



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Matéria escura no ensino médio

Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2016

Matéria escura no ensino médio

Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

Prof. Carlos Eduardo Aguiar (Presidente)

Prof. Martin Makler

Prof. Carlos Farina de Souza

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

X6m Ximenes, Samuel Jorge Carvalho
Matéria escura no ensino médio / Samuel Jorge Carvalho
Ximenes. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2016.
ix, 77 f. : il. ; 30 cm.
Orientador: Carlos Eduardo Aguiar.
Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física /
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2016.
Referências Bibliográficas: f. 75-77.
1. Ensino de Física. 2. Matéria escura. 3. Física mo-
derna. I. Aguiar, Carlos E.. II. Universidade Federal do Rio
de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação
em Ensino de Física. III. Matéria escura no ensino médio.

Dedico esta dissertação a minha amada Bárbara Almeida da Silva. Ela foi a pessoa que esteve ao meu lado em todos os momentos, bons e ruins, vividos na elaboração deste trabalho. Seu amor, grandeza e dedicação não podem ser expressas em palavras, diferente do meu sincero sentimento de agradecimento. Muito obrigado. Eu te amo.

Agradecimentos

Agradeço aos meus familiares, em especial a minha mãe Isaura Soares Carvalho, que se dedicou para investir nos meus estudos.

Agradeço a todos os professores que me ajudaram ao longo de minha trajetória acadêmica.

Agradeço aos meus amigos que sempre compreenderam os momentos de ausência e que sempre me ajudaram com uma palavra de incentivo.

Agradeço a prof.^a Maria Antonieta Teixeira de Almeida, ex-coordenadora do LADIF-UFRJ, a qual me ensinou muito sobre os espaços de divulgação científica e despertou meu interesse pelos laboratórios como instrumento de aprendizagem.

Agradeço ao prof. Carlos Eduardo Magalhães de Aguiar, que além de orientador deste trabalho foi meu professor durante a graduação e o mestrado. Agradeço por sua dedicação e por ser um profissional no qual eu me espelho.

Agradeço aos alunos do Colégio Pedro II pela receptividade e aceitação durante a aula sobre a matéria escura. Em especial, agradeço ao Nathanael Fonseca Papi, ao Lucas de Araújo Santos e a Mariana da Silva Batista.

RESUMO

Matéria escura no ensino médio

Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Apresentamos uma abordagem do conceito de matéria escura, desenvolvida visando o ensino médio. Evidências da existência da matéria escura são estudadas a partir das curvas de rotação de galáxias, usando apenas elementos já presentes na grade curricular dos estudantes, como a mecânica do movimento circular, conceitos básicos da gravitação newtoniana e a terceira lei de Kepler. Um aplicação dessa abordagem em turmas de ensino médio é relatada.

Palavras chave: Ensino de Física, Matéria escura, Física moderna.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2016

ABSTRACT

Dark matter in the secondary school

Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Supervisor: Carlos Eduardo Aguiar

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

We present a pedagogical approach to the concept of dark matter, which can be used in secondary schools. Evidence for dark matter is studied by analyzing galaxy rotation curves, using only elements that are already familiar to the students: mechanics of the uniform circular motion, basic concepts of Newtonian gravitation and Kepler's third law. We also report on the application of this approach in a secondary school.

Keywords: Physics education, Dark matter, Modern physics.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2016

Sumário

1	Introdução	1
2	A inserção da física moderna e contemporânea no ensino médio	5
2.1	Justificativas para a inserção de física moderna e contemporânea no ensino médio	6
2.2	Metodologias para a inserção de física moderna e contemporânea no ensino médio	8
3	A terceira lei de Kepler	12
3.1	A terceira lei de Kepler e o sistema solar	14
3.2	A lei de Kepler e as luas de Júpiter	15
4	Curvas de rotação de galáxias	17
4.1	Exemplos de curvas de rotação de galáxias	18
4.2	Efeito do tamanho da galáxia	21
5	Matéria escura	27
5.1	O halo de matéria escura	28
5.2	Modificação da dinâmica newtoniana	30
6	Outras evidências da matéria escura	33
6.1	Dispersão de velocidades em aglomerados de galáxias	34
6.2	Lentes gravitacionais	35
7	Aplicação no ensino médio	40
8	Comentários finais	46
A	A Matéria Escura	49
B	Matéria Escura: Material para o Professor	59

Capítulo 1

Introdução

A matéria que vemos à nossa volta é composta por átomos, que por sua vez são formados por prótons, nêutrons e elétrons. Entretanto, há fortes evidências de que a maior parte da matéria existente no Universo não é constituída dessa maneira. Cerca de 80–90% da massa do Universo parece ter origem em partículas que não são prótons, nêutrons, elétrons ou combinações destes. Mais ainda, essas partículas exóticas não interagem com a radiação eletromagnética, de modo que a matéria formada por elas é invisível, ou seja, não absorve ou reflete luz de qualquer comprimento de onda. Por isso ela é chamada de *matéria escura*. Como não pode ser vista por telescópios (de radiotelescópios aos telescópios de raios-X) a matéria escura só é detectada através de sua interação gravitacional, que afeta, por exemplo, o movimento de objetos visíveis como estrelas e galáxias. Entre as várias evidências da existência de matéria escura estão a taxa de rotação de estrelas e gás em torno de galáxias espirais, a velocidade das galáxias em aglomerados e lentes gravitacionais [1].

Um dos indícios mais fortes da existência de matéria escura é a curva de rotação de galáxias espirais – a relação entre velocidade e o raio das órbitas das estrelas de uma dessas galáxias. Segundo a gravitação newtoniana, para estrelas muito distantes do núcleo galáctico a velocidade orbital deveria diminuir à medida que o raio da órbita aumenta, um resultado semelhante à terceira lei de Kepler. Entretanto, não é isso o que se observa nas galáxias

espirais. Vera Rubin descobriu no início dos anos 70 que a velocidade orbital nessas galáxias não diminuía com o aumento da distância ao centro galáctico, mesmo que esta distância fosse muito grande [3, 4]. A explicação mais aceita hoje para esse comportamento das curvas de rotação é a existência de um halo de matéria escura envolvendo a galáxia e indo muito além da região luminosa (é interessante notar que Vera Rubin parecia preferir outra explicação, a de que as leis de Newton deveriam ser modificadas).

A discussão das curvas de rotação de galáxias e sua conexão com a matéria escura pode ser realizada utilizando-se apenas conceitos básicos da dinâmica e gravitação newtonianas, essencialmente aqueles que levam à terceira lei de Kepler, um tema comumente abordado no ensino médio e nos ciclos básicos universitários. Isso abre perspectivas pedagógicas interessantes, que pretendemos explorar neste trabalho. Como veremos, a ligação entre as curvas de rotação galácticas e a existência da matéria escura pode ser estudada como uma extensão natural do tratamento da gravitação newtoniana apresentado nos cursos introdutórios de física. Essa extensão, embora simples, é riquíssima em consequências; os alunos são expostos a uma das descobertas mais surpreendentes do século XX, a de que a maior parte da massa do Universo vem de algo que não podemos ver e que até hoje não sabemos o que é.

A simplicidade com que a evidência sobre a matéria escura pode ser apresentada a estudantes do ensino médio é um tanto surpreendente, dada a importância e alcance da discussão desse tema. Ao se deparar com ele os estudantes não apenas são postos em contato com uma área de pesquisa atual; eles também têm oportunidade de mudar profundamente alguns aspectos de sua visão de mundo (de que é feito o Universo?) e de compreender como evolui o conhecimento científico. Mais ainda, a discussão da matéria escura mostra o que pode ser um bom caminho para inserir temas de física moderna e contemporânea no ensino médio, uma preocupação antiga de professores e pesquisadores em ensino de física. Como veremos, a apresentação de um tema de física moderna tem muito a ganhar se este puder ser associado à física tradicionalmente abordada nos currículos escolares. Isso possibilita, por exemplo, que as dificuldades encontradas pela física “antiga” sejam reconhecidas e seus limites mapeados, ou seja, faz com que essa física seja melhor

compreendida. Também podemos entender melhor as novas ideias e as razões que nos levaram a elas e, o que talvez seja mais importante, somos capazes de apreciar com maior clareza as diferenças entre os velhos e novos modelos.

Até onde sabemos, há poucos trabalhos publicados sobre experiências no ensino de matéria escura em cursos introdutórios de física. A contribuição mais extensa parece ser a tese de doutorado de Colin Wallace, na Universidade do Colorado [5] (ver também o artigo [6]). Wallace investigou os conceitos de alunos norte-americanos sobre temas de cosmologia como o Big-Bang, a expansão e evolução do Universo e as evidências da matéria escura, e desenvolveu um conjunto de tutoriais sobre esses tópicos. Tanto a investigação quanto o material didático dirigem-se a alunos de cursos universitários (disciplina “Astro101” das Universidades do Colorado e do Arizona), e não há muita interseção entre este trabalho e a nossa proposta, voltada essencialmente para o ensino médio brasileiro. A matéria escura também é abordada didaticamente em livros-texto de astronomia. Um livro apropriado a uma discussão introdutória sobre o tema é *The Essential Cosmic Perspective*, de Bennet et al. [1], que usamos no desenvolvimento deste trabalho. Infelizmente o livro destina-se a estudantes universitários e está em inglês, o que não permite seu uso como material de estudo em nosso ensino médio. Outra referência interessante é o livro *The Dark Matter Problem – A Historical Perspective*, de R. Sanders [2], que apresenta pedagogicamente a história do conceito de matéria escura. Porém, novamente, é um texto destinado a universitários e só está disponível em inglês.

O objetivo do trabalho apresentado nesta dissertação é desenvolver material didático destinado a professores e alunos do ensino médio, sobre o tema da matéria escura. A dissertação está organizada da seguinte maneira. No capítulo 2 fazemos uma discussão geral sobre a inclusão de tópicos de física moderna e contemporânea no currículo do ensino médio. Apresentamos as justificativas encontradas na literatura sobre ensino de física para essa inclusão, assim como as opções metodológicas que devem ser consideradas numa implementação prática. No capítulo 3 discutimos a dinâmica de órbitas circulares e a lei de Kepler para os períodos orbitais. As curvas de rotação dos planetas no sistema solar e de algumas das luas de Júpiter são apresentadas

e verificamos que elas concordam muito bem com a terceira lei de Kepler. No capítulo 4 analisamos as curvas de rotação de galáxias, mostrando os dados para as velocidades em três galáxias distintas. A discrepância entre esses resultados e a previsão da terceira lei de Kepler é o resultado central do capítulo. Mostramos, a partir de diferentes modelos para a distribuição de massa das galáxias, que é impossível descrever as velocidades de rotação levando em conta apenas a matéria luminosa observada. No capítulo 5 desenvolvemos o raciocínio que leva à hipótese da matéria escura e à conclusão de que esta deve formar um halo que se estende muito além da matéria visível nas galáxias. Nesse capítulo também apresentamos uma alternativa à hipótese da matéria escura, baseada na modificação da dinâmica newtoniana. Duas outras evidências da matéria escura são apresentadas no capítulo 6: a dispersão de velocidades nos aglomerados de galáxias e o efeito de lentes gravitacionais. Tanto a modificação da dinâmica newtoniana, tratada ao final do capítulo 5, quanto as evidências apresentadas no capítulo 6 são tópicos de compreensão mais difícil para alunos do ensino médio, embora tenhamos simplificado bastante sua apresentação. Sua inclusão nesta dissertação destina-se a professores que queiram utilizar esses tópicos em discussões com alunos interessados em aprofundar seu estudo da matéria escura.

O capítulo 7 descreve uma aplicação do material produzido ao longo deste trabalho em uma aula ministrada para turmas de segundo ano do ensino médio do Colégio Pedro II, unidade de Realengo. Os apêndices A e B contêm o material didático produzido para esta aula. No apêndice A está um texto para os alunos, essencialmente um resumo de partes selecionadas dos capítulos 3, 4 e 5. No apêndice B estão questionários que foram distribuídos aos alunos antes e depois dessa aula, num contexto semelhante ao de “ensino sob medida”. Nesse apêndice também estão as transparências apresentadas na aula.

Capítulo 2

A inserção da física moderna e contemporânea no ensino médio

Uma queixa de muitos professores e pesquisadores em ensino de física é que os currículos tradicionais do ensino pré-universitário vão apenas até a física do século XIX, deixando de lado os grandes avanços ocorridos no século XX como a mecânica quântica, a relatividade (restrita e geral) e os ramos da física que se desenvolveram apoiados nessas teorias (física atômica, nuclear e de partículas, matéria condensada, cosmologia, etc.). A discussão sobre a inclusão ou não de tópicos de física moderna em disciplinas de física básica é antiga e, muitas vezes, ocorreu de forma acirrada [7,8]. De uma forma ou de outra, na década de 60 livros-texto de física para cursos pré-universitários já incluíam temas de física moderna. O livro do projeto *PSSC* (*Physical Science Study Committee*), por exemplo, dedicava dois capítulos a fótons, ondas de matéria e física atômica [9]. O *Harvard Project Physics*, outro texto importante produzido durante a década de 60, também tratava de fótons, física atômica, ondas de matéria e vários tópicos de física nuclear [10]. O livro de Eric Rogers, *Physics for the Enquiring Mind*, influente entre professores e pesquisadores em ensino de física (embora pouco usado em sala de aula), incluía discussões de relatividade e de física atômica e nuclear [11].

A matéria escura é certamente um tema de física moderna e contemporânea. Mais do que isso, é uma área de pesquisa em plena atividade – a

natureza da matéria escura é desconhecida e vários experimentos estão sendo realizados em busca das partículas que a compõem. Assim, a inclusão do tema “matéria escura” em cursos introdutórios de física faz parte do quadro mais geral da inserção de tópicos de física moderna nesses cursos. Neste capítulo discutiremos alguns dos argumentos que têm sido usados para justificar essa inserção, e apresentaremos as principais metodologias adotadas na abordagem desses temas em sala de aula.

2.1 Justificativas para a inserção de física moderna e contemporânea no ensino médio

Em um artigo de revisão sobre o ensino da física moderna e contemporânea na escola média, Fernanda Ostermann e Marco A. Moreira [12] listam uma série de justificativas encontradas na literatura para a inclusão de temas modernos em cursos introdutórios. Por exemplo, durante a III Conferência Interamericana sobre Educação em Física [13], um grupo de trabalho formado para discutir o ensino de física moderna chegou às seguintes razões para essa inserção:

- Despertar a curiosidade dos estudantes e ajudá-los a reconhecer a Física como um empreendimento humano e, portanto, mais próxima a eles.
- Os estudantes não têm contato com o excitante mundo da pesquisa atual em física, pois não veem nenhuma física além de 1900. Esta situação é inaceitável em um século no qual ideias revolucionárias mudaram a ciência totalmente.
- É do maior interesse atrair jovens para a carreira científica. Serão eles os futuros pesquisadores e professores de física.
- É mais divertido para o professor ensinar tópicos que são novos. O entusiasmo pelo ensino deriva do entusiasmo que se tem em relação ao material didático utilizado e de mudanças estimulantes no conteúdo do curso. É importante não desprezar os efeitos que o entusiasmo tem sobre o bom ensino.

- Física moderna é considerada conceitualmente difícil e abstrata; mas, resultados de pesquisa em ensino de física têm mostrado que, além da física clássica ser também abstrata, os estudantes apresentam sérias dificuldades conceituais para compreendê-la.

Podemos perceber que há muitos motivos para a inserção de tópicos de física moderna em cursos introdutórios de física, embora a lista anterior não seja exaustiva. Apresentar a construção do pensamento científico e sua evolução ao longo da história é fundamental para uma boa compreensão tanto da física clássica quanto da física contemporânea. Isso aproxima a ciência do aluno e mostra que ele também pode contribuir para essa construção. Além disso, acaba-se com o hiato que há entre a física do século XIX e o cotidiano dos jovens, os quais estão imersos em informações e tecnologias que não são capazes de compreender usando apenas o conteúdo que aprendem tradicionalmente na escola.

O entusiasmo também é outro ponto que se destaca, e vai além daquele que pode ser despertado entre os professores. O jovem tem acesso a temas científicos como a teoria da relatividade, buracos negros, radiações, mutações genéticas e até mesmo a matéria escura. Os filmes e histórias de ficção científica ou de super-heróis sempre fizeram uso (geralmente indevido) desses temas. É o caso de Godzilla, resultado de mutações genéticas causadas pela radiação de testes nucleares, ou do super-herói Flash, que recebe poderes ao ser bombardeado por matéria escura após a explosão de um acelerador de partículas. Num contexto cientificamente mais aceitável, o filme *Interestelar* apresenta uma descrição notavelmente detalhada de um buraco negro [14]. É possível fazer uso desses e outros exemplos para, além de aproveitar a empolgação dos alunos com essas histórias, explicar o que é ficção e o que é cientificamente plausível.

Um ponto não ressaltado na lista apresentada no início desta seção, e que talvez seja uma das razões mais importantes para a inclusão de temas modernos em cursos introdutórios, é que a física moderna muda radicalmente nossa visão de mundo, calcada no senso comum. É verdade que a física tradicional já faz isso: por exemplo, a noção galileana de inércia vai contra nossa intuição aristotélica de movimento. A física moderna, entretanto, vai

muito além, levando esse distanciamento a extremos que desafiam noções muito básicas como, por exemplo, a de simultaneidade, que não é mais um conceito absoluto segundo a relatividade especial.

Esses argumentos explicam porque existe um desejo generalizado dentro da comunidade de físicos de que os cursos introdutórios abordem aspectos da física moderna. Entretanto, como foi enfatizado por Arnold Arons [7, 15], tudo depende de quais conteúdos são escolhidos e da forma como estes são apresentados. Arons questiona se a inserção prematura de resultados da mecânica quântica ou da física nuclear, por exemplo, produz um aprendizado e compreensão genuínos desses conteúdos. Segundo ele, isso provavelmente leva apenas à memorização cega de resultados finais, sem um entendimento apropriado dos conceitos físicos relevantes. A crítica de Arons sugere que é importante discutir as formas de inclusão da física moderna nos cursos introdutórios, o que faremos na próxima seção.

2.2 Metodologias para a inserção de física moderna e contemporânea no ensino médio

A preocupação de Arons quanto à maneira de se apresentar temas modernos em cursos introdutórios de física é confirmada pelo trabalho de Daniel Gil Pérez e Jordi Solbes [16]. Nele, os autores analisam 42 livros-texto espanhóis e relatam que a imensa maioria (cerca de 90%) não faz qualquer referência às dificuldades que originaram a crise da física clássica nem às profundas diferenças conceituais entre a física clássica e a moderna. Gil Pérez e Solbes também aplicaram um questionário a 63 professores em atividade em escolas espanholas, perguntando sobre os critérios e métodos que estes utilizavam para ensinar física moderna. Apenas 12% das respostas faziam referência à necessidade de se começar pelos problemas encontrados pela física clássica ou enfatizavam as diferenças entre os paradigmas das físicas clássica e moderna.

Esses dados mostram que o tipo de abordagem acumulativa criticada por Arons é mais comum do que seria de esperar. O resultado de tais práticas é, segundo Gil Pérez e Solbes, que a compreensão dos estudantes sobre os

principais aspectos dos novos paradigmas é muito pobre. Um questionário aplicado pelos autores a 536 alunos com idades entre 16 e 18 anos mostrou que cerca de 90% deles ignorava a existência de uma crise no desenvolvimento de física clássica, sendo incapazes de mencionar um único problema associado a essa crise ou uma diferença entre as físicas moderna e clássica. Percentagem semelhante dos alunos apresentou concepções profundamente equivocadas sobre questões como a velocidade da luz, a dualidade onda-partícula, etc. Gil Pérez e Solbes atribuem esses resultados a formas muito incorretas de se apresentar a física moderna aos estudantes. Eles enfatizam que isso produz uma compreensão errônea tanto da física moderna quanto da física clássica, por não esclarecer os limites de validade da última e as diferenças entre os paradigmas envolvidos.

É claro que nem todas as iniciativas de inserção de tópicos de física moderna no ensino pré-universitário têm os problemas apontados por Gil Pérez e Solbes. Eles próprios apresentam uma proposta didática nesse sentido [16] (descrita mais à frente) que alcançou resultados muito positivos.

De forma geral, segundo Ostermann e Moreira [12], existem três vertentes metodológicas principais que podem ser exploradas ao se tentar inserir a física moderna no nível médio de ensino. São elas:

- a exploração dos limites dos modelos clássicos;
- a não utilização de referências aos modelos clássicos;
- a escolha de tópicos essenciais.

A vertente que explora os limites da física clássica procura deixar claro aos alunos o que esta física é capaz de explicar e onde ela falha. Nos pontos de crise torna-se clara a necessidade de reformulação dos conceitos e ideias antigos, e as teorias modernas ganham justificativas que podem ser entendidas e apreciadas pelos estudantes. Essa abordagem é, essencialmente, aquela defendida por Gil Pérez e Solbes. Ela permite que os alunos percebam a extensão das diferenças entre as ideias novas e as antigas, e porque as novas têm vantagens sobre as antigas. Isso lhes dá uma melhor compreensão não apenas dos novos conceitos; a própria física clássica fica melhor entendida,

na medida em que seus limites são reconhecidos. Igualmente importante é o fato dessa vertente facilitar a percepção dos alunos sobre a natureza da ciência e de como esta evolui.

Não fazer referências a física clássica, como prega a segunda vertente, significa abrir mão de modelos semiclássicos, como as órbitas de Bohr, e introduzir a física moderna a partir de conceitos mais atuais e “corretos”. Essa linha de pensamento teve origem nos trabalhos de Helmut Fischler e Michael Lichtfeldt [17], que alertaram para o fato de que analogias e conceitos clássicos podem ser obstáculos ao aprendizado de teorias modernas. Essa perspectiva foi criticada por McKagan, Perkins e Wieman [18] no caso do ensino de modelos atômicos. Esses autores reconhecem que, entre universitários americanos, se o currículo não enfatizar as conexões entre os diferentes modelos atômicos, muitos estudantes usarão apenas o modelo de Bohr, abandonando o modelo mais acurado de Schroedinger. Entretanto, eles relatam que a maioria dos estudantes passa a descrever os átomos a partir da teoria de Schroedinger se encontrarem um currículo que favoreça o desenvolvimento habilidades de modelagem e estimule a comparação entre diferentes modelos.

Quanto à escolha de tópicos essenciais – a terceira vertente – podemos retornar às ideias de Arons [15]. Ele deixa claro que, com a introdução de tópicos de física moderna, não é mais possível contemplar todos os conteúdos convencionais, o que nos obrigaria a escolher quais desses assuntos seriam mantidos e quais seriam deixados de lado. Escolhas semelhantes devem ser feitas pelo lado da física moderna, e Arons recomenda que sejam abordados apenas os desenvolvimentos ocorridos no início de século XX: elétrons, fótons, estrutura atômica e, talvez, aspectos qualitativos da relatividade. Ele defende que essas escolhas sejam feitas através da definição de uma “linha narrativa” (*story line*). Por exemplo, caso se deseje chegar ao átomo de Bohr, é necessário identificar os tópicos da mecânica e do eletromagnetismo que tornarão compreensíveis aos estudantes os experimentos e raciocínios que levaram à descoberta do elétron, do núcleo atômico e do fóton. A narrativa adotada deveria abordar esses tópicos essenciais e deixar de lado os temas que não contribuem de maneira relevante para a compreensão do resultado final. Para alunos que continuarão a estudar física, as lacunas deixadas pela

narrativa devem ser reconhecidas e preenchidas em cursos posteriores.

Nesta dissertação desenvolvemos uma sequência de ensino-aprendizagem baseada na discussão dos limites de um paradigma clássico (toda matéria no Universo é composta de átomos). Esta sequência também se insere no contexto de uma narrativa capaz de levar à noção de matéria escura. Mas, como veremos, não é necessário sacrificar conteúdos tradicionais para chegar a esse resultado. A narrativa usualmente adotada na apresentação da mecânica pode levar, com poucos acréscimos, a uma das evidências mais convincentes da existência da matéria escura. Partindo do pressuposto que os estudantes já foram apresentados aos conceitos básicos da cinemática (incluindo movimento circular) e da mecânica newtoniana (incluindo a teoria da gravitação), a sequência que propomos tem início com a apresentação da terceira lei de Kepler e sua representação por curvas de rotação. Após verificar o sucesso dessa lei na descrição das órbitas dos planetas do sistema solar e das luas de Júpiter, discutimos seu aparente fracasso quando se tenta explicar, a partir da matéria visível, as curvas de rotação medidas em galáxias. Vemos em seguida como a hipótese da matéria escura explica de forma simples a discrepância entre os dados experimentais e a previsão kepleriana. Essa sequência de ensino-aprendizagem será apresentada nos próximos capítulos.

Capítulo 3

A terceira lei de Kepler

Nossa discussão sobre a matéria escura terá início com a dedução e verificação empírica da terceira lei de Kepler. A dedução é baseada em tópicos que já estão presentes no currículo de nível médio de ensino: cinemática (incluindo o movimento circular uniforme), mecânica newtoniana e teoria da gravitação. Não discutiremos esses pontos por supor que eles já foram apresentados aos estudantes. Se esse não for o caso, é claro que o material que iremos expor aqui deve ser precedido por esses conteúdos, que podem ser abordados na forma usualmente adotada no ensino médio.

Para obter a terceira lei de Kepler, a “lei dos períodos”, consideraremos um planeta de massa m em órbita circular em torno de uma estrela de massa M (figura 3.1). Vamos supor que a massa da estrela seja muito grande

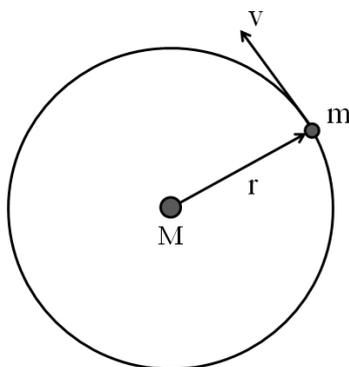


Figura 3.1: Planeta em órbita circular em torno de uma estrela.

($M \gg m$), de modo que ela possa ser considerada fixa. Sendo a órbita do planeta circular, o módulo da aceleração (centrípeta) do planeta é

$$a = \frac{v^2}{r}, \quad (3.1)$$

onde r é o raio da órbita e v , o módulo da velocidade do planeta. A força que age sobre o planeta é dada pela lei da gravitação universal de Newton e seu módulo vale

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad (3.2)$$

onde $G = 6,674287 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ é a constante gravitacional. A segunda lei de Newton relaciona a aceleração do planeta à força gravitacional,

$$F = ma, \quad (3.3)$$

de modo que,

$$G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad (3.4)$$

e, portanto,

$$v^2 = \frac{GM}{r}. \quad (3.5)$$

Com isso obtemos uma relação entre a velocidade e o raio da órbita,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad (3.6)$$

chamada de *curva de rotação* dos corpos (planetas, etc) que giram em torno dessa estrela. Vemos que a velocidade de rotação diminui à medida que o raio orbital aumenta, um resultado que será essencial para a nossa discussão da matéria escura.

A curva de rotação é uma expressão da terceira lei de Kepler, embora não na forma usualmente apresentada no ensino médio. Para chegar ao resultado encontrado nos livros-texto, onde o período T da órbita é usado no lugar da

velocidade v , basta notar que

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \quad (3.7)$$

que substituído em (3.5) leva à forma usual da terceira lei de Kepler,

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3. \quad (3.8)$$

3.1 A terceira lei de Kepler e o sistema solar

O Sol possui mais de 99% de toda a massa do sistema solar e em seu entorno encontram-se diversos corpos celestes. Concentraremos nossa atenção apenas nos planetas – Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno – que descrevem órbitas praticamente circulares em torno do Sol. A distância, velocidade e período de rotação desses planetas em relação ao Sol estão mostradas na tabela 3.1.

Planeta	r (10^6 km)	v (km/s)	T (anos)
Mercúrio	57,9	47,86	0,24
Vênus	108,2	35,02	0,62
Terra	149,6	29,79	1
Marte	227,9	24,12	1,88
Júpiter	778,3	13,06	11,86
Saturno	1.427	9,65	29,42
Urano	2.870	6,80	84,01
Netuno	4.497	5,43	164,73

Tabela 3.1: Dados orbitais dos planetas do sistema solar. A distância média até o Sol é r e o período da órbita é T . A velocidade orbital média é calculada através de $v = 2\pi r/T$ (dados obtidos em [19]).

Utilizaremos esses dados para testar a validade da terceira lei de Kepler. As figuras 3.2 e 3.3 comparam os dados da tabela 3.1 à previsão da terceira lei, tanto na forma da curva de rotação $v \times r$ quanto na relação usual $T^2 \times r^3$. A massa do Sol foi tomada como $M = 1,989 \times 10^{30}$ kg (na verdade ela é obtida a partir desses dados). Observamos que existe um acordo excelente entre os dados empíricos e a lei de Kepler.

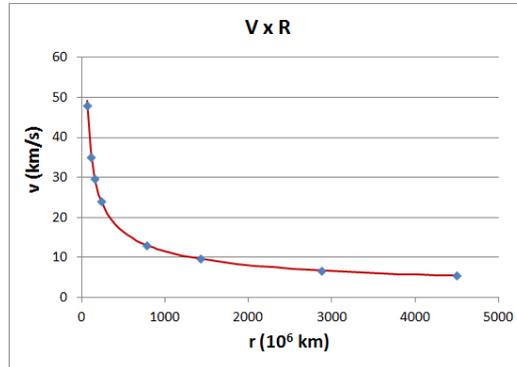


Figura 3.2: Curva de rotação para o sistema solar. Os pontos são os valores observados para os planetas e a linha representa a curva de rotação kepleriana, equação (3.6).

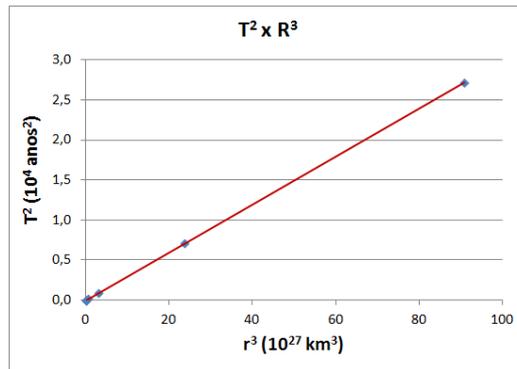


Figura 3.3: Relação de Kepler para o sistema solar. Os pontos são os valores observados para os planetas e a linha representa a previsão de Kepler, equação (3.8).

3.2 A lei de Kepler e as luas de Júpiter

Júpiter é o planeta com maior número de luas do sistema solar e também pode ser usado para testar a terceira lei de Kepler. Nesse caso, Júpiter é o corpo massivo central, em torno do qual orbitam 67 satélites. Faremos para as luas de Júpiter a mesma análise realizada com os planetas do sistema solar, mas consideraremos (por economia) apenas seus oito satélites mais próximos.

As figuras 3.4 e 3.5 comparam os dados da tabela 3.2 à previsão da terceira lei de Kepler, tanto na forma da curva de rotação $v \times r$ quanto na relação usual $T^2 \times r^3$. A massa de Júpiter foi tomada como $M = 1,899 \times 10^{27}$ kg (essa

Lua	r (Km)	v (km/s)	T (dias)
Métis	128.000	31,537	0,295
Adrasteia	129.000	31,464	0,298
Amalteia	181.400	26,476	0,498
Tebe	221.900	23,894	0,675
Io	421.800	17,331	1,769
Europa	671.100	13,736	3,551
Ganímede	1.070.400	10,873	7,155
Calisto	1.882.700	8,199	16,690

Tabela 3.2: Dados orbitais das primeiras luas de Júpiter. A distância média até Júpiter é r , o período da órbita é T e a velocidade orbital média é calculada através de $v = 2\pi r/T$ (dados obtidos em [20]).

massa é determinada pelos dados orbitais, como no caso do Sol). Novamente, encontramos um excelente acordo entre os dados e a terceira lei de Kepler.

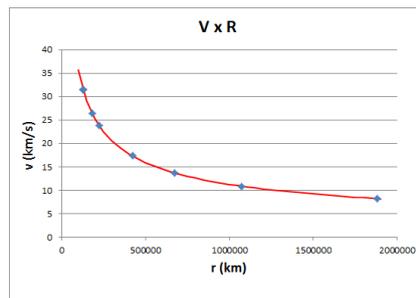


Figura 3.4: Curva de rotação para as luas de Júpiter. Os pontos são os valores observados e a linha representa a previsão kepleriana.

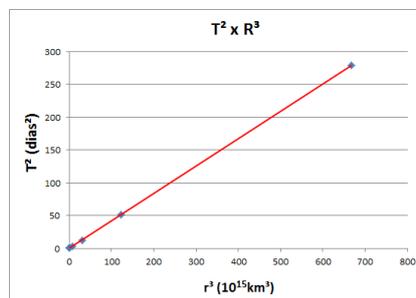


Figura 3.5: Relação de Kepler para as luas de Júpiter. Os pontos são os valores observados e a linha representa a previsão kepleriana.

Capítulo 4

Curvas de rotação de galáxias

As estrelas não estão distribuídas uniformemente pelo Universo; elas se agrupam em galáxias, “ilhas de estrelas” contendo bilhões de sóis. Um grupo de galáxias fotografado pelo telescópio Hubble está mostrado na figura 4.1.



Figura 4.1: Galáxias fotografadas pelo telescópio Hubble [21]

As galáxias costumam ser classificadas em três tipos [1]:

- *Galáxias espirais*, que têm a aparência de discos achatados com um bojo central. O disco normalmente apresenta braços espirais. Um exemplo está mostrado na figura 4.2(a). As estrelas no disco descrevem órbitas praticamente circulares em torno do centro galáctico.
- *Galáxias elípticas* têm forma arredondada, sem apresentar um disco. Frequentemente são mais alongadas numa direção que nas outras. A

figura 4.2(b) mostra uma dessas galáxias.

- *Galáxias irregulares*, que não têm forma de disco nem são arredondadas. Uma galáxia irregular é apresentada na figura 4.2(c)

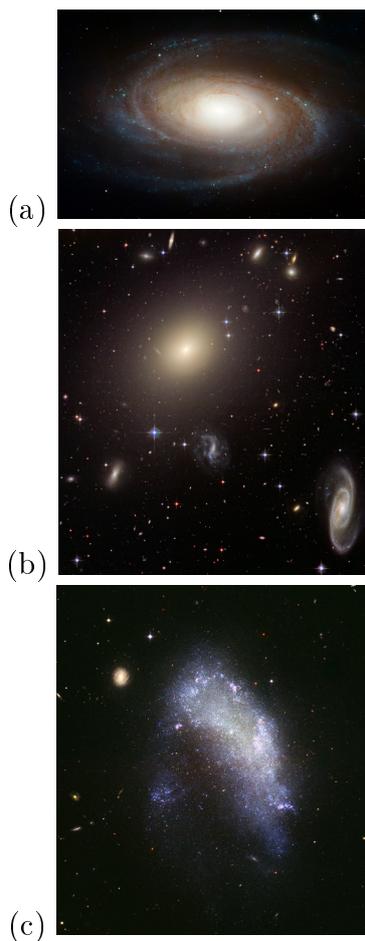


Figura 4.2: Três tipos de galáxias: (a) espiral [22], (b) elíptica [23] e (c) irregular [24].

4.1 Exemplos de curvas de rotação de galáxias

As galáxias não contêm apenas estrelas. Há também um *meio interestelar* composto de gás, essencialmente hidrogênio atômico e molecular, e poeira. Essa matéria não está em repouso em relação à galáxia; tanto as estrelas

quanto o gás e a poeira giram em torno do centro galáctico. No caso de galáxias espirais esse movimento é, como já mencionamos, aproximadamente circular e podemos analisá-lo a partir de curvas de rotação como as que discutimos para o sistema solar e para as luas de Júpiter. Em particular, é razoável esperar que a terceira lei de Kepler se aplique a estrelas e gás situados na periferia das galáxias. Nesse caso a parte central da galáxia, contendo quase toda a massa visível, desempenharia um papel semelhante ao do Sol ou de Júpiter, e as estrelas e gases da periferia orbitariam esta parte central como os planetas giram em torno do Sol e os satélites em torno de Júpiter, ou seja, obedecendo à terceira lei de Kepler.

As figuras 4.3, 4.4 e 4.5 mostram as curvas de rotação de três galáxias, NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903 [25]. As distâncias estão dadas em *parsecs* (pc). A conversão para anos-luz ou quilômetros é

$$1 \text{ pc} = 3,26 \text{ anos-luz} = 3,09 \times 10^{13} \text{ km.}$$

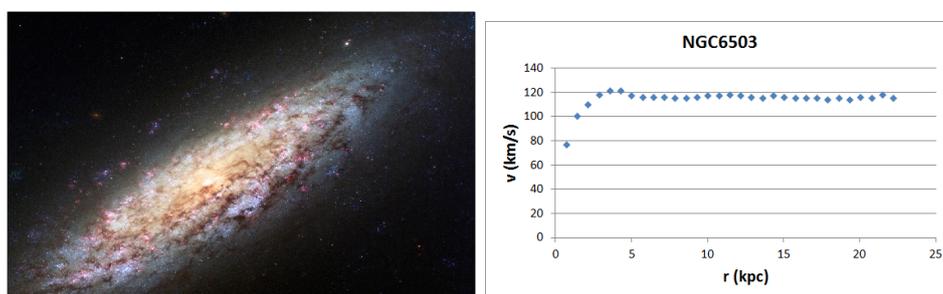


Figura 4.3: A galáxia NGC 6503 [26] e sua curva de rotação [25]. O raio do disco galáctico visível é de aproximadamente 5,3 kpc.

O raio da galáxia NGC 6503 é 5,3 kpc, o raio da NGC 7331 é 23,3 kpc e o da NGC 2903 é 11,7 kpc [25]. Esses são os raios da região visível dos discos, ou seja, a distância ao centro de cada galáxia dos pontos onde seu brilho torna-se muito pequeno. É interessante notar que as curvas de rotação das figuras 4.3, 4.4 e 4.5 se estendem até distâncias bem maiores do que os respectivos raios galácticos. Isso se deve ao fato dos pontos experimentais corresponderem à velocidade orbital do hidrogênio atômico presente em forma gasosa nas galáxias. Esse hidrogênio emite ondas de rádio (com comprimento de onda

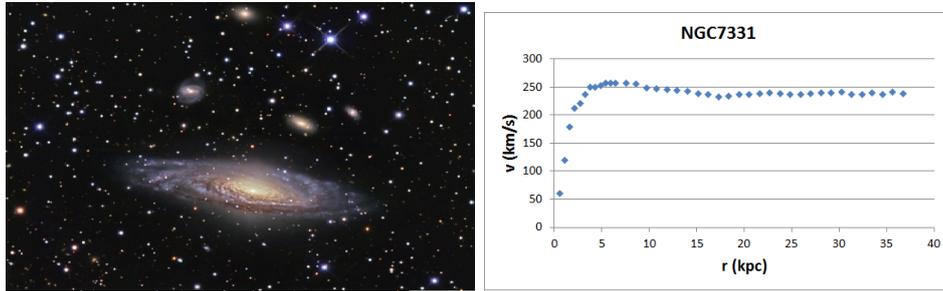


Figura 4.4: A galáxia NGC 7331 [27] e sua curva de rotação [25]. O raio do disco galáctico visível é de aproximadamente 23,3 kpc.

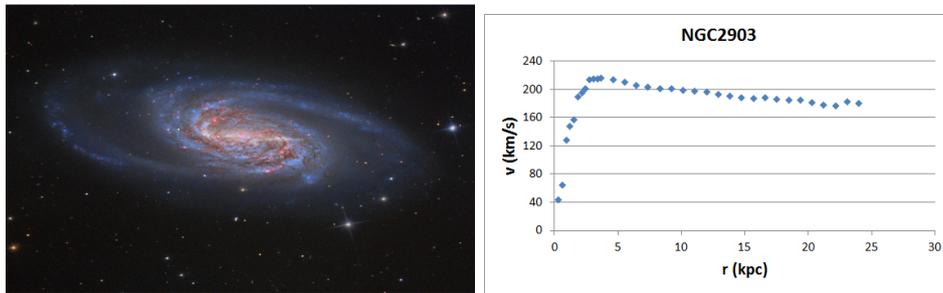


Figura 4.5: A galáxia NGC 2903 [28] e sua curva de rotação [25]. O raio do disco galáctico visível é de aproximadamente 11,7 kpc.

de 21 cm) que podem ser detectadas por radiotelescópios, mesmo quando têm origem nas regiões mais distantes de uma galáxia, de onde praticamente não chega luz visível.

Podemos observar nas figuras 4.3, 4.4 e 4.5 que as curvas de rotação apresentam comportamento muito diverso daquele previsto pela terceira lei de Kepler. Duas diferenças podem ser ressaltadas:

- próximo ao centro da galáxia, a velocidade orbital aumenta com a distância;
- para distâncias maiores as velocidades permanecem praticamente constantes.

O primeiro ponto, o crescimento da velocidade com o raio, pode ser explicado pelo tamanho finito da galáxia, como veremos na próxima seção. O segundo, a uniformidade da velocidade, será discutido no próximo capítulo e nos levará

à matéria escura.

4.2 Efeito do tamanho da galáxia

Quando discutimos a terceira lei de Kepler no sistema solar e nas luas de Júpiter tratamos o Sol e Júpiter como massas pontuais, pois não há sentido em considerar planetas no interior do Sol ou luas dentro de Júpiter. Por causa disso, e devido à forma esférica do Sol e de Júpiter, pudemos reduzir suas dimensões a um único ponto com a massa do corpo original (ver figura 4.6). Como sabemos da teoria de Newton, essa substituição não modifica o campo gravitacional no exterior da esfera, embora altere o campo no seu interior.

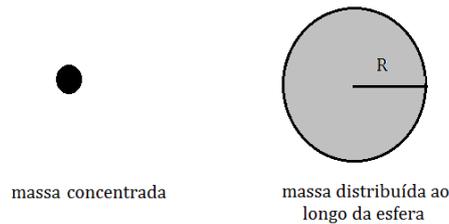


Figura 4.6: Massa pontual e massa distribuída em uma esfera de raio R . As duas massas produzem campos gravitacionais idênticos para $r \geq R$ e campos diferentes para $r < R$

No caso de uma galáxia a situação é diferente, pois esta tem obviamente uma extensão relevante, já que estamos considerando o movimento de estrelas e gases em seu interior. Para simplificar a análise do problema, vamos supor que a maior parte da massa da galáxia esteja uniformemente distribuída no interior de uma esfera de raio R . Essa suposição nos permitirá compreender qualitativamente o crescimento da velocidade orbital na região central da galáxia, mas é importante ressaltar que esta é uma descrição grosseira da distribuição de massa em uma galáxia espiral. Embora o bojo central dessas galáxias seja aproximadamente esférico, uma parcela não desprezível da massa está no disco e portanto não apresenta simetria esférica.

Vamos calcular o campo gravitacional em um ponto no interior dessa esfera. É um resultado conhecido da teoria da gravitação de Newton que a força gravitacional a uma distância $r < R$ do centro da esfera é independente das camadas mais externas, sendo produzida apenas pelas massas encerradas numa região esférica de raio r concêntrica com a esfera de raio R . Como a densidade é uniforme, a massa $M(r)$ dentro dessa região é dada por

$$\frac{M(r)}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}, \quad (4.1)$$

ou seja

$$M(r) = M \frac{r^3}{R^3}, \quad (4.2)$$

onde M é a massa total contida na esfera de raio R .

Dessa forma, o módulo da força gravitacional exercida sobre uma partícula de massa m a uma distância $r \leq R$ é

$$F(r) = \frac{GmM(r)}{r^2} = \frac{GmM}{R^3} r \quad (4.3)$$

É importante notar que essa força gravitacional é diretamente proporcional à distância, não inversamente proporcional ao quadrado dessa distância como no caso de uma massa pontual.

A curva de rotação de corpos no interior da esfera é calculada da mesma forma que no capítulo 3. Para órbitas circulares, onde a aceleração é v^2/r , temos que a segunda lei de Newton nos leva a

$$\frac{GmM}{R^3} r = m \frac{v^2}{r}, \quad (4.4)$$

ou seja

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} r, \quad \text{se } r \leq R. \quad (4.5)$$

Para corpos fora da esfera de raio R , o resultado é o mesmo que encontramos

no capítulo 3 com massas pontuais:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad \text{se } r \geq R. \quad (4.6)$$

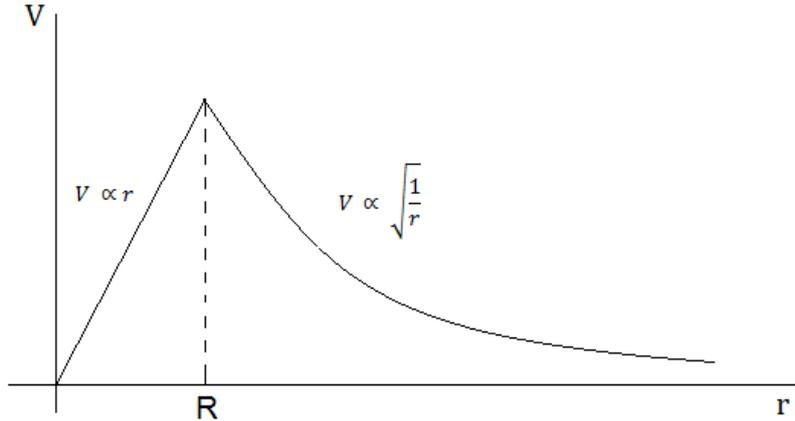


Figura 4.7: Curva de rotação em torno de uma esfera homogênea de raio R .

Um gráfico da curva de rotação obtida com as equações (4.5) e (4.6) está mostrado na figura 4.7. Podemos notar o crescimento da velocidade com o raio na região $r < R$, qualitativamente semelhante ao apresentado pelos dados. É claro que a diferença quantitativa é marcante; os dados não mostram o crescimento linear previsto pelo modelo, nem o “bico” em $r = R$. Isso pode ser visto na figura 4.8, onde comparamos a curva de rotação do modelo aos dados das galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. O raio R e a massa M da galáxia foram ajustados de forma que o máximo da curva prevista pelo modelo coincida com o ponto de maior velocidade dos dados. A discrepância para $r < R$ se deve ao modelo rudimentar usado para descrever a distribuição de massa da galáxia. Mas mesmo esse modelo simples já é suficiente para mostrar que o crescimento inicial da curva de rotação deve-se ao tamanho finito ($R \neq 0$) da galáxia. Para $r > R$ o modelo prevê uma queda kepleriana da velocidade à medida que o raio aumenta. Esse resultado não está em acordo sequer qualitativo com os dados, que mostram uma velocidade praticamente independente da distância.

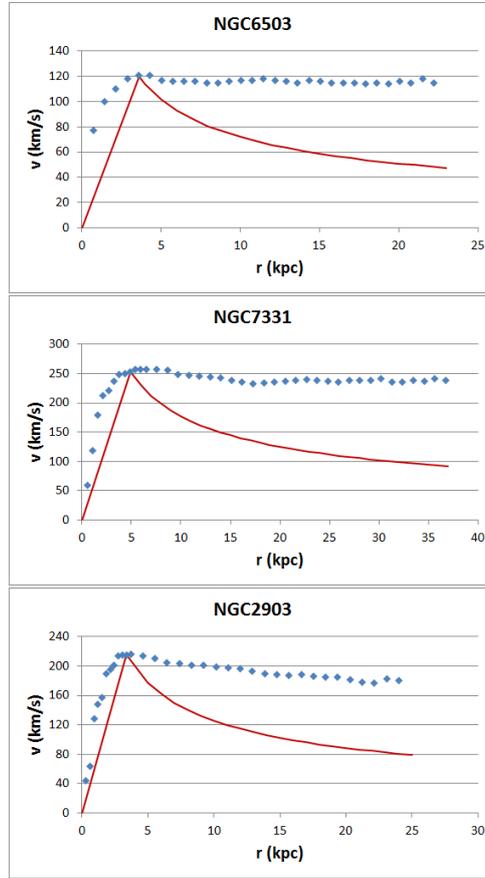


Figura 4.8: Curvas de rotação para as galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. As linhas representam o resultado do modelo dado pelas equações (4.5) e (4.6). O raio R e a massa M foram ajustados de forma que o máximo da curva prevista pelo modelo coincida com o ponto de maior velocidade dos dados.

Um modelo mais realista da distribuição de massa em uma galáxia espiral deve levar em conta que esta não é nem esférica nem tem densidade uniforme. Sua forma é de um disco achatado, com uma densidade que diminui à medida que nos afastamos do centro. Supondo que o disco tem espessura zero e simetria azimutal, uma distribuição superficial de massa com essas características é dada pela função [29, cap. 2]

$$\sigma(r) = \frac{M}{2\pi} \frac{R}{(r^2 + R^2)^{3/2}}, \quad (4.7)$$

onde $\sigma(r)$ é a massa por unidade de área a uma distância r do centro do disco, M é a massa da galáxia e R determina a escala de tamanho do disco. Essa densidade é conhecida como modelo de Kuzmin. No plano da galáxia a força gravitacional aponta para o centro do disco e seu módulo é [29]

$$F(r) = \frac{GmMr}{(r^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (4.8)$$

Numa órbita circular temos

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{(r^2 + R^2)^{3/2}}, \quad (4.9)$$

de modo que a curva de rotação prevista pelo modelo de Kuzmin é

$$v = \frac{\sqrt{GM} r}{(r^2 + R^2)^{3/4}}. \quad (4.10)$$

Para $r \gg R$, a curva de rotação tende ao resultado kepleriano:

$$v \xrightarrow{r \gg R} \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (4.11)$$

Gráficos da curva de rotação (4.10) estão na figura 4.9, calculados para as mesmas galáxias discutidas anteriormente. A massa M e o raio R foram ajustados para que o máximo da curva teórica coincidisse com o ponto de maior velocidade dos resultados experimentais. O limite kepleriano (4.11) está representado pelas linhas tracejadas.

Vemos que a concordância entre o cálculo e os dados é muito boa na região próxima ao centro da galáxia, corrigindo as deficiências do modelo com densidade esférica e homogênea. Para a região mais distante do centro, entretanto, novamente encontramos no cálculo a diminuição da velocidade prevista por Kepler, em contraste com a velocidade praticamente constante apresentada pelos dados. As razões para essa discrepância serão tratadas no próximo capítulo.

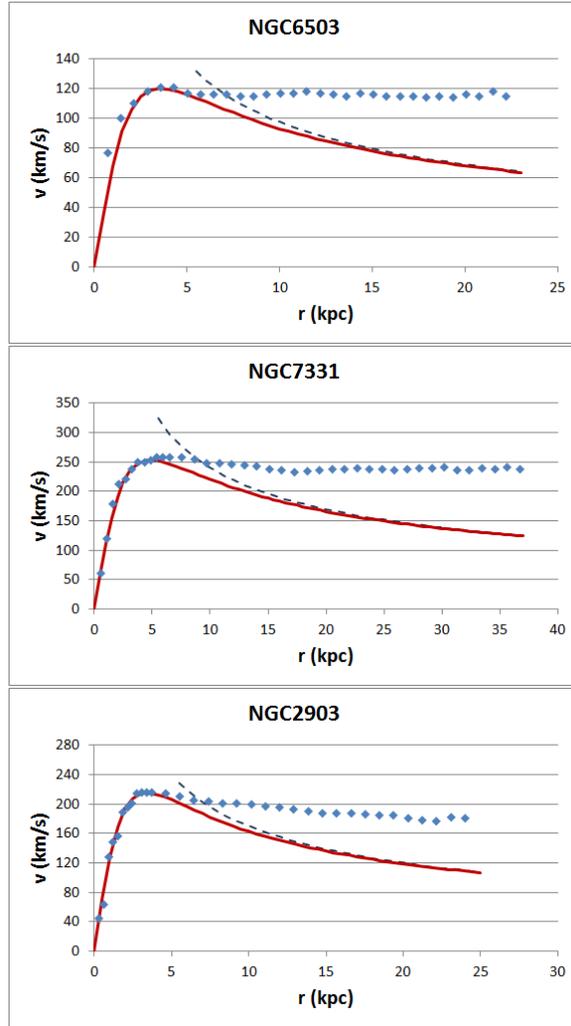


Figura 4.9: Curvas de rotação para as galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. As linhas contínuas representam o resultado do modelo de Kuzmin, equação (4.10). O raio R e a massa M foram ajustados de forma que o máximo da curva prevista pelo modelo coincida com o ponto de maior velocidade dos dados. As linhas tracejadas mostram o limite kepleriano (4.11)

Capítulo 5

Matéria escura

No capítulo 4 vimos que as curvas de rotação de galáxias apresentam um comportamento diferente daquele previsto pela terceira lei de Kepler. Na periferia das galáxias, estrelas e gases têm velocidade orbital praticamente independente da distância ao centro galáctico, enquanto a terceira lei prevê que essa velocidade deveria diminuir com o aumento da distância, como está ilustrado na figura 5.1 (veja também a figura 4.9 no capítulo anterior). Neste capítulo iremos investigar a causa deste desacordo.

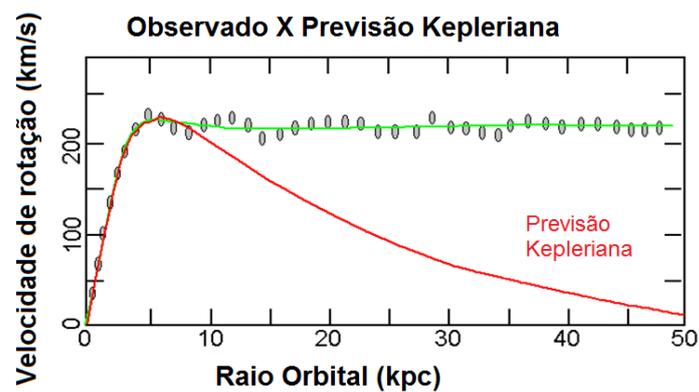


Figura 5.1: Comparação entre a curva de rotação medida para uma galáxia espiral e a previsão kepleriana.

Usando o modelo em que a galáxia é esférica vimos que a velocidade

orbital era dada pela relação

$$v^2 = \frac{GM(r)}{r}, \quad (5.1)$$

onde $M(r)$ é a massa encerrada em uma esfera de raio r concêntrica à galáxia. Se a equação (5.1) não concorda com os resultados experimentais, há duas explicações possíveis. Uma possibilidade é que não conheçamos $M(r)$, ou seja, não sabemos quanta massa há na galáxia nem até que distâncias essa massa pode ser encontrada. Outra possibilidade é que a segunda lei de Newton, que foi utilizada para obter a equação (5.1) esteja “errada” para acelerações extremamente baixas como as encontradas em órbitas na periferia de galáxias. A primeira opção é a mais aceita hoje e será discutida a seguir. A modificação da segunda lei de Newton será tratada posteriormente.

5.1 O halo de matéria escura

A massa $M(r)$ pode ser calculada a partir da equação 5.1:

$$M(r) = \frac{rv^2}{G}. \quad (5.2)$$

Podemos utilizar essa relação para estimar a massa $M(r)$ a partir das curvas de rotação medidas. O resultado para as galáxias cujas curvas de rotação discutimos anteriormente está na figura 5.2. Vemos que, nas três galáxias consideradas, a massa encerrada numa esfera de raio r aumenta proporcionalmente a esse raio. O raio do disco de matéria luminosa em cada galáxia está marcado por uma linha tracejada. É fácil ver que a maior parte da massa da galáxia está distribuída em uma região que vai bem além da parte visível. A matéria associada a essa enorme quantidade de massa não pode ser vista e por isso é chamada de *matéria escura*. Essa matéria não emite qualquer tipo de radiação eletromagnética mas interage gravitacionalmente, tanto que altera as curvas de rotação.

As massas encontradas nessas galáxias são muito maiores que a massa que pode ser estimada a partir do brilho das estrelas e do gás interestelar. O brilho

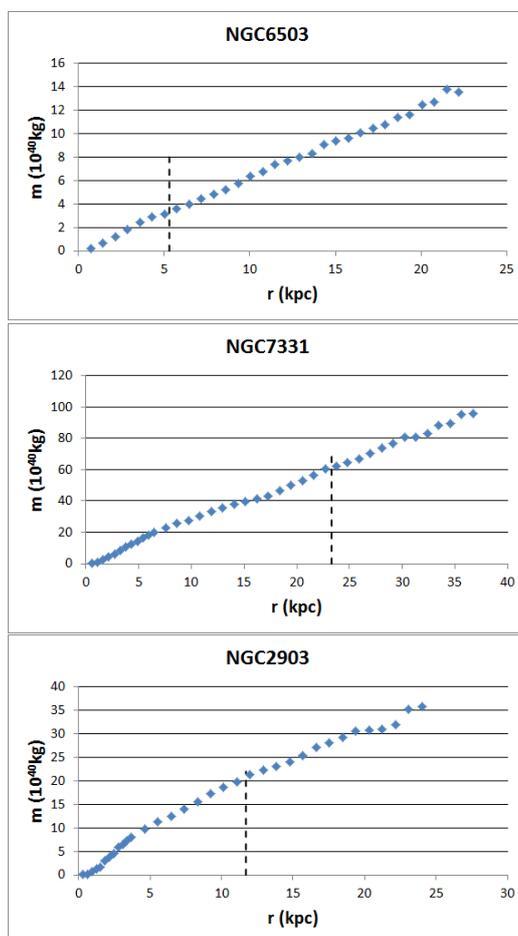


Figura 5.2: Massa encerrada em um volume de raio r nas galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. A linha tracejada marca o raio da parte visível de cada galáxia.

por unidade de massa de uma galáxia típica é da ordem de 0,3 vezes o brilho por unidade de massa do Sol [30, p. 127]. Como sabemos que a massa do Sol é $M_{Sol} = 2,0 \times 10^{30}\text{kg}$, conhecendo o brilho de uma galáxia podemos estimar sua massa visível. As massas das galáxias da figura 5.2, obtidas a partir de seu brilho, são: $M(NGC\ 6503) = 2,1 \times 10^{40}\text{kg}$, $M(NGC\ 7331) = 31 \times 10^{40}\text{kg}$, $M(NGC\ 2903) = 9,7 \times 10^{40}\text{kg}$ [25]. Vemos que todos esses resultados são muito inferiores aos valores máximos encontrados na figura 5.2. A massa total encontrada a partir das curvas de rotação é cerca de 7 vezes maior que a massa visível no caso da NGC 6503 e cerca de 4 vezes maior para a

NGC 7331 e NGC 2903.

Nossa imagem da distribuição de massa em uma galáxia espiral fica profundamente alterada por esses resultados. Além do disco e bojo que concentram a matéria luminosa há também um grande halo de matéria escura que envolve essas regiões visíveis e se estende até grandes distâncias, como ilustrado na figura 5.3.



Figura 5.3: Halo de matéria escura de uma galáxia.

5.2 Modificação da dinâmica newtoniana

A matéria escura não foi a única explicação proposta para o comportamento das curvas de rotação de galáxias. Em 1983 Mordehai Milgrom sugeriu que uma modificação nas leis de Newton também poderia explicar as curvas de rotação, sem que houvesse necessidade de se postular a existência da matéria escura [31]. Milgrom propôs que a segunda lei de Newton, $F = ma$, seria um caso limite de uma lei mais geral:

$$F = ma \mu(a/a_0) \tag{5.3}$$

onde a_0 é uma constante universal com unidade de aceleração e μ uma função tal que $\mu(x) \rightarrow 1$ para $x \gg 1$ e $\mu(x) \rightarrow x$ para $x \ll 1$. Uma forma frequentemente usada é

$$\mu(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (5.4)$$

mas outras funções com as mesmas características podem ser consideradas. Com essa escolha, a segunda lei de Newton “modificada” (5.3) pode ser escrita como

$$F = m \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + a_0^2}}. \quad (5.5)$$

A constante a_0 é muito pequena, $a_0 \sim 10^{-10}$ m/s², quase um trilhão de vezes menor que a aceleração da gravidade na superfície da Terra. Em situações “normais” encontraremos sempre acelerações muito maiores que isso, $a \gg a_0$. Nesses casos a equação (5.5) reduz-se à segunda lei de Newton $F = ma$. Por outro lado, se a aceleração for tal que $a \ll a_0$, a equação de movimento torna-se

$$F = m \frac{a^2}{a_0}. \quad (5.6)$$

As estrelas na periferia de galáxias, onde a força gravitacional é muito pequena, têm acelerações bem menores que a_0 , de modo que a equação (5.6) se aplica a elas. Nesse caso $F = GmM/r^2$, onde m e M são as massas da estrela e da galáxia, e a equação (5.6) torna-se

$$a^2 = \frac{GMa_0}{r^2}. \quad (5.7)$$

Para órbitas circulares $a = v^2/r$, que substituída na equação (5.7) leva à velocidade orbital

$$v^4 = GMa_0. \quad (5.8)$$

De acordo com esse resultado, a grandes distâncias do centro da galáxia a velocidade torna-se independente do raio da órbita, ou seja, a curva de rotação tende a um valor constante

$$v(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} v_\infty = (GMa_0)^{1/4}. \quad (5.9)$$

Esse é, aproximadamente, o mesmo comportamento apresentado pelas curvas de rotação empíricas, descrito pela dinâmica modificada sem necessidade de recurso à matéria escura. Com a equação mais geral (5.5), válida para qualquer aceleração, podemos reproduzir as curvas de rotação para todos os valores de r , não apenas para $r \rightarrow \infty$, usando para isso apenas a massa da matéria visível (ver por exemplo a referência [2, cap. 10]).

A teoria de Milgrom é conhecida como “dinâmica newtoniana modificada”, cujo acrônimo em inglês é MOND (*modified newtonian dynamics*). Uma previsão importante da MOND é que a massa visível da galáxia é proporcional à quarta potência da velocidade de rotação das estrelas em sua periferia:

$$M \propto v_{\infty}^4. \quad (5.10)$$

Essa proporcionalidade, uma consequência imediata de (5.9), está de acordo a chamada relação de Tully-Fischer, um resultado empírico bem conhecido [32].

Apesar de descrever muito bem as curvas de rotação galácticas e a relação de Tully-Fischer, entre os astrônomos, astrofísicos e cosmólogos a MOND não é tão aceita quanto a hipótese da matéria escura. Um dos motivos para isso parece ser que, mesmo com a MOND, ainda há necessidade de se usar a matéria escura para descrever corretamente o comportamento de sistemas como os aglomerados de galáxias [2]. Como veremos no próximo capítulo, a matéria escura pode explicar esses sistemas sem a MOND. A dinâmica modificada também encontra dificuldades para explicar a lente gravitacional produzida pelo aglomerado da bala, que também será discutida no próximo capítulo.

Capítulo 6

Outras evidências da matéria escura

As curvas de rotação de galáxias não são as únicas evidências sobre a matéria escura. Outros tipos de observações astronômicas corroboram essa ideia. É importante que se possa chegar à mesma conclusão por mais de um caminho, pois isso não apenas confirma a existência da matéria escura mas também pode fornecer novas informações, como a presença ou não dessa matéria no espaço intergaláctico. Vamos restringir nossa discussão a dois tipos de observações:

- a dispersão das velocidades de galáxias em aglomerados;
- o efeito de lente gravitacional em aglomerados de galáxias.

Os dois temas envolvem aglomerados de galáxias, grupos de centenas de galáxias. Esses aglomerados estão entre as maiores estruturas ligadas pela força gravitacional em todo o Universo. Além de galáxias, os aglomerados contêm muito gás, responsável pela maior parte da massa “visível” no aglomerado. A temperatura desse gás é tão alta que ele emite raios-X.

A abordagem desses tópicos apresenta um grau de dificuldade maior que a discussão das curvas de rotação, mas mesmo assim pode ser levada a cabo com proveito no ensino médio, desde que apropriadamente simplificada. Em particular, elas também são interessantes por envolverem temas como a estrutura em larga escala do Universo e lentes gravitacionais.

6.1 Dispersão de velocidades em aglomerados de galáxias

Inicialmente, vamos considerar um corpo de massa m em órbita circular em torno de uma massa M fixa ($M \gg m$). Temos da dinâmica newtoniana que

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM}{r^2}. \quad (6.1)$$

A energia cinética do sistema é dada por

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

e a energia potencial é

$$E_p = -G \frac{mM}{r},$$

de modo que, usando a equação (6.1), podemos escrever que

$$2E_c = -E_p. \quad (6.2)$$

O *teorema do virial* generaliza esse resultado para um sistema de N partículas ligadas pela interação gravitacional, onde as trajetórias podem assumir características aleatórias. Segundo o teorema (que não demonstraremos aqui, ver [33]), as médias temporais das energias cinética e potencial gravitacional desse sistema são tais que

$$2 \langle E_c \rangle = - \langle E_p \rangle. \quad (6.3)$$

Na aplicação a um aglomerado de galáxias, as médias temporais são substituídas por somas (num dado instante) sobre as galáxias do aglomerado:

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2 \sim \frac{1}{2} M V^2, \quad (6.4)$$

$$E_p = - \sum_{\text{pares}} \frac{G m_i m_j}{r_{ij}} \sim -G \frac{M^2}{2R}, \quad (6.5)$$

onde M é a massa total do aglomerado, V é o valor típico da velocidade de uma galáxia (em relação ao centro do aglomerado) e R é a distância típica entre duas galáxias. O fator 2 na energia potencial deve-se ao fato de existirem $\sim N^2/2$ pares de galáxias no aglomerado.

Aplicando o teorema do virial a esses valores encontramos

$$\frac{1}{2}MV^2 \sim \frac{GM^2}{4R} \quad (6.6)$$

e daí obtemos uma estimativa para a massa total do aglomerado:

$$M \sim \frac{2RV^2}{G}. \quad (6.7)$$

Assim, usando as distâncias e velocidades observadas num dado aglomerado podemos calcular sua massa M . Novamente, como no caso das curvas de rotação, encontramos valores muito superiores ao previsto a partir da matéria visível no aglomerado: a massa obtida pelo teorema do virial pode ser dezenas ou centenas de vezes maior que a massa visível. Isso significa que não apenas as galáxias contêm matéria escura; esta matéria também é encontrada no espaço intergalático. Análises desse tipo foram realizadas em 1933 por Fritz Zwicky [34] e constituíram uma das primeiras evidências para a matéria escura.

6.2 Lentes gravitacionais

Até agora discutimos a existência da matéria escura tendo como base o efeito gravitacional que esta exerce sobre a matéria visível (galáxias, estrelas, gás). A relatividade geral de Einstein nos diz que matéria de qualquer tipo deforma o espaço-tempo ao seu redor, fazendo com que até a luz sofra efeitos gravitacionais. Em 1915 Einstein usou a relatividade geral para calcular o ângulo de deflexão θ de um raio luminoso que passa rasante ao Sol (figura 6.1), encontrando que

$$\theta = \frac{4GM}{c^2 R}, \quad (6.8)$$

onde M e R são a massa e o raio solares. Essa deflexão faz com que a posição aparente de uma estrela seja diferente da posição real, um efeito que pode ser observado durante eclipses do Sol (sem o eclipse o brilho solar tornaria impossível ver a estrela). Fotografias de um eclipse ocorrido em 1919, tiradas em Sobral, no Ceará, e na ilha Príncipe, na África, confirmaram quantitativamente o resultado previsto pela equação (6.8).

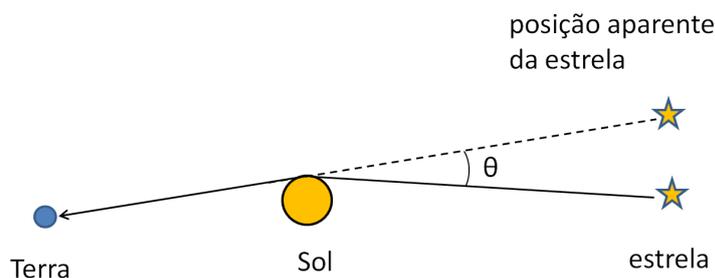


Figura 6.1: Deflexão gravitacional da luz vinda de uma estrela ao passar rasante ao Sol.

Em observações astronômicas, essa curvatura do raio de luz pode dar origem ao chamado *efeito de lente gravitacional*. Quando a fonte luminosa, a lente gravitacional e o observador estão bem alinhados, o mesmo ponto luminoso no céu é capaz de gerar várias imagens, como está ilustrado na figura 6.2. Essas imagens por vezes chegam a formar arcos e até anéis. A figura 6.3 mostra a formação de arcos extensos a partir da luz emitida por uma galáxia distante 10 bilhões de anos-luz da Terra. Um aglomerado de galáxias a 5 bilhões de anos-luz da Terra foi o responsável pelo efeito de lente gravitacional [35].

As imagens produzidas por lentes gravitacionais permitem que a massa dos objetos que as criaram sejam calculadas. A ideia pode ser ilustrada pelo cálculo de Einstein da posição aparente de uma estrela. Se não conhecêssemos a massa do Sol, poderíamos calculá-la a partir do ângulo de deflexão θ da luz, reescrevendo a equação (6.8) como

$$M = \frac{c^2 R}{4G} \theta. \quad (6.9)$$

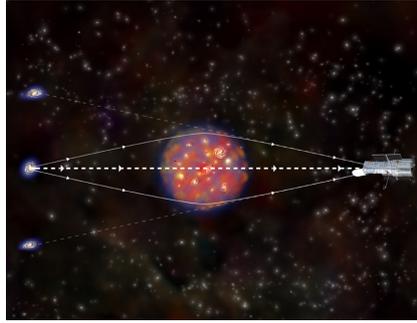


Figura 6.2: Várias imagens de uma mesma galáxia, formadas pela lente gravitacional de um aglomerado de galáxias (imagem da NASA, o telescópio Hubble está representado à direita do desenho).

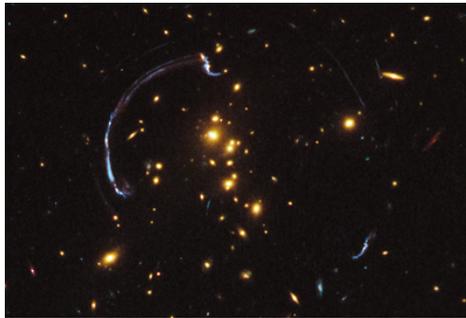


Figura 6.3: Lente gravitacional produzida pelo aglomerado de galáxias RCS2 032727-132623 [35].

Estendendo essa ideia às lentes gravitacionais podemos calcular a massa de um aglomerado de galáxias a partir das alterações que esta gera no caminho da luz. Medidas da massa de aglomerados de galáxias realizadas dessa forma resultam em valores muito superiores à massa estimada a partir do brilho das galáxias. Novamente, a explicação mais natural é a de que há uma grande quantidade de matéria escura nesses aglomerados, que não emite nem absorve a luz mas é capaz de defletir a luz pela interação gravitacional.

As lentes gravitacionais tornam possível mapear a densidade de matéria escura em uma região do espaço. Um exemplo disso está na figura 6.4, que mostra a distribuição de matéria escura no aglomerado de galáxias Abell 1689, obtida pela análise da lente gravitacional produzida pelo aglomerado [36].

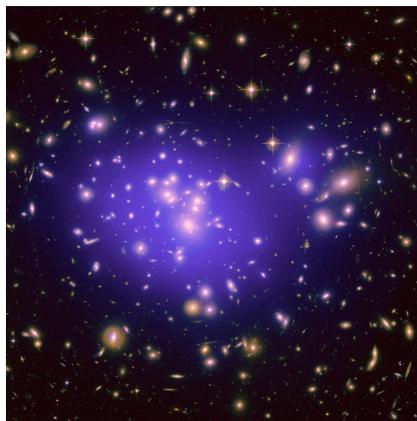


Figura 6.4: Densidade de matéria escura no aglomerado de galáxias Abell 1689 [36].



Figura 6.5: O aglomerado da bala, formado pela colisão de dois aglomerados de galáxias. A região vermelha mostra o gás intergalático e a região azul indica a matéria escura [37]. A matéria escura não foi freada pela colisão, ao contrário do gás que foi desacelerado e aquecido.

Uma das imagens mais reveladoras sobre a matéria escura, a do “aglomerado da bala” (*bullet cluster* em inglês), foi obtida via o efeito de lente gravitacional. A figura 6.5 mostra as galáxias, a matéria escura (em azul) e o gás (em vermelho) desse aglomerado [37]. O gás, responsável pela maior parte da massa visível do aglomerado, está tão quente que emite raios-X. O aglomerado da bala é o resultado da colisão de dois aglomerados de galáxias que se moviam com enorme velocidade um em direção ao outro. A imagem mostra que o gás intergalático e a matéria escura dos aglomerados incidentes reagiram de maneira bem diferente à colisão. A matéria escura de um aglo-

merado passou pelo interior da do outro praticamente sem interação. Já o gás desses aglomerados foi fortemente desacelerado e aquecido pela colisão, ficando para trás em relação à matéria escura. Essa separação mostra o quanto a matéria escura é diferente da matéria usual.

Capítulo 7

Aplicação no ensino médio

Em outubro de 2015 o autor desta dissertação apresentou uma aula sobre matéria escura no Colégio Pedro II, unidade de Realengo. A aula durou 50 minutos e teve a forma de uma apresentação em *data show*. De uma turma de 40 alunos, 13 manifestaram interesse em participar de atividades pré- e pós-aula. Essas atividades tiveram inspiração no método de “ensino sob medida” [38] e consistiram na resposta pelos alunos a questões enviadas via internet. No ensino sob medida as questões prévias têm a função de despertar o interesse dos estudantes para o tema a ser abordado em sala de aula, fazê-los pensar em alguns conceitos essenciais à compreensão do assunto e sinalizar (através das respostas) as dificuldades que eles encontrarão durante a aula, dando ao professor oportunidade de minimizá-las (daí o “sob medida”). As questões pós-aula servem como instrumento de avaliação da eficiência da aula e indicam se o tema deve ser retomado ou não nas aulas seguintes.

Os alunos tiveram três semanas para enviar suas respostas às questões pré-aula (mostradas no apêndice B) a um grupo em uma rede social ou a um endereço de e-mail, ambos criados exclusivamente para a aula. As primeiras questões estimulavam o aluno a refletir sobre as diferentes maneiras de se detectar a existência de um corpo num determinado local, próximo ou não. No caso de corpos muito distantes, no espaço sideral, estimulamos a reflexão dos alunos usando um texto da NASA que explicava, de maneira sucinta, como foi descoberto o planeta Netuno [39]. Algumas respostas dadas pelos

alunos a essas questões foram:

— *Através de ouvir falar, tocar, de uma foto, revista, jornal, televisão, observação, experimentação, ciências (física, matemática, etc), mapas...*

— *Podemos determinar se um corpo está num determinado lugar se conseguirmos, com pelo menos, um dos nossos sentidos, com ajuda ou não de aparelhos, como : microscópios, telescópios, computadores.*

— *Ao se detectar, de alguma forma, que o corpo interage gravitacionalmente, atraindo e/ou sendo atraído em determinado ponto do espaço. Se conseguirmos observar o corpo e calcular sua distância do referencial, determinando sua posição. Através de imagens de satélite, onde pode se determinar suas coordenadas (na Terra). Se pudermos interagir (tocando, sentindo, cheirando) com o corpo. Caso o corpo realize um movimento padrão, os sucessivos cálculos de sua distância até um referencial podem prever suas posições.*

Vemos que a diversidade de respostas é grande, englobando o “ouvir falar”, o uso dos sentidos e a interação gravitacional. A última resposta mostra também preocupação com a localização exata do corpo, não apenas sua existência.

A última questão do questionário pedia que os alunos utilizassem a terceira lei de Kepler, $T^2/r^3 = k$ para relacionar a velocidade orbital de um planeta com o raio da órbita. Cerca de 1/4 dos alunos respondeu corretamente, 1/4 deu respostas erradas e metade não respondeu à questão. As respostas às questões (ou a falta delas) foram utilizadas na preparação da aula e nas discussões que ali ocorreram, de acordo com o sugerido pelo método do ensino sob medida.

A aula começou deixando claro para os alunos o objetivo de inserir um tema científico atual no ensino médio. Foram citadas algumas descobertas científicas recentes, comumente mencionadas em matérias de jornal ou programas de televisão mas que não são abordadas na escola. Feito isso, os

alunos foram lembrados dos conceitos básicos do movimento circular uniforme. Então, com o auxílio de ilustrações, foi destacado para os alunos que, apesar dos planetas terem órbitas elípticas, não havia problema em tratá-las aproximadamente como órbitas circulares. Nesse ponto é importante frisar uma concepção errônea mas persistente dos alunos, percebida durante a aula. Foi questionado como a velocidade dos planetas se comportava ao aumentarmos a distância ao Sol. Mesmo aqueles que responderam ao questionário corretamente relutaram em responder, enquanto os demais acreditavam que a velocidade aumentava com a distância, tal como ocorre em um carrossel. Uma das respostas dadas ao questionário prévio ilustra essa dificuldade, quando um aluno diz:

Quanto maior a distância do corpo ao centro de curvatura (raio R), maior será a velocidade linear necessária no movimento circular, pois o corpo percorre um maior percurso no mesmo intervalo de tempo.

Logo em seguida eles tiveram certeza de que essa resposta tinha problemas, pois foi questionado se todos os planetas tinham o mesmo período de revolução. Embora não soubessem valores exatos, os alunos tinham a noção do aumento do período orbital à medida que a distância ao Sol aumenta. Isso ilustra a dificuldade por parte dos estudantes em aplicar seus conhecimentos sobre movimentos a uma situação real. Após os alunos se convencerem de que suas noções intuitivas sobre a órbita de planetas eram questionáveis, foi demonstrada através da dinâmica newtoniana a relação

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (\text{curva de rotação}),$$

tal como foi feito no capítulo 3 desta dissertação.

Após isso foram exibidos gráficos das curvas de rotação, com os dados dos planetas no sistema solar e das luas de Júpiter e a previsão da terceira lei de Kepler. Para os alunos ficou claro de que a relação de Kepler era confiável (essa confiança será importante mais a frente na aula). Em seguida, foi destacado que esses dois casos tinham comportamentos semelhantes – uma

queda da velocidade orbital inversamente proporcional à raiz quadrada de r – e que este comportamento seria esperado para qualquer caso em que corpos orbitassem em torno de um objeto massivo.

A seguir foram apresentadas as curvas de rotação medidas nas galáxias NGC 7331, NGC 6503 e NGC 2903 e os alunos foram capazes de perceber que as velocidades orbitais não caíam como o esperado. O espanto dos alunos nesse momento foi visível. Foi pedido que eles atentassem para a relação da velocidade com raio e procurassem o que poderia estar acontecendo. Neste momento estava claro que não cabia mais a discussão sobre a validade da lei de Kepler, pois os alunos já confiavam nela em função dos resultados do sistema solar e das luas de Júpiter. Ao olhar para a curva de velocidade das galáxias os alunos perceberam que a única solução possível, dentro da lei de Kepler, seria a massa aumentar junto com o raio. Em seguida houve um novo espanto por parte dos alunos ao perceberem que a massa, que eles já sabiam estar aumentando, crescia para muito além do limite das galáxias, em regiões onde não se via mais matéria. Após isso, chegar à conclusão de que a resposta a esse problema seria a matéria escura tornou-se algo não somente necessário, mas também de fácil entendimento.

Foi enfatizada então a importância da reflexão por parte dos alunos, previamente à aula, sobre como detectar a presença de algo. Foi discutido que as respostas dadas em termos de “ouvir falar”, “tocar” e “ver” não se aplicavam a esta situação. Por outro lado, aqueles que mencionaram a interação gravitacional tinham indicado o caminho correto para se chegar à matéria escura: o movimento das estrelas e do gás em torno das galáxias é influenciado gravitacionalmente por massas que não podemos ver.

Logo após foram exibidas outras evidências da matéria escura, as quais deixaram os alunos muito curiosos à medida em que se falava de temas como a relatividade geral, lentes gravitacionais, etc. No fim da aula, foram mostradas algumas imagens que mostravam a proporção da matéria escura no Universo. O objetivo era mostrar para o aluno que conhecemos muito sobre o Universo mas ainda há muito mais que devemos conhecer.

Uma semana após a aula os alunos receberam um outro questionário com as seguintes perguntas:

- Você hoje compreende como se comportam as velocidades dos planetas à medida que estes se afastam do Sol? Explique com suas palavras.
- Você foi capaz de compreender os fatores que indicam a presença de matéria escura no universo? Cite algum que você lembre.
- Qual a sua opinião sobre a inserção de tópicos atuais nos conteúdos programáticos do ensino médio?
- O que você achou da aula sobre a matéria escura? Sinta-se livre para fazer qualquer tipo de comentário.

Apesar do intervalo dado entre a aula e a entrega dos resultados deste último questionário (em torno de duas semanas), todos os alunos que entregaram suas respostas mostraram compreender o comportamento da velocidade orbital. Nas palavras de uma aluna:

A velocidade dos planetas diminui conforme suas distâncias para o sol (raio) aumentam. Para ser mais específico, a velocidade varia proporcionalmente com a raiz do inverso do valor do raio, tendo, também, como fatores de influência a massa do sol e o valor da gravidade.

Curiosamente, a evidência mais marcante para os alunos foi a que correspondia à foto do aglomerado da bala (ver figura 6.5). Talvez pela beleza da imagem e seu conjunto de cores, a imagem se mostrou mais presente até que a evidência principal. O interessante é que essa evidência foi a mais lembrada mesmo sendo, nas palavras deles, a mais difícil de se entender.

Quanto à inclusão dos tópicos mais atuais um aluno escreveu:

Acho importante, porque a convivência com dilemas atuais da ciência estimula os alunos a se voltarem para a ciência, com a vontade de entender melhor o que ainda não sabemos. Muitos alunos sentem que não tem mais o que contribuir para a ciência, ou que a inserção dele nesse contexto não fará diferença, e ensinar temas atuais nos mostrou como ainda não sabemos muita coisa. Estimula a humildade e o ceticismo. Todo mundo ganha.

De um modo geral os alunos se mostraram favoráveis à inserção desses assuntos, pois nas suas visões isto tornaria o ensino de física, e até de ciências de um modo geral, algo mais atrativo. O aluno que deu a resposta anterior, em particular, ficou feliz ao saber que ainda existem perguntas para as quais a ciência busca resposta. Essa é uma imagem equivocada que acabamos passando em sala de aula: uma ciência que já foi totalmente pensada e que só devemos aprender a usá-la.

Por fim, em todas as respostas foi possível encontrar um resultado comum nos alunos: motivação para procurar saber mais sobre o assunto. Um aluno respondeu à última pergunta, sobre a aula, que:

Achei a aula superinteressante, que me motivou a buscar mais conteúdo sobre esse tópico, além de ser uma aula mais dinâmica, se tornando mais interessante para quem está presente. Devia haver outras aulas como essa, com o objetivo de trazer mais conteúdo deste tipo para os alunos.

Essa resposta em especial deixou claro que, ainda que houvesse qualquer problema durante a execução da aula, ou até momentos em que algo possa ter ficado um tanto obscuro, o objetivo da aula foi alcançado e os alunos saíram dela com vontade de aprender um pouco mais.

Num contexto geral, posso entender que a aula foi bastante produtiva. Ela foi capaz de seguir uma linha lógica com os alunos, o que facilitou o entendimento e lhes mostrou como os conteúdos vistos em sala de aula, como a dinâmica newtoniana e a cinemática do movimento circular, podem ser aplicados em situações reais. Os alunos carecem disso; carecem de que nós professores diminuamos a distância da sala de aula com o mundo. Vale lembrar que os professores não detêm o monopólio da transmissão do conhecimento. Os alunos têm acesso a temas como matéria escura, energia escura e outros através de programas de divulgação científica na televisão ou na internet. Devemos cuidar para que esses jovens tenham acesso a abordagens corretas para esse tópicos.

Capítulo 8

Comentários finais

Vimos neste trabalho que é possível apresentar a alunos do ensino médio evidências sobre a existência da matéria escura, a substância misteriosa que é responsável por quase 90% da massa do Universo e é formada por partículas “invisíveis”, pois não interagem com a radiação eletromagnética. Nossa abordagem foi baseada nas curvas de rotação de galáxias, que podem ser discutidas a partir de conceitos familiares a estudantes e professores do nível médio, como movimento circular uniforme, a terceira lei de Kepler, mecânica e gravitação newtonianas, etc.

Uma aula sobre a matéria escura baseada nessa proposta foi apresentada a alunos de uma escola do Rio de Janeiro. A aula foi preparada nos moldes do “ensino sob medida”, sendo precedida pela aplicação de um questionário indagando sobre temas como a detecção de objetos invisíveis e a compreensão conceitual da terceira lei de Kepler. As respostas (voluntárias) ao questionário foram utilizadas na preparação e apresentação da aula. Outro questionário foi distribuído após a aula, com o objetivo de avaliar a compreensão dos alunos sobre o que fora apresentado e conhecer a opinião deles sobre a aula e sobre a inserção de tópicos de física moderna no ensino médio. De maneira geral, podemos afirmar que a aula foi bem sucedida. Isso é confirmado pela presença de um bom número de alunos durante a apresentação, os quais se mostraram interessados e participativos, mesmo tendo conhecimento de que a aula não seria obrigatória ou que implicaria em qualquer gratificação em

suas notas. O engajamento dos estudantes nos processos pré- e pós-aula foi muito produtivo embora, em número, a participação tenha sido menor nessas etapas que na aula.

É claro que, assim como a maioria das aulas de um professor, a exposição sobre a matéria escura é parte de um processo em constante desenvolvimento. Nas próximas execuções da aula, ela será aprimorada a partir do que aprendemos nesta primeira tentativa. O material didático que acompanha esta dissertação já contempla alguns desses aperfeiçoamentos. Esperamos também que a utilização desse material por outros professores ajude a melhorá-lo cada vez mais e até inspire esses colegas a desenvolver produtos instrucionais semelhantes.

Alguns tópicos tratados na dissertação – lentes gravitacionais, o teorema do virial e a modificação da mecânica newtoniana – provavelmente não são de fácil compreensão no ensino médio, mesmo na forma simplificada em que buscamos apresentá-los. Eles não foram incluídos na aula que desenvolvemos, salvo alguns comentários sucintos sobre lentes gravitacionais e o aglomerado da bala (que, como vimos, causaram enorme impressão). Esses temas são abordados na dissertação por serem potencialmente úteis em discussões com alunos interessados em conhecer mais sobre a matéria escura, ou em cursos um pouco mais avançados como os ciclos básicos universitários e as licenciaturas em física.

Nossa experiência no desenvolvimento e aplicação do material didático sobre a matéria escura mostrou que é possível abordar tópicos de física moderna e contemporânea no ensino médio mantendo duas características importantes e relacionadas entre si:

- Não basta apresentar as novas ideias trazidas pela física moderna; é essencial discutir com os estudantes as razões pelas quais acreditamos nessas ideias.
- Tópicos de física moderna devem ser tratados em conexão com os temas de física clássica tradicionalmente abordados nos currículos. As novas ideias não devem ser apresentadas como um corpo estranho, cuja relação com as antigas teorias não é clara (e às vezes sequer é exposta)

aos estudantes.

Tomados os devidos cuidados para que essas características sejam observadas, tópicos de física atuais podem ser um bom objeto de trabalho no ensino médio, seja por ampliar a visão de mundo dos estudantes, por tornar as aulas mais interessantes, ou por apresentar a ciência que está sendo feita hoje, com questões que ainda não estão completamente compreendidas. Isso ajuda a fazer da escola um espaço gerador de perguntas, não apenas um repositório de respostas.

Apêndice A

A Matéria Escura



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

A Matéria Escura

Samuel Jorge Carvalho Ximenes
&
Carlos Eduardo Aguiar

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Samuel Jorge Carvalho Ximenes, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2016

A Matéria Escura

Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Carlos Eduardo Aguiar

1 Introdução

A matéria que vemos à nossa volta é composta por átomos, que por sua vez são formados por prótons, nêutrons e elétrons. Entretanto, há fortes evidências de que a maior parte da matéria existente no Universo não é constituída dessa maneira. Cerca de 80–90% da massa do Universo parece ter origem em partículas que não são prótons, nêutrons, elétrons ou combinações destes. Mais ainda, essas partículas exóticas não interagem com a radiação eletromagnética, de modo que a matéria formada por elas é invisível, ou seja, não absorve ou reflete luz de qualquer comprimento de onda. Por isso ela é chamada de *matéria escura*. Como não pode ser vista por telescópios (de radiotelescópios aos telescópios de raios-X) a matéria escura só é detectada através de sua interação gravitacional, que afeta, por exemplo, o movimento de objetos visíveis como estrelas e galáxias.

Um dos indícios mais fortes da existência de matéria escura é a curva de rotação de galáxias – a relação entre velocidade e o raio das órbitas das estrelas de uma galáxia. Segundo a gravitação newtoniana, para estrelas muito distantes do núcleo galáctico, a velocidade orbital deveria diminuir à medida que o raio da órbita aumenta, um resultado semelhante à terceira lei de Kepler. Entretanto, não é isso o que se observa nas galáxias espirais (o que será melhor explicado mais a frente). A discussão das curvas de rotação de galáxias e sua conexão com a matéria escura pode ser realizada utilizando-se apenas conceitos básicos da dinâmica, gravitação newtonianas e a terceira lei de Kepler. Vejamos então uma rápida apresentação dos conceitos que são

essenciais para apresentarmos a matéria escura.

2 A terceira lei de Kepler

Para obtermos a terceira lei de Kepler, a “lei dos períodos”, consideraremos um planeta de massa m em órbita circular em torno de uma estrela de massa M (figura 1). Vamos supor que a massa da estrela é muito grande ($M \gg m$),

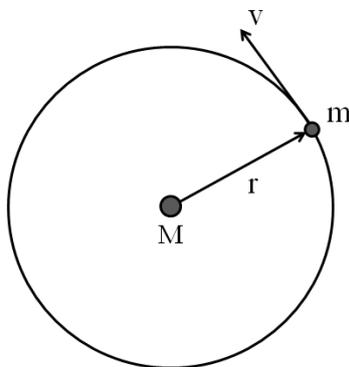


Figura 1: Planeta em órbita circular em torno de uma estrela.

de modo que esta pode ser considerada fixa. Como a órbita do planeta é circular, sua aceleração (centrípeta) é

$$a = \frac{v^2}{r}, \quad (1)$$

onde r é o raio da órbita e v a velocidade do planeta. A força que age sobre o planeta é dada pela lei da gravitação universal de Newton,

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad (2)$$

onde $G = 6,674287 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ é a constante gravitacional. A segunda lei de Newton relaciona a aceleração do planeta à força gravitacional,

$$F = ma, \quad (3)$$

ou seja,

$$G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad (4)$$

e portanto

$$v^2 = \frac{GM}{r}. \quad (5)$$

Com isso obtemos uma relação entre a velocidade e o raio da órbita,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad (6)$$

chamada de *curva de rotação* dos corpos (planetas, etc) que giram em torno dessa estrela. Vemos que a velocidade de rotação diminui à medida que o raio orbital aumenta, um resultado que será essencial para a nossa discussão da matéria escura.

A curva de rotação é uma expressão da terceira lei de Kepler, embora não na forma usualmente apresentada na maioria dos livros do ensino médio. Para chegar ao resultado encontrado nos livros-texto, onde o período T da órbita é usado no lugar da velocidade v , basta notar que

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \quad (7)$$

que substituído em (6) leva à forma usual da terceira lei de Kepler,

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3. \quad (8)$$

3 Curvas de rotação do sistema solar e das luas de Júpiter

As figuras a seguir nos mostram, respectivamente, as curvas de rotação dos oito planetas do sistema solar e das oito primeiras luas de Júpiter. Em ambos os casos, nós encontramos um excelente acordo entre os dados (os pontos mostrados nas figuras) e a terceira lei de Kepler, representada por linhas nas figuras. Note que, em ambos os casos, temos uma série de corpos

distintos que estão girando ao redor de regiões massivas (Sol e Júpiter).

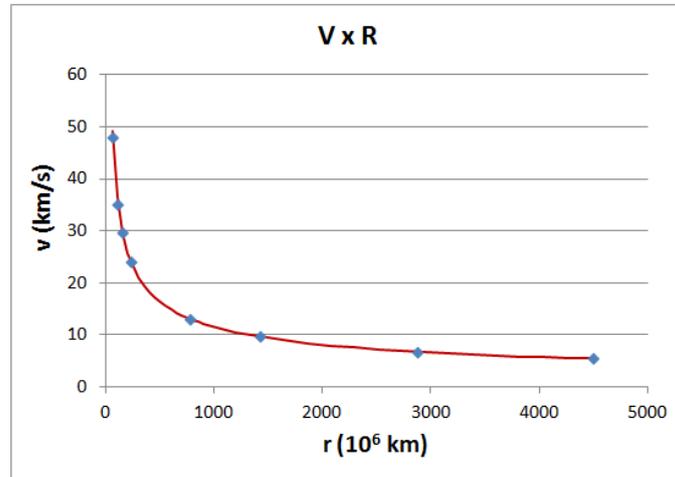


Figura 2: Curva de rotação para o sistema solar. Os pontos são os valores observados para os planetas e a linha representa a curva de rotação Kepleriana, equação (6).

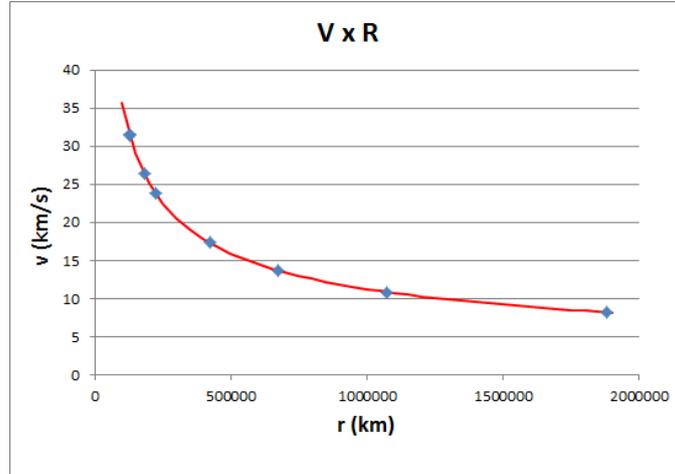


Figura 3: Curva de rotação para as luas de Júpiter. Os pontos são os valores observados e a linha representa a previsão Kepleriana.

4 Curvas de rotação de galáxias

As estrelas não estão distribuídas uniformemente pelo Universo. Elas tendem a agrupar-se em galáxias, “ilhas de estrelas” contendo bilhões de sóis semelhantes ao nosso astro. As galáxias costumam ser classificadas em três tipos:

- *Galáxias espirais*, que têm a aparência de discos achatados com um bojo central. Um exemplo está mostrado na figura 4(a). As estrelas no disco descrevem órbitas praticamente circulares em torno do centro galáctico.
- *Galáxias elípticas* têm forma arredondada, sem apresentar um disco. Frequentemente são mais alongadas numa direção que nas outras. A figura 4(b) mostra uma dessas galáxias.
- *Galáxias irregulares*, que não têm forma de disco nem são arredondadas. Uma galáxia irregular é apresentada na figura 4(c)

No caso de galáxias espirais, não são apenas as estrelas que estão em movimento. O gás (essencialmente hidrogênio atômico e molecular) e poeira presentes nessas galáxias também possuem um movimento aproximadamente circular em torno do centro galáctico. É razoável esperar que a terceira lei de Kepler se aplique a estrelas, gás e poeira situados na periferia das galáxias. Nesse caso a parte central da galáxia, contendo quase toda a massa visível, desempenharia um papel semelhante ao do Sol ou de Júpiter, e as estrelas, gases e poeira da periferia orbitariam esta parte central como os planetas giram em torno do Sol e os satélites em torno de Júpiter, ou seja, obedecendo à terceira lei de Kepler. Vejamos as curvas de rotação de três galáxias distintas:

Essas curvas são bem diferentes das que vimos para o sistema solar e as luas de Júpiter. O crescimento inicial das curvas ocorre na região mais massiva central. Não vemos esse crescimento nos planetas solares ou nas luas de jupiterianas porque isso significaria que corpos orbitam o interior do Sol ou de Júpiter. Fora das regiões centrais as curvas de rotação deveriam cair,

como o previsto pela lei de Kepler, porém os corpos no disco das galáxias espirais se movimentam com uma velocidade quase constante, independente da distância ao centro. O que aconteceu de errado?

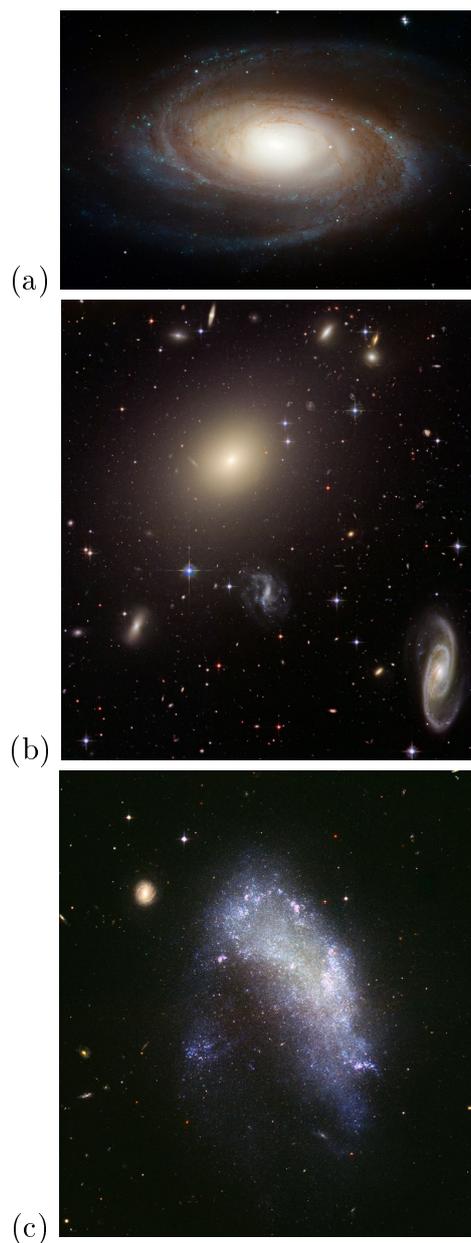


Figura 4: Três tipos de galáxias: (a) espiral, (b) elíptica e (c) irregular.

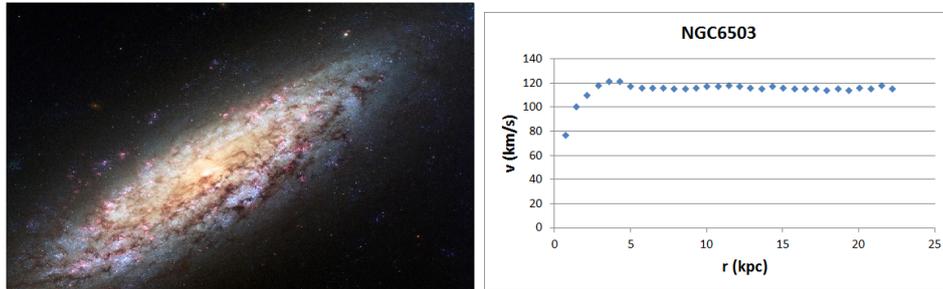


Figura 5: A galáxia NGC 6503 e sua curva de rotação. O raio do disco galáctico visível é de aproximadamente 5,3 kpc.

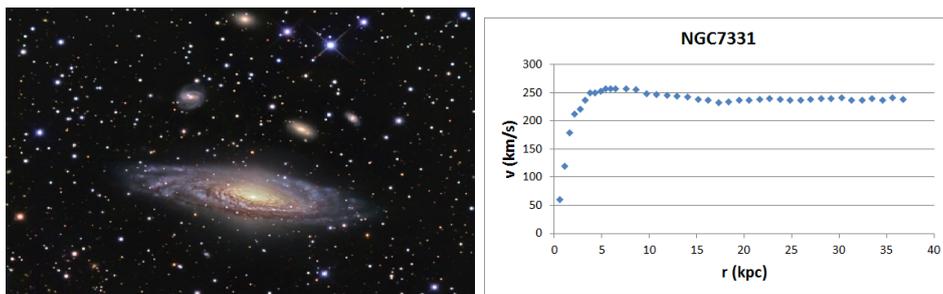


Figura 6: A galáxia NGC 7331 e sua curva de rotação. O raio do disco galáctico visível é de aproximadamente 23,3 kpc.

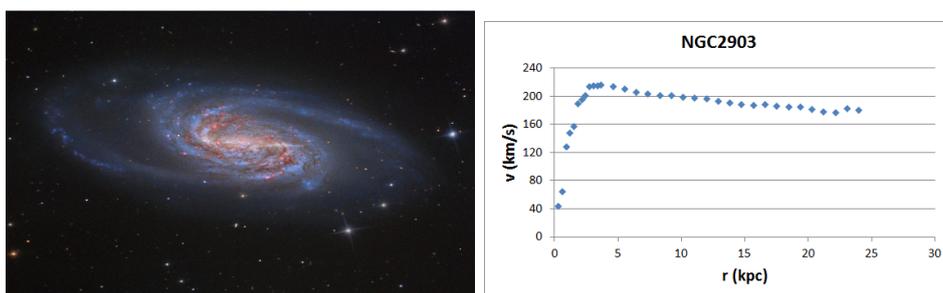


Figura 7: A galáxia NGC 2903 e sua curva de rotação. O raio do disco galáctico visível é de aproximadamente 11,7 kpc.

5 Matéria escura

Se olharmos para a relação

$$v^2 = \frac{GM}{r}, \quad (9)$$

veremos que, para explicar as velocidades das curvas de rotação que não caem como o esperado, deve haver uma grande quantidade de massa interagindo gravitacionalmente com as estrelas e com meio interestelar das galáxias. Aí está a *matéria escura*. Uma matéria “esquisita” se compararmos com a matéria que conhecemos. Não conseguimos enxergá-la, visto que ela não interage com a luz ou com qualquer outra forma de radiação, mas somos capazes de perceber sua presença através da força gravitacional que ela exerce nos corpos ao seu redor. Você deve prestar atenção a um detalhe curioso: as velocidades continuam com valores elevados mesmo nas regiões mais afastadas da galáxia, ou seja, para muito além do seu raio galáctico. Isso indica que a matéria escura deve formar um halo semelhante ao da figura 8. Devido a



Figura 8: Halo de matéria escura de uma galáxia.

este forte indício e outras evidências obtidas em observações astronômicas, a maior parte dos cientistas considera que a hipótese da matéria escura está bem fundamentada, apesar de não terem qualquer resultado experimental sobre a natureza das partículas que formam este tipo de matéria.

Apêndice B

Matéria Escura: Material para o Professor



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

A Matéria Escura
Material para o Professor

Samuel Jorge Carvalho Ximenes
&
Carlos Eduardo Aguiar

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Samuel Jorge Carvalho Ximenes, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2016

A Matéria Escura

Material para o Professor

Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Carlos Eduardo Aguiar

1 Apresentação

Este trabalho apresenta uma sugestão de inserção do tema *matéria escura* no ensino médio. A matéria escura é um tópico de física contemporânea que pode ser inserido facilmente em um curso de física básica no nível médio como uma extensão dos estudos sobre gravitação. Os pré-requisitos para a introdução do conceito de matéria escura no ensino médio são, essencialmente:

- mecânica do movimento circular uniforme;
- leis de Kepler, em particular a terceira lei;
- teoria da gravitação newtoniana e órbitas circulares.

O material didático aqui apresentado não tratará desses temas, por supor que eles já foram apresentados aos estudantes. Se este não foi o caso, o uso deste material deve ser precedido pela discussão desses conteúdos, que podem ser abordados da forma tradicional.

O material didático tem duas partes: um texto dirigido aos estudantes e um conjunto de sugestões ao professor para elaboração de aulas sobre o tema. O texto para os estudantes, intitulado *A Matéria Escura*, está disponível em www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/dissertacoes/2016_Samuel_Ximenes/materia_escura.pdf. Discussões mais detalhadas sobre a matéria escura, que podem interessar aos professores e alunos que desejem

aprofundar-se no estudo desse tema, estão na dissertação de mestrado que deu origem a este material didático.¹

As sugestões para a elaboração de aulas (*o material do professor*) são apresentadas no presente caderno.² Estas são constituídas por dois questionários a serem aplicados antes e depois da aula e os quadros para apresentação desta aula. Os questionários foram inspirados no método conhecido como *Ensino sob Medida*.³ O questionário anterior à aula insere o aluno na discussão do tema e indica ao professor dificuldades conceituais que poderão ser encontradas durante sua exposição. O questionário posterior à aula serve para avaliar se o aluno alcançou o nível de aprendizado esperado ou se será necessária uma discussão mais detalhada sobre determinado assunto. A sugestão de aula é baseada em uma apresentação feita a turmas do ensino médio. Os quadros *PowerPoint* da apresentação estão condensados neste caderno e um arquivo com quadros diretamente projetáveis em um auditório está em www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/dissertacoes/2016_Samuel_Ximenes/aula_materia_escura.pdf . Um tempo de 50 minutos é suficiente para a exposição desta aula, nos moldes aqui exibidos.

¹Disponível em www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/dissertacoes/2016_Samuel_Ximenes/dissertacao_Samuel_Ximenes.pdf .

²Disponível em www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/dissertacoes/2016_Samuel_Ximenes/material_professor.pdf .

³I. S. Araujo e E. Mazur, *Instrução pelos colegas e ensino sob medida: uma proposta para engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Física*, Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 30, n. 2, p. 362 (2013).

2 Questionários pré- e pós-aula



**Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física**

Questionário Introdutório para Aula sobre Matéria Escura Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Nome do aluno:

Série:

Turma:

- 1) Cite algumas maneiras pelas quais se pode determinar se um corpo está num determinado lugar no espaço.
- 2) As respostas do item anterior mudariam se o corpo estivesse distante? De que maneira? E se o corpo estivesse muito distante (no espaço sideral, por exemplo)?
- 3) Leia agora o texto abaixo e reflita sobre seu conteúdo. Descreva como essa reflexão modifica (ou não) sua resposta ao item 2.

Netuno tem uma história intrigante. Foi Urano que levou astrônomos até Netuno. Urano, o sétimo planeta em relação ao Sol, é vizinho interior de Netuno. O astrônomo britânico Sir William Herschel e sua irmã Caroline descobriram Urano em 1781, 55 anos antes de Netuno ser observado. Pouco depois da descoberta, Herschel notou que a órbita de Urano não correspondia às previsões da teoria de Newton sobre a gravitação. Estudando Urano em 1821, o astrônomo francês Alexis Bouvard especulou que outro planeta estaria atraindo o planeta gigante, alterando o seu movimento.

Vinte anos depois, Urbain Le Verrier, da França, e John Couch Adams, da Inglaterra, os quais eram matemáticos e astrônomos, previram de forma independente a localização do misterioso planeta medindo como a ação gravitacional de um hipotético objeto oculto poderia alterar a trajetória de Urano. Le Verrier enviou uma nota descrevendo a localização prevista do novo planeta para o astrônomo alemão Johann Gottfried Galle, no

observatório de Berlim. Após duas noites em 1846, Galle descobriu e identificou Netuno como um planeta, com menos de um grau de erro da previsão da posição feita por Le Verrier. A descoberta foi aclamada como o maior sucesso da teoria de Newton da gravitação e do entendimento do universo.

Galle não foi o primeiro à observar Netuno. Em dezembro de 1612, enquanto observava Júpiter e suas luas com um telescópio caseiro, o astrônomo Galileu Galilei relatou Netuno em suas notas, mas como uma estrela. Mais de um mês depois, em janeiro de 1613, ele observou que a “estrela” parecia ter se movido em relação a outras estrelas. Porém, Galileu nunca identificou Netuno como um planeta, e aparentemente não foi adiante com suas observações, logo ele perdeu a oportunidade de receber o mérito da descoberta.

Netuno não é visível a olho nu, mas pode ser visto com binóculos ou um telescópio pequeno. Pode ser encontrado na constelação de Aquário, próximo à divisa com Capricórnio.

Tradução livre do texto encontrado em
http://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/science/neptune-circuit.html
Visitado dia 23/08/2015

- 4) A 3ª lei de Kepler diz que $T^2/R^3 = k$, sendo T o período orbital, R o raio da órbita e k uma constante. A partir dessa lei determine a relação entre a velocidade V do corpo em órbita e o raio R dessa órbita.
Sugestão: Veja as equações e propriedades do movimento circular uniforme que relacionam velocidade e período.

- 5) A velocidade orbital obtida no item anterior cresce, diminui ou permanece constante à medida que o raio da órbita aumenta?

- 6) Em um carrossel girando com velocidade angular constante, qual é a relação entre a velocidade V de uma criança montada num brinquedo e a distância R desse brinquedo ao eixo do carrossel? Essa velocidade aumenta, diminui ou permanece constante à medida que a distância aumenta?



**Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física**

Questionário Final para Aula sobre Matéria Escura Samuel Jorge Carvalho Ximenes

Nome do aluno:

Série:

Turma:

- 1) Você hoje compreende como se comportam as velocidades dos planetas à medida que estes se afastam do Sol? Explique com suas palavras.

- 2) Você foi capaz de compreender os fatores que indicam a presença de matéria escura no universo? Cite algum que você lembre.

- 3) Qual a sua opinião sobre a inserção de tópicos atuais nos conteúdos programáticos do ensino médio?

- 4) O que você achou da aula sobre a matéria escura? Sinta-se livre para fazer qualquer tipo de comentário.

3 Aula sobre a matéria escura

MATÉRIA ESCURA

Samuel Ximenes

Objetivo

- O foco deste trabalho é tentar aproximar um assunto atual da física do ambiente escolar.
- Devemos acreditar que é possível aprender uma física contemporânea, sem ignorar sua relação com a física clássica estudada na escola.

Física contemporânea



The screenshot shows a news article from GLOBO. The main headline is "Colisões de aglomerados de galáxias aprofundam mistério da natureza da matéria escura". Below the headline, there is a sub-headline: "Estudo mostra que substância cuja presença só é percebida pelos seus efeitos gravitacionais mal interage com outras concentrações dela mesmo, desafiando ideia mais aceita de que seria composta por partículas subatômicas ainda desconhecidas".

Física contemporânea



The screenshot shows a news article from FOLHA DE S. PAULO. The main headline is "Colisor de partículas volta à ativa e tenta explicar matéria invisível". Below the headline, there is a sub-headline: "tecnologia e saude | notícia".

Movimento circular uniforme

- Da cinemática temos que:
- $v = \frac{2\pi r}{T}$ \longrightarrow perímetro da circunferência
- $v = \frac{2\pi r}{T}$ \longrightarrow período de uma volta



Movimento circular uniforme

- Se dois corpos tem o mesmo período, então eles percorrerão o mesmo ângulo no mesmo tempo.



Movimento planetário

- As excentricidades das órbitas elípticas, por serem muito pequenas, nos permitem fazer uma aproximação plausível: podemos adotar as propriedades do M.C.U. para as trajetórias dos planetas.
- Sendo assim, o período orbital de um planeta será dado por:

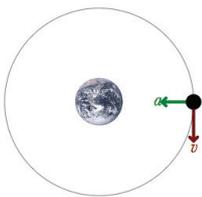
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Onde v é a velocidade média orbital.

Velocidade orbital

- Você é capaz de fazer alguma estimativa sobre a velocidade orbital dos planetas do sistema solar?
- Ela aumenta, diminui ou permanece a mesma a medida que o corpo se afasta do Sol?
- Qual a relação da velocidade orbital de um planeta com o seu período de revolução?

Dinâmica do movimento circular



$$F = m \cdot a$$

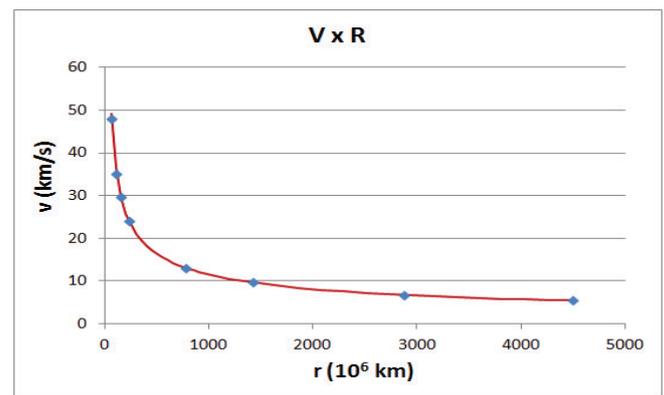
$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mV^2}{R}$$

$$V^2 = \frac{GM}{R}$$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

A velocidade orbital é inversamente proporcional à raiz quadrada do raio médio da órbita.

Sistema solar



3ª Lei de Kepler

- Ela nos diz que o quadrado do período de revolução de um corpo é proporcional ao cubo do raio de sua órbita e que essa razão é constante para todos os planetas do sistema solar.

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

E qual seria esse valor de k ?

Relação de Kepler

Mas como $V = \frac{2\pi r}{T}$, temos:

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

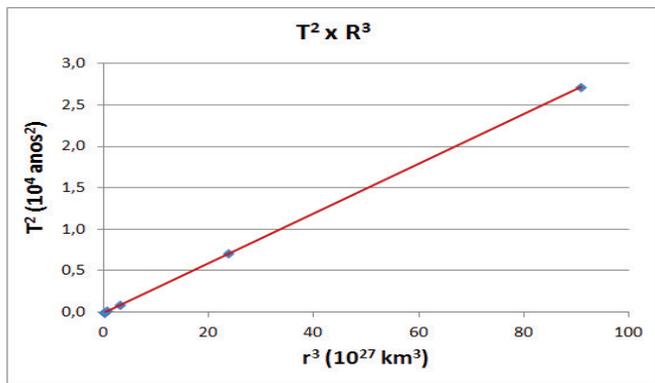
$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{GM}{R}$$

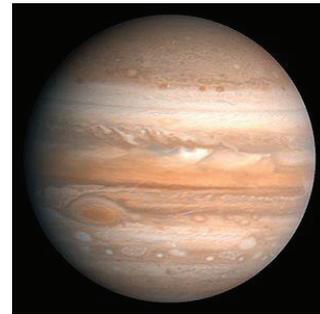
$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

A mesma relação de Kepler escrita de suas formas diferentes.

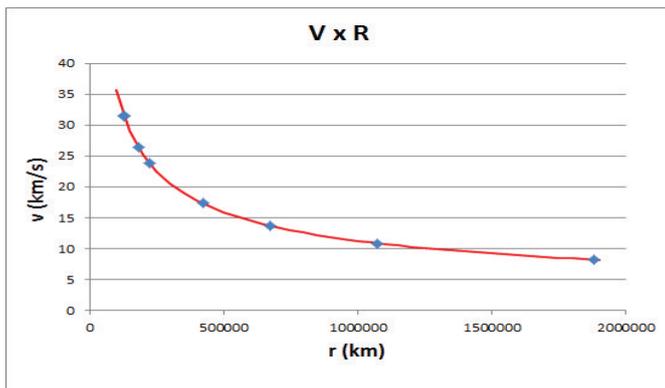
Sistema solar



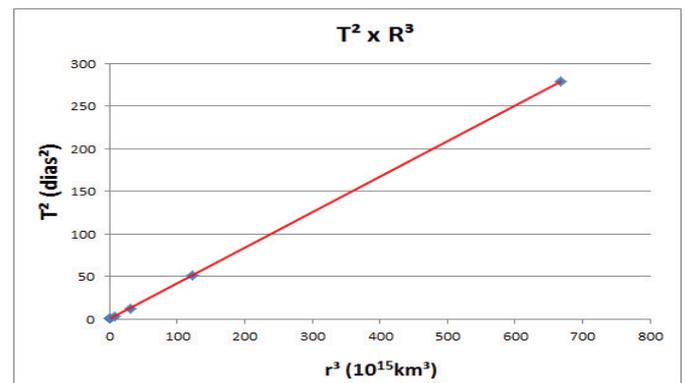
Luas de Júpiter



Luas de Júpiter



Luas de Júpiter



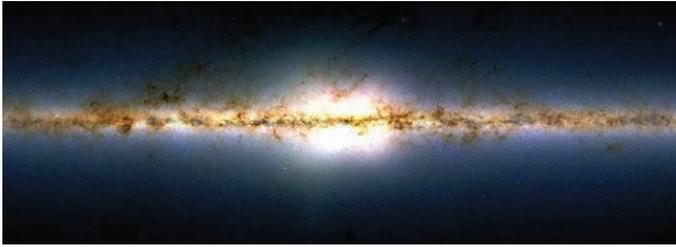
A confirmação da teoria

- Com a análise desses dois sistemas podemos perceber que eles confirmam a teoria de Kepler com uma precisão muito boa. Ambos possuem comportamento muito semelhante quanto às velocidades dos corpos que se afastam do centro massivo.
- Somos capazes de imaginar que o comportamento será semelhante em outros casos de corpos que orbitem em torno de uma região massiva central.

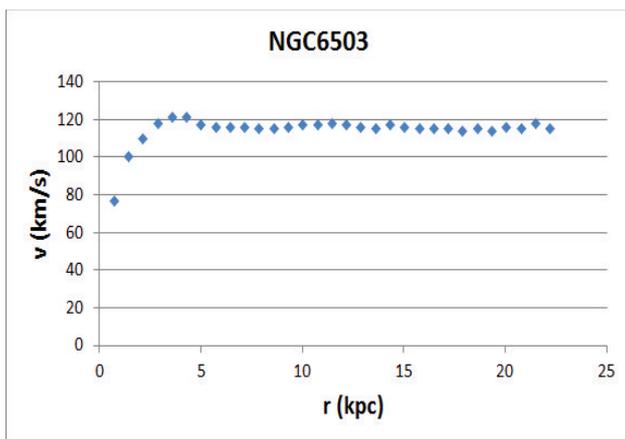
Galáxias

- Vamos estender nossas análises para sistemas um pouco mais afastados e complexos.
- Diferente dos casos vistos até aqui, em uma galáxia é possível fazer uma análise de uma órbita dentro e fora da região massiva central. As galáxias do tipo espiral são formadas por uma região central (bojo) e um disco, os quais contém toda a matéria luminosa.

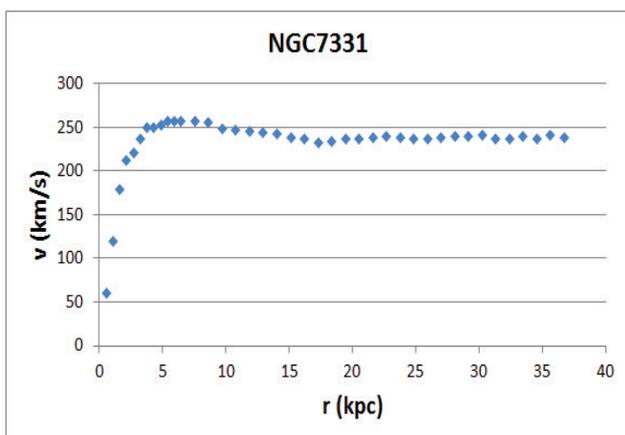
Exemplo de galáxia



NGC 6503

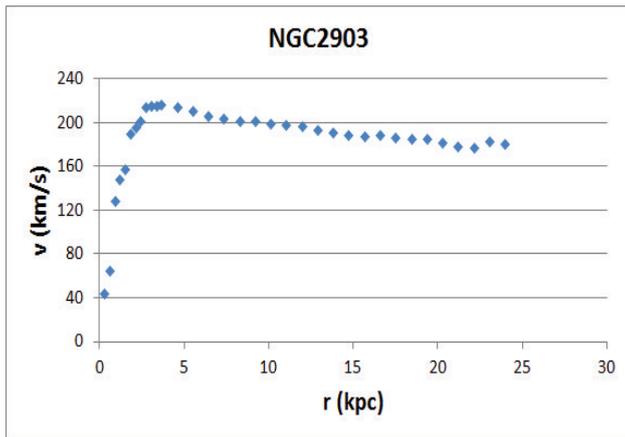


NGC 7331



NGC 2903





Discrepância

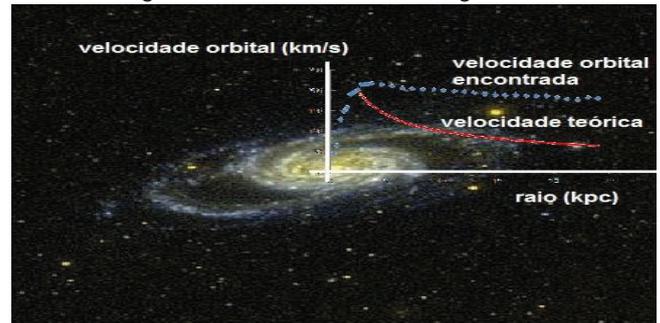
- Nessas três galáxias a velocidade orbital não cai, como era esperado pela relação de Kepler.
- Isso nos leva a pensar no que poderia estar errado.
- Vamos olhar novamente para a equação da velocidade orbital $V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

- Assumindo que a lei de Kepler é correta (poderia não ser), sendo a constante gravitacional um valor fixo, a medida que aumentamos a distância ao centro das galáxias, para a velocidade não estar caindo, a massa deve estar aumentando juntamente com o raio R.
- Só há um problema...

Velocidades muito altas

- As velocidades continuam crescendo para muito além de onde enxergamos a matéria visível das galáxias.



???

- O que poderia então ser responsável pelas velocidades que não diminuem?
- Foi perguntado no questionário prévio como poderíamos “observar” um corpo invisível e muito distante. Vejamos algumas das respostas de seus colegas.

Respostas dos alunos

- “Através de ouvir falar, tocar, de uma foto, revista, jornal, televisão, observação, experimentação, ciências (física, matemática, etc), mapas...”
- “Podemos determinar se um corpo está num determinado lugar se conseguirmos, com pelo menos, um dos nossos sentidos, com ajuda ou não de aparelhos, como : microscópios, telescópios, computadores.”

Respostas dos alunos

- “Ao se detectar, de alguma forma, que o corpo interage gravitacionalmente, atraindo e/ou sendo atraído em determinado ponto do espaço. Se conseguirmos observar o corpo e calcular sua distância do referencial, determinando sua posição. Através de imagens de satélite, onde pode se determina suas coordenadas (na Terra). Se pudermos interagir (tocando, sentindo, cheirando) com o corpo. Caso o corpo realize um movimento padrão, os sucessivos cálculos de sua distância até um referencial podem prever suas posições. ”

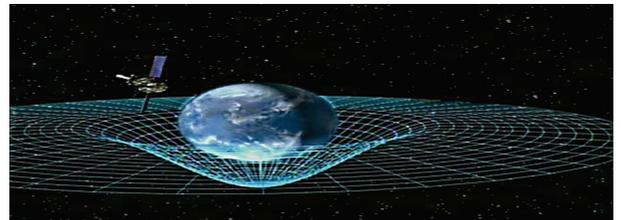
Matéria escura

- Foi o nome dado ao agente mais cotado para ser o responsável pelas velocidades orbitais encontradas anteriormente.
- Uma matéria extremamente massiva, que não emite luz ou qualquer outro tipo de radiação, mas que interage gravitacionalmente com os corpos próximos a ela.
- Podemos acreditar que a matéria escura está distribuída em um espaço muito maior que o que é ocupado por uma galáxia.



Outras evidências

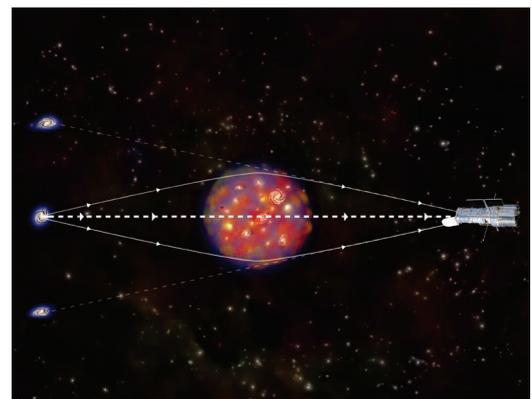
- Lentes gravitacionais
- A teoria da relatividade geral de Einstein diz que a massa de um corpo é capaz de deformar o espaço-tempo ao seu redor.



Lentes gravitacionais

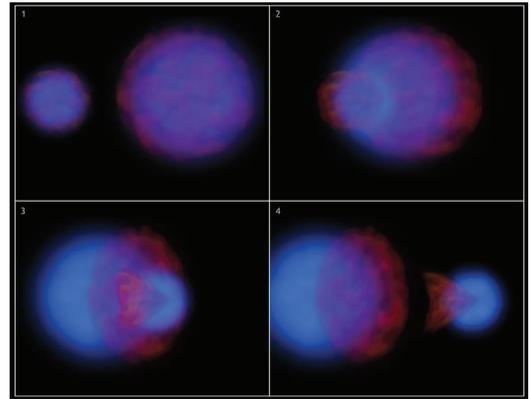
- Essa deformação no espaço seria capaz de alterar até a trajetória da luz.
- Essa alteração nos permite observar imagens de fontes luminosas que estariam obstruídas por corpos, visto que a luz é capaz de contornar esse obstáculo.

Lentes gravitacionais



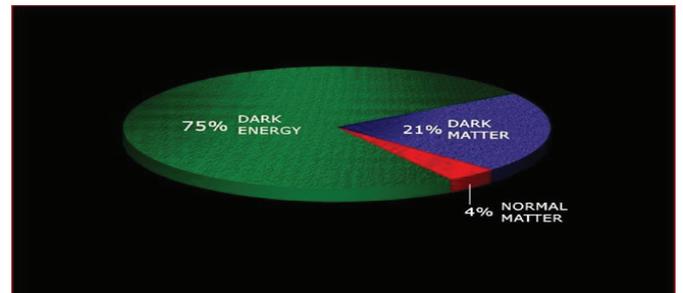
Lentes gravitacionais

- No caso da matéria escura, sendo conhecida a deflexão sofrida pela luz é possível calcular a massa de uma região e compará-la com a massa visível desse local.
- O aglomerado da bala é uma das figuras mais famosas quando utilizamos lentes gravitacionais para falar da matéria escura. A colisão de dois aglomerados resultou em uma região com gás muito aquecido e uma região que permaneceu inalterada após o choque.



Conclusão

- Podemos enfim chegar a conclusão de que já foi descoberto muito sobre o nosso universo, mas que ainda há muito para aprendermos.



Referências Bibliográficas

- [1] J. O. Bennett, M. Donahue, N. O. Schneider, M. Voit, *The Essential Cosmic Perspective*, 6^a edição, Benjamin Cummings (2010)
- [2] R. H. Sanders. *The Dark Matter Problem – A Historical Perspective*, Cambridge U. P. (2010)
- [3] V. C. Rubin, W. K. Ford Jr., *Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions*, The Astrophysical Journal v. 159, p. 379. (1970)
- [4] V. C. Rubin, W. K. Ford, and N. Thonnard, *Rotational properties of 21 Sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 ($R=4$ kpc) to UGC 2885 ($R=122$ kpc)*, Astrophysical Journal v. 238, p. 471 (1980).
- [5] C. S. Wallace, *An investigation into introductory astronomy students' difficulties with cosmology, and the development, validation, and efficacy of a new suite of cosmology lecture-tutorials*, Tese de Doutorado, Universidade do Colorado (2011)
- [6] C. S. Wallace, E. E. Prather, *Teaching physics with Hubble's law and dark matter*, American Journal of Physics, v. 80, p. 382 (2012)
- [7] A. B. Arons, *Guest Comment: Proposed revisions of the introductory physics course*, American Journal of Physics v. 57, p. 681 (1989)
- [8] E. Merzbacher, *Guest Comment: How shall we teach physics in the 21st century?*, American Journal of Physics v. 58, p. 717 (1990)
- [9] PSSC, *Physics*, 1^a edição, Heath (1960)
- [10] F. J. Rutherford, G. Holton, F. G. Watson, *The Project Physics Course*, Holt, Rinehart & Winston, 1^a edição (1970)
- [11] E. Rogers, *Physics for the Inquiring Mind*, Princeton U. P. (1960)

-
- [12] F. Ostermann, M. A. Moreira, *Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa 'Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio'*, *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 5, n. 1, p. 23 (2000)
- [13] J. Barojas (ed.), *Cooperative networks in physics education*, AIP Conference Proceedings, v. 173, American Institute of Physics (1988)
- [14] O. James, E. von Tunzelmann, P. Franklin, Kip S. Thorne, *Visualizing Interstellar's Wormhole*, *American Journal of Physics*, v. 83, p. 486 (2015)
- [15] A. B. Arons, *Teaching Introductory Physics*, cap. 10, Wiley (1997)
- [16] D. Gil Pérez, J. Solbes, *The introduction of modern physics: overcoming a deformed vision of science*, *International Journal of Science Education*, v. 15, n. 3, p. 255 (1993)
- [17] H. Fischler, M. Lichtfeld, *Modern physics and students' conceptions*, *International Journal of Science Education*, v. 14, p. 181 (1992)
- [18] S. B. McKagan, K. K. Perkins, C. E. Wieman, *Why we should teach the Bohr model and how to teach it effectively*, *Physical Review Special Topics: Physics Education Research*, v. 4, art. 010103 (2008)
- [19] Dados sobre os planetas do sistema solar, <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>
- [20] Dados sobre as luas de Júpiter, <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/joviansatfact.html>
- [21] HubbleSite, <http://hubblesite.org/gallery/album/galaxy/cluster/pr2008024a/>
- [22] HubbleSite, <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2007/19/image/a/>
- [23] HubbleSite, <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2007/08/image/a/>
- [24] HubbleSite, <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2005/09/image/a/>
- [25] K. Begeman, *HI rotation curves of spiral galaxies*; University of Groningen, Tese de Doutorado (2006)

-
- [26] Site da Nasa, <http://www.nasa.gov/image-feature/goddard/lonely-galaxy-lost-in-space>
- [27] Astronomy Picture of the Day, <http://apod.nasa.gov/apod/ap140301.html>
- [28] Astronomy Picture of the Day, <http://apod.nasa.gov/apod/ap150410.html>
- [29] J. Binney, S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, 2ª edição, Princeton U. P. (2008)
- [30] B. Ryden, *Introduction to Cosmology*, Addison-Wesley (2002).
- [31] M. Milgrom, *A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis* Astrophysical Journal v. 270, p. 365 (1983); *A modification of the Newtonian dynamics - Implications for galaxies*, Astrophysical Journal v. 270, p. 371 (1983); *A modification of the Newtonian dynamics - Implications for galaxy systems*, Astrophysical Journal v. 270, p. 384 (1983)
- [32] R. B. Tully, J. R. Fisher, *A new method of determining distances to galaxies*, Astronomy and Astrophysics v. 54, p. 661 (1977)
- [33] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Mechanics*, cap. 10, 3ª edição, Butterworth-Heinemann (1976)
- [34] F. Zwicky, *On the masses of nebulae and of clusters of nebulae*, Astrophysical Journal, v. 86, p. 217 (1937)
- [35] HubbleSite, <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2012/08/>
- [36] Hubble Space Telescope, <https://www.spacetelescope.org/images/heic1014a/>
- [37] Hubble Space Telescope, <https://www.spacetelescope.org/images/opo0639a/>
- [38] I. S. Araujo, E. Mazur, *Instrução pelos colegas e ensino sob medida: uma proposta para o engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de física*; Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 30, n. 2: p. 362-384 (2013)
- [39] NASA, http://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/science/neptune-circuit.html