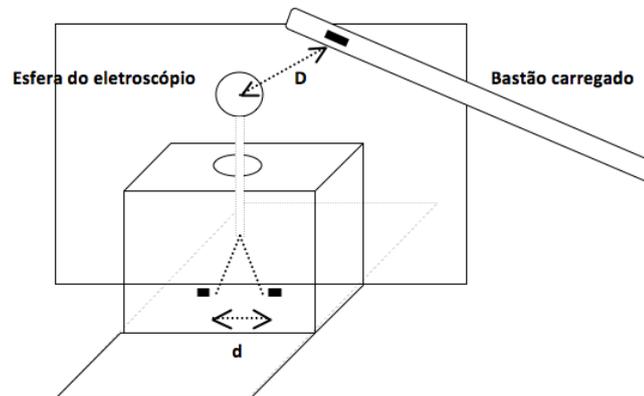


Figura 33. – Modelo do funcionamento do eletroscópio de folhas.

Inicialmente analisamos o nosso eletroscópio composto somente pela sua esfera. Quando aproximamos o bastão carregado com uma carga indutora, que chamaremos Q , ela induzirá uma distribuição de cargas na superfície da esfera do eletroscópio, que chamaremos de q_1 . O método das imagens permite considerar que essa carga distribuída na superfície da esfera do eletroscópio esteja posicionada em um ponto sobre o diâmetro da esfera e tratá-la como uma carga pontual. A Figura 34 ilustra o método das imagens, onde uma carga real Q do bastão induz uma carga oposta q_1 na esfera do eletroscópio. A carga

induzida q_1 , pelo método das imagens, está posicionada como se estivesse localizada em um ponto acima do centro da esfera da esfera.

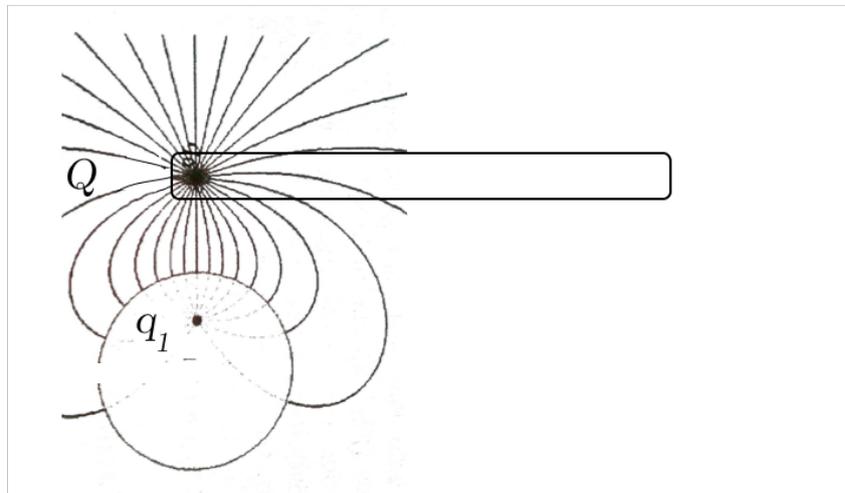


Figura 34. – Esta figura ilustra o método das imagens, onde uma carga real Q do bastão induz uma carga oposta q_1 na esfera do eletroscópio. A carga induzida q_1 , pelo método das imagens, é como se estivesse localizada em um ponto acima do centro da esfera.

Como indicado na Figura 35, podemos construir um modelo matemático com o método das imagens que relaciona a distância do bastão carregado ao centro da esfera D com a abertura da folhas do eletroscópio. Vamos considerar apenas o bastão carregado (corpo indutor) e a esfera do eletroscópio (induzido).

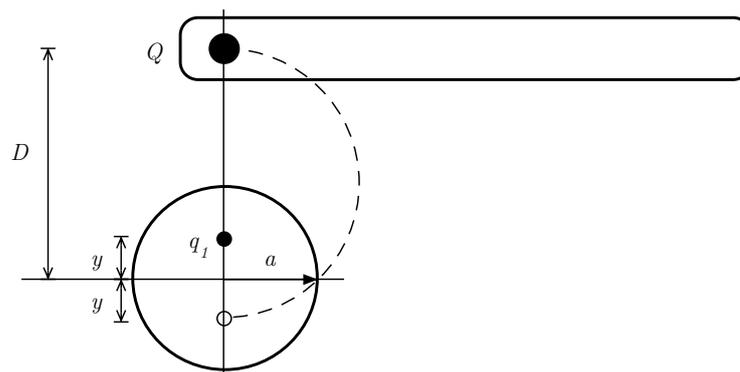


Figura 35. – Ilustração da esfera do eletroscópio e do bastão carregado com carga Q . Arco de circunferência tracejado de raio $(D + y)/2$. A carga imagem q_1 induzida posiciona-se acima do centro da esfera de raio a .

Temos, pelo arco tracejado da figura, que o raio a da esfera, a distância D do bastão ao centro da esfera e a posição y da carga induzida q_1 é dada por

$$a^2 = Dy \tag{3.1}$$

e, portanto, podemos escrever que conhecendo-se o raio a da esfera e a distância D , a posição y da carga imagem induzida q_1 é dada por

$$y = a^2/D. \quad (3.2)$$

Sabemos que na superfície da esfera condutora do eletroscópio, o potencial elétrico resultante produzido pelas cargas Q e q_1 é zero. Então, a soma do potencial da carga Q produzido no ponto A sobre a superfície da esfera e do potencial da carga q_1 no mesmo ponto é zero. Deste modo, temos que

$$\frac{Q}{D-a} = \frac{q_1}{a-y}. \quad (3.3)$$

Substituindo (3.2) em (3.3) e solucionado a equação resultante para o valor da carga induzida q_1 obtemos

$$q_1 = Q \frac{a}{D}. \quad (3.4)$$

Para o nosso eletroscópio de folhas, vamos considerar que temos uma esfera de raio a_2 no lugar de uma das folhas, conforme indicado na Figura 36

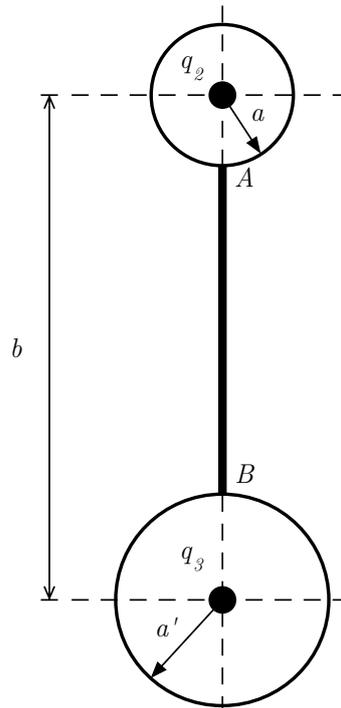


Figura 36. – Modelo simplificado do eletroscópio de folhas. A esfera de raio a_2 representa uma das folhas do eletroscópio.

As cargas q_2 e $2q_3$ são as cargas induzidas pelo bastão indutor que foram distribuídas no eletroscópio. De modo a conservar a carga total, devemos ter

$$2q_3 + q_2 = -q_1. \quad (3.5)$$

Por conveniência, denominamos $2q_3$ a carga induzida na esfera de raio a_2 porque posteriormente transformaremos esta esfera nas duas folhas do eletroscópio. Quando for estabelecido o equilíbrio eletrostático, o potencial elétrico resultante nos pontos A e B , produzidos pelas cargas $2q_3$ e q_2 , são iguais. Em primeira aproximação, podemos escrever que

$$\frac{q_2}{b-a_2} + \frac{2q_3}{a_2} = \frac{q_2}{a} + \frac{2q_3}{b-a}. \quad (3.6)$$

Então, resolvendo (3.6) para a razão entre as cargas $2q_3/q_2$ obtemos

$$\frac{2q_3}{q_2} = \frac{a_2}{a} \frac{b-a}{b-a_2}. \quad (3.7)$$

Combinando (3.4), (3.5) e (3.7) obtemos o valor da carga q_2 em função da carga Q no bastão:

$$q_2 = Q \frac{a}{D} \left[\frac{a(b-a_2)}{a_2(b-a) + a(b-a_2)} \right]. \quad (3.8)$$

Substituindo (3.8) em (3.5) determinamos o valor da carga $2q_3$ em função da carga Q no bastão:

$$2q_3 = Q \frac{a}{D} \left[\frac{a_2(b-a)}{a_2(b-a) + a(b-a_2)} \right]. \quad (3.9)$$

Para o nosso eletroscópio, iremos considerar que a sua esfera principal é descrita pela esfera de raio a ; o comprimento da haste mais o comprimento l da folha correspondendo ao parâmetro b ; e a esfera auxiliar, de raio a_2 , estando localizada na extremidade inferior de cada uma das folhas do eletroscópio e seu raio a_2 correspondendo a, aproximadamente, metade da largura w da folha.

Para o nosso eletroscópio, temos que suas dimensões são dadas por

$$a \approx 1.25 \text{ cm}, \quad (3.10)$$

$$b \approx \text{comprimento da haste} + \text{comprimento } l \text{ da folha} \approx 15.30 \text{ cm} \quad (3.11)$$

e

$$a_2 \approx w/2 \approx 0.20 \text{ cm}. \quad (3.12)$$

Em função das dimensões do nosso aparato experimental, temos que $a_2 \ll b$ e $a_2 \ll a$. Deste modo, podemos determinar Q pela expressão

$$Q \approx q_3 \frac{4D}{w}. \quad (3.13)$$

Podemos então concluir deste modelo que o valor da carga Q é dado aproximadamente por (3.13). Seu valor fica univocamente determinado pela geometria do problema e pelo valor da carga q_3 localizada essencialmente na extremidade das folhas do eletroscópio. Podemos então determinar o valor da carga q_3 a partir da força elétrica F entre as duas cargas q_3 induzidas nas extremidades das folhas, como será realizado na seção 3.2.

3.2 Determinação teórica da carga q da folha do eletroscópio

Observando o funcionamento das lâminas do eletroscópio, podemos estabelecer uma relação existente entre a abertura das laminas e suas massas. Nosso ponto de partida foi o modelo do eletroscópio. Quando o bastão carregado se aproxima do eletroscópio a d.d.p que ele gera no eletroscópio produz uma migração dos elétrons livres, conforme a Figura 37.

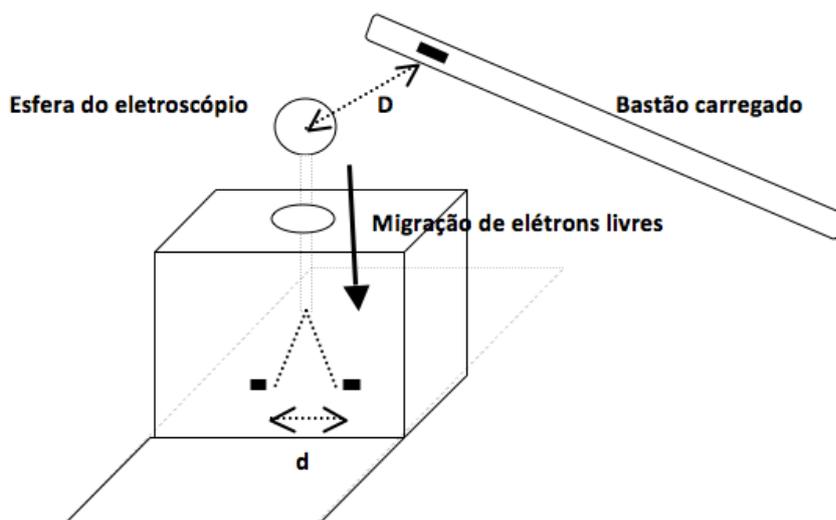


Figura 37. – Modelo do nosso eletroscópio.

As folhas se abrem devido a repulsão elétrica. Fazendo uma análise das forças de interação, temos, conforme o sistema de forças ilustrado na figura 38:

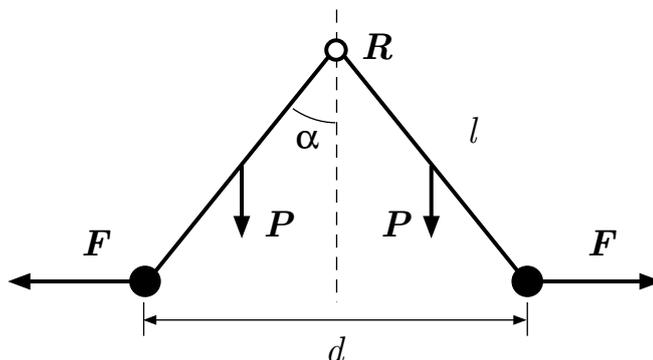


Figura 38. – Representação das forças que agem sobre cada folha. O ponto R é o ponto de rotação das folhas e l é o comprimento de cada folha. Os vetores \mathbf{F} e \mathbf{P} representam a força elétrica e a força peso, respectivamente.

Da Figura 38 observamos que, em relação ao eixo de rotação na junção das duas folhas, o torque resultante é zero. Se as folhas estiverem em equilíbrio estático, podemos concluir

que

$$F = \frac{P}{2} \tan \alpha, \quad (3.14)$$

onde F é a força elétrica entre as folhas, P é o peso de cada folha e α é a metade do ângulo de abertura das folhas. A força peso é dada por

$$P = mg \quad (3.15)$$

e a força elétrica é dada por

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2}, \quad (3.16)$$

onde d é a distância entre as folhas abertas, q é a carga distribuída na extremidade da folha e ϵ_0 é a constante de permeabilidade elétrica do meio. Então, ao substituir (3.15) e (3.16) em (3.14) obtemos o quadrado do valor da carga elétrica q induzida pelo bastão:

$$q^2 = 2\pi\epsilon_0 mg d^2 \tan \alpha. \quad (3.17)$$

Utilizando o triângulo retângulo da figura 39,

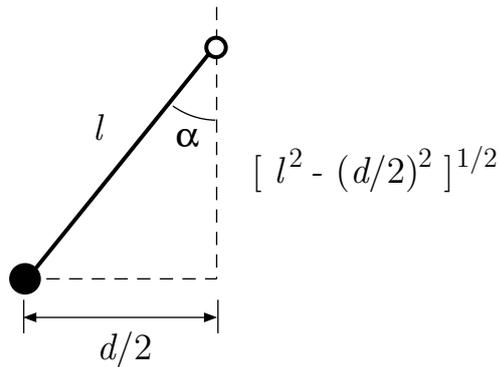


Figura 39. – Composição das folhas.

temos que

$$\tan \alpha = \frac{d/2}{\sqrt{l^2 - (d/2)^2}}. \quad (3.18)$$

onde l corresponde ao comprimento da folha. Substituindo (3.18) na (3.17) obtemos, para $d \ll 2l$, uma relação bem simples entre a massa m da folha e a distância de separação entre elas:

$$q^2 \approx \frac{\pi\epsilon_0}{l} mg d^3. \quad (3.19)$$

Concluimos então que a determinação da carga q localizada na extremidade da folha depende somente do material usado para confeccionar a folha, da sua geometria e da abertura entre elas.

Sabendo que

$$m = \rho w l \delta, \quad (3.20)$$

onde ρ é a densidade do material da folha, w a sua largura e δ a sua espessura, podemos escrever que

$$w d^3 \approx \frac{q^2}{\pi \varepsilon_0 \rho g \delta}. \quad (3.21)$$

Se mantivermos a carga induzida q invariante durante um experimento, como realizado na Atividade 1, devemos então observar que

$$w d^3 \approx \kappa_1, \quad (3.22)$$

onde κ_1 é uma constante.

Lembramos, da seção 3.1, que o valor da carga do bastão Q é dada aproximadamente por $Q \approx q(4D/w)$. Se mantivermos a massa m da folha invariante durante um experimento, como realizado na Atividade 2, podemos substituir este resultado em (3.19) e concluir que

$$Q \approx \kappa_2 d^{3/2} D, \quad (3.23)$$

onde κ_2 é uma constante dada por

$$\kappa_2 = \frac{4}{w} \sqrt{\pi \varepsilon_0 \frac{m g}{l}}. \quad (3.24)$$

Portanto, para um experimento onde aproximamos o bastão eletrizado com carga Q , variamos a distância D entre o bastão e o centro da esfera e, por consequência, ocorre o afastamento igual a d entre as extremidades das folhas do eletroscópio.

3.3 Estimativa da carga q induzida nas folhas do eletroscópio

Utilizando a equação (3.21) do modelo matemático que construímos, junto com as equações (2.1), (2.2), (2.3) e (2.4), obtidas experimentalmente a partir da análise dos resultados, podemos encontrar o valor experimental aproximado da carga elétrica q nas folhas.

Da equação (3.21), obtemos

$$w d^3 = \frac{q^2}{\pi \varepsilon \delta \rho g}, \quad (3.25)$$

onde as constantes δ e ρ representam a espessura e a densidade da folha de alumínio:

$$\delta = 2.0 \times 10^{-5} \text{ m}$$

e

$$\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Substituindo as constantes, podemos reescrever a equação (3.21) na forma

$$q^2 = (1.5 \times 10^{-11}) w d^3. \quad (3.26)$$

Para as cargas acumuladas nas folhas ($q_1 \approx q_2$, como já vimos na seção 2.1) de larguras $w = 4.0 \text{ mm}$ e $w = 8.0 \text{ mm}$ da Atividade 1 temos, conforme as equações (2.2) e (2.3):

$$q^2 = (1.5 \times 10^{-11})(8.0 \times 10^{-8}) \text{ C}^2. \quad (3.27)$$

Portanto, podemos estimar o valor da carga induzida na folha:

$$q_1 \approx q_2 \approx 1.1 \times 10^{-9} \text{ C}. \quad (3.28)$$

Para as cargas acumuladas nas folhas ($q_3 \approx q_4$, como já vimos na seção 2.1) de larguras $w = 12.0 \text{ mm}$ e $w = 16.0 \text{ mm}$ da Atividade 1 temos, conforme as equações (2.2) e (2.3):

$$q^2 = (1.5 \times 10^{-11})(4.9 \times 10^{-8}) \text{ C}^2. \quad (3.29)$$

Portanto, podemos estimar uma vez mais o valor da carga induzida na folha:

$$q_3 \approx q_4 \approx 0.86 \times 10^{-9} \text{ C}. \quad (3.30)$$

Estes valores são compatíveis com aqueles descritos nos livros didáticos usados no Ensino Médio como, por exemplo, o livro de Alvarenga e Máximo (2015).

3.4 Estimativa da carga Q contida no bastão eletrizado

Por meio da Atividade 2, podemos obter o valor aproximado experimental da carga elétrica Q contida no bastão indutor carregado.

Utilizando o modelo matemático desenvolvido na seção 3.1 temos, das equações (3.23) e (3.24), que a carga Q do bastão eletrizado é dada por

$$Q \approx \kappa_2 (d D^{2/3})^{3/2} \quad (3.31)$$

onde $\kappa_2 = 3.6 \times 10^{-3} \text{ Cm}^{-5/2}$. Substituindo o valor de $d D^{2/3}$ para a série de medidas para o bastão com diferentes carga Q , indicados na Tabela 3, encontramos

$$Q_1 \approx \kappa_2 (5.6 \cdot 10^{-10/3})^{3/2} \approx 4.8 \times 10^{-7} \text{ C}, \quad (3.32)$$

$$Q_2 \approx \kappa_2 (5.0 \cdot 10^{-10/3})^{3/2} \approx 4.0 \times 10^{-7} \text{ C}, \quad (3.33)$$

$$Q_3 \approx \kappa_2 (6.2 \cdot 10^{-10/3})^{3/2} \approx 5.6 \times 10^{-7} \text{ C}, \quad (3.34)$$

$$Q_4 \approx \kappa_2 (5.8 \cdot 10^{-10/3})^{3/2} \approx 5.0 \times 10^{-7} \text{ C} \quad (3.35)$$

e

$$Q_5 \approx \kappa_2 (5.6 \cdot 10^{-10/3})^{3/2} \approx 4.8 \times 10^{-7} \text{ C}. \quad (3.36)$$

4 Considerações finais

Apresentamos neste guia de orientação para o professor um material pedagógico para uma aula sobre eletrostática examinando as propriedades de um eletroscópio de folhas. Este instrumento tem sido considerado pela literatura especializada como uma poderosa ferramenta para o ensino de eletrostática, com diversas possibilidades didáticas a serem exploradas, e a discussão de suas características é um tema presente em nosso programa do Ensino Médio. Entretanto, este instrumento tem sido descrito, pela maioria dos livros didáticos, apenas de forma qualitativa por meio de modelos e esquemas, e a sua função restringindo-se a somente identificar corpos carregados. Neste nosso trabalho apresentamos algumas alternativas didáticas ao ensino de eletrostática a serem exploradas com o auxílio do eletroscópio ao utilizá-lo não apenas como um identificador de corpos carregados mas também como um instrumento capaz de nos permitir estimar quantitativamente tanto o valor aproximado da carga elétrica q induzida nas suas folhas por um bastão indutor quanto o valor da carga elétrica Q distribuída neste mesmo bastão.

Referências

ALVARENGA, B.; MÁXIMO, A. *Física – Contexto e Aplicações*. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2015.

MCDONALD, K. T. Conducting ellipsoid and circular disk. *Princeton Univ., Princeton, NJ. [Online]*, 2002. Disponível em: <<http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/ellipsoid.pdf>>. Acesso em: outubro de 2016.

MCDONALD, K. T. Two conducting spheres at the same potential. *Princeton Univ., Princeton, NJ.[Online]*., 2002. Disponível em: <<http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/twospheres.pdf>>. Acesso em: outubro de 2016.

PUGH, E. M. *Principles of electricity and magnetism*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1960.

THOMSON, W. *Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism*.: Cambridge: Cambridge University Press, 2011. Disponível em: <<https://www.cambridge.org/core/books/reprint-of-papers-on-electrostatics-and-magnetism/18C83945925B90F68460706270B999A8>>. Acesso em: outubro de 2016.