



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
Instituto de Física  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física  
Mestrado Profissional em Ensino de Física

A HISTÓRIA DA FÍSICA PRESENTE NA SALA DE AULA: A DEFLEXÃO DA  
LUZ E OS 100 ANOS DO ECLIPSE DE SOBRAL

FÁBIO DOS SANTOS FREITAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de  
Física, Instituto de Física, da Universidade  
Federal do Rio de Janeiro, como parte dos  
requisitos necessários à obtenção do título  
de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:  
Ildeu de Castro Moreira

Rio de Janeiro  
Março de 2021

A HISTÓRIA DA FÍSICA PRESENTE NA SALA DE AULA: A DEFLEXÃO DA  
LUZ E OS 100 ANOS DO ECLIPSE DE SOBRAL

Fábio dos Santos Freitas

Orientador:  
Ildeu de castro Moreira

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em  
Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de  
Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do  
título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Ildeu de Castro Moreira (Presidente)

---

Alexandre Carlos Tort

---

José Abdalla Helayël-Neto

---

Reinaldo Faria de Melo e Souza

Rio de Janeiro  
Março de 2021

## FICHA CATALOGRÁFICA

F119ffh Freitas, Fábio dos Santos

A história da física presente na sala de aula: a deflexão da luz e os 100 anos do eclipse de Sobral / Fábio dos Santos Freitas - Rio de Janeiro: UFRJ / IF, 2021. viii, 100 f.: il.;30cm.

Orientador: Ildeu de Castro Moreira

Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2020.

Referências Bibliográficas: f. 97 - 100.

1. Ensino de Física. 2. História da física. 3. Teoria da Relatividade geral. I. Moreira, Ildeu de Castro. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III. A história da física presente na sala de aula: a deflexão da luz e os 100 anos do eclipse de Sobral

Dedico esta dissertação aos meus pais.

## Agradecimentos

Aos meus pais, Paulo e Vanda, pelo apoio moral em toda minha vida acadêmica e, em especial, quando mestrando profissional em física.

Aos meus colegas de curso, por fazer esta caminhada valer a pena.

A todos os professores do programa do mestrado profissional em ensino de física pelos seus ensinamentos. Sem vocês isso não seria possível.

Por fim, ao meu orientador, que o tempo me fez um admirador por sua sabedoria e seu amor à Ciência. Uma parceria que jamais irei esquecer. Muito obrigado, professor Ildeu.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## RESUMO

### A HISTÓRIA DA FÍSICA PRESENTE NA SALA DE AULA: A DEFLEXÃO DA LUZ E OS 100 ANOS DO ECLIPSE DE SOBRAL

Fábio dos Santos Freitas

Orientador:  
Ildeu de Castro Moreira

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Este trabalho tem como proposta sugerir aos professores de física uma forma de abordar a Teoria da Relatividade Geral em sala de aula para turmas do 3º ano do Ensino Médio. Como não faz sentido apresentar, neste nível, os complexos cálculos que ajudaram a fundar a teoria, a ideia é contribuir para que os alunos concluam seu ciclo escolar com uma percepção do significado geral da Teoria da Relatividade Geral e que as leis da física não são verdades absolutas, estão propensas a modificações e precisam ser comprovadas experimentalmente. Para isso, utilizaremos como matéria base do nosso trabalho a história da física. O fio condutor das aulas propostas é o processo histórico dos estudos sobre a deflexão de um raio de luz de uma estrela próximo à borda do Sol, desde a ideia corpuscular da luz de Newton à confirmação das previsões de Einstein escoradas em sua teoria que prevê a curvatura do Espaço-Tempo, na presença de matéria, com as observações no Eclipse de Sobral em 1919. Algumas atividades práticas foram também sugeridas no sentido de dinamizar as aulas planejadas: duas maneiras de demonstrar a expressão do desvio do raio de luz; uma analogia do que seria a deflexão da luz por meio de um experimento no qual se utiliza um laser e uma solução saturada de açúcar; e o uso do software simulador-planetário *Stellarium*, para observar o céu, do dia 29 de maio de 1919, em Sobral.

Palavras-chave: Ensino de Física, Deflexão da luz, teoria da Relatividade, Albert Einstein, história da física.

Rio de Janeiro  
Março de 2021

## ABSTRACT

### THE HISTORY OF PHYSICS PRESENT IN THE CLASSROOM: THE DEFLECTION OF LIGHT AND THE 100 YEARS OF THE ECLIPSE IN SOBRAL

Fábio dos Santos Freitas

Supervisor(s):  
Ildeu de Castro Moreira

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

The purpose of this paper is to suggest to physics teachers a form of addressing the Theory of General Relativity in classes to students attending the 3rd year of Brazilian High School. Since it does not make any sense to present, at that level, the complex calculations that helped to establish the theory, the idea is to contribute for the students to complete their school cycle with a perception of the overall meaning of the Theory of General Relativity and that the laws of physics are not absolute truths, are prone to modifications and need to be experimentally proved. For that purpose, we will use the history of physics as base material of our paper. The guiding principle of the proposed classes is the historical process of the studies on the deflection of light ray from a star to the edge of the Sun, from Newton's corpuscular idea of light to the confirmation of Einstein's predictions based on his theory that predicts the Spacetime curvature, in the presence of any matter, with the observations made in 1919 Sobral Eclipse. Some field activities were also suggested in order to dynamize the planned classes: two forms of showing the expression of the ray light deviation; one analogy of what the light deflection would be through an experience using a laser and a saturated solution of sugar; and the use of the simulator-planetarium software Stellarium, with which it is possible to observe the sky of May 29, 1919, in Sobral.

Keywords: Physics education, deflection light, theory of relativity, history of physics, Sobral Eclipse.

Rio de Janeiro  
March 2021

# Sumário

<b>Capítulo 1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 2</b>	<b>A história dos estudos sobre a deflexão da luz – Antes de Einstein</b>	<b>10</b>
2.1	A ideia corpuscular da luz de Isaac Newton (1704).....	10
2.2	A ideia de buraco negro por John Michell (1783).....	12
2.3	Os primeiros resultados matemáticos sobre a deflexão da luz das estrelas Henry Cavendish (1784).....	13
2.4	Os cálculos explícitos por Johann Georg von Soldner (1804).....	15
2.5	Proposta de atividade: A previsão do ângulo de deflexão do raio de luz por análise dimensional.....	18
<b>Capítulo 3</b>	<b>A história dos estudos sobre a deflexão da luz – Na Era Einstein</b>	<b>23</b>
3.1	Nasce a Teoria da Relatividade Especial (1905).....	23
3.2	O Princípio de Equivalência (1907).....	25
3.3	O cálculo da deflexão por Einstein (1911/1912).....	28
3.4	A primeira expedição.....	33
3.5	A segunda expedição.....	36
3.6	Proposta de atividade: Dedução aproximada do ângulo de deflexão da luz usando o Princípio de Equivalência.....	38
3.7	O cálculo da deflexão por Einstein (1915) .....	42
3.8	Outras tentativas de se medir a deflexão da luz na borda do Sol.....	43
	1916 – Na Venezuela.....	43
	1918 – Washington, nos E.U.A. ....	44
3.9	A comprovação da Teoria da Relatividade Geral – Sobral (29 de maio de 1919).....	46
	A expedição na Ilha do Príncipe.....	53
	A repercussão após a confirmação da previsão einsteiniana.....	55
<b>Capítulo 4</b>	<b>Duas abordagens didáticas: uma analogia para a deflexão da luz e uso do <i>Stellarium</i></b>	<b>58</b>
4.1	Uma analogia da deflexão da luz.....	58
4.2	O Stellarium como recurso didático.....	61
	A proposta didática em sala de aula .....	73
<b>Capítulo 5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>74</b>
	Apêndice A: Cálculos da expressão para o ângulo de deflexão de um raio de luz passando rasante à borda do Sol .....	77
	Apêndice B: Atividades práticas para uma aula sobre a história dos estudos da deflexão da luz.....	85
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>97</b>



# Capítulo 1

## Introdução

Em setembro de 2015, instrumentos do *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory* - LIGO - nos Estados Unidos, detectaram, pela primeira vez na história, ondas gravitacionais. Era o resultado da colisão de dois buracos negros muito distantes. A descoberta fez os físicos americanos Rainer Weiss, Barry Barish e Kip Thorne conquistarem o Prêmio Nobel de Física. Cerca de 100 anos antes, ao elaborar a sua Teoria da Relatividade Geral [TRG], Albert Einstein foi pioneiro ao prever a existência desse tipo de fenômeno, onde a malha do espaço-tempo oscilaria com a interação entre dois corpos muito massivos.

Esta descoberta foi manchete em jornais do mundo inteiro e só corroborou a genialidade daquele que foi eleito pela revista Time, no ano de 1999, como o Homem do Século XX. Esse cientista ajudou a construir a física moderna, a revolucionar os pilares da ciência clássica e possibilitou o surgimento de uma nova visão de Universo. Abriu, ainda, caminhos a novos avanços tecnológicos que hoje se tornaram, cada vez mais, essenciais ao mundo contemporâneo. Um desses exemplos é o Sistema de Posicionamento Global, popularmente conhecido como GPS [1]. Além de aplicações militares, os receptores do sistema de navegação por satélites encontram-se presentes no cotidiano da população em aparelhos de smartphones ou rastreadores de automóveis. A precisão do GPS só é possível pela correção de fatores que afetam o seu intervalo de tempo em relação a corpos em outro referencial ou em outra posição em relação ao centro da Terra. Em um artigo didático interessante, Zanotto, Capelletto e Matsouka [2] analisaram estes efeitos:

Os relógios são afetados de duas maneiras diferentes: sua velocidade relativa (relatividade restrita) e seu potencial gravitacional (relatividade geral). A teoria da relatividade geral prevê que o tempo na superfície passará mais devagar em relação ao tempo dos satélites,

devido à diferença do potencial gravitacional existente entre a superfície terrestre e a região onde os satélites orbitam. Um efeito consideravelmente menor, mas mesmo assim levado em conta, é o dado pela teoria da relatividade restrita: se o receptor encontrasse parado na Terra, a teoria prediz que o tempo em seu relógio interno passará mais rápido em relação ao relógio do satélite em movimento. Quando combinadas, estas discrepâncias alcançam valores na ordem de décimos de microssegundo por dia.

A TRG não se restringe apenas ao que é real. Para o público jovem, ela também mexe com o imaginário. Na sala de aula, qual professor de física ainda não foi questionado sobre a possibilidade de se viajar no tempo? Tal curiosidade decorre, principalmente, por causa de roteiros de filmes de ficção científica em que a TRG é explorada. Na década de 1980, a relatividade restrita já era sutilmente explorada quando um veículo em alta velocidade retornava no tempo na famosa obra cinematográfica “De volta para o futuro”. No entanto, dentro da física atual, mesmo levando em conta a relatividade, tal fenômeno é ainda impossível. Recentemente outro longa-metragem também fez muito sucesso, em especial entre os jovens, “Interstellar”. Nele, a TRG aparece diversas vezes em acontecimentos das viagens interestaciais. Em uma das cenas, a dilatação do tempo acontece quando alguns de seus personagens chegam a um exoplaneta que orbita próximo a um buraco negro, denominado de Gargantua. Devido à proximidade de um corpo tão massivo, uma hora na superfície deste exoplaneta equivaleria a sete anos terrestres [3]. Este efeito extremo, no entanto, não seria possível como disse o astrofísico do Imperial College de Londres, Roberto Trotta, em um artigo para o jornal *The Guardian* [4]:

“Para chegar a uma dilatação extrema, onde uma hora corresponde a sete anos, você precisaria de um campo gravitacional tão forte que precisaria estar próximo ao chamado raio de Schwarzschild do objeto - essencialmente o horizonte de eventos de um buraco negro. Simplesmente não há planeta que possa ter esse tipo de gravidade e se você tentasse pousar na superfície, [a gravidade] seria tão forte que poderia esmagá-lo. Os números simplesmente não funcionam.” (tradução livre)

Seria muito interessante que um professor de física pudesse explicar aos seus alunos, em uma aula regular, o porquê desses fascinantes eventos não serem possíveis no nosso cotidiano e explorar como as leis da física atual são, muitas vezes, desconsideradas nestes filmes.

Encontramos, muitas vezes, nas salas de aula do Ensino Médio, jovens que ficam decepcionados ao perceberem que terminarão o seu ciclo escolar sem ouvir falar nem de Einstein nem de seus trabalhos, especialmente a Teoria da Relatividade.

Mas afinal, por que a TRG não se encontra nos currículos de física do Ensino Médio? Esta questão foi abordada em um artigo escrito pela jornalista norueguesa Wenche Willoch para o jornal de notícias de ciência e tecnologia *Titan* da Universidade de Oslo [5]:

“Ao serem apresentados à Relatividade Geral, os alunos enfrentam um duplo desafio: primeiro, eles precisam descartar sua visão de mundo tradicional que foi consolidada por anos de educação escolar. Ao mesmo tempo, eles precisam lidar com conceitos novos e abstratos de espaço e tempo que frequentemente contradizem sua experiência cotidiana. Com a natureza do espaço-tempo quadridimensional, a mente humana não pode perceber ou visualizar a Relatividade Geral de maneira intuitiva. Esse desafio é provavelmente uma das razões pelas quais a Relatividade Geral geralmente é ensinada apenas aos especialistas em física nas universidades e ainda não entrou no ensino regular.” (tradução livre)

Outra razão significativa é que o aparato matemático da teoria é muito avançado e exige anos de estudos. Além disso, para o entendimento da grande maioria das situações cotidianas relativas ao movimento, e dentro de nossa escala, as teorias da física clássica oferecem uma descrição adequada. De fato, a TRG é vista, e o é em boa medida, como um assunto complexo para ser abordado em sala de aula pelos professores de física de forma geral; não apenas pela matemática exigida, mas também pela própria interpretação conceitual que foge dos padrões da física clássica. A dificuldade é válida não apenas para o corpo discente, mas também para uma boa parte dos profissionais de física, que se sentem despreparados para lecionar sobre o assunto.

O problema é ainda mais sério quando ampliamos nossa visão para o campo de toda a Física Moderna, onde o receio de introduzir tais teorias, no nosso ensino é notório por parte de alguns profissionais, como já apontava o trabalho realizado pelos professores Fábio Oliveira, Deise Viana e Reuber Gerbassi *Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores*, publicado no ano de 2007 na Revista Brasileira de Ensino de Física [6]. Uma das alegações é que a reduzida carga horária de física e o foco no vestibular não permitem uma abordagem adequada dos conteúdos da Física Moderna.

Não estamos negando a enorme importância da física clássica, mas é preciso que a escola seja também um portal para o mundo moderno: que o ensino esteja cada vez mais próximo da realidade do aluno e inspire o surgimento de novos profissionais na área de física. As dificuldades para a compreensão da física moderna de fato existem, mas será que elas são muito diferentes daquelas que os alunos se deparam com a física tradicional? Será que nossos alunos não são capazes de assimilar, de forma genérica, os conceitos centrais das teorias einsteinianas como muitos profissionais supõem?

Em um programa chamado *Einstein-First* [7], pesquisadores australianos realizaram um trabalho com alunos de idade entre 11 e 16 anos para saber se era possível a física einsteiniana ser ou não aplicada não apenas no Ensino Médio, mas também em turmas do Ensino Fundamental. Respeitando a faixa etária dos estudantes, foram aplicados testes conceituais antes (pré-testes) e depois (pós-testes) do programa, de modo a comparar os seus conhecimentos de física sobre o tema proposto. Ao final, também foi aplicado um teste atitudinal<sup>1</sup> a fim de verificar a mudança de atitude dos alunos em relação à física.

A duração do projeto variou conforme a turma: com os alunos do 6º ano foi de oito semanas; com os alunos do 9º ano foram dez semanas; com o 10º ano foram quatro semanas e de apenas um dia com os alunos do 11º ano.

Os encontros dos educadores com os alunos tinham a duração de 45 minutos. E o principal instrumento didático utilizado foi a apresentação de muitos recursos visuais por meio do Power Point: exibição de imagens, animações, vídeos e palavras-chave. Nos minutos finais abria-se espaço para discussão em classe do conteúdo que fora apresentado.

---

<sup>1</sup> Foram projetados para avaliar mudanças nas atitudes dos alunos em relação à física abordada pelo programa

Para os organizadores, o programa obteve resultados satisfatórios. Houve uma melhora nas pontuações dos alunos nos pós-testes em comparação com os pré-testes. E com uma grata surpresa: as meninas que, de modo geral, tiveram um desempenho mais baixo nos pré-testes, alcançaram os meninos nos pós-testes.

Os alunos do 11º ano apresentaram uma melhora bem aquém do esperado na comparação dos testes. O programa de apenas um dia talvez tenha sido insuficiente para melhores resultados.

Nos testes atitudinais os alunos do 6º ano declararam que as ideias de tempo e de gravidade são muito interessantes e não se consideraram muito jovens para entender a física einsteiniana. Nos estudantes dos anos seguintes, observou-se um aumento no interesse feminino pelo tema abordado, chegando a cerca de 30% com as estudantes do 9º ano. Pode ser que a introdução da física relativista na grade curricular venha a favorecer uma maior probabilidade de escolha do sexo feminino para as carreiras da área da física.

Apesar das barreiras encontradas, acreditamos que conceitos gerais da relatividade podem ser entendidos pelos alunos desde que seja dada uma abordagem apropriada ao assunto, mesmo com menos tempo do que o projeto *Einstein-First*. Não pretendemos criar ou propor aqui uma proposta com o objetivo de introduzir a TRG no currículo escolar. Mas queremos expor uma ideia de como este assunto pode ser trabalhado pelo professor no Ensino Médio, sem a apresentação de cálculos matemáticos complexos. Como está escrito nas competências em Física do PCNs+<sup>2</sup> “Não se trata de apresentar ao jovem a Física para que ele simplesmente seja informado de sua existência, mas para que esse conhecimento se transforme em uma ferramenta a mais em suas formas de pensar e agir.” [8].

O fio condutor desta dissertação será a história dos estudos e observações envolvendo a deflexão da luz das estrelas, que foram essenciais para a chamada comprovação da Teoria da Relatividade. O pano de fundo escolhido foi seguir o percurso da história da ciência, um tema que é, muitas vezes, renegado nas aulas do Ensino Médio. Frequentemente importa apenas o conteúdo para o vestibular, mas a história da ciência possibilita, de forma interdisciplinar, que o aluno adquira uma percepção temporal dos avanços científicos, dentro de um contexto histórico determinado, e perceber que uma teoria científica não surge como um passe de mágica

---

<sup>2</sup> Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais de 2002.

de uma mente genial, mesmo que seja de Einstein. Ela é fruto de um processo evolutivo de ideias e experimentos, que pode levar séculos para se cristalizar em um resultado conceitual abrangente e ainda assim, como toda teoria científica, estar sempre propensa a sofrer alterações.

O professor de educação científica, Igal Galili, da Universidade Hebraica de Jerusalém, em seu artigo *History of physics as a tool for teaching* defende que aprender determinados conteúdos, como, por exemplo, da física quântica, seria mais simples se forem abordados em uma narrativa histórica e não por meio de um formalismo não intuitivo [9].

Muitos estudos e reflexões têm sido dedicados para analisar a importância e o uso da história da ciência no ensino. Vamos, no entanto, nos limitar a um deles, mais recente e voltado para uma situação similar a que pretendemos explorar aqui. Um projeto investigativo de História da Ciência, realizado pelo professor Diamantino Fernandes Trindade do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), verificou que, após o projeto, os jovens passaram a ter uma nova visão daquilo que seria a própria ciência.

Em seu artigo *História da Ciência: uma possibilidade interdisciplinar para o ensino de ciências no Ensino Médio e nos cursos de formação de professores de ciências*, o professor Diamantino expôs os questionamentos que o motivaram a realizar a sua investigação [10]:

“Problematizei a minha investigação com o seguinte questionamento: não haveria mais sentido em um ensino de Ciência se este partisse de sua própria história? O estudo de História da Ciência não poderia se qualificar como um espaço importante na aprendizagem das ciências e, mais do que isso, não poderia se constituir em um espaço apropriado para as discussões do que é Ciência? Não seria possível, a partir daí, desenvolver o espírito crítico dos estudantes?”

O professor Diamantino percebeu que a História da Ciência pode ser aglutinadora ao criar ligas com outras áreas do conhecimento. Ela possibilita, deste modo, uma aproximação com os alunos que tenham uma aversão à área das ciências ditas exatas. Em uma dinâmica realizada com alunos do 3º ano do Ensino Médio do

IFSP, grupos de estudantes deveriam apresentar seminários com temas relacionados com a história da Ciência. A inclusão da disciplina permitiu aos alunos compreender, segundo Diamantino, que “a Ciência pode ser estudada e aprendida de maneira integrada, incluída em um contexto social, político, econômico, ético e científico, vindo então a ser, em certa medida, também vivenciada.”.

Os depoimentos dos alunos no pós-projeto apontaram, entre outras coisas, que “os cientistas não fazem Ciência sem um comprometimento com o cotidiano da sociedade” e que compreenderam “a construção histórica da Ciência, as transformações em cada etapa histórica e a sua evolução não linear em função de cada época.” Além disso, dentro do caráter interdisciplinar do projeto, verificou-se que os alunos entenderam melhor o sentido histórico da ciência e da tecnologia e como elas influenciam em suas vidas.

O professor Diamantino fez um desabafo e relatou que se sentiu um professor interdisciplinar “com outra visão de ensino-aprendizagem e que o possibilitou a enxergar que a ciência não explica tudo, e que principalmente, não existem verdades prontas e acabadas”. O projeto foi compartilhado com turmas de graduação em diferentes instituições<sup>3</sup>. Foi notada uma diferença na atitude dos futuros profissionais de educação como descreveu o professor

“Ficou claro para eles, também, que o desenvolvimento da ciência não ocorre de forma linear. Do mesmo modo como ocorreu com os alunos do Projeto História da Ciência no Ensino Médio, houve um deslocamento de visões tradicionais do senso comum para outras mais críticas sobre a visão dos cientistas que, segundo eles, não são gênios, e sim pesquisadores que participam do desenvolvimento de uma sociedade, em determinada época, por meio da ciência. Para eles, a ciência era algo que fazia parte de um mundo irreal, privilégio de poucos sábios.”

Tomamos como referência este projeto para ressaltar o caminho escolhido por nós para apresentar aspectos da Teoria da Relatividade no Ensino Médio em uma abordagem com elementos de história da ciência, e que se pretende clara e didática. O

---

<sup>3</sup> Curso de Formação de professores de física no IFSP e de formação de professores de ciências no Instituto Superior de Educação Oswaldo Cruz.

nosso público-alvo são os alunos do terceiro ano do Ensino Médio. A dissertação foi dividida em cinco capítulos, conforme descrito a seguir.

No capítulo 2 falaremos da ideia do desvio do raio de luz, próximo a borda do Sol, antes das análises de Einstein. Partiremos da especulação de Newton sobre a possibilidade da luz sofrer um desvio em sua trajetória pela ação à distância de corpos, dentro de sua concepção corpuscular da luz. Seguiremos com a sugestão de John Michell de alteração no módulo da velocidade ao se afastar de corpos massivos, feita oitenta anos após a publicação de Newton. Passaremos por a Henry Cavendish, que motivado por Michell imaginou o desvio do raio de luz e chegamos a Soldner, que desenvolveu a mesma ideia e que calculou a expressão do desvio do raio de luz de uma estrela ao passar próximo do Sol. Aqui, será proposta uma atividade que utiliza a análise dimensional para entender melhor os fatores físicos que são relevantes no desvio da luz. Com a devida orientação do professor, os alunos podem chegar à expressão aproximada da deflexão do raio de luz utilizando os seus conhecimentos de física e suas intuições.

O capítulo 3 aborda a história da deflexão do raio de luz sob a ótica de Einstein. Iniciada com a formulação da Teoria da Relatividade Restrita apresentada pelo físico alemão em 1905, exploramos a ideia do Princípio de Equivalência, com o qual foi possível comparar, em sua teoria, situações de corpos em sistemas não inerciais e em campos gravitacionais. Discute-se também a ideia do espaço quadridimensional curvo e, por fim, aborda-se como Einstein chegou à expressão do desvio do raio de luz, com um valor que é exatamente o dobro do valor encontrado com base na teoria newtoniana clássica. Neste capítulo, também serão apresentadas seções que sintetizam as tentativas de se medir a deflexão do raio de luz em cinco oportunidades diferentes, sendo que apenas uma delas foi bem sucedida, a de 1919 em Sobral, no Ceará, e na Ilha do Príncipe. Ao serem relatadas estas expedições, os estudantes poderão perceber que “fazer ciência” não é apenas produzir uma teoria a partir de cálculos matemáticos ou mesmo fazer apenas experimentos em laboratórios. Ela precisa ser testada frequentemente em condições de campo e com muitas dificuldades. Neste capítulo propõe-se outra atividade: um exercício de como chegar à expressão do desvio do raio de luz utilizando o Princípio de Equivalência.

No capítulo 4 da dissertação, esquematiza-se o experimento do raio laser atravessando um aquário com uma solução supersaturada de açúcar. Esse experimento servirá de ferramenta para professor explorar uma analogia do desvio do raio de luz neste meio com o desvio dele pelo efeito gravitacional, e isto no momento que ele



considerar o mais adequado durante a aula expositiva. No mesmo capítulo, apresentaremos como funciona o software simulador-planetário *Stellarium*, e o utilizamos como um recurso que possibilita a “visualização” do céu no dia do Eclipse Solar em Sobral, no ano de 1919. Com as funcionalidades deste software, podemos encontrar algumas das estrelas analisadas naquele dia e discutir com os alunos em quais delas foram observados os maiores e os menores desvios do raio de luz.

No capítulo 5, apresentamos as nossas conclusões gerais sobre o trabalho.

# Capítulo 2

## A história dos estudos sobre a deflexão da luz - Antes de Einstein

Este capítulo pretende apresentar a história dos estudos iniciais da deflexão da luz das estrelas pelo campo gravitacional, no final do século XVIII e no início do século XIX, tendo como base a Mecânica Clássica Newtoniana.

### 2.1 A ideia corpuscular da luz de Isaac Newton (1704)

Em 1704, Newton (Figura 2.1), especulou, no seu livro *Óptica*<sup>4</sup>, sobre a possibilidade de um raio de luz sofrer um desvio em sua trajetória pela ação à distância de corpos.



**Figura 2.1.** Newton (1643-1727) retratado por Godfrey Kneller

---

<sup>4</sup> A obra *Opticks: Or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflexions and Colours of Light*, possui três partes ou livros, sendo que, na terceira parte, Newton, além de discutir o fenômeno da difração, escreve uma série de questões sobre a natureza da luz e outros temas.

Nas suas famosas questões, que encerraram aquele livro, ele faz algumas hipóteses ou elucubrações. Logo na primeira questão especula: Questão 1. Os corpos não agem sobre a luz à distância e, por sua ação, defletem seus raios; e esta ação (*caeteris paribus*, [tudo o mais sendo constante]) não é mais forte a uma distância menor? [11]. Na Questão 5 volta ao tema: “Os corpos e a luz não agem mutuamente uns sobre os outros; isto é, os corpos sobre a luz emitindo-a, refletindo-a, refratando-a e defletindo-a, e a luz sobre os corpos para aquecê-los, e colocar suas partes em um movimento vibratório no qual o calor consiste ?” [11].

Dois pontos devem ser considerados. Para Newton, a luz tinha um caráter corpuscular. O raio de luz seria constituído por um feixe de corpúsculos muito pequenos. Por outro lado, ele já havia proposto a Lei da Gravitação Universal, em 1687, em sua obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* [12]. Em sua formulação, todos os corpos dotados de massa se atraem com uma força que depende dessas massas e varia inversamente com o quadrado da distância entre elas.

Portanto, se considerarmos este cenário, não é surpreendente a hipótese de que o raio de luz, constituído de corpúsculos (mesmo de massa diminuta), sofreria um desvio ao passar próximo de um corpo de grande massa. Ele possivelmente tinha em mente a explicação para a mudança de trajeto de um raio de luz ao passar de um meio para outro (refração) por meio de forças locais, que poderiam incluir a força gravitacional [13].

Entretanto, ele não tinha como comprovar e nem fazer experimentos para testar essa suposição. Assim, deixou a questão como fonte de inspiração para futuros estudiosos sobre o assunto.

O modelo corpuscular de Newton para a luz, que predomina na Inglaterra ao longo do século XVIII, e sua lei gravitacional constituíram a base para trabalhos sobre a deflexão de luz das estrelas, que só viriam um século depois. Por isto, tomamos a ideia de Newton como o ponto de partida de nossa incursão histórica e didática. O objetivo é que o aluno também perceba que as ideias não nascem prontas e acabadas, mas em geral surgem de forma incipiente, mesmo para cientistas excepcionais como Isaac Newton.

## 2.2 A ideia de buraco negro por John Michell (1783)

Passados quase oitenta anos da publicação do livro *Opticks* de Newton, o reverendo inglês John Michell (1724 – 1793), em uma de troca correspondências com seu amigo, e também inglês e newtoniano, Henry Cavendish<sup>5</sup>, discutiu sobre a possibilidade do módulo da velocidade da luz poder ser modificado ao se aproximar ou se afastar do campo gravitacional de um corpo com massa grande [13].

No ano de 1783, Cavendish apresentou um trabalho de Michell à *Royal Society* de Londres<sup>6</sup>, que foi publicado no ano seguinte nas atas da *Royal Society*.

Michell era adepto ao modelo corpuscular da luz de Newton. Em seu raciocínio, considerou um raio de luz partindo de uma estrela e que este poderia ter sua velocidade diminuída devido a ação gravitacional sobre as partículas de luz [14]. Em seguida, ampliou sua ideia para o raio de luz partindo de um corpo muito denso. A ação gravitacional poderia ter tal intensidade que a luz seria incapaz de escapar deste corpo muito massivo. Michell também argumentou que conhecendo a redução da velocidade do raio de luz de uma estrela, seria possível determinar, por exemplo, a sua massa. Ele chegou a este resultado supondo uma estrela com densidade igual ao do Sol, mas com valores de diâmetro cerca de quinhentas vezes maior. O que acarretaria numa velocidade de escape maior que a da luz. Ou seja, a luz não “escaparia” deste gigantesco corpo. O reverendo inglês as denominou de “estrelas escuras” [15]. Esses corpos permaneceriam inobserváveis, exceto por seus efeitos em corpos vizinhos, como no caso de estrelas binárias. Michell assim escreveu:

Se realmente existirem na natureza alguns corpos cuja densidade não seja menor do que a do Sol, e cujos diâmetros sejam mais de 500 vezes o diâmetro do Sol, visto que a luz deles não poderia chegar até nós; ou se deveria existir qualquer outro corpo de um tamanho um pouco menor, o qual não seja naturalmente luminoso; da existência de corpos que girassem em torno deles, poderíamos ainda, talvez, inferir do movimento giratório desses corpos a existência de corpos centrais com algum grau de probabilidade, e isso poderia fornecer uma pista para algumas das aparentes irregularidades dos corpos giratórios, que não são facilmente

---

<sup>5</sup> Considerado o principal nome científico do Reino Unido na sua época.

<sup>6</sup> On the Means of Discovering the Distance, Magnitude, &c. of the Fixed Stars p.5–57.

explicáveis sob qualquer outra hipótese; mas como as consequências de tal suposição são muito óbvias, e a consideração delas um tanto fora do meu propósito atual, não irei investigá-las mais.<sup>7</sup> (tradução livre).

Surgia, de forma pioneira, a ideia do que hoje conhecemos como “buraco negro”. Ressalte-se que ele, em momento algum, discute a mudança na direção da velocidade da luz, limitando-se à variação em seu módulo.

### 2.3 Os primeiros resultados matemáticos sobre a deflexão da luz das estrelas - Henry Cavendish (1784)

Em meio à troca de correspondências com John Michell, o cientista inglês, Henry Cavendish (Figura 2.2), explora a ideia de seu amigo e pensa que, se é possível variação da velocidade, pode-se, também, mudar a direção do raio de luz já que este é constituído de partículas.

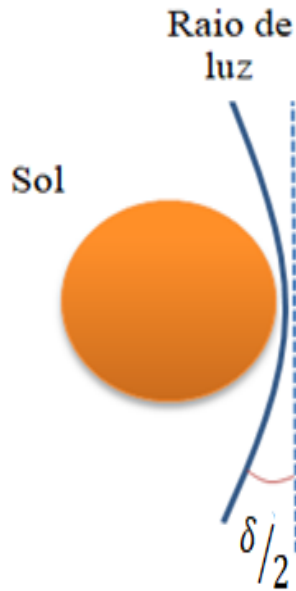


**Figura 2.2.** Henry Cavendish (1731 – 1810). Imagem de George Wilson - Frontispiece of The Life of the Hon. Henry Cavendish.

---

7 [Michell, John (1784). "On the Means of Discovering the Distance, Magnitude, &c. of the Fixed Stars, in Consequence of the Diminution of the Velocity of Their Light, in Case Such a Diminution Should be Found to Take Place in any of Them, and Such Other Data Should be Procured from Observations, as Would be Farther Necessary for That Purpose. By the Rev. John Michell, B. D. F. R. S. In a Letter to Henry Cavendish, Esq. F. R. S. and A. S.". Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 74: 35–57]

E ao passar perto do Sol, ele pode ser defletido pela ação gravitacional e seguir um trajeto hiperbólico (ver Figura 2.3).



**Figura 2.3.** Uma representação da deflexão do raio de luz próximo à borda do Sol. Onde  $\delta/2$  é metade do ângulo de deflexão.

Não temos os seus cálculos explícitos. Mas nos seus rascunhos, ele chega a uma expressão para esse desvio, de um raio de luz oriundo de uma estrela e passando tangente à borda do Sol [16]:

$$\delta \cong 2 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2},$$

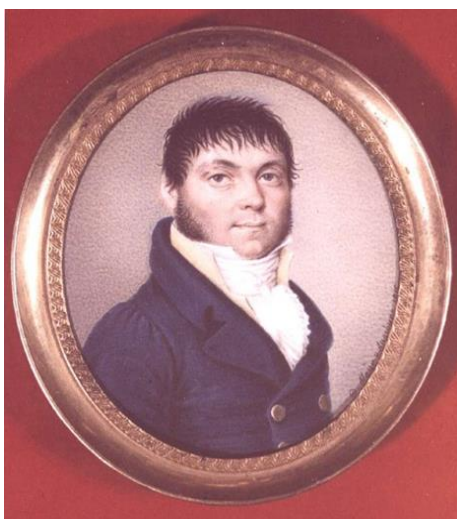
sendo os parâmetros utilizados:

- $\delta$  – o ângulo de deflexão
- G – Constante da Gravitação Universal
- m – massa do Sol
- r – distância do Sol ao raio de luz
- c – velocidade da luz no vácuo

Substituindo os parâmetros pelos valores já conhecidos na época, ele encontrou a medida aproximada de  $\delta \cong 0'',87$ , (zero oitenta e sete segundos de arco), considerando o raio de luz passando rasante ao Sol.

## 2.4 Os cálculos explícitos de Johann Georg von Soldner (1804)

Vinte anos após os resultados de Cavendish, o físico e astrônomo alemão Johann Georg von Soldner (Figura 2.4), calcula e publica, em 1804, um artigo científico no periódico *Astronomisches Jahrbuch*, sobre o desvio de um raio luminoso, em relação ao movimento inicial em linha reta, devido à atração gravitacional [14].



**Figura 2.4.** Johann Georg von Soldner (1776-1833). Imagem de autor desconhecido.

Soldner tinha a preocupação com os fatores que pudessem modificar a determinação da posição de um corpo celeste quando observado da Terra. Ele queria saber se, além da aberração estelar e da refração atmosférica, a deflexão da luz também afetaria a localização deste corpo [17]. O artigo não teve repercussão<sup>8</sup> no mundo científico. Os cálculos estavam baseados na teoria corpuscular de Newton sobre a luz que começava a cair em descrédito, pois, na mesma época, Thomas Young apresentava seu trabalho em que propunha uma teoria ondulatória para a luz. Com uma propagação

---

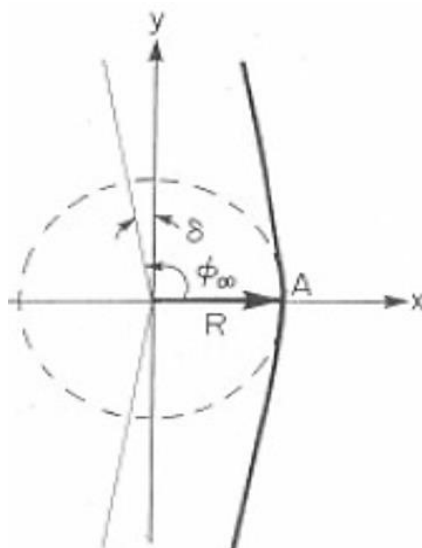
<sup>8</sup> O artigo ganhou fama no mundo científico em 1921, quando o físico alemão Philipp Lenard, motivado por sua ideologia nazista, apresentou uma reimpressão parcial do artigo de Soldner para criticar Einstein, acusando-o de plágio em seus cálculos sobre a deflexão da luz. No entanto, Einstein não tinha conhecimento do artigo de Soldner quando fez seus primeiros cálculos.

ondulatória da luz em um meio material, não se colocava a questão do encurvamento do raio luminoso pela ação gravitacional.

Depois de Michell ter seu trabalho publicado em 1783, outro estudo sobre estrelas escuras e ao freamento da luz havia sido realizado pelo matemático francês Pierre-Simon Laplace (1749-1827) em seu livro *Exposition du Système du Monde*. Foi deste trabalho que Soldner se inspirou para realizar seus estudos sobre a deflexão da luz [16]. Ele conseguiu realizar os cálculos newtonianos para chegar ao valor da medida do ângulo do encurvamento gravitacional da luz, para uma trajetória rasante ao Sol.

Existe uma pequena (e desprezível) diferença entre os valores encontrados por Soldner e Cavendish. O resultado apresentado por Soldner em seu artigo, para um raio de luz rasante à superfície do Sol, foi de aproximadamente  $0'',84$  de arco e o de Cavendish,  $0'',875$  [14]. Isto deve-se ao fato de que Soldner considerou o raio de luz partindo, com velocidade  $c$ , de um ponto tangente à borda do Sol, por conveniência de cálculo. Já Cavendish realizou o procedimento inverso: atribuiu a velocidade inicial  $c$  a um raio de luz emitido do infinito [16].

No seu artigo *Henry Cavendish, Johann von Soldner, and the deflection of light* [16], Clifford Will explicou a diferença dos valores encontrados utilizando como referência a figura 2.5. Para Cavendish, a luz vem do infinito, de onde sai com velocidade  $c$ , e passa pelo ponto A. Para Soldner, a luz parte de A, com velocidade  $c$  e propaga-se na direção positiva do eixo  $y$ .



**Figura 2.5.** A figura representa a deflexão da luz passando rasante ao Sol. Nesta imagem, a deflexão total da trajetória da luz é igual a duas vezes o valor de  $\delta$  [Will, 1988].



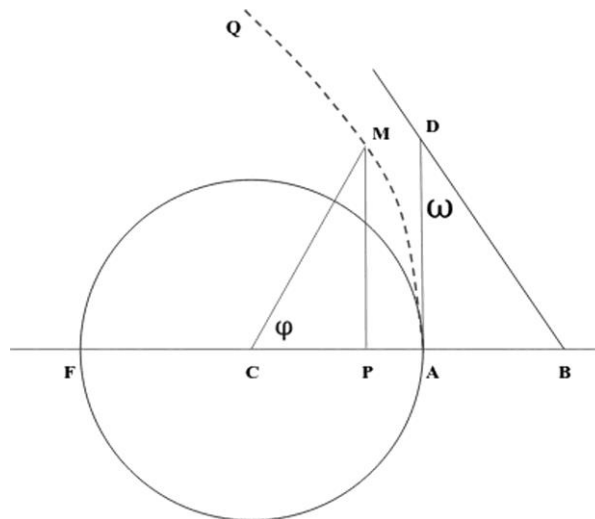
Esta pequena diferença se encontra nos cálculos, como mostrou Will no mesmo artigo [16]. A metade do ângulo de deflexão foi dada por:

$$\text{Cavendish: } \sin(\delta/2) = \frac{\epsilon}{1+\epsilon} \approx \epsilon$$

$$\text{Soldner: } \sin(\delta/2) = \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \approx \epsilon$$

$$\text{Sendo, } \epsilon = \frac{G \cdot M}{r \cdot c^2}$$

A expressão de Soldner foi, portanto, praticamente a mesma encontrada por Cavendish,  $\delta = 2G \cdot M/R \cdot c^2$ . Ele calculou a trajetória, ou seja, o ramo da hipérbole, representada na figura 2.6, utilizando as equações de movimento de Newton e concluiu que esse efeito da deflexão era muito pequeno e que poderia ser desprezado para o cálculo da posição dos astros.



**Figura 2.6.** Cavendish (possivelmente) e Soldner calcularam a trajetória hiperbólica, resolvendo a equação de movimento newtoniana. A figura é uma versão original do trabalho de Soldner.

No fim do seu artigo, Soldner explica, de modo interessante, o porquê de publicar os cálculos apesar dos valores serem muito pequenos e desprezíveis [14].

“De qualquer forma, não acredito que haja necessidade de me desculpar por haver publicado o presente ensaio somente porque as perturbações não são observáveis. É importante para todos conhecer a teoria, mesmo que não tenha influência notável na prática, tanto quanto

estamos interessados no que tem, em retrospecto, real influência. Nosso entendimento seria igualmente aumentado por ambos. Também se pode demonstrar, por exemplo, que a aberração diária, a distorção da rotação da Terra e outras coisas semelhantes são igualmente não observáveis.”

(apud César, H. L.; Pompeia, P. J.; Studart, N.; A deflexão gravitacional da luz: De Newton a Einstein, Revista Brasileira do Ensino de Fís. vol.41 supl.1 São Paulo 2019).

Até este ponto da história, esperamos que o aluno perceba que a ideia, surgida de forma incipiente para Newton, desenvolveu-se no raciocínio da diminuição da velocidade da luz, ao se afastar de um corpo massivo, prevista por Michell e que se transformou em uma relação matemática, nas mãos de Cavendish e Soldner, para a deflexão da luz das estrelas na borda do Sol.

## 2.5 Proposta de atividade: a previsão do ângulo de deflexão gravitacional do raio de luz por análise dimensional

Nesta seção, o nosso objetivo é apresentar uma forma de como o professor pode trabalhar com seus alunos o cálculo do ângulo da deflexão do raio de luz, de modo a chegar ao resultado aproximado de Cavendish e Soldner, de uma maneira que lhes seja conhecida, embora bem mais simplificada, por meio da análise dimensional. É válido lembrar que o nosso trabalho é voltado para uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, o qual tem, em sua grade curricular, tal conteúdo a ser abordado. Ao propormos esta atividade, antes de chegarmos à fase mais moderna da física, estamos levando em conta que há uma transição dos cálculos que foram utilizados na física clássica para os da física moderna e, na realidade, uma profunda mudança conceitual entre as teorias. A análise dimensional é interessante porque, mesmo sem levar em conta as teorias subjacentes, pode ser aplicada se forem identificados fisicamente, e corretamente, os fatores que vão influenciar no ângulo de deflexão. Após o cálculo, pode-se apresentar aos alunos a informação de que a expressão do cálculo einsteiniano na TRG vai se diferenciar da expressão newtoniana apenas pelo fator de uma constante numérica ser 4 e não 2. Mas isto fará toda a diferença quando as duas teorias forem testadas, como ocorreu no eclipse de 1919. Porém, o professor tem total liberdade de apresentar esta mesma prática em outro momento da aula, que ele achar o mais adequado.

Nossa proposta é que, a partir de um debate em sala de aula, os alunos, com auxílio do professor, deem sugestões dos possíveis fatores físicos (parâmetros) que influenciariam a deflexão da luz ao passar próximo à borda do Sol. A combinação deles em uma fórmula que forneça o ângulo de deflexão deve ser adimensional, pois este ângulo  $\delta$ , é uma grandeza deste tipo (sendo a razão de dois comprimentos).

Podemos esperar que delta dependa dos parâmetros relevantes do problema, isto é:

$$\delta \sim f\left(\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}\right),$$

onde  $\delta$  é o ângulo do desvio do raio de luz,  $G$  é constante universal gravitacional,  $m$  é a massa solar,  $r$  é a distância do centro de massa do Sol ao feixe do raio de luz e  $c$  é a velocidade de propagação da luz no vácuo. Há que se fazer uma discussão preliminar na atividade em sala para que os alunos indiquem quais são os parâmetros físicos que podem e devem influenciar o ângulo de deflexão do raio de luz.

## A atividade em sala de aula

Partiremos do elemento de referência, o ângulo de deflexão. Vamos pensar em como cada um dos parâmetros pode influenciá-lo. Será representado por  $\delta$  para manter o padrão da maioria das referências sobre o assunto.

a) A massa do Sol: o encurvamento do raio de luz que passa rasante a um corpo celeste será maior, espera-se, quanto maior massa tiver este corpo, em razão da expressão da gravitação universal de Newton. Como o corpo em análise é o Sol, então a massa solar é um dos parâmetros escolhidos. Denominaremos esta grandeza de  $m$ .

b) A distância do centro de massa do Sol ao raio de luz: é outro parâmetro que devemos levar em conta, pois, sabe-se que a ação gravitacional decai com a distância. Denominaremos este parâmetro de  $r$ . A distância será tomada no ponto de aproximação máxima do raio de luz.

c) A constante de gravitação universal: A constante gravitacional mede a intensidade da interação do campo gravitacional com a matéria e, portanto, deve estar presente como um parâmetro relevante. Seguiremos a simbologia padrão,  $G$ .

d) A velocidade da luz: E por fim, a velocidade da luz. O raciocínio pode ser feito da seguinte forma: se um corpo for lançado próximo à superfície da Terra com uma velocidade (paralela ao solo) bem maior do que a de outro, ela terá uma trajetória bem menos desviada na direção do que o corpo de menor velocidade, se ambos percorrerem a mesma distância horizontal. Por este raciocínio percebemos que a velocidade do corpo em questão é um fator necessário e importante para nossa análise dimensional, já que estaremos tentando avaliar quanto o corpo será desviado de sua direção original de movimento pelo efeito do campo gravitacional. Seguiremos o padrão e a velocidade da luz será representada por  $c$ .

A massa da luz seria outro parâmetro a ser considerado. Porém, ela não é levada em conta na expressão do ângulo de deflexão do raio de luz. Uma forma de pensar é que a aceleração gravitacional é independente da massa do corpo que se move.

Na tabela 2.1 escrevemos cada parâmetro na dimensão das grandezas fundamentais da análise dimensional. São elas:  $L$  – comprimento,  $M$  – Massa e  $T$  – tempo.

<i>Parâmetros</i>	<i>Significado</i>	<i>Dimensão</i>
$\delta$	Ângulo do desvio do feixe de luz	Adimensional
$m$	Massa solar	$M$
$r$	Distância do centro de massa do Sol ao feixe de luz no ponto de aproximação máxima	$L$
$G$	Constante Universal Gravitacional	$L^3T^{-2}M^{-1}$
$c$	Velocidade da luz	$LT^{-1}$

**Tabela 2.1.** Os parâmetros que influenciam o desvio do raio de luz e suas dimensões.

O nosso objetivo é chegar a uma função de modo que o ângulo de desvio dependa de  $G$ ,  $m$ ,  $c$  e  $r$ . De acordo com o procedimento usual da análise dimensional, vamos supor que o ângulo tenha uma expressão algébrica do tipo:

$$\delta = G^a \cdot c^b \cdot m^d \cdot r^f = [L^3 T^{-2} M^{-1}]^a \cdot [L T^{-1}]^b \cdot [M]^d \cdot [L]^f$$

Como  $\delta$  deve ser adimensional, somos levados ao sistema seguinte de equações:

$$3a + b + f = 0$$

$$-2a - b = 0$$

$$-a + d = 0$$

Cuja solução é  $d = a$ ;  $b = -2a$ ;  $f = -a$ . Para obter a expressão adimensional mais simples (as outras serão potências dela), escolhamos  $a = 1$  e teremos  $d = 1$ ;  $b = -2$ ;  $f = -1$ . Chegamos então à expressão adimensional básica:

$$\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}$$

Então a expressão do ângulo de desvio do raio de luz, resultante da análise dimensional, com  $\delta$  em função  $G$ ,  $m$ ,  $c$  e  $r$ , terá a forma:

$$\delta = f\left(\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}\right)$$

Como a análise dimensional nos dá apenas uma função geral deste fator adimensional, e não um resultado bem definido, vamos examiná-la um pouco mais.

Esta função pode ser expandida em uma série de potências. Mas qual seria a função afinal? A suposição mais simples é escrever o coeficiente igual a 1 [considerando o primeiro termo da série] e tomar esta como a expressão básica (os físicos sempre buscam as soluções mais simples, na esperança de que funcionem):

$$\delta = \mu \left(\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}\right),$$

onde  $\mu$  é uma constante numérica que, em princípio é determinada pela teoria ou pelo experimento.

Para as nossas pretensões, chegamos à expressão encontrada por Cavendish e Soldner, e que será a mesma encontrada por Einstein dentro da TRG, mas com uma diferença crucial: a constante numérica que antecede a expressão assume valores

diferentes nos dois casos: 2 para o caso newtoniano e 4 para o caso einsteiniano, que ainda será objeto de considerações em nosso trabalho:

$$\delta_{\text{Newtoniana}} = 2 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2},$$

$$\delta_{\text{Einsteiniana}} = 4 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}.$$

É importante destacar que as duas teorias não se diferenciam apenas pelos valores das suas constantes. O parâmetro  $c$  tem conceito físico diferente para cada teoria. Na expressão einsteiniana, ela é uma constante fundamental da natureza, enquanto para a expressão newtoniana,  $c$  é a velocidade no ponto que tangencia o Sol.

Esta é uma das formas de chegar à expressão da deflexão da luz com cálculos que podem ser realizados neste nível no Ensino Médio. Outro método simplificado, que será proposto mais adiante, utilizará o Princípio de Equivalência.

# Capítulo 3

## A história dos estudos sobre a deflexão da luz – na Era Einstein

Agora o nosso trabalho entra na Era da Física Moderna com a Teoria da Relatividade Geral de Albert Einstein. Além do desenvolvimento de suas ideias, discorreremos sobre as tentativas de comprovação da deflexão do raio de luz das estrelas. Na nova teoria ela ocorre devido à deformação do espaço-tempo, ocasionada pela massa solar. Vamos apresentar, de forma sintética, os resultados da observação do Eclipse de Sobral, em 29 de Maio de 1919, que consagrou a TRG e contribuiu grandemente para fazer de Einstein o cientista mais famoso de todos os tempos.

### 3.1. Nasce a Teoria da Relatividade Especial (1905)

Aos vinte e seis anos de idade, Albert Einstein (Figura 3.1) trabalhava como técnico da seção de patentes da Escola Técnica de Zurique na Suíça. Durante o ano de 1905, que mais tarde ficaria conhecido como o seu Ano Miraculoso, ele redigiu cinco artigos científicos que revolucionaram a física e a ciência moderna.

No artigo, *Sobre um ponto de vista heurístico concernente à geração e transformação da luz*, Einstein chegou a uma lei que descreve o efeito fotoelétrico. Para isto, ele retornou à ideia de um comportamento corpuscular para a luz e generalizou o conceito de quantum de energia, já introduzido cinco anos antes por Planck para as trocas de energia entre a matéria e o campo eletromagnético. O modelo da luz como sendo constituída de partículas, posteriormente batizados de fótons, remontava, em um nível mais complexo e avançado, à descrição corpuscular para a luz, que fora defendida por Newton e que havia sido abandonado no século XIX em função do êxito da teoria ondulatória na qual a luz era considerada uma onda se propagando no éter [18].



**Figura 3.1.** Albert Einstein (1879 – 1955) no escritório de patentes em Berna na Suíça. Créditos: KEYSTONE Pictures USA.

Em um segundo artigo, na realidade sua tese de doutorado, com o título *Sobre uma nova determinação das dimensões moleculares*, Einstein discutiu maneiras de se calcular as dimensões das moléculas a partir de medidas macroscópicas. No terceiro artigo, *Sobre o movimento de partículas suspensas em fluidos em repouso, como postulado pela teoria cinético-molecular do calor*, ele abordou o movimento de partículas suspensas num líquido em repouso e explicou o chamado movimento browniano [18].

Em seu quarto artigo, ele apresentou uma formulação para a Teoria da Relatividade Especial, com o título *Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*. Fez a hipótese de que a velocidade da luz é constante independentemente do estado do corpo emissor. A origem de sua teoria deveu-se a uma incompatibilidade entre o eletromagnetismo de Maxwell-Faraday e a Mecânica de Newton. Na primeira, a velocidade da luz deveria ser sempre a mesma para garantir a validade geral das equações de Maxwell; isto porque a onda eletromagnética (luz) viaja na ausência de meio. Caso houvesse meio, não haveria contradição nenhuma de Maxwell com Newton. Já na Mecânica Clássica, ela dependeria do observador, segundo as transformações de Galileu. Para resolver esse impasse, Einstein propôs, como hipótese, que a velocidade da luz deveria ser constante para qualquer estado do corpo emissor [18]. A partir desta suposição, aliada ao Princípio da Relatividade, já proposto por Galileu, mostrou que o intervalo temporal e a distância espacial dependiam do observador.



A nova teoria, quando descrita em uma formulação quadridimensional, proposta posteriormente por Minkowski<sup>9</sup>, adquiria uma descrição elegante na qual espaço e tempo se mesclavam e se gerava uma nova expressão invariante para a distância, agora uma separação espaço-temporal [13]. A nova teoria levava a resultados bem diferentes dos previstos pela Mecânica Clássica apenas para velocidades muito grandes, próximas da velocidade da luz. Nas baixas velocidades, presentes em nosso cotidiano (com exceção para a luz), os efeitos previstos, como o aumento de massa inercial com a velocidade ou a alteração no tempo e nas distâncias espaciais, são muito diminutos e não observáveis em geral [19].

Em seu quinto, e último artigo do ano, “A inércia de um corpo depende da sua energia?” Einstein deduziu sua famosa relação  $E = mc^2$  [20].

### 3.2 O Princípio de Equivalência (1907)

Para atender um pedido do físico, também alemão, Johannes Stark<sup>10</sup>, que posteriormente se tornaria um duro oponente, Einstein escreveu uma série de trabalhos que culminaram na publicação de um artigo de revisão sobre o Princípio da Relatividade para o *Jahrbuch der Radioktivistik und Elektronik*. Stark foi o fundador do periódico e era o seu editor [21]. Ali, pela primeira vez, Einstein fez a primeira tentativa de incorporar a gravitação à sua nova teoria da relatividade [22].

Na quinta seção do artigo, Einstein questionou como estender a sua teoria para sistemas que estão acelerados relativamente entre si, uma vez que o Princípio da Relatividade se aplica apenas para sistemas inerciais. Além disso, ele especulou como incorporar os efeitos do campo gravitacional, considerando, em particular, qual seria o funcionamento dos relógios em um campo gravitacional e como seria a deflexão da luz por um campo deste tipo [21].

Einstein deu, assim, continuidade a suas pesquisas e analisou uma limitação da Teoria da Relatividade Restrita: ela não incorporava os sistemas não inerciais e nem a gravitação. Era preciso uma teoria que os incorporassem, uma teoria mais geral. Para

---

<sup>9</sup> Minkowski percebeu que a Teoria da Relatividade Especial, descrita nos trabalhos de Einstein, poderia ser melhor entendida em um espaço de quatro dimensões, onde tempo e espaço constituiriam uma mescla neste espaço-tempo quadridimensional.

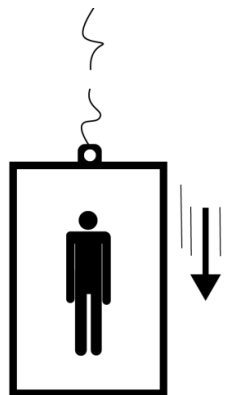
<sup>10</sup> Ganhador do Prêmio Nobel de física de 1919 pela descoberta do chamado efeito Stark.

fazer isso, ele aproveitou um insight que lhe veio em 1907, como explicou em uma palestra em Kyoto, em 1922 [23]:

“Eu estava sentado em uma cadeira no meu escritório de patentes em Berna. De repente, um pensamento me ocorreu: se um homem caísse livremente, não sentiria o seu peso. Fiquei surpreso!. Esse experimento mental simples causou uma profunda impressão em mim. Isso me levou à teoria da gravidade. Eu continuei meu pensamento: um homem em queda livre está acelerado. O que ele sente e julga está acontecendo no referencial acelerado. Eu decidi estender a teoria da relatividade para o referencial com aceleração. Senti que ao fazer isso eu estaria resolvendo o problema da gravidade ao mesmo tempo. Um homem em queda não sente o próprio peso porque no seu referencial existe um novo campo gravitacional que cancela o campo gravitacional devido da Terra. Na referência acelerada precisamos de um novo campo gravitacional. (tradução livre).

Para um melhor entendimento, o próprio Einstein descreveu seu pensamento, em duas situações, da seguinte forma:

No primeiro caso, imaginemos um homem, sob a ação gravitacional, dentro de um elevador o qual cai em queda livre. A sua impressão seria como se o campo gravitacional fosse “desligado”. Neste momento, ele deixaria de sentir o seu peso. A figura 3.2 representa a situação descrita.



**Figura 3.2.** O cabo de sustentação do elevador se rompe. O homem cai em queda livre e deixaria de sentir o seu peso.

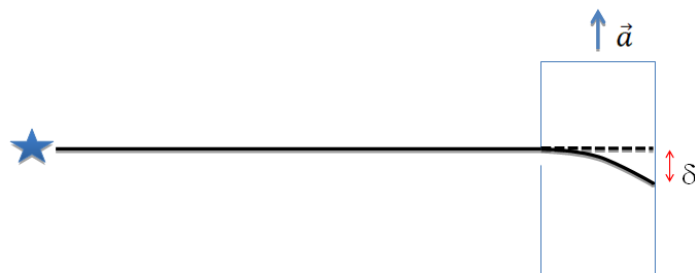
No segundo caso, ele inverteu a situação. Se uma nave estivesse subindo acelerada com intensidade  $g$  no espaço, longe de campos gravitacionais, isso seria o equivalente a estar sob a ação de um campo gravitacional e o homem “sentiria” o seu peso. Se um objeto dentro desta nave fosse solto pelo homem, ele seria acelerado para baixo com aceleração  $g$ . O efeito sobre o objeto seria o equivalente ao da queda livre de um corpo com a nave estando em repouso em uma região com campo gravitacional  $g$ . A figura 3.3 representa a situação descrita.



**Figura 3.3.** Se um corpo sobe acelerado, no espaço, os efeitos seriam de como se estivesse na presença de um campo gravitacional.

Einstein afirmou que esta foi a ideia mais feliz de sua vida. Pois ao fazer uma analogia com a queda livre ele descobriu que a aceleração está relacionada com a gravitação, sendo os sistemas acelerados localmente equivalentes à gravitação. Desta percepção, que denominou Princípio da Equivalência, Einstein chegaria à Teoria da Relatividade Geral oito anos depois.

Ao ampliar o seu raciocínio, ele chegaria à ideia do desvio do raio de luz com a seguinte suposição. Imaginemos um feixe de luz em uma direção perpendicular ao plano lateral de um elevador que sobe acelerado com intensidade  $g$  no espaço; mesmo sem a ação de campos gravitacionais, ele sofreria um desvio, esta representação pode ser vista na figura 3.4. E a partir desta ideia, que só ele intuía, e do uso do Princípio de Equivalência, Einstein percebeu que a gravidade afetaria a trajetória dos corpúsculos de luz, mesmo que eles não tivessem massa [24], e que o caminho mais curto entre dois pontos, sob ação da gravidade, não seria uma linha reta. Ou seja, o espaço poderia ser interpretado como tendo curvatura e não sendo mais euclidiano.



**Figura 3.4.** A representação de um raio de luz sendo desviado no interior de um elevador ascendente acelerado.

Ele imaginou a deflexão de um raio de luz sob um olhar diferente de Cavendish e Soldner. Até então Einstein não havia feito os cálculos do desvio da luz; em momento algum, ele fala na massa dos corpúsculos sendo desviados porque ela não entra nesses cálculos. Ou seja, ele não usa a ideia de Newton de que a luz era composta por corpúsculos com massa.

### 3.3 O cálculo da deflexão por Einstein (1911/1912)

Durante sua estada em Praga, Einstein teve o seu artigo *Sobre a influência da gravitação na propagação da luz* publicado na revista *Annalen der Physik*, em 1911. Na introdução relatou a sua frustração sobre o modo como tratou o assunto anos antes e fez um resumo do que seria ali apresentado [25].

“Já num artigo apresentado há três anos eu procurei responder à questão da possível influência da gravidade sobre a propagação da luz. Volto agora a este tema, porque não me satisfaz a forma que então tratei o assunto e, mais ainda, porque vejo agora que uma das mais importantes consequências daquelas considerações pode ser submetida à verificação experimental. Refiro-me ao fato de os raios de luz que passam na proximidade do Sol sofrerem no seu campo gravitacional, segundo a teoria que se vai apresentar, um desvio tal, que a distância angular entre o Sol e uma estrela fixa observada na sua proximidade é vista com um aumento aparente de quase 1 segundo de arco.”

(apud Lorentz, H; Einstein, A.; Minkowski, H. O Princípio da Relatividade. Tradução de Mário José Saraiva. 3ª edição. vol.1. p.127 (Fundação Calouste Gulbenkian)

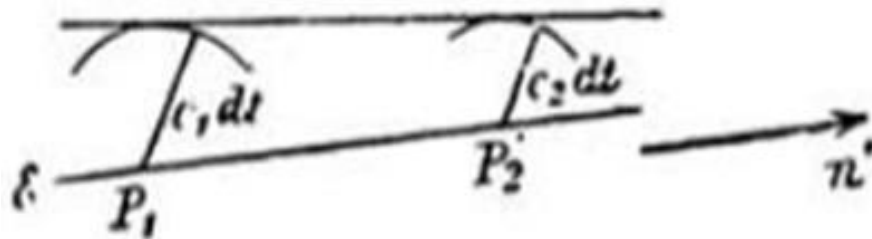
Einstein utilizou uma dedução diferente de Cavendish e de Soldner para chegar ao resultado do ângulo de deflexão da luz. Ele, dentro do contexto da Relatividade Especial, desenvolveu um raciocínio que envolveu o Princípio de Equivalência mais o princípio de Huygens<sup>11</sup>, [26] o qual explicaria o desvio dos raios de luz, como se devido aos efeitos da alteração na velocidade de fase da luz, que surge sob a influência de um campo gravitacional [27]. Einstein usou a concepção da luz como uma onda que tem sua direção de propagação alterada. Eddington, em um trecho do seu livro *Space, Time and Gravitation*, descreveu como Einstein deve ter imaginado a sua dedução [28].

O movimento ondulatório em um raio de luz pode ser comparado a uma sucessão de ondas rolando no mar. Se o movimento das ondas é mais lento em uma extremidade do que na outra, toda a frente de onda deverá, gradualmente, girar e a direção na qual ela está rolando deverá mudar. No mar, isso acontece quando uma extremidade da onda atinge águas rasas antes da outra, porque a velocidade em águas rasas é mais lenta. É bem conhecido que isso faz com que as ondas que procedem diagonalmente através de uma baía girem e venham paralelas à costa; a extremidade avançada é atrasada na água rasa e em relação às outras. Da mesma forma, quando as ondas de luz passam perto do Sol, quanto mais próximo dele, menor a velocidade e a frente da onda gira; assim, o curso das ondas é curvado.” (tradução livre).

Neste caso, Einstein fez uma analogia com o que ocorre com as ondas do mar. A figura 3.5 foi utilizada por Einstein para ilustrar esta ideia. Devido ao efeito ocasionado pela refração na borda do Sol, a frente de onda mudaria de direção. Por este motivo, a luz se curvaria.

---

<sup>11</sup> Cada ponto de uma frente de onda comporta-se como fonte puntiforme de novas ondas, chamadas de ondas secundárias.[ Nussenzveig, H. Curso de Física Básica Vol. 3. Ed. Blücher. São Paulo, p.174 2014]



**Figura 3.5.** Figura utilizada por Einstein no seu artigo Sobre a influência da gravitação na propagação da luz (1911). A frente de onda  $\xi$  de uma onda luminosa sofre desvio devido à ação gravitacional.

Einstein deduziu em seu artigo a alteração da taxa dos relógios em um campo gravitacional, comparando as frequências da radiação em um sistema inercial  $K$  e em um sistema acelerado  $K'$  que, pelo Princípio da Equivalência, descreveria também um sistema colocado em um campo gravitacional. A partir daí ele deduz que a velocidade da luz, depende da intensidade do campo gravitacional segundo a expressão:

$$v(r) = c \cdot \left[ 1 - \frac{k \cdot M}{r \cdot c^2} \right]$$

onde  $k$  é a constante de gravitação universal,  $M$  a massa do corpo celeste,  $r$  é a distância que liga o centro do corpo celeste ao feixe do raio de luz que passa rasante a borda deste corpo e  $c$  a velocidade da luz no infinito.

Trata-se aqui da velocidade de fase da luz que se altera em função da distância ao centro do Sol: ela é tanto menor quanto mais próxima da borda do Sol. Esta variação na velocidade de fase da luz, por meio do princípio de Huygens, gera uma mudança na direção a frente de onda luminosa.

A partir desta variação na velocidade da luz no campo gravitacional, ele deduz a expressão para o ângulo de deflexão da luz, que coincide com o resultado proveniente da mecânica newtoniana:

$$\alpha = 2 \frac{k \cdot M}{r \cdot c^2};$$

Einstein chega, portanto, à mesma expressão de Cavendish e Soldner para a deflexão da luz. E a medida para o desvio de um raio de luz próximo à borda do Sol tem praticamente o mesmo resultado,  $\delta \sim 0",87$  [29].

No entanto, era preciso comprovar experimentalmente a sua teoria, verificar se os raios luminosos, provenientes de uma estrela, que passassem próximo à borda de um corpo maciço, realmente sofreriam um desvio, e que este tivesse a medida calculada.

Para isso, como Einstein vai propor a astrônomos logo depois, uma possibilidade seria necessário obter duas fotografias, uma durante a passagem de um corpo massivo diante de um campo de estrelas e outra do mesmo campo de estrelas, mas sem a presença deste corpo na frente. Ao comparar as duas imagens, as posições das estrelas mais próximas da borda desse corpo deveriam ter um leve deslocamento (para fora) de suas posições. Pelas suas dimensões e massa o corpo mais adequado para se investigar a partir da Terra era o Sol; mas, na sua presença durante o dia, a luminosidade impediria a observação das estrelas. Portanto o momento mais adequado para tal registro ocorreria durante um eclipse solar total, quando o Sol estaria presente, mas sem a sua luminosidade para dificultar a observação [26]. Einstein fez um pedido à comunidade de astrônomos para que fizessem esta observação durante um eclipse solar total:

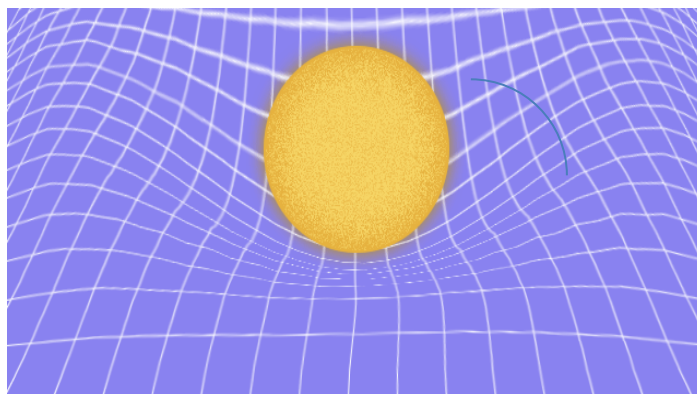
“Seria de extrema conveniência que os astrônomos se ocupassem da questão que aqui foi esboçada, ainda que ela se apresente insuficientemente fundamentada com os raciocínios anteriores, ou até inteiramente aventureira. Porque, independentemente de qualquer teoria, levanta-se a questão de saber se os meios de que atualmente se dispõe são capazes de registrar uma influência dos campos de gravidade sobre a propagação da luz.”

(apud Lorentz, H; Einstein, A.; Minkowski, H. O Princípio da Relatividade. Tradução de Mário José Saraiva. 3ª edição. vol.1. p.139 (Fundação Calouste Gulbenkian)

A medida desta deflexão seria tentada, sem êxito, nos eclipses solares de 1912 (Minas Gerais), 1914 (Europa) e 1916 (Venezuela).

Nos anos seguintes, Einstein começou a imaginar que, na presença de massa o espaço poderia ser curvado, obedecendo, portanto, a outra geometria [24]. Ele percebeu a necessidade de generalizar a ideia de espaço-tempo de Minkowski na Relatividade

Especial [22]. Ele adotou, então, a geometria diferencial riemanniana [30], e concebeu a ideia de espaço quadridimensional curvo, em que uma massa deformaria o espaço-tempo circunvizinho (ver figura 3.6). Isto o levou à formulação de Teoria Geral da Relatividade em 1915.



**Figura 3.6.** Um modelo do que seria o espaço quadridimensional curvo imaginado por Einstein.

Com isso, um raio de luz proveniente do infinito sofreria um encurvamento ao passar próximo ao Sol, devido a essa curvatura e não em consequência da força de atração gravitacional, como ocorre na suposição da gravitação newtoniana [13, 19]. Na visão de Einstein, a aceleração gravitacional de um objeto sendo independente de sua massa e de sua composição faz com que ele siga uma geodésica<sup>12</sup>, ditada pela geometria do espaço-tempo [24].

O professor da Faculdade de Ciências de Universidade de Lisboa, Paulo Crawford, em seu artigo *Einstein e Eddington antes e depois do eclipse total do Sol de 1919* descreveu como Einstein deve ter chegado a esta conclusão [22]:

“Se a presença num campo gravitacional era localmente equivalente a uma situação de movimento acelerado, então um observador longe do campo veria os relógios próximos do campo gravitacional a andar mais devagar. E, por sua vez, considerando o caso de um disco a rodar, Einstein chegou à conclusão que a aceleração e a gravidade distorcem as dimensões espaciais, pois é fácil mostrar que o perímetro da circunferência

---

<sup>12</sup> é menor distância em uma superfície curva.

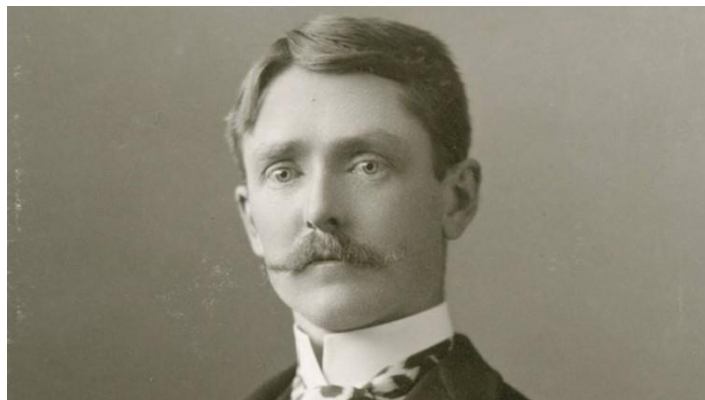


a dividir pelo diâmetro do disco, quando este roda com grande velocidade, é maior que  $\pi$ . Pensa-se que esta análise contribuiu para convencer Einstein que a teoria relativista da gravitação deve recorrer às geometrias de espaço-tempo curvo na presença de objetos de grande massa.”

### 3.4 A primeira expedição

O astrônomo alemão, Erwin Finlay-Freundlich, um dos poucos que tinha conhecimento das previsões de Einstein sobre a deflexão da luz das estrelas, se prontificou em ajudar seu amigo Albert Einstein após o pedido feito no artigo de 1911. Freundlich influenciou o astrônomo americano, Charles Dillon Perrine (Figura 3.8), então diretor do Observatório Nacional Argentino de Córdoba, a fazer uma observação do próximo eclipse solar total previsto, que ocorreria na América do Sul em 1912, tendo seu rastro de sombra passando pelo sudeste brasileiro [13].

Uma expedição saiu do Observatório de Córdoba com destino à cidade de Cristina, situada em Minas Gerais, com o objetivo de medir a deflexão da luz durante o eclipse solar total do dia 10 de outubro de 1912.



**Figura 3.8.** Charles Perrine (1867-1951). Créditos: Special collections UC Santa Cruz.

Ao todo foram oito expedições para observar este eclipse, com objetivos diferentes e que se dividiram em três cidades, situadas próximas umas das outras, na Serra da Mantiqueira. As cidades escolhidas foram: Cristina - MG, Passa Quatro – MG e Cruzeiro – SP [31].

Na figura 3.9, um registro do eclipse ocorrido em 1912. O jornal A Noite trouxe uma matéria com informações sobre a observação do Eclipse Solar.



**Figura 3.9.** O anuncio do jornal com uma imagem da trajetória da sombra do Eclipse. Créditos: Jornal A Noite (24-02-1912).

Além de uma expedição brasileira do Observatório Nacional, chefiada por Henrique Morize<sup>13</sup>, houve comitivas de diversos países para a observação, inclusive, uma britânica, do Observatório Real de Greenwich, com a presença de Arthur Eddington e Charles Davidson na cidade de Passa Quatro, nomes que seriam importantes sete anos mais tarde nas expedições à Ilha do Príncipe e a Sobral. A expedição argentina (Figura 3.10), dirigida por Charles Perrine, foi a única que tinha o intuito de testar a previsão de Einstein [32]. Para a escolha das cidades, Eddington, em seus relatos, descreveu que foram levados em conta fatores que favoreciam a escolha da localidade, como o clima, a altitude (cerca de mil metros) além da proximidade com a estrada de ferro.

<sup>13</sup> Morize era francês naturalizado brasileiro. Foi diretor do Observatório Nacional no início do século XVIII e um dos fundadores da atual Academia Brasileira de Ciências. Videira, A. Henrique Morize e a astronomia no Brasil. Chefiou as expedições brasileiras para as observações dos eclipses solar em 1912 e 1919 em território brasileiro. *Gazeta de Física* (Sociedade Portuguesa de Física) vol.42, n.2, p. 13-16, (2019).



**Figura 3.10.** A comitiva argentina e suas instalações em Cristina – MG (1912). Créditos: arquivos do Observatório de Córdoba.

Infelizmente, o tempo ficou ruim durante todo o período do eclipse e não foi possível qualquer observação por causa da chuva. O fato das comitivas terem se concentrado em uma região apenas foi um fator importante para o fracasso das observações. Essa experiência serviu de aprendizado para as próximas expedições, nas quais comitivas foram enviadas para pontos diferentes e distantes localizados no rastro da sombra solar. Na figura 3.11, um registro da revista Fon-Fon sobre a tentativa das observações do eclipse Solar de 1912.



**Figura 3.11.** A revista Fon-Fon comenta com bom humor o insucesso na observação do eclipse de 1912. (01-11-1912)

### 3.5 A segunda expedição

Freundlich (Figura 3.12) teve conhecimento de que o próximo eclipse total do Sol ocorreria no dia 21 de Agosto de 1914 e poderia ser observado na Crimeia, em território russo. Ele convidou o então o diretor do Observatório Lick, situado nos Estados Unidos, William Wallace Campbell<sup>14</sup> (Figura 3.13) para acompanhá-lo na viagem à região russa [33]. Coube a Einstein bancar a expedição alemã, após Freundlich tentar, sem sucesso, um aporte financeiro com os seus superiores [34].



**Figura 3.12.** Erwin Finlay-Freundlich (1885-1964). Créditos: Mensch Einstein.



**Figura 3.13.** William Wallace Campbell (1862-1938). Créditos: Hector Macpherson.

---

<sup>14</sup> Foi o pioneiro em fotografia de eclipses. O que fazia grande diferença na época, pois a imagem poderia ser registrada e analisada. Antes, as informações deveriam ser confiadas apenas na palavra do Observador.

De modo a aumentar as chances de observação e não ocorrer o erro da expedição anterior, no Brasil em 1912, Freundlich e Campbell decidiram se separar para observar o fenômeno em pontos diferentes. Porém, neste período eclodiu a I Guerra Mundial e um conflito se estabeleceu entre a Alemanha e a Rússia, iniciado em 28 de Julho de 1914 [33].

Tropas russas ao chegarem ao acampamento de Freundlich, ao perceberem que sua expedição era composta de alemães, quebraram os seus equipamentos e o prenderam como espião. No acampamento de Campbell, (Figura 3.14), por ele ser de um lado neutro na guerra, norte-americano, foi permitido que ele continuasse seu trabalho. Mas as nuvens, mais uma vez, não permitiram a observação do eclipse total do Sol. Além disso, ele ainda teve seus equipamentos posteriormente apreendidos por oficiais russos [22].



**Figura 3.14.** Fotografia de um dos acampamentos de Campbell na Criméia.  
Creditos: University of Cambridge DSpace.

Charles Perrine também esteve presente na Crimeia. A sua equipe tirou diversas fotografias, porém, a qualidade das mesmas foi prejudicada devido uma névoa que encobriu a superfície solar durante o fenômeno. Outras equipes foram bem sucedidas em suas observações em pontos mais distantes, como as expedições italianas e francesas. Entretanto, elas não estavam medindo a deflexão da luz das estrelas, como prevista por Einstein. Possivelmente eles nunca tinham ouvido falar em Albert Einstein e menos ainda de sua previsão [35].

Com a revisão histórica, a ideia é mostrar aos alunos que Cavendish, Soldner e Einstein encontraram fundamentalmente a mesma expressão para a deflexão da luz, dentro do quadro da física clássica. A ideia corpuscular da luz, presente nos cálculos

newtonianos, foi substituída, na dedução de Einstein, pela ideia ondulatória para a propagação da luz em um campo gravitacional, similar a um meio com índice de refração variável. É interessante ressaltar que Einstein já havia introduzido a ideia do quantum de luz em 1905. Isto possivelmente pode ter influenciado sua ideia, já exposta em 1907, de que a luz poderia ser afetada pela gravidade. Quando ele propõe o Princípio da Equivalência fica ainda mais claro que a luz poderia ter sua direção alterada pela ação de um campo gravitacional.

### 3.6 Proposta de atividade: Dedução aproximada do ângulo de deflexão da luz usando o Princípio de Equivalência

Apresentamos nesta seção, mais uma forma de se chegar, de forma aproximada, à expressão da deflexão da luz, como um possível exercício para alunos do terceiro ano de Ensino Médio. Esta ideia está implícita no próprio artigo de 1911 de Einstein, quando ele diz, após fazer a dedução do ângulo de deflexão usando um modelo ondulatório para a luz e o princípio de Huygens:

“Poderíamos ter obtido o mesmo resultado pela consideração direta da propagação de um raio luminoso no sistema uniformemente acelerado  $K'$ , e transferindo o resultado para o sistema  $K$  e, então, para o caso de um campo gravitacional de qualquer forma.”

Faremos então uma dedução aproximada, de uma forma similar à que foi proposta, mas não feita por Einstein, usando a ideia de um raio luminoso dentro do modelo corpuscular. Tomaremos como base o Princípio de Equivalência e as deduções conhecidas do movimento de corpos nas proximidades da superfície de um grande corpo esférico, como a Terra ou o Sol.

Vamos fazer uma dedução muito aproximada. Para a utilização precisa do Princípio de Equivalência, que é um princípio local e que vale para uma região pequena do campo gravitacional, tornando-o equivalente a um sistema acelerado, teríamos de usar um grande número de pequenos elevadores afastando-se radialmente na superfície do corpo celeste para simular o efeito do campo gravitacional radial. Assim, um raio de luz proveniente de muito longe atravessaria estes elevadores e sairia do outro lado com um ângulo de deflexão que seria dado pela integração dos pequenos desvios realizados dentro de cada pequeno elevador. No entanto, como o procedimento de integração não

está no alcance de nossos alunos do Ensino Médio, faremos um cálculo bastante aproximado utilizando apenas um elevador com uma aceleração para cima idêntica à aceleração gravitacional na borda do corpo celeste. Para dar conta do fato de que o raio luminoso sofre uma ação gravitacional significativa apenas na vizinhança do corpo celeste, vamos supor que sua dimensão seja igual ao diâmetro deste corpo. Note que o professor pode abordar as limitações deste modelo simplificado de cálculo com seus alunos, chamando a atenção para o caráter local do princípio de Equivalência.

Imaginemos um elevador, com uma abertura em uma das suas faces lateral, que sobe acelerado com aceleração  $\vec{a}$  de intensidade equivalente à da aceleração da gravidade  $\vec{g}$  e tendo uma largura de medida igual ao diâmetro do Sol. Consideremos agora um raio de luz oriundo do infinito e que atinge perpendicularmente o plano lateral do elevador passando através desta abertura. Para um observador dentro do elevador, e de acordo com o Princípio da Equivalência, o raio de luz terá sua trajetória encurvada dentro do elevador, segundo uma trajetória parabólica.

O objetivo do exercício é descobrir a expressão aproximada para o desvio sofrido pelo raio de luz ao atingir o plano oposto ao da abertura.

Os parâmetros são os mesmos já conhecidos e descritos neste trabalho:  $\delta$  é o ângulo do desvio do raio de luz,  $G$  é constante universal gravitacional,  $m$  é a massa solar,  $r$  é a distância do centro de massa do Sol ao feixe do raio de luz e  $c$  é a velocidade de propagação da luz no vácuo.

### A atividade em sala de aula



**Figura 3.15.** O esquema de um raio de luz que sofre um desvio ao atravessar um elevador de largura igual ao diâmetro do Sol e as componentes da velocidade  $v$ .

A figura 3.15 será tomada como referência para o desenvolvimento dos cálculos:  $\delta$  é o ângulo do desvio do raio de luz,  $\vec{v}$  é a velocidade da luz que tangencia a trajetória do raio de luz, logo após sair do plano lateral do elevador, com  $\vec{v}_x$  sendo a sua componente horizontal e  $\vec{v}_y$  a sua componente vertical. E  $\vec{a}$  a aceleração de ascensão do elevador.

Pelo triângulo retângulo composto pelos vetores  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}_x$  e  $\vec{v}_y$ , temos que o ângulo de deflexão  $\delta$  é dado pela razão entre a componente vertical da velocidade  $\vec{v}_y$  pela sua componente horizontal  $\vec{v}_x$ .

$$\delta \approx \frac{v_y}{v_x}. \quad (3.6.1)$$

A componente da velocidade no eixo x, é dada pela velocidade da luz

$$v_x = c. \quad (3.6.2)$$

Utilizamos a função horária da velocidade do movimento uniformemente variado para situações em queda livre e escrevemos a componente vetorial da velocidade v para o eixo y.

$$v_y = g \cdot t. \quad (3.6.3)$$

Agora, analisaremos o eixo x, no qual a velocidade  $v_x$  é constante. Aplicaremos a equação do movimento uniforme.

$$\begin{aligned} S &= S_0 + v_x \cdot t \\ \Delta S &= v_x \cdot t, \end{aligned} \quad (3.6.4)$$

onde  $\Delta S = S - S_0$ . Como o efeito da ação gravitacional é significativo apenas nas proximidades do Sol, consideraremos o deslocamento  $\Delta S$  igual ao diâmetro solar (esta é a dimensão considerada para nosso elevador hipotético), onde R é o seu raio e a velocidade no eixo x sendo c, teremos:

$$2R = c \cdot t, \quad (3.6.5)$$



isolando  $t$ , chegamos a:

$$t = \frac{2R}{c} \quad (3.6.6)$$

Para o próximo passo, é necessário lembrar que a intensidade da aceleração da gravidade  $g$  pode ser expressa pela função  $g = \frac{G \cdot m}{r^2}$ . Ao retornar a equação 3.6.3, substituiremos  $g$  pela expressão anterior e  $t$  pela equação (3.6.6).

$$v_y = \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot \frac{2R}{c}$$
$$v_y = \frac{G \cdot m}{r} \cdot \frac{2}{c} \quad (3.6.7)$$

Para concluir os cálculos, retornamos à equação 3.6.1 e substituímos os valores de  $v_x$  e  $v_y$  pelas equações (3.6.2) e (3.6.7), respectivamente, e finalmente chegaremos ao resultado:

$$\delta \approx \frac{\frac{G \cdot m}{r} \cdot \frac{2}{c}}{c}$$
$$\delta \approx 2 \frac{Gm}{rc^2} \quad (3.6.8)$$

### 3.7 O cálculo da deflexão por Einstein (1915)

Dez anos após seu Ano Miraculoso de 1905, Einstein lançou as bases da Teoria da Relatividade Geral em quatro comunicações à Academia Prussiana de Ciências, em novembro de 1915. Em um desses trabalhos, Einstein utilizou a nova Teoria da Relatividade Geral para explicar um dos grandes mistérios da ciência no século XIX, a discrepância que havia entre os valores calculado e medido da precessão do periélio de Mercúrio [14]. No ano seguinte, ele apresentou o artigo final da relatividade denominado: *Os fundamentos da teoria da relatividade geral* [24]. A nova teoria apresentou uma matemática avançada, na qual foi utilizado o cálculo tensorial e um rompimento com os conceitos de espaço e tempo da mecânica clássica. A propagação

da luz deixaria de seguir os axiomas da geometria euclidiana devido à curvatura do espaço na presença de campo gravitacional [36].

A partir da sua nova teoria, Einstein encontrou um valor diferente para o desvio da luz, que era exatamente duas vezes maior do que o encontrado por Soldner, Cavendish e por ele próprio em 1911. A nova expressão para o ângulo de deflexão seria:

$$\delta = 4 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}.$$

Para um raio de luz rasante a borda do Sol, isto resultava no valor  $\delta = 1,74$  segundos de arco. Will Clifford em seu artigo *The 1919 measurement of the deflection of light* explica o porquê do novo fator ser justamente o dobro da medida anterior [37].

“o valor da deflexão newtoniana deve ser aumentado pelo da curvatura de linhas retas localmente em relação a linhas retas muito distantes do Sol, resultado da curvatura espacial. O fato dos dois efeitos terem o mesmo valor é uma característica da Relatividade Geral; em teorias alternativas da gravidade, o efeito newtoniano é o mesmo, mas o efeito da curvatura do espaço pode variar de teoria para teoria.” (tradução livre)

Na métrica de Schwarzschild, proveniente da solução das equações de Einstein, temos uma visão do que acontece para que este valor seja exatamente o dobro do anterior. O fator de alteração da velocidade de fase da luz  $[v = c (1 - 2\frac{G \cdot M}{r \cdot c^2})]$  aparece duas vezes na métrica: na atração newtoniana (termo em dt) e na deformação do espaço (o termo em dr) [13]. Ou seja, a velocidade de fase da luz sofre uma variação duas vezes maior do que no caso newtoniano, o que conduz a um efeito dobrado no desvio da luz.

$$ds^2 = - \left(1 - 2\frac{G \cdot M}{r \cdot c^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{1}{1 - 2\frac{G \cdot M}{r \cdot c^2}} dr^2 + r^2 (d\vartheta^2 + \text{sen}^2\vartheta d\varphi^2)$$

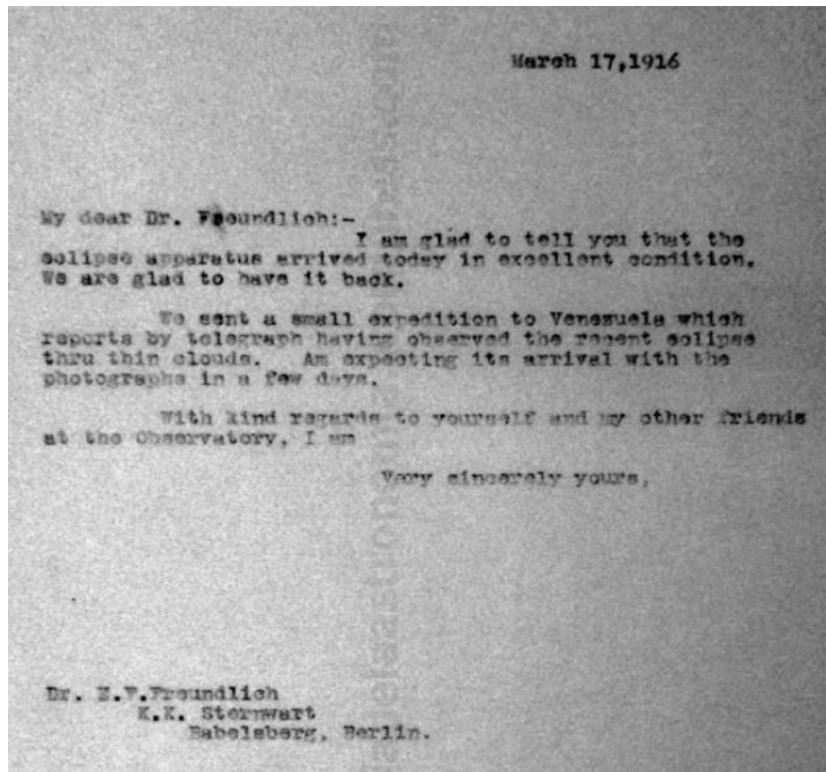
Com a formulação definitiva de sua Teoria da Relatividade Geral, Einstein pode descrever os movimentos dos corpos tanto em sistemas não-inerciais como em sistemas inerciais de forma “equivalente”, ou seja por meio de equações invariantes à mudança

de sistema de referência, fazendo com que a mesma descrição física fosse válida para todo e qualquer sistema de referência [26]. Além disto, incluiu a gravitação dentro do âmbito das ideias da relatividade, por meio da geometrização do espaço-tempo.

## 3.8 Outras tentativas de se medir a deflexão da luz na borda do Sol

### 1916 – Na Venezuela

No dia 03 de fevereiro de 1916, ocorreu mais um eclipse solar total que seria visível na Colômbia e na Venezuela. Campbell tinha perdido seus equipamentos na expedição à Crimeia e, com a guerra em andamento, o governo britânico não se interessou em financiar uma expedição até o local mais adequado para as observações. Charles Dillon Perrine, ainda diretor do Observatório Nacional da Argentina, tentou, pela terceira vez, realizar o experimento a pedido de Campbell. Apesar do mau tempo, foi possível fazer as observações na cidade de Tucaras na Venezuela [38] como ele relatou em uma carta para Freundlich (figura 3.16). Porém, devido à depressão financeira causada pela Guerra, o Observatório não dispunha de equipamentos adequados e não foi possível realizar as medidas com a precisão necessária. Esta teria sido a primeira oportunidade para se fazer a observação depois de Einstein ter encontrado um novo valor para a deflexão, 1,75 segundos de arco [39].



**Figura 3.16.** Carta de Perrine a Freundlich dias após o eclipse de 03 de fevereiro de 1916. Ele comenta que foram obtidas algumas fotos entre nuvens na Venezuela. Créditos: Museu Astronômico de Córdoba, identificação e digitalização de S. Paolantonio.

## 1918 – Em Washington, nos E.U.A.

O próximo eclipse ocorreria em 8 de junho de 1918, em Washington, nos Estados Unidos. Eddington pediu para Campbell fotografar o eclipse, pois com a guerra em andamento, os europeus estavam impedidos de viajar. Porém, havia outro contratempo. Apesar do fenômeno ocorrer em seu território, Campbell não tinha mais os seus equipamentos que ficaram presos na Crimeia quatro anos antes [33]. Em Goldendale, em Washington restou à equipe do Observatório Lick utilizar-se de equipamentos improvisados. O assistente de Campbell, Heber Curtis ficou encarregado da montagem dos instrumentos e apesar do dia nublado, o tempo se abriu no momento do eclipse possibilitando (um registro do momento da totalidade na figura 3.17), pela primeira vez, fazer observações que poderiam testar a Teoria da Relatividade Geral, depois de Einstein obter o novo valor para a medida da deflexão da luz [39].

Campbell e Curtis perceberam um problema no telescópio, que fez com que as imagens das estrelas, em suas placas, ficassem duplicadas ou aparecessem com caudas

[40]. A óptica improvisada deixou as estrelas com imagens distorcidas na hora da totalidade do eclipse. Além disso, não foram tiradas placas de comparação e Curtis apenas comparou a posição das estrelas com as coordenadas celestes dadas pelo Projeto *Carte du Ciel*<sup>15</sup> [39].



**Figura 3.17.** Imagem do eclipse do dia 08 de junho de 1918 nos Estados Unidos. Créditos: Observatório Lick.

Apesar do cenário não favorável à observação, Curtis ficou convencido de que não havia desvio da luz pelo Sol [39]. Campbell fez uma comunicação preliminar à *Royal Astronomical Society* de Londres, em Julho de 1919 especulando que os resultados obtidos por ele descartavam o valor predito por Einstein [41]. Porém, receoso por comunicar tais dados devido aos equipamentos precários que usou, acabou não publicando nenhum trabalho acerca destes resultados.

O jornal *Denver Post* trouxe uma matéria sobre o eclipse que estava por ocorrer (Figura 3.18).

---

<sup>15</sup> Projeto astronômico internacional iniciado no final do Século XIX que catalogou e mapeou as posições das milhões de estrelas.



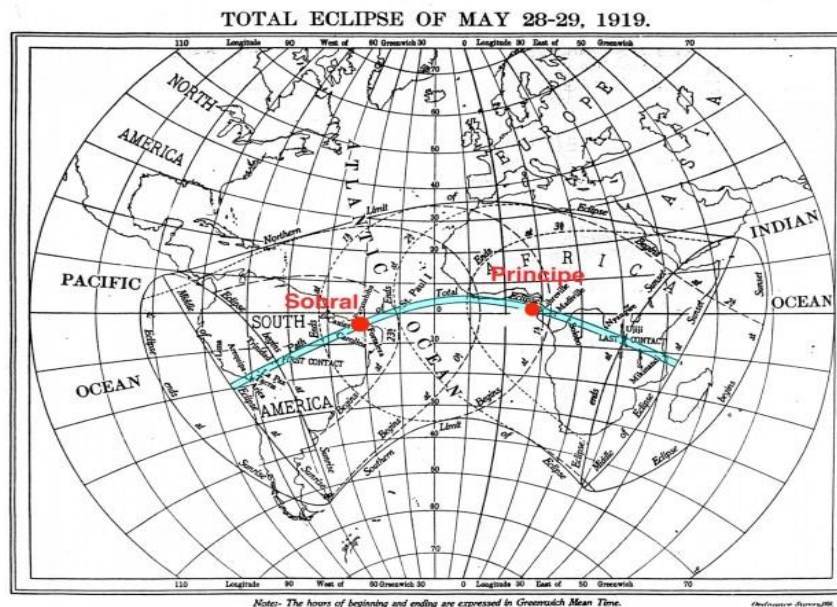
**Figura 3.18.** Manchete do Denver Post no dia 08 de Junho de 1918 que mostra o caminho que seria percorrido pela sombra do eclipse.

### 3.9 A comprovação da Teoria da Relatividade Geral – Sobral (29 de maio de 1919)

Após quatro fracassos, haveria mais uma chance de observação das estrelas durante um eclipse solar total. O próximo eclipse estava previsto para o dia 29 de maio de 1919. A Comissão Permanente de Eclipse da *Royal Astronomical Society* [R.A.S.] de Londres, liderada por Arthur Eddington e Frank Dyson se organizou para o evento com dois anos de antecedência. Seria uma oportunidade única, pois o Sol estaria em uma região muito rica de estrelas brilhantes, o aglomerado das Híades (Figura 3.19), na constelação de Touro [19]. Eles verificaram que a trajetória da sombra do eclipse começaria no Pacífico, perto da costa do Peru, passaria pelo Nordeste brasileiro, atravessaria o Oceano Atlântico rumo à África, onde atingiria a costa da Libéria e cruzaria a região central africana e terminaria no mar perto da costa oriental africana (Figura 3.20).



**Figura 3.19.** O aglomerado das Híades na constelação de Touro. Com 153 anos-luz de distância e com cerca de 80 estrelas. Créditos: Bob Franke.



**Figura 3.20.** A faixa da sombra do eclipse total em Sobral em destaque. Créditos: The Royal Observatory Greenwich – imagem adaptada da The Nautical Almanac (1919).

Foi necessário encontrar, nesta linha de sombra, os locais mais apropriados para enviar os observadores. Fatores como a facilidade de acesso ao local, a altura do Sol no momento do Eclipse e as possíveis condições meteorológicas foram levados em conta. Estes estudos preliminares foram realizados pelo Observatório de Greewinch e cinco possíveis estações foram analisadas: a oeste do lago Tanganica, no Zaire; nas proximidades de Libreville, no Gabão; na Ilha de Príncipe. costa da África Ocidental;

no Cabo de Palmas, na Libéria; e no estado do Ceará. Três localizações foram descartadas: o lago Tanganica, porque o Sol ocuparia uma posição muito baixa no horizonte no momento do eclipse, e Libreville e o Cabo de Palmas por motivos meteorológicos [19].

Duas expedições foram enviadas: uma para Sobral, município situado no estado do Ceará, por sugestão de Henrique Morize - então diretor do Observatório Nacional, situado no Rio de Janeiro - e outra para ilha do Príncipe, no Golfo da Guiné. A escolha de enviar duas expedições para pontos tão distantes deveu-se às experiências anteriores, em especial a de 1912 no Brasil.

Para a estação brasileira foram enviados os astrônomos Andrew Claude de la Cherois Crommelin e Charles Rundle Davidson; para as terras da Guiné, os astrônomos Edwin Cottingham e Arthur Eddington [19]. Outras duas expedições juntaram-se à comissão britânica em Sobral, uma norte-americana e outra brasileira. Porém, seus objetivos eram bem diferentes. O objetivo dos britânicos era o de testar as previsões de Einstein na Teoria da Relatividade Geral em comparação com os resultados previstos na teoria newtoniana. Na figura 3.21 temos o registro do momento da reunião das três expedições para uma foto.



**Figura 3.21.** Da esquerda para a direita, os terceiro, quarto, quinto, sexto e oitavo da fileira são, respectivamente: Daniel Maynard Wise (1888 – 194?) (EUA), Henrique Morize (1860 -1930) (BR), Crommelin (1865 – 1939) (GRB) e Charles Davidson (1875 –A970) (GRB) e Andrew Thomson (1893 – 1974) (EUA). Créditos: Acervo do Observatório Nacional.



Foram criados um Posto Meteorológico e um relógio solar na cidade, e o hipódromo da cidade foi escolhido como o lugar apropriado para a montagem das barracas dos britânicos e dos norte-americanos para a observação do eclipse. A expedição brasileira montou suas barracas na Praça do Patrocínio.

Foi necessário incentivar mudanças no comportamento dos sobralenses para este momento único da cidade, e os astrônomos tentaram explicar o fenômeno e estabelecer orientações para a população. Nas semanas que antecederam o fenômeno, artigos foram publicados nos jornais locais, assinados por Morize, Davidson e Crommelin. Eram textos que procuravam esclarecer a população sobre o acontecimento e também sobre os objetivos dos cientistas nas suas observações. Morize, em alguns artigos, tentava “educar” a população sobre possíveis temores quanto ao eclipse, dizendo que era “feito” sentir medo de algo tão simples. Solicitou também que ficassem em silêncio durante o evento e que não lançassem fogos de artifício [26]. Além disso, ele apresentou explicações técnicas para que as pessoas fossem se familiarizando com os termos utilizados, sempre com a preocupação de desmitificar algo que parecia ser tão complicado. Matérias orientavam os cidadãos quanto a manter a civilidade e explicavam que não existia motivo para pânico quanto a possíveis catástrofes<sup>16</sup>. Recomendações foram feitas sobre como observar o fenômeno na sua totalidade, com a utilização de um vidro escuro ou esfumado<sup>17</sup> e não olhar diretamente para o Sol.

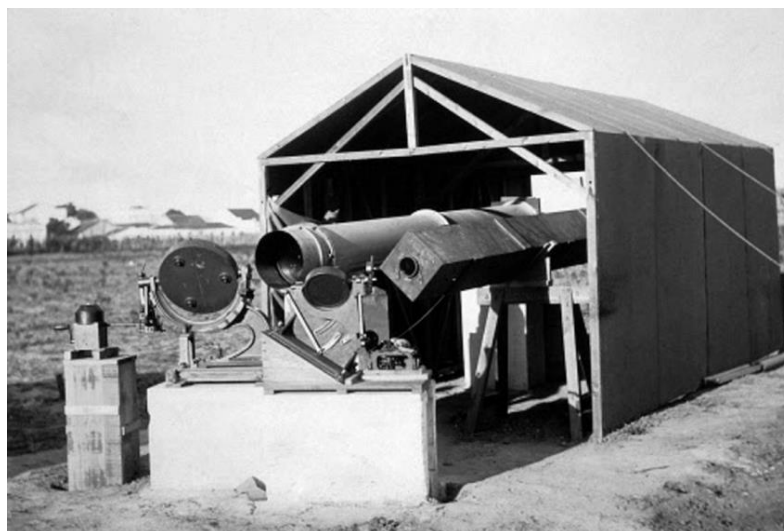
A expedição britânica trouxe para o Brasil dois telescópios com o intuito de fotografar as estrelas mais brilhantes. Um de 13 polegadas, pertencente ao Observatório de Greenwich e outro telescópio mais antigo, com uma lente de 4 polegadas (Figura 3.22), que seria utilizado como reserva, cedido pela Academia Real da Irlanda [19].

Para registrar as fotografias foram utilizadas placas de vidro cobertas com emulsão contendo sais de prata sensíveis à luz onde foram registradas as imagens do Sol e das estrelas vizinhas no momento do eclipse. O vidro, por ter baixo coeficiente de dilatação linear, possibilitava uma maior precisão das medidas astronômicas [42].

---

<sup>16</sup> Era comum a crença de que o eclipse era prenúncio do fim do mundo.

<sup>17</sup> Na época não havia a restrição quanto a esses métodos para a observação de eclipses. Hoje, eles não são recomendados, pois podem não bloquear suficientemente as radiações do infravermelho e do ultravioleta.



**Figura 3.22.** Os telescópios utilizados pela comissão inglesa e seus respectivos celóstatos posicionados à frente. O telescópio da direita tinha uma lente de 4 polegadas e o da esquerda uma de 13 polegadas. Créditos: Royal Observatory, Greenwich.

O celostato e da lente de 4 polegadas foram trazidos para Sobral, em maio de 2019, para a comemoração do centenário de eclipse de 1919, o registro na figura 3.23.



**Figura 3.23.** O celostato e a lente do telescópio menor que foram utilizados pela comissão britânica. Crédito: Prefeitura de Sobral.

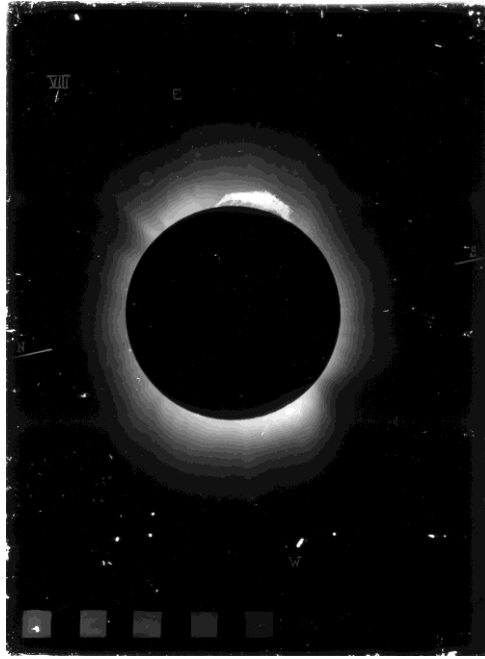
No dia tão esperado, Morize anotou em seu relatório os acontecimentos daquela manhã de 29 de maio de 1919 [43]:

“Todos se desesperavam, mas aos poucos esse lençol se foi adelgaçando, deixando aparecer cá e lá rasgões que, passando sobre, permitiam ver que a totalidade se aproximava. Subitamente, às 8.42, levanta-se leve brisa de Leste que toca as nuvens para W, deixando ver o disco solar, já muito escurecido, no meio de larga mancha azul. Do peito de todos saíu suspiro de profundo allivio, quando às 8.55, de meu relógio, verifiquei ter já principiado a totalidade. Nesse momento todos, mesmo os simples curiosos que cercavam o acampamento, sentiram-se comovidos pela imponência do espetáculo que se manifestava.”

No dia 29 de maio, o céu amanheceu nublado (Figura 3.24), mas próximo ao horário da totalidade abriu-se um claro entre as nuvens que permitiu a observação do fenômeno. O fenômeno durou 5 minutos e 12 segundos em Sobral de um total de tempo de 5 horas e 11 minutos, começando na Bolívia e terminando em Madagascar. A totalidade (ver figura 3.25) se deu às 08h56min [13, 19].



**Figura 3.24.** O céu nublado minutos antes da totalidade. Créditos: Acervo do Observatório Nacional.



**Figura 3.25.** O eclipse de 1919 em sua totalidade. Créditos: Acervo do Observatório nacional.

No telescópio principal, de 13 polegadas, foram utilizadas dezenove chapas, enquanto no telescópio de 4 polegadas, foram oito as chapas [39]. À noite, Davidson e Crommelin foram revelar as fotografias. Feito só possível por utilizarem água proveniente de moringas para poder diminuir a temperatura da água que estava acima de 25°C. Do contrário, isto poderia impossibilitar a revelação das fotos, já que a água morna poderia arrancar pedaços da emulsão fotográfica [41]. Resolvido o problema, foram reveladas ótimas imagens do eclipse pelas câmeras acopladas aos telescópios. Doze estrelas haviam sido registradas com o astrógrafo<sup>18</sup> maior e sete boas imagens, de sete estrelas na borda do Sol, do telescópio de 4 polegadas. No telescópio de 13 polegadas as imagens não ficaram boas por problemas de diferença de foco relacionados com a questão da dilatação térmica devido à alteração de temperatura [26]. De qualquer forma a comissão britânica obteve sucesso nas fotografias provenientes do telescópio menor.

Porém, era necessário ainda obter imagens do mesmo campo de estrelas onde o Sol se situara durante o Eclipse, quando ele não estivesse mais ali, para se proceder às comparações das posições das estrelas. A comissão britânica retornou a Sobral para mais uma semana de observação no período de 13 a 18 de julho, depois de uma estada de dois meses em Fortaleza. Um marco geodésico foi deixado para fazerem a segunda

---

<sup>18</sup> telescópio projetado especificamente para capturar imagens de objetos astronômicos.

observação no local exato. As fotografias foram tiradas antes do nascer do Sol. Sem a sua presença, não haveria nenhum desvio da luz das estrelas em análise. E por fim, deu-se por terminada a expedição britânica a Sobral.

Nos meses seguintes as chapas de comparação foram projetadas sobre as chapas do eclipse e foram medidas as diferenças nas posições das imagens de cada estrela [39]. As estrelas mais distantes do Sol foram utilizadas como os pontos de referência fixos para comparar as placas [37].

Foram feitas as medições dos desvios da posição,  $\Delta x$  e  $\Delta y$  de cada estrela para cada par de placas do eclipse e de comparação. Os resultados finais dariam o valor médio mais próximo do desvio, com sua margem de incerteza. A deflexão de cada estrela analisada deveria ser inversamente proporcional à sua distância ao centro do Sol ( $1/r$ ) [41]. Foi observado que as estrelas mais próximas ao Sol sofreram um desvio para fora da borda solar em relação às mais distantes.

E depois de meses de trabalho minucioso, em que foram realizadas duas medidas para cada fotografia e corrigidos os efeitos da refração, da aberração e da mudança de escala [40], o veredicto final enfim foi dado no dia 6 de novembro do mesmo ano, pelas comissões da *Royal Society* e da *Royal Astronomical Society*. Os resultados das medidas confirmaram as previsões de Einstein [19].

Para as chapas de Sobral a grandeza do desvio médio do ângulo de deflexão foi determinada em  $1''{,}98$  de arco, na borda do Sol, com uma margem de erro de  $\pm 0''{,}12$  e ia diminuindo em proporção inversa, quanto maior a distância das outras estrelas ao centro solar. Ou seja, cada estrela analisada serviu de comprovação da nova teoria que ali nascia [44].

## A Expedição na ilha do Príncipe

Na ilha do Príncipe, após um tempo chuvoso, o Sol apareceu entre nuvens e foram obtidas 16 placas, quase todas ruins. Não foi possível fazer a revelação de todas as placas na região, pois uma greve na companhia de navegação fez com que a comissão britânica retornasse o mais rápido possível para Londres. Outro fator que fez a comissão liderada por Eddington (Figura 3.26) não esperar para tirar as chapas de comparação no local foi que a posição do Sol durante o eclipse ocorreu em um horário local tarde e o campo estelar similar só apareceria depois de muitos meses [39,41]. Foram utilizadas

placas de verificação, em que o campo estelar com a estrela Arcturus (muito brilhante) era fotografado na Ilha do Príncipe e em Oxford, quando estivesse na mesma elevação. Estas placas serviriam, principalmente, para analisar eventuais variações de escala. No fim, apenas uma chapa razoável foi revelada desta expedição. Outras quatro placas foram reveladas em Cambridge e só uma delas mostrou estrelas em quantidade suficiente, também, contribuiu para a confirmação da previsão de Einstein, mas com incerteza bem maior do que a fornecida pelas fotos feitas em Sobral [39,41].



**Figura 3.26.** Arthur Stanley Eddington (1882 – 1944) Imagem de domínio público.

Neste caso, a medida da deflexão da luz calculada para as cinco estrelas foi  $1",61 \pm 0,30''$  como foi divulgado no artigo *A determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational, from Observations made at the Total Eclipse of May 29, 1919. Philosophical Transactions of the Royal Society of London* de Dyson, Eddington (figura 3.26) e Davidson [44].

“Ao se resumir os resultados das duas expedições, o maior peso deve ser atribuído aos obtidos com a lente de 4 polegadas em Sobral. Pela superioridade das imagens e pela escala maior das fotografias, foi reconhecido que estas provariam serem as mais confiáveis. Além disso, a concordância dos resultados derivados independentemente das retas de ascensões e declinações e a concordância dos resíduos das estrelas individuais (p.308) fornece uma verificação mais satisfatória dos resultados do que era possível para os outros instrumentos.

O resultado das declinações é cerca de duas vezes o peso das retas de ascensões, de modo que o resultado médio é

$$1''.98$$

com um erro provável de cerca de  $\pm 0''-12$ . As observações da Ilha de Príncipe geralmente sofreram interferência de nuvens. As circunstâncias desfavoráveis foram, talvez, parcialmente compensadas pela vantagem da temperatura extremamente uniforme da ilha. A deflexão obtida foi

$$1''.61.$$

O erro provável é de cerca de  $\pm 0''.30$ , de modo que o resultado tem muito menos peso do que o anterior. Ambos apontam para a deflexão total  $1'' .75$  da teoria da relatividade generalizada de Einstein, os resultados de Sobral definitivamente e os resultados de Príncipe, talvez com alguma incerteza.” (tradução livre)

Antes dos resultados serem divulgados pelos astrônomos britânicos, o Jornal do Recife já “previa” com otimismo sobre o resultado das observações (ver figura 3.27).



**Figura 3.27.** Capa do Jornal do Recife de 26 de Agosto de 1919 curiosamente antecipando a confirmação da previsão de Einstein [45].

## A repercussão após a confirmação da previsão Einsteiniana

Einstein e sua teoria começaram a ganhar as páginas dos jornais nos dias seguintes ao anúncio dos resultados na *Royal Society*. No *New York Times* uma nota

sobre os resultados divulgados das observações do Eclipse (figura 3.28). Entre as manchetes do *Times*, de Londres, encontrava-se esta: “Uma revolução na ciência. Nova teoria do Universo. Ideias de Newton derrubadas.” [19].

Entretanto, não foi uma teoria aceita de imediato. Houve questionamentos quanto à veracidade e à interpretação dos dados. Alguns achavam que os dados teriam sido fraudados por Eddington por querer fama e por desejar valorizar seu companheiro pacifista. Outros astrônomos e físicos buscavam explicações diferentes para os fenômenos observados [39].



**Figura 3.28.** Nota no New York Times de 10 de Novembro de 1919. Créditos: The New York Times Archives / Dan Falk.

Com o próximo eclipse ocorrendo na Austrália em 1922, Campbell, com novos equipamentos e acompanhado de outras sete expedições, foi verificar mais uma vez a Teoria da Relatividade Geral, para tirar uma contraprova da primeira observação. Dessa vez, o astrônomo americano, em sua terceira tentativa, obteve êxito e verificou que os resultados batiam com o prognosticado anteriormente [33].

Décadas depois, observações com ondas de rádio confirmaram o desvio das ondas eletromagnéticas com muito maior precisão. Uma reanálise cuidadosa das placas de Sobral, feita em 1979, possibilitou confirmar os resultados divulgados em 1919 e aumentar a precisão [37,39].

Hoje, a Teoria da Relatividade Geral, além de ser aceita no mundo científico é usada para descrever o Universo. E uma de suas previsões foi comprovada recentemente



com a existência de ondas gravitacionais e buracos negros, como comentamos no início deste trabalho, os quais foram antevistos dentro do âmbito da TRG [27]. Ela é ainda constantemente testada, pois para a correção dos relógios atômicos nos satélites do GPS e para a precisão das trajetórias das sondas espaciais, são necessários cálculos de precisos que incluem a TRG [2, 19]

Quando veio ao Brasil, em 1925, Einstein deixou registrada uma frase que se tornou famosa [45]:

“O problema que minha mente formulou foi respondido pelo luminoso céu do Brasil”.

Nesta última parte histórica do nosso trabalho, esperamos que os alunos percebam como as ideias de Einstein sobre a Teoria da Relatividade Geral foram sendo construídas gradativamente durante 8 anos e que, mesmo após ele ter encontrado um resultado para a expressão da deflexão da luz, em 1911, que coincidiu com a medida newtoniana, ele prosseguiu em busca de uma teoria completa para a gravitação. Foi necessário “mudar” a concepção geométrica tradicional da física clássica e introduzir a noção de espaço-tempo curvo e em quatro dimensões, englobando as dimensões espaciais e o tempo.

Outro aspecto que pretendemos destacar foi a importância das observações do eclipse de 1919, feitas em Sobral (CE), para a aceitação da TRG e para fazer com que Einstein se tornasse rapidamente o cientista mais conhecido do século XX. Este é acontecimento de grande importância para a história da ciência mundial e que é praticamente desconhecido no Brasil. Não aparece em livros didáticos de física e nem de história e, portanto, não é surpresa que seja pouco conhecido pelos estudantes, pela população em geral e mesmo pelos professores de física e de história. Ele recebeu também pouco destaque na mídia brasileira no século posterior à sua observação, como mostrado em [46]. A contribuição das observações feitas em Sobral têm sido também pouco consideradas em escala mundial e no Brasil, em livros e artigos de divulgação ou até em textos técnicos que discutem a TRG [47]. Por isto, a recuperação deste acontecimento centenário, ocorrido em terras brasileiras, oferece também uma oportunidade didática interessante para conectar a história da física moderna com a história do Brasil.

# Capítulo 4

## Duas abordagens didáticas: uma analogia para a deflexão da luz e uso do *Stellarium*

Neste capítulo apresentaremos duas propostas de atividades práticas: um experimento no qual se utiliza um laser e uma solução supersaturada de açúcar que servirá para fazer uma analogia do que seria a deflexão da luz; a aplicação do *software* simulador-planetário *Stellarium*, em conjunto com os dados publicados pelos cientistas ingleses responsáveis pelas observações, possibilita observar o céu em Sobral no dia 29 de maio de 1919 e estimar para quais estrelas a luz sofreu os maiores desvios.

### 4.1. Uma analogia da deflexão da luz

A nossa primeira proposta de atividade prática é uma interessante simulação experimental do que seria o desvio da luz de uma estrela na borda do Sol e que pode ser realizada em sala de aula.

Para isso, utilizaremos um experimento bastante conhecido: o de um raio laser atravessando um aquário com água supersaturada de açúcar. Esta experiência, integrada à aula da revisão histórica da deflexão da luz, serve de ferramenta para o professor “criar uma imagem” do que seria o desvio do raio de luz próximo à borda do Sol para os alunos. A sugestão é que o experimento seja aplicado após serem abordadas as ideias de Cavendish, Soldner e Einstein (1911), quando a ideia do desvio enfim se materializa. O estímulo visual auxiliaria no seu melhor entendimento. No entanto, é preciso ressaltar que o experimento é apenas uma analogia do que é o desvio do raio de luz devido à influência da curvatura da deformação do espaço-tempo. As condições que envolvem a experiência e a deflexão da luz são diferentes. A primeira é devida à refração ocorrida por causa das camadas com diferentes densidades da solução supersaturada de açúcar no

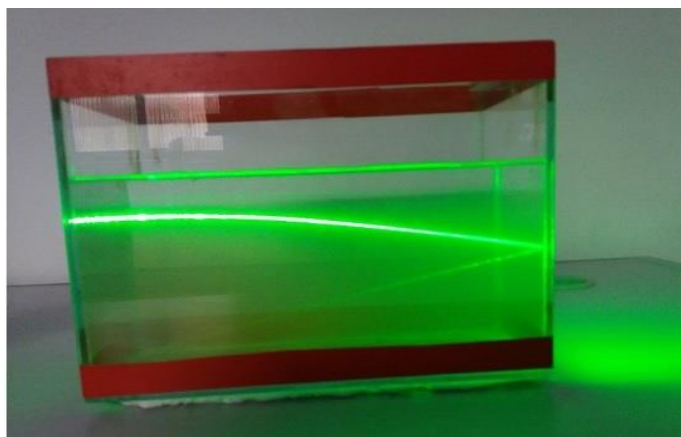
aquário, já o segundo, uma consequência da curvatura do espaço-tempo na visão da TRG.

Apenas um parêntese para ressaltar que às vezes as analogias entre fenômenos aparentemente bem diferentes na física podem sugerir similaridades mais profundas. Sobre a analogia mencionada acima é interessante ressaltar que o físico brasileiro Mario Schenberg a levou mais a sério e, no último trabalho de sua vida, publicado na Revista Brasileira de Física [46, 47], construiu uma teoria gravitacional que parte desta analogia e explora a deflexão da luz como resultante da variação do índice de refração do vácuo ocasionado pela presença da matéria (efeito gravitacional). Fleming (2001) [48] descreveu assim a ideia de Schenberg:

“Um raio de luz se encurva, distinguindo-se de uma reta, quando o meio em que se propaga é inhomogêneo. O que causa a curvatura é o índice de refração variável. Schenberg então pensou em interpretar o campo gravitacional eletromagneticamente, supondo que a gravidade não fosse outra coisa senão um índice de refração do vácuo. Seria variável quando o campo gravitacional o fosse, ou seja, quase sempre. A curvatura do raio de luz ganhava assim uma interpretação simples e intuitiva”.

Voltemos ao experimento. Nós utilizamos um aquário com medidas 19,0 cm x 9,3 cm x 14,5 cm. Nele foi colocado água em cerca de 1/3 de seu volume, aproximadamente 850 ml. Preparamos a solução supersaturada de água com açúcar em outro recipiente. Em valores arredondados, misturamos 900 ml de água com 800 gramas de açúcar (medidas em que o açúcar começou a precipitar). Com o auxílio de um funil, a solução supersaturada é colocada no fundo do aquário que já contém água comum. Como a solução preparada é bem mais densa que a água comum, ela se concentra na parte inferior da mistura. Foi necessário esperar em torno de uns 2 minutos para a mistura se equilibrar e poder ser realizado o experimento. Neste caso, foram formadas camadas no líquido com níveis diferentes de densidade, indo do menos denso, na parte superior, para o mais denso, na parte inferior.

Utilizamos um laser para representar o raio de luz oriundo de uma estrela que passa próximo à borda do Sol. Um laser da cor verde<sup>19</sup> foi o utilizado. Foi preciso segurá-lo de modo a produzir um raio de luz que fosse perpendicular ao plano da face lateral do aquário como pode ser visto na figura 4.1.

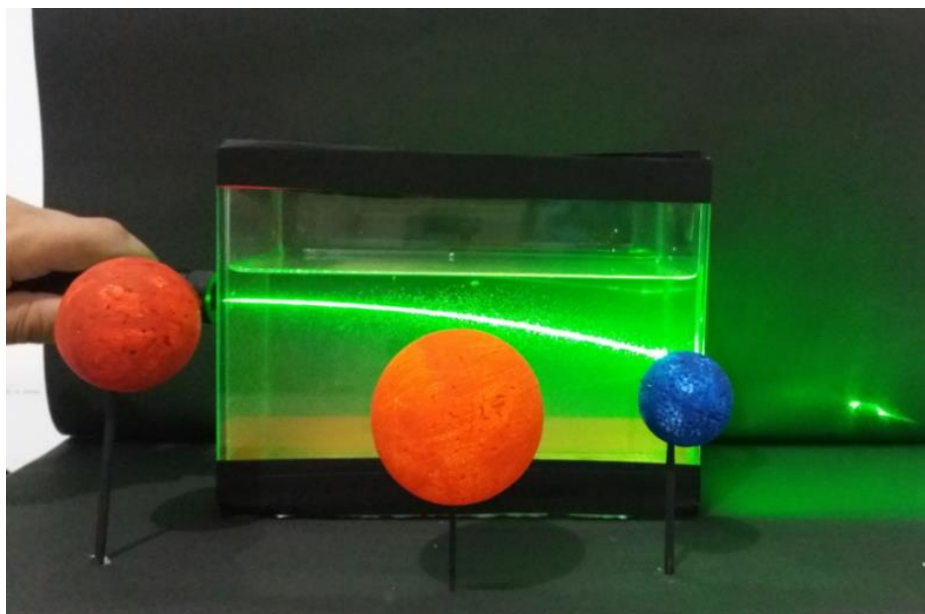


**Figura 4.1.** A visualização da refração da luz devido as diferentes camadas da mistura.

Criamos um “cenário” para reproduzir o experimento em sala de aula. Forramos o fundo e a base do experimento de preto, para dar uma “atmosfera” de espaço sideral e, ao mesmo tempo, favorecer a visualização do rastro do feixe de luz. Três bolinhas de isopor foram pintadas e utilizadas para representar a Terra, o Sol e a estrela emissora do raio luminoso, sendo a que representou a Terra é a de menor diâmetro. Este passo é opcional ao professor. No entanto, é preciso ressaltar que a imagem ajudaria o aluno a entender melhor o processo da deflexão do raio de luz próximo a um corpo celeste gigante como o Sol. Com o auxílio de palitos, os três objetos foram posicionados sobre a base de isopor na seguinte ordem, a partir do posicionamento do laser: estrela emissora, o Sol e a Terra. Na figura 4.2, podemos visualizar a imagem “formada” para um observador, colocado a uma determinada distância do experimento, é que o feixe de luz se desviou ao passar próximo ao Sol e atingiu a Terra.

---

<sup>19</sup> A visão humana é sensível a luz do laser verde, diferente do que ocorre com o laser vermelho, o qual não enxergamos seu rastro.



**Figura 4.2.** A representação da deflexão da luz próximo à borda do Sol e atingindo a Terra no experimento.

## 4.2 O *Stellarium* como recurso didático

A outra proposta de atividade prática é a utilização do software simulador-planetário *Stellarium*. Um software que permite visualizar o céu em uma simulação em 3D. Por meio dele podemos obter diversas informações sobre os astros celestes pelo computador. Dentre as diversas funcionalidades apresentadas por este planetário virtual, a de regressão e avanço do tempo é uma delas. Este simulador pode ser baixado gratuitamente no site: <https://stellarium.org/>.

A proposta foi apresentar, em sala de aula, uma simulação do eclipse de Sobral no dia 29 de maio de 1919, após o professor abordar a comprovação da previsão da Teoria da Relatividade Geral, analisada na seção 3.9 desta dissertação. Além disso, podem ser exploradas outras situações como: a identificação e o posicionamento das estrelas analisadas com o telescópio de 4 polegadas pela expedição britânica; discutir quais estrelas levaram aos maiores e aos menores desvios; e, comparar, com as mesmas coordenadas, o campo das estrelas no dia do eclipse e na semana de retorno à Sobral para as fotos de comparação. Para isso, utilizaremos dados dos resultados da expedição publicados, em 1 de janeiro de 1920, no artigo original de Dyson, Eddington e Davidson, publicado na *Philosophical Transactions of the Royal Society* [44].

Descrevemos abaixo nosso procedimento para utilizar as ferramentas do *Stellarium* como recurso didático na aula de revisão teórica da deflexão da luz. A descrição serve como um roteiro instrucional.

Abrimos o software, pressionamos a tecla F5 e é aberta a *janela de data e hora*. Escrevemos a data e o horário desejado conforme mostra a figura 4.3. Escolhemos um horário próximo daquele que ocorreu a totalidade do eclipse em Sobral para que os alunos pudessem observar o movimento relativo entre os astros (Sol e Lua). No caso, a totalidade se deu às 08h56min. Fechamos a janela.



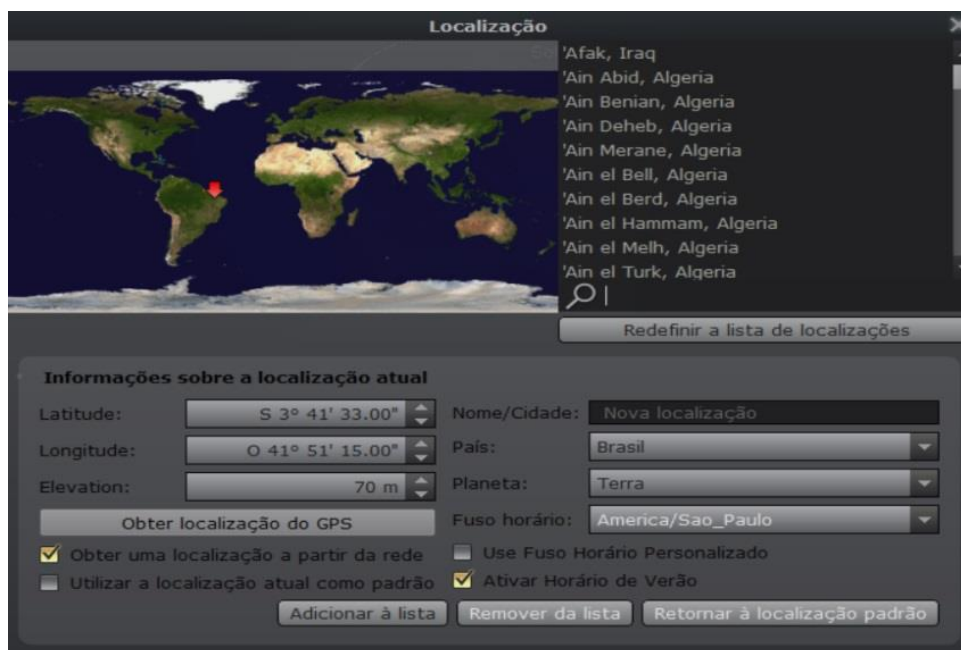
**Figura 4.3.** A tela a ser exibida pelo Stellarium com a janela data e hora aberta.

O próximo passo foi inserir as coordenadas geográficas e a elevação da cidade de Sobral, para o posicionamento do local pelo software. Dados que obtivemos pelo artigo de Dyson, Eddington e Davidson.

“Sobral é a segunda cidade do Estado do Ceará, no norte do Brasil. Suas coordenadas geográficas são: longitude 2h. 47m. 25s. Oeste; latitude 3 ° 41' 33" Sul; altitude 230 pés.”

A longitude sendo dada em horas, o *Stellarium* automaticamente a converte em graus. Pelo Sistema Internacional de Unidades, a altitude em pés, pode ser convertida em metros se fizermos o seu produto por 0,3048; o que resulta em, aproximadamente, 70,00 m – o software só aceita valores arredondados para a elevação.

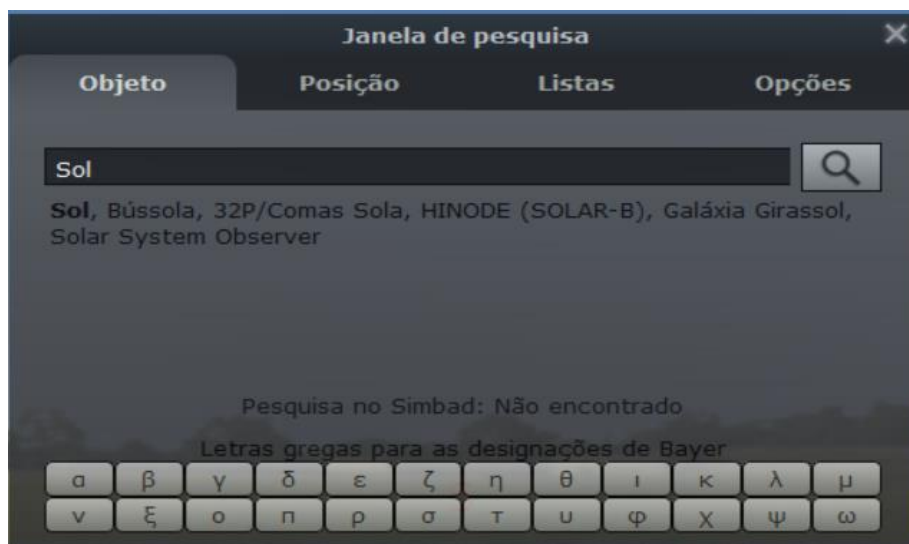
Pressionamos a tecla F6 para abrir a *janela de localização*. Escrevemos nos espaços correspondentes as coordenadas geográficas e a elevação da cidade de Sobral como pode ser visto na figura 4.4.



**Figura 4.4.** A janela de localização do Stellarium com os dados da seção *Informações sobre a localização atual* inseridos. Repare que o software já indicou por meio de uma seta vermelha a posição do local.

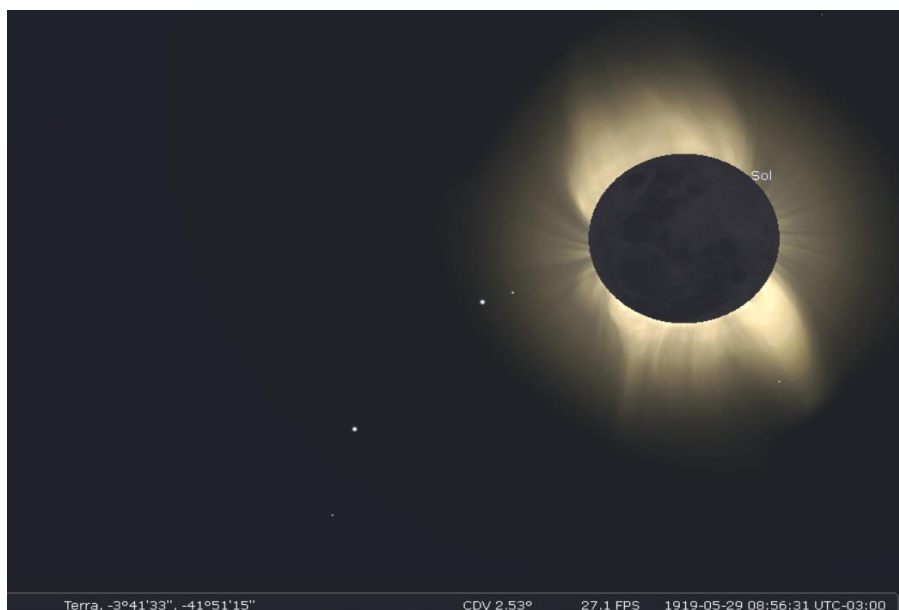
Uma observação: o *software* já tem registrado no seu sistema a cidade de Sobral que pode ser procurada na lista desta mesma janela na aba de pesquisa (ao lado da luneta). Porém, devido uma pequena diferença nas coordenadas e, especialmente, na elevação, o eclipse não tem sua totalidade às 08h56mim. Por este motivo a importância de seguir os dados de Dyson, Eddington e Davidson para a simulação ser a mais real possível.

Após a inserção dos dados, clicamos em F3 e abre-se a *janela de pesquisa*. Por meio da aba de pesquisa *objeto*, escrevemos o nome do nosso corpo alvo: o Sol, como ilustra a figura 4.5.



**Figura 4.5.** a janela de pesquisa do *Stellarium*.

No momento da totalidade os alunos poderão ver a simulação do eclipse de Sobral como na representação da figura 4.6. Com o mouse é possível ampliar o campo de imagem.



**Figura 4.6.** A tela do momento em que a sombra da Lua cobre totalmente o Sol. Reparem nas coordenadas geográficas no canto esquerdo inferior da tela e as informações do dia e horário no canto inferior direito.

Além do aluno ter a sensação de estar vendo o histórico eclipse Solar de 1919 ao vivo, ele poderá observar como teria sido a protuberância do disco solar no momento da totalidade. Agora, o nosso foco serão as estrelas próximas à borda do Sol na imagem.



Novamente iremos recorrer aos dados publicados no artigo de Dyson, Eddington e Davidson para a próxima atividade.

Inicialmente utilizaremos uma tabela (ver figura 4.7) onde foram previstas, no ano de 1917, as treze estrelas que poderiam ser vistas nas expedições em Sobral e na Ilha do Príncipe. Estas estrelas foram numeradas e estes números foram as suas representações em outras tabelas e até mesmo na análise das chapas utilizadas no artigo.

TABLE I.

No.	Names.	Photog. Mag.	Co-ordinates. Unit = 50'.		Gravitational displacement.			
			x.	y.	Sobral.		Principe.	
					x.	y.	x.	y.
		m.			"	"	"	"
1	B.D., 21°, 641 . . . . .	7.0	+0.026	-0.200	-1.31	+0.20	-1.04	+0.09
2	Piazzi, IV, 82 . . . . .	5.8	+1.079	-0.328	+0.85	-0.09	+1.02	-0.16
3	$\kappa^2$ Tauri . . . . .	5.5	+0.348	+0.360	-0.12	+0.87	-0.28	+0.81
4	$\kappa^1$ Tauri . . . . .	4.5	+0.334	+0.472	-0.10	+0.73	-0.21	+0.70
5	Piazzi, IV, 61 . . . . .	6.0	-0.160	-1.107	-0.31	-0.43	-0.31	-0.38
6	$\nu$ Tauri . . . . .	4.5	+0.587	+1.099	+0.04	+0.40	+0.01	+0.41
7	B.D., 20°, 741 . . . . .	7.0	-0.707	-0.864	-0.38	-0.20	-0.35	-0.17
8	B.D., 20°, 740 . . . . .	7.0	-0.727	-1.040	-0.33	-0.22	-0.29	-0.20
9	Piazzi, IV, 53 . . . . .	7.0	-0.483	-1.303	-0.26	-0.30	-0.26	-0.27
10	72 Tauri . . . . .	5.5	+0.860	+1.321	+0.09	+0.32	+0.07	+0.34
11	66 Tauri . . . . .	5.5	-1.261	-0.160	-0.32	+0.02	-0.30	+0.01
12	53 Tauri . . . . .	5.5	-1.311	-0.918	-0.28	-0.10	-0.26	-0.09
13	B.D., 22°, 688 . . . . .	8.0	+0.089	+1.007	-0.17	+0.40	-0.14	+0.39

\* 'Monthly Notices, R.A.S.,' LXXVII, p. 445.

**Figura 4.7.** A tabela do artigo da R.A.S. [44] fornece as magnitudes fotográficas, as coordenadas padrão das estrelas, e os deslocamentos gravitacionais calculados em x e y

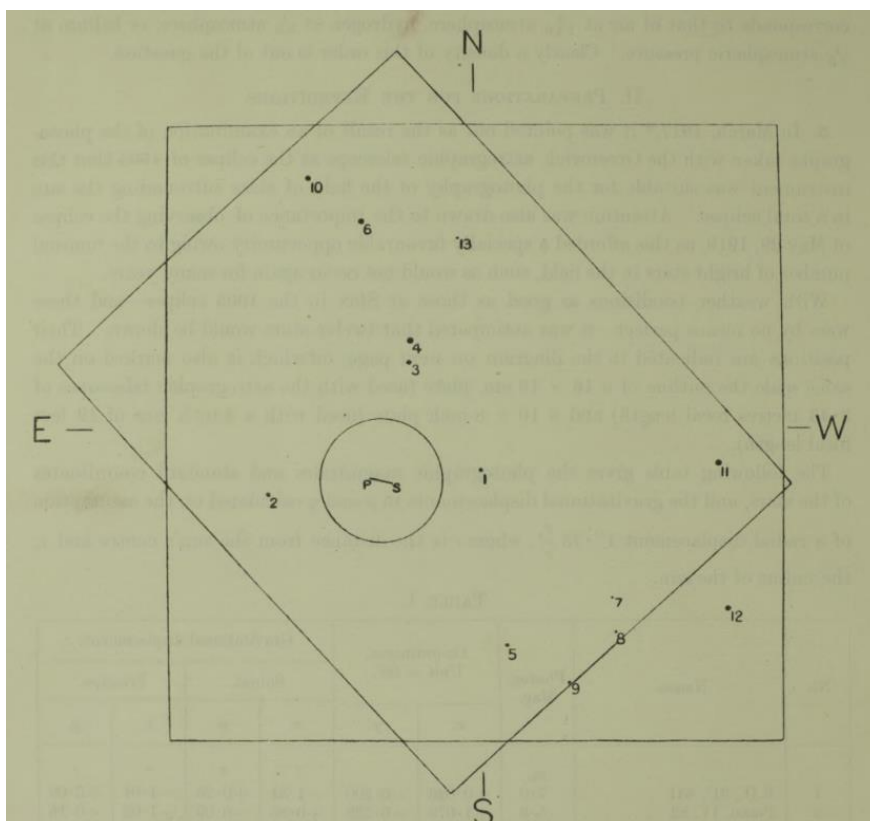
Verificamos quais estrelas nos interessavam a partir da tabela abaixo, onde são listadas as sete estrelas analisadas nas placas de Sobral, com os desvios calculados e os observados conforme podemos observar na figura 4.8.

RADIAL Displacement of Individual Stars.

Star.	Calculation.	Observation.
	"	"
11	0·32	0·20
10	0·33	0·32
6	0·40	0·56
5	0·53	0·54
4	0·75	0·84
2	0·85	0·97
3	0·88	1·02

**Figura 4.8.** Tabela do artigo da R.A.S. [44] com a numeração das estrelas identificadas nas placas.

Em seguida, observamos a posição, em relação ao Sol, das estrelas analisadas, representadas pela numeração da tabela da figura 4.8 no registro de uma das chapas como podemos ver na figura 4.9.



**Figura 4.9.** A numeração das estrelas identificadas em uma das chapas no artigo da R.A.S. [44]

Comparando as informações da placa com as duas tabelas anteriores, figuras 4.7 e 4.8, conseguimos identificar cinco das sete estrelas analisadas pela expedição britânica no *Stellarium*. São elas:

- 3 –  $\kappa^2$  Tauri
- 4 –  $\kappa^1$  Tauri
- 6 –  $\nu$  Tauri
- 10 – 72 Tauri
- 11 – 66 Tauri

Sendo a estrela 66 Tauri identificada por sua outra designação,  $\nu$  Tau<sup>20</sup>. E as estrelas  $\kappa^2$  Tauri,  $\kappa^1$  Tauri e 72 Tauri pelas respectivas designações de  $\kappa^2$  Tau,  $\kappa^1$  Tau e 72 Tau<sup>21</sup>.

A estrela 66 Tauri fica muito distante do centro do Sol em comparação às demais analisadas no mesmo plano, dificultando sua aparição na tela do computador com as demais (figura 4.10. e 4.11). Por uma questão de praticidade, até para que nós e os alunos possamos ter uma noção da distância das estrelas consideradas em relação ao Sol, iremos nos concentrar em quatro delas como podemos ver na figura 4.11.



**Figura 4.10.** A identificação da estrela 66 - Tauri através do Stellarium.

<sup>20</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/66\\_Tauri](https://en.wikipedia.org/wiki/66_Tauri). Acesso: Maio de 2020

<sup>21</sup> <https://www.universeguide.com/star/72tauri>. Acesso: Maio de 2020



**Figura 4.11.** A identificação das estrelas através do Stellarium.

O posicionamento dos astros na imagem permite ao professor iniciar uma discussão em sala de aula sobre a medida do desvio relativo para cada uma das estrelas em relação à distância da borda solar. A tabela, figura 4.8, apresentada por Dyson, Eddington e Davidson pode ser reproduzida sem o nome das quatro estrelas identificadas por nós no *Stellarium*. Uma sugestão aos professores seria que os alunos identificassem as estrelas por meio do *Stellarium* e preenchessem a tabela 4.8 onde os desvios calculados, aqueles obtidos através dos dados já conhecidos de cada estrela; e os desvios observados, aqueles obtidos pela análise das placas, já estariam expostos. Sendo previamente identificadas as três estrelas analisadas, mas que não aparecem no campo visual da imagem da figura 4.11, como pode ser visto na tabela 4.1.

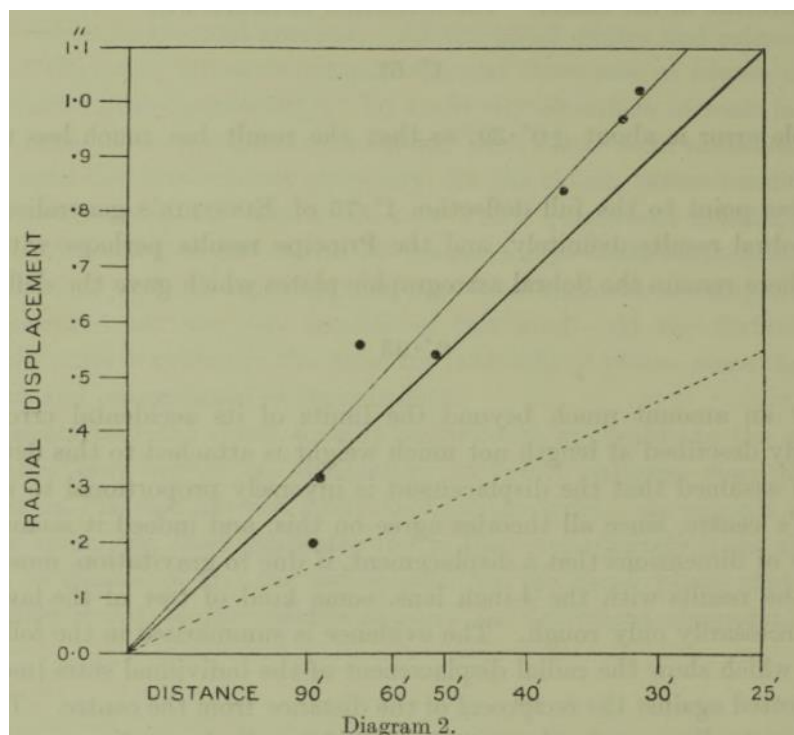
Estrela	Desvio calculado	Desvio observado
11 – 66 Tauri	0".32	0".20
	0".33	0".32
	0".40	0".56
5 – Piazzzi, IV, 61	0".53	0".54
	0".75	0".84
2 - Piazzzi, IV, 82	0".85	0".97
	0".88	1".02

**Tabela 4.1.** Tabela que pode ser elaborada pelo professor e preenchida com os valores oficiais da R.A.S. como mostra a figura 4.8

É importante o professor frisar com os alunos que a previsão einsteiniana 1'74 é válida para um raio de luz passando rasante na borda do Sol. Este valor só seria encontrado nessas condições. Porém, a relação é válida para todas as estrelas que tiveram desvios, seguindo uma relação 1/r em que r é a distância em relação ao Sol como na expressão deduzida por Einstein

$$\delta = 4 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}$$

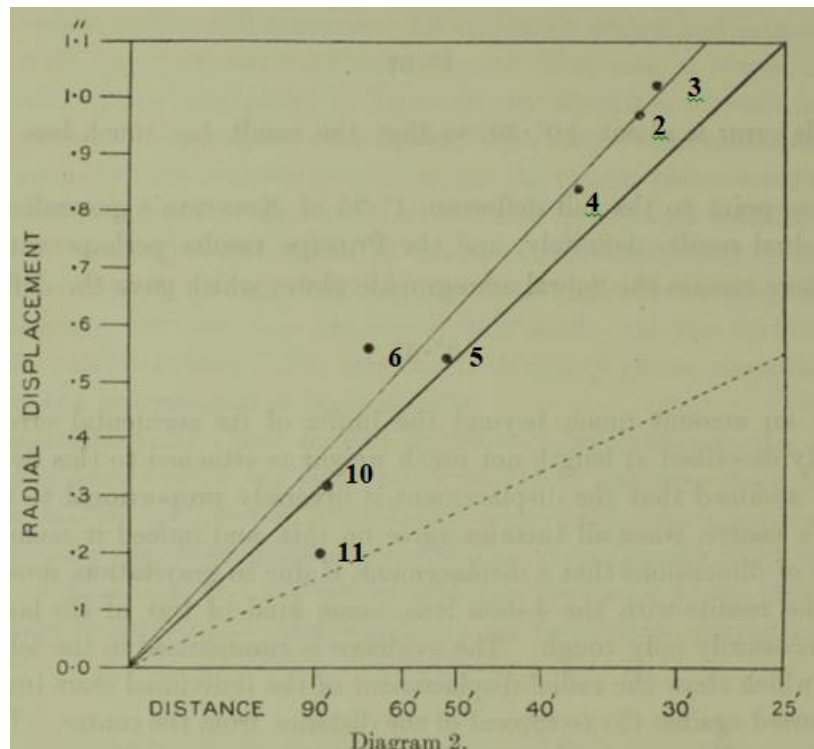
Após a tarefa anterior, pode-se apresentar o diagrama (ver figura 4.12) que foi desenhado no artigo de Dyson, Eddington e Davidson, que mostrou os desvios radiais observados das estrelas, que foram medidos nas placas do telescópio de 4 polegadas utilizado em Sobral. Este mesmo diagrama faz uma comparação com as previsões dos cálculos einsteiniano e newtoniano em função da distância das estrelas ao centro do Sol.



**Figura 4.12.** O diagrama apresentado pela R.A.S [44] mostra a relação entre o deslocamento das estrelas suas distâncias do centro do Sol. A linha superior representa a melhor reta traçada para as medidas obtidas; o gráfico inferior seguinte representa as medidas previstas pela teoria de Einstein e o gráfico menos inclinado representa as medidas previstas pelo cálculo newtoniano.

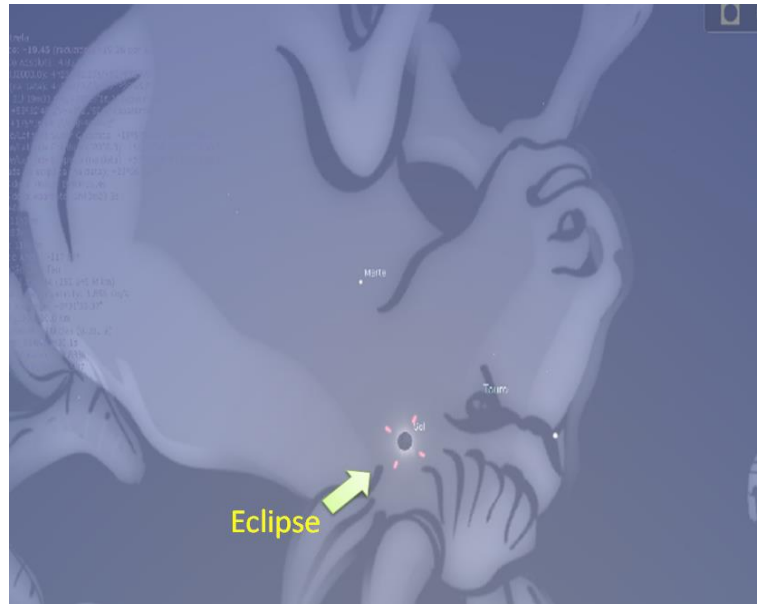
É importante chamar a atenção que os dados obtidos na figura 4.12 estão bem mais próximos da curva einsteiniana do que da curva newtoniana.

O professor pode pedir para que os seus alunos associem as sete estrelas observadas, e que estão na tabela 4.1., já preenchida por eles, com o gráfico da figura 4.12. A ideia é que eles cheguem ao resultado conforme a figura 4.13.



**Figura 4.13.** O diagrama apresentado pela R.A.S com a relação dos pontos e as estrelas observadas. Identificação das estrelas observadas com seus respectivos pontos no gráfico.

Outro recurso do *Stellarium* é que podemos visualizar os desenhos imaginados pelas antigas civilizações conectando as estrelas e que deram nomes as constelações. Para isso, devemos pressionar a tecla R. Esta ferramenta permite observar o posicionamento do Sol na constelação de Touro no dia e horário do eclipse como pode ser visto na figura 4.14..



**Figura 4.14.** Visualização no *Stellarium* com o Eclipse e a Constelação de Touro.

A ilustração acima nos auxilia como base para fazermos a comparação da região do céu para as mesmas coordenadas geográficas nas seguintes datas: do eclipse – 29 de maio de 1919 e de uma das datas que os astrônomos britânicos tiraram as fotografias de comparação – período de 11 a 18 de julho de 1919. Escolhemos aleatoriamente o dia 18 de julho. Seguindo o procedimento realizado pelos astrônomos britânicos, o horário escolhido por nós foi um pouco antes do amanhecer.

Deixamos a 72 Tauri em destaque nas duas imagens para facilitar a comparação conforme podemos ver nas figuras 4.15 e 4.16.

O professor pode avançar ou retroceder no tempo com algumas das seguintes funções do programa:

Aumentar a velocidade do tempo → tecla L

Diminuir a velocidade do tempo → tecla J

Avançar um dia solar → tecla =

Avançar uma semana solar → tecla ]

Retroceder um dia solar → tecla -

Avançar e retroceder o tempo utilizando as teclas L e J possibilita que o professor avance de modo que o aluno possa visualizar as variações do campo estelar para as coordenadas dadas pelos cientistas britânicos. E que o campo analisado se repete

diariamente no céu sobralense. Porém, apenas no período considerado – 11 a 18 de Julho – foi o primeiro sem o Sol estar presente. O que permitiu a observação da comissão britânica.



**Figura 4.15.** A constelação no dia do eclipse com a 72 Tauri em destaque



**Figura 4.16.** A constelação no dia 18 de julho de 1919 com a 72 Tauri em destaque.

O objetivo aqui foi mostrar que o céu é exatamente o mesmo nas duas situações. O professor pode avançar o tempo a partir da data do eclipse para os alunos perceberem as diversas mudanças no mapa celeste durante o tempo considerado. E constatar que, somente em um período específico, este céu se repetiria para os astrônomos poderem fazer as chapas de comparação.



Infelizmente o *Stellarium* não nos possibilita verificar se há variação nos posicionamentos das estrelas entre as imagens. Uma observação final: os nomes Alkabain III, Alkabain IV, Alkabain V são, respectivamente, outras designações de  $\kappa^1$  Tauri,  $\kappa^2$  Tauri e  $\nu$  Tau.

## A proposta didática em sala de aula

Faremos agora um interlúdio para registrar o uso tentativo que fizemos desta proposta didática. A ideia inicial era que essa espécie de módulo didático sobre a deflexão da luz e a TRG fosse testada ao longo de 2020. Infelizmente, não foi possível que o nosso trabalho fosse aplicado de forma contínua em sala de aula devido à pandemia do Covid-19 e a consequente adesão do ensino remoto pelas escolas. Porém, em uma espécie de preparação, o trabalho já havia sido aplicado parcialmente, nos meses que antecederam a pandemia, em duas escolas particulares na região da Baixada Fluminense do Rio de Janeiro. Consideramos ali: a revisão histórica, a atividade ilustrativa da deflexão do raio laser na solução supersaturada de açúcar e a aplicação da atividade com o intuito de chegar à expressão matemática para o ângulo de deflexão da luz por análise dimensional.

Durante a exposição do professor foram ouvidas expressões de surpresa com as ideias de Albert Einstein e do fato da TRG ter sido comprovada em solo brasileiro. Foi percebida uma participação mais intensa dos alunos com maior aptidão às ciências humanas, em particular, do sexo feminino. Na atividade para chegar à expressão do ângulo de deflexão, os alunos conseguiram identificar como significativos, sem o auxílio do professor, dois parâmetros: a velocidade da luz e a massa do Sol. A distância do centro de massa do Sol ao raio de luz, eles deduziram com auxílio do professor e não conseguiram pensar, por sim mesmos, na constante gravitacional universal como um fator que influenciaria a deflexão do raio de luz.

A ideia da deflexão da luz foi bem assimilada pela turma, o experimento do raio laser na solução supersaturada de açúcar auxiliou em uma melhor compreensão do fenômeno. Já espaço-tempo curvo, e em quatro dimensões, foi classificado pelos estudantes como algo muito complexo e de difícil assimilação. Porém, consideraram a abordagem válida e interessante.

# Capítulo 5

## Conclusão

A revisão histórica da deflexão da luz, em conjunto com as atividades por nós propostas, constitui, a nosso ver, um material didático pertinente e interessante para que se possa abordar, a partir desse ângulo específico, a Teoria da Relatividade Geral em sala de aula para uma turma do terceiro ano de Ensino Médio, sem a apresentação de cálculos ou expressões matemáticas complexas. Essa abordagem possibilita ao aluno concluir seu ciclo escolar conhecendo alguns dos principais elementos que estão por trás da ideia da Teoria da Relatividade Geral como, por exemplo, a concepção de um espaço-tempo curvo na presença de matéria, e de como uma importante previsão resultante dela, a deflexão da luz das estrelas, foi verificada.

Acreditamos que este tema e o enfoque com que foi tratado possam fazer com que os jovens percebam que o Universo pode ser descrito por leis físicas diferentes daquelas com que estão acostumados, em particular no estudo da atração gravitacional newtoniana. Espera-se também que isto estimule a curiosidade deles e, com isto, “o desejo de querer saber mais”. E que isso também os instigue a se interessarem mais pela área científica, em particular pela física, seja pelo desejo de adquirirem mais conhecimento ou pelo ingresso na carreira profissional.

Existe uma crença, comum a elucubrações pós-modernas, e que se propagam nestes tempos de negacionismos, que teorias científicas são apenas construções humanas ficcionais e escoradas em leis baseadas em opiniões e sem base de comprovação. Seriam apenas um conjunto de suposições idealizadas, uma mera “teoria”, que explicaria de forma satisfatória determinados eventos. Esta confusão epistemológica muito deve à utilização frouxa da palavra *teoria*, como é considerada no senso comum. A história aqui contada, acerca do processo de previsão e observação – ocorrida pela primeira vez no Brasil – da deflexão da luz das estrelas na borda do Sol, pode levar os estudantes a perceberem o caminho criativo da construção das teorias científicas e da importância de que sejam testadas e verificadas experimentalmente.

Espera-se, também, que essa abordagem contribua para desenvolver um espírito crítico nos estudantes, em particular sobre o funcionamento da ciência.

O caráter mais histórico e narrativo da aula pode despertar o interesse dos alunos que têm alguma aversão inicial às disciplinas das chamadas “ciências exatas”. Notemos que a aplicação da(s) atividade(s) com o intuito de chegar à expressão matemática para o ângulo de deflexão da luz, seja por análise dimensional ou pelo Princípio de Equivalência, são também interessantes para não desvincular por completo a física dos seus conceitos e cálculos matemáticos.

Foram apresentadas nessa dissertação essas duas propostas de demonstrações simplificadas para se chegar à expressão do ângulo de deflexão do raio de luz. Ambas podem ser perfeitamente aplicadas em sala de aula em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, já que os conteúdos envolvidos já foram estudados pelos alunos durante este ciclo escolar, como a análise dimensional e as expressões da cinemática sem cálculos complexos. Cabe ao professor a escolha de uma delas ou aplicá-las em conjunto.

As atividades ilustrativas relacionadas com a deflexão da luz, a analogia com a deflexão do raio laser na solução supersaturada de açúcar e o *Stellarium*, são ferramentas que auxiliam o professor a ilustrar aos seus alunos o fenômeno observado durante o eclipse solar e fazer a conexão com a revisão histórica relatada. No caso do *Stellarium*, se possibilita visualizar o céu no dia do eclipse em Sobral, em 29 de maio de 1919. Essas atividades podem tornar a aula bem mais dinâmica e interessante e suscitar novas perguntas. Acreditamos que o número de quatro aulas de 50 minutos seja o tempo mínimo necessário para a aplicação da revisão teórica da deflexão da luz em conjunto com as atividades propostas (ilustrativas e demonstrativas).

A revisão histórica, aqui feita de forma cronológica, pontuou o processo de como se desenvolveu, ao longo do tempo, a ideia da deflexão da luz, e explorou, mesmo que superficialmente, pensamentos de grandes físicos, dentro de um período de 200 anos, até chegar a um teste observacional importante da Teoria da Relatividade Geral. A cronologia favorece que o aluno perceba que uma ideia científica complementa a outra, ou mesmo a contesta e supera, e que a ciência não é algo que nasce pronto; ela é um processo em construção e está em constante transformação. A narrativa das expedições e das dificuldades encontradas na tentativa de se observar um eclipse solar total auxiliam no entendimento de qual contexto histórico esteve subjacente aos trabalhos de Einstein.

Um outro ponto importante, para o qual o nosso trabalho pretendeu contribuir, é o de situar a presença do Brasil neste processo, o que possibilita também considerar o contexto da ciência praticada, naquela época, em nosso país. A inserção do país em atividades científicas próprias, ou decorrentes da vinda de expedições científicas estrangeiras, em particular neste acontecimento, é em grande medida desconhecida dos estudantes e mesmo dos professores e da população em geral. As razões para este grande desconhecimento coletivo do eclipse de Sobral foram discutidas em Moreira [47]. Nesse caso, o Brasil teve sua participação na história da ciência ao ser o palco geográfico das observações, mas também por dar suporte para a expedição britânica em Sobral, em um dos eventos do século XX de maior importância para a ciência moderna. Destaque-se a importante atuação de Henrique Morize para que a observação fosse realizada em terras brasileiras e para que tudo ocorresse de forma adequada e satisfatória, como registrado pelos astrônomos britânicos em seu artigo original [44]. Foi a partir da divulgação dos resultados das observações feitas em Sobral, que confirmaram as previsões de Einstein, que ele se tornaria o cientista mais famoso de todos os tempos.

# Apêndice A

## Cálculos da expressão para o ângulo de deflexão de um raio de luz passando rasante à borda do Sol

Apresentaremos duas propostas de atividades demonstrativas que podem auxiliar na obtenção da expressão newtoniana para o ângulo da deflexão do raio de luz. Elas podem ser desenvolvidas e discutidas, em sala de aula, com alunos de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio. Pode-se chegar à expressão por análise dimensional ou por meio de uma dedução que faz uso da análise do movimento de uma partícula de luz nas vizinhanças do Sol e do Princípio de Equivalência. Caberá ao professor decidir se é válida a aplicação de apenas uma ou de ambas as atividades durante as aulas sobre a história dos estudos da deflexão da luz, tendo como pano de fundo a revisão histórica encontrada na dissertação *A história da física presente na sala de aula: a deflexão da luz e os 100 anos do eclipse de Sobral*.

### 1. A previsão do ângulo de deflexão do raio de luz por análise dimensional

A proposta é que, a partir de um debate em sala de aula, os alunos, com auxílio do professor, deem sugestões dos possíveis fatores físicos (parâmetros) que influenciariam a deflexão da luz ao passar próximo à borda do Sol. A combinação deles em uma fórmula que forneça o ângulo de deflexão deve ser adimensional, pois este ângulo  $\delta$ , é uma grandeza deste tipo (sendo a razão de dois comprimentos).

O resultado esperado deverá ser uma função de

$$\delta \sim F\left(\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}\right)$$

Onde  $\delta$  é o ângulo do desvio do raio de luz,  $G$  é constante universal gravitacional,  $m$  é a massa solar,  $r$  é a distância do centro de massa do Sol ao feixe do raio de luz e  $c$  é a velocidade de propagação da luz no vácuo.

O professor deve partir do elemento de referência, o ângulo de deflexão e esperar que os alunos pensem em como cada um dos parâmetros pode influenciá-lo. O ângulo pode ser representado por  $\delta$  para manter o padrão da maioria das referências sobre o assunto. A escolha dos parâmetros pode ser justificada da seguinte forma:

a) A massa do Sol: o encurvamento do raio de luz que passa rasante a um corpo celeste será maior, espera-se, quanto maior massa tiver este corpo, em razão da expressão da gravitação universal de Newton. Como o corpo em análise é o Sol, então a massa solar é um dos parâmetros escolhidos. Denominaremos esta grandeza de  $m$ .

b) A distância do centro de massa do Sol ao raio de luz: é outro parâmetro que devemos levar em conta, pois, sabe-se que a ação gravitacional decai com a distância. Denominaremos este parâmetro de  $r$ . A distância será tomada no ponto de aproximação máxima do raio de luz.

c) A constante de gravitação universal: A constante gravitacional mede a intensidade da interação do campo gravitacional com a matéria e, portanto, deve estar presente como um parâmetro relevante. Seguiremos a simbologia padrão,  $G$ .

d) A velocidade da luz: E por fim, a velocidade da luz. O raciocínio pode ser feito da seguinte forma: se um corpo for lançado próximo à superfície da Terra com uma velocidade (paralela ao solo) bem maior do que a de outro, ela terá uma trajetória bem menos desviada na direção do que o corpo de menor velocidade, se ambos percorrerem a mesma distância horizontal. Por este raciocínio percebemos que a velocidade do corpo em questão é um fator necessário e importante para nossa análise dimensional, já que estaremos tentando avaliar quanto o corpo será desviado de sua direção original de movimento pelo efeito do campo gravitacional. Seguiremos o padrão e a velocidade da luz será representada por  $c$ .

A massa da luz seria outro parâmetro a ser considerado. Porém, ela não é levada em conta na expressão do ângulo de deflexão do raio de luz. Uma forma de pensar é que a aceleração gravitacional independe da massa do corpo que se move.

Os parâmetros na dimensão das grandezas fundamentais da análise dimensional podem ser escritos como:  $L$  – comprimento,  $M$  – Massa e  $T$  – tempo.

Parâmetros	Significado	Dimensão
$\delta$	Ângulo do desvio do feixe de luz	Adimensional
$m$	Massa solar	$M$
$r$	Distância do centro de massa do Sol ao feixe de luz no ponto de aproximação máxima	$L$
$G$	Constante Universal Gravitacional	$L^3T^{-2}M^{-1}$
$c$	Velocidade da luz	$LT^{-1}$

**Tabela A.1.** Os parâmetros que influenciam o desvio do raio de luz e suas dimensões.

O objetivo é chegar a uma função de modo que o ângulo de desvio dependa de  $G$ ,  $m$ ,  $c$  e  $r$ . De acordo com o procedimento usual da análise dimensional, devemos supor que o ângulo tenha uma expressão algébrica do tipo:

$$\delta = G^a \cdot c^b \cdot m^d \cdot r^f = [L^3T^{-2}M^{-1}]^a \cdot [LT^{-1}]^b \cdot [M]^d \cdot [L]^f$$

Como  $\delta$  deve ser adimensional, chegamos ao seguinte sistema de equações:

$$3a + b + f = 0$$

$$-2a - b = 0$$

$$-a + d = 0$$

Cuja solução é  $d = a$ ;  $b = -2a$ ;  $f = -a$ . Para obter a expressão adimensional mais simples (as outras serão potências dela), devemos considerar  $a = 1$  e por consequência  $d = 1$ ;  $b = -2$ ;  $f = -1$ . Chegamos então à expressão adimensional básica:

$$\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}$$

Então a expressão do ângulo de desvio do raio de luz, resultante da análise dimensional, com  $\delta$  em função G, m, c e r, terá a forma:

$$\delta = f\left(\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}\right).$$

Como a análise dimensional dá apenas uma função geral deste fator adimensional, e não um resultado bem definido, é preciso examiná-la um pouco mais.

Esta função pode ser expandida em uma série de potências. A suposição mais simples é escrever o coeficiente igual a 1 [considerando o primeiro termo da série] e tomar esta como a expressão básica (os físicos sempre buscam as soluções mais simples, na esperança de que funcionem).

$$\delta = \mu\left(\frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}\right),$$

onde  $\mu$  é uma constante numérica.

A expressão é a mesma encontrada por Cavendish e Soldner por meio de cálculos newtonianos, e por Einstein dentro da Teoria da Relatividade Geral. Porém, caberá ao professor mostrar e explorar a diferença entre as duas teorias: a constante numérica que antecede a expressão assume valores diferentes nos dois casos: 2 para o caso newtoniano e 4 para o caso einsteiniano.

$$\delta_{\text{Newtoniana}} = 2 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2},$$

$$\delta_{\text{Einsteiniana}} = 4 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}.$$

É importante destacar que as duas teorias não se diferenciam apenas pelos valores das suas constantes. O parâmetro c tem conceitos físicos diferentes. Na expressão einsteiniana ela é uma constante fundamental da natureza, enquanto para a expressão newtoniana, c é a velocidade no ponto que tangencia o Sol.



## 2. Dedução aproximada do ângulo de deflexão da luz usando o Princípio de Equivalência

A seguinte atividade demonstrativa parte usando a ideia de um raio luminoso dentro do modelo corpuscular. Tomaremos como base o Princípio de Equivalência e as deduções conhecidas do movimento de corpos nas proximidades da superfície de um grande corpo esférico, como a Terra ou o Sol.

Nela o professor pode demonstrar a expressão ao ângulo de deflexão da luz em sala de aula utilizando o Princípio de Equivalência e as deduções conhecidas do movimento de corpos nas proximidades da superfície do Sol.

O ponto de partida é imaginarmos um elevador, com uma abertura em uma das suas faces lateral, que sobe acelerado com aceleração  $\vec{a}$  de intensidade equivalente à da aceleração da gravidade  $\vec{g}$  e tendo uma largura de medida igual ao diâmetro do Sol. Devemos considerar um raio de luz oriundo do infinito e que atinge perpendicularmente o plano lateral do elevador passando através desta abertura. Para um observador dentro do elevador, e de acordo com o Princípio da Equivalência, o raio de luz terá sua trajetória encurvada dentro do elevador, segundo uma trajetória parabólica.



**Figura A.1.** O esquema de um raio de luz que sofre um desvio ao atravessar um elevador de largura igual ao diâmetro do Sol e as componentes da velocidade  $v$ .

O nosso objetivo é descobrir a expressão aproximada para o desvio sofrido pelo raio de luz ao atingir o plano oposto ao da abertura.

Os parâmetros que devem ser considerados são:  $\delta$  é o ângulo do desvio do raio de luz,  $G$  é constante universal gravitacional,  $m$  é a massa solar,  $r$  é a distância do centro

de massa do Sol ao feixe do raio de luz e  $c$  é a velocidade de propagação da luz no vácuo.

A figura A.1 será tomada como referência para o desenvolvimento dos cálculos:  $\delta$  é o ângulo do desvio do raio de luz,  $\vec{v}$  é a velocidade da luz que tangencia a trajetória do raio de luz, logo após sair do plano lateral do elevador, com  $\vec{v}_x$  sendo a sua componente horizontal e  $\vec{v}_y$  a sua componente vertical. E  $\vec{a}$  a aceleração de ascensão do elevador.

Pelo triângulo retângulo composto pelos vetores  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}_x$  e  $\vec{v}_y$ , temos que o ângulo de deflexão  $\delta$  é dado pela razão entre a componente vertical da velocidade  $\vec{v}_y$  pela sua componente horizontal  $\vec{v}_x$ .

$$\delta \approx \frac{v_y}{v_x}. \quad (\text{a.1})$$

A componente da velocidade no eixo x, é dada pela velocidade da luz

$$v_x = c. \quad (\text{a.2})$$

Utilizamos a função horária da velocidade do movimento uniformemente variado para situações em queda livre e escrevemos a componente vetorial da velocidade  $v$  para o eixo y.

$$v_y = g \cdot t. \quad (\text{a.3})$$

Agora, analisaremos o eixo x, no qual a velocidade  $v_x$  é constante. Aplicaremos a equação do movimento uniforme.

$$\begin{aligned} S &= S_0 + v_x \cdot t \\ \Delta S &= v_x \cdot t, \end{aligned} \quad (\text{a.4})$$

onde  $\Delta S = S - S_0$ . Como o efeito da ação gravitacional é significativo apenas nas proximidades do Sol, consideraremos o deslocamento  $\Delta S$  igual ao diâmetro solar (esta é a dimensão considerada para nosso elevador hipotético), onde  $R$  é o seu raio e a velocidade no eixo x sendo  $c$ , teremos:

$$2R = c \cdot t, \quad (\text{a.5})$$

isolando t, chegamos a:

$$t = \frac{2R}{c} \quad (\text{a.6})$$

Para o próximo passo, é necessário lembrar que a intensidade da aceleração da gravidade g pode ser expressa pela função  $g = \frac{G \cdot m}{r^2}$ . Ao retornar a equação a.3, substituiremos g pela expressão anterior e t pela equação a.6.

$$v_y = \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot \frac{2R}{c}$$

$$v_y = \frac{G \cdot m}{r} \cdot \frac{2}{c} \quad (\text{a.7})$$

Para concluir os cálculos, retornamos à equação a.1 e substituímos os valores de  $v_x$  e  $v_y$  pelas equações a.2 e a.7, respectivamente, e finalmente chegaremos ao resultado:

$$\delta \approx \frac{\frac{G \cdot m}{r} \cdot \frac{2}{c}}{c}$$

$$\delta \approx 2 \frac{Gm}{rc^2}. \quad (\text{a.8})$$

Diferentemente da atividade anterior, o valor de uma das constantes está presente na expressão. No caso, a constante 2, que aparece na expressão do ângulo de deflexão de um raio de luz próximo à borda do Sol para cálculos newtonianos.

O professor pode abordar as limitações deste modelo simplificado de cálculo com seus alunos, chamando a atenção para o caráter local do princípio de Equivalência. A atividade proposta é uma dedução muito aproximada. Pois para a utilização precisa do Princípio de Equivalência, que é um princípio local e que vale para uma região pequena do campo gravitacional, tornando-o equivalente a um sistema acelerado, teríamos de usar um grande número de pequenos elevadores afastando-se radialmente na superfície do corpo celeste para simular o efeito do campo gravitacional radial.

Assim, um raio de luz proveniente de muito longe atravessaria estes elevadores e sairia do outro lado com um ângulo de deflexão que seria dado pela integração dos pequenos desvios realizados dentro de cada pequeno elevador. Como o procedimento de integração não está no alcance de nossos alunos do Ensino Médio, o cálculo realizado foi bastante aproximado utilizando apenas um elevador.

# Apêndice B

## Atividades práticas para uma aula sobre a história dos estudos da deflexão da luz

Apresentaremos duas propostas de atividades práticas: um experimento no qual se utiliza um laser e uma solução supersaturada de açúcar que servirá para fazer uma analogia do que seria a deflexão da luz; a outra atividade será a aplicação do software simulador-planetário *Stellarium*, em conjunto com os dados publicados pelos cientistas ingleses responsáveis pelas observações, que possibilitará observar o céu em Sobral no dia 29 de maio de 1919 e estimar para quais estrelas a luz sofreu os maiores desvios. Ambas as atividades podem ser aplicadas durante a aula sobre a história dos estudos da deflexão da luz, tendo a revisão histórica encontrada na dissertação *A história da física presente na sala de aula: a deflexão da luz e os 100 anos do eclipse de Sobral*.

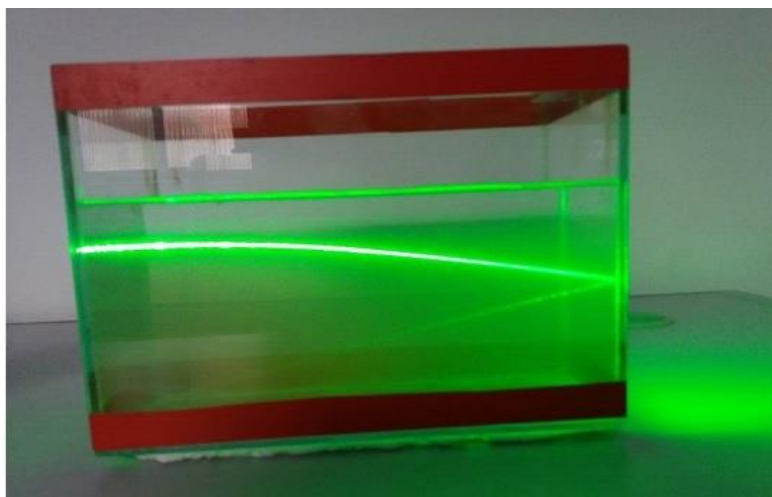
### 1. Uma analogia para a deflexão da luz das estrelas

A seguinte atividade tem o intuito de criar uma imagem para os alunos do que seria a deflexão do raio de luz próximo à borda do Sol. Para isso, propomos o experimento de um raio laser atravessando um aquário com água supersaturada de açúcar. Pode ser aplicada no momento que o professor achar o mais adequado durante a revisão histórica dos estudos da deflexão da luz.

É preciso ressaltar aos alunos que o experimento é apenas uma analogia do que é o desvio do raio de luz devido à influência da curvatura da deformação do espaço-tempo. As condições que envolvem a experiência e a deflexão da luz são diferentes. A primeira é devida à refração ocorrida por causa das camadas com diferentes densidades da solução supersaturada de açúcar no aquário, já o segundo, uma consequência da curvatura do espaço-tempo na visão da TRG.

Para melhores resultados, sugerimos que seja colocada água em cerca de 1/3 do volume do aquário. Em outro recipiente deve ser preparada a solução supersaturada de água com açúcar, com, também, cerca de 1/3 do volume do aquário, de modo a acrescentar o açúcar gradativamente de modo que quando o açúcar começar a precipitar, a solução está pronta. Com o auxílio de um funil, a solução supersaturada é colocada no fundo do aquário que já contém água comum. Como a solução preparada é bem mais densa que a água comum, ela se concentra na parte inferior da mistura. É necessário esperar em torno de uns 2 minutos para a mistura se equilibrar e poder ser realizado o experimento. Neste caso, foram formadas camadas no líquido com níveis diferentes de densidade, indo do menos denso, na parte superior, para o mais denso, na parte inferior.

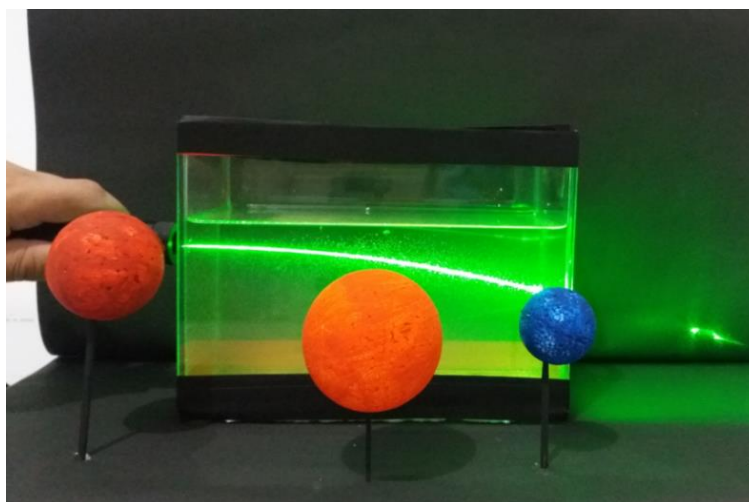
Um laser da cor verde deve ser utilizado para representar o raio de luz oriundo de uma estrela que passa próximo à borda do Sol. É preciso segurá-lo de modo a produzir um raio de luz que fosse perpendicular ao plano da face lateral do aquário, como mostra a figura B.1.



**Figura B.1.** A visualização da refração da luz devido as diferentes camadas da mistura. Créditos: Fábio Freitas

Um “cenário” pode ser criado para reproduzir o experimento em sala de aula. Pode-se forrar o fundo e a base do experimento de preto, para dar uma “atmosfera” de espaço sideral e, ao mesmo tempo, favorecer a visualização do rastro do feixe de luz. Três bolinhas de isopor pintadas podem ser utilizadas para representar a Terra, o Sol e a estrela emissora do raio luminoso, sendo a que representa a Terra é a de menor diâmetro. Este passo é opcional ao professor. No entanto, é preciso ressaltar que a imagem ajudaria o aluno a entender melhor o processo da deflexão do raio de luz próximo a um corpo celeste gigante como o Sol. Com o auxílio de palitos, os três

objetos foram posicionados sobre a base de isopor na seguinte ordem, a partir do posicionamento do laser: estrela emissora, o Sol e a Terra. A imagem “formada” para um observador, colocado a uma determinada distância do experimento, é que o feixe de luz se desviou ao passar próximo ao Sol e atingiu a Terra, conforme podemos observar na figura B.2.



**Figura B.2.** A representação da deflexão da luz próximo à borda do Sol e atingindo a Terra no experimento. Créditos: Fábio Freitas

## 2. O *Stellarium* como recurso didático

Outra proposta de atividade prática é a utilização do software simulador-planetário *Stellarium*, um software que permite visualizar o céu em uma simulação em 3D. Por meio dele podemos obter diversas informações sobre os astros celestes pelo computador. Dentre as diversas funcionalidades apresentadas por este planetário virtual, a de regressão e avanço do tempo é uma delas. Este simulador pode ser baixado gratuitamente no site: <https://stellarium.org/>.

A proposta é apresentar, em sala de aula, uma simulação do eclipse de Sobral no dia 29 de maio de 1919, após o professor abordar a comprovação da previsão da Teoria da Relatividade Geral. Além disso, podem ser exploradas outras situações como: a identificação e o posicionamento das estrelas analisadas com o telescópio de 4 polegadas pela expedição britânica; discutir quais estrelas levaram aos maiores e aos menores desvios; e, comparar, com as mesmas coordenadas, o campo das estrelas no dia do eclipse e na semana de retorno à Sobral para as fotos de comparação. Para isso,

utilizaremos dados dos resultados da expedição publicados, em 1 de janeiro de 1920, no artigo original de Dyson, Eddington e Davidson, publicado na *Philosophical Transactions of the Royal Society* que podem ser encontrados no site: <https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rsta.1920.0009>.

Descrevemos abaixo um roteiro instrucional de como o professor pode utilizar as ferramentas do *Stellarium* como recurso didático na aula de revisão teórica da deflexão da luz. A descrição serve como um roteiro instrucional.

Com o software aberto, o primeiro passo será escrever a data e o horário em que ocorreu o evento. É preciso pressionar a tecla F5 e a *janela de data e hora* será aberta (figura B.3). Sugerimos que o professor escolha um horário próximo daquele que ocorreu a totalidade do eclipse em Sobral para que os alunos possam observar o movimento relativo entre os astros (Sol e Lua). No caso, a totalidade se deu às 08h56min. A janela deve ser fechada.



**Figura B.3.** A tela a ser exibida pelo Stellarium com a janela data e hora aberta.

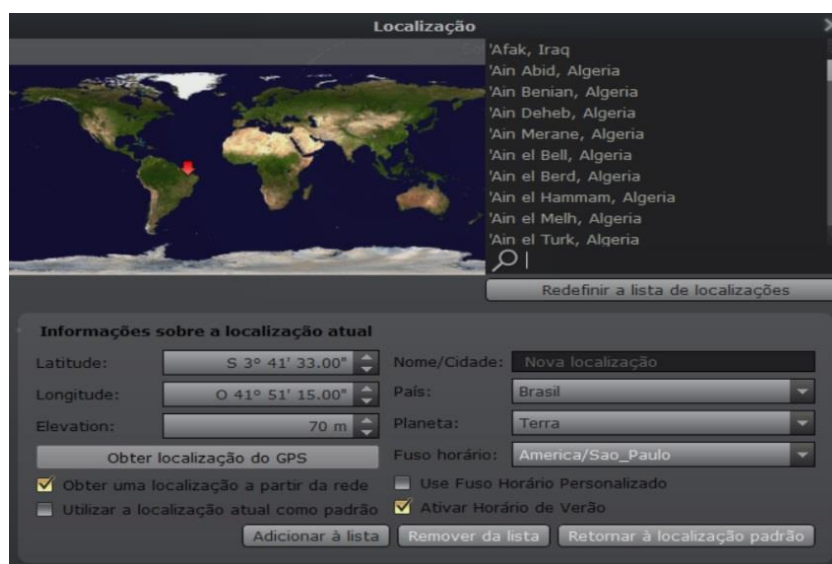
O próximo passo é inserir as coordenadas geográficas e a elevação da cidade de Sobral, para o posicionamento do local pelo software. Dados que obtivemos pelo artigo de Dyson, Eddington e Davidson: “Sobral é a segunda cidade do Estado do Ceará, no norte do Brasil. Suas coordenadas geográficas são: longitude 2h. 47m. 25s. Oeste; latitude 3 ° 41' 33" Sul; altitude 230 pés.”

A longitude sendo dada em horas, o Stellarium automaticamente a converte em graus. Pelo Sistema Internacional de Unidades, a altitude em pés, pode ser convertida



em metros se fizermos o seu produto por 0.3048; o que resulta em, aproximadamente, 70.00 m – o software só aceita valores arredondados para a elevação.

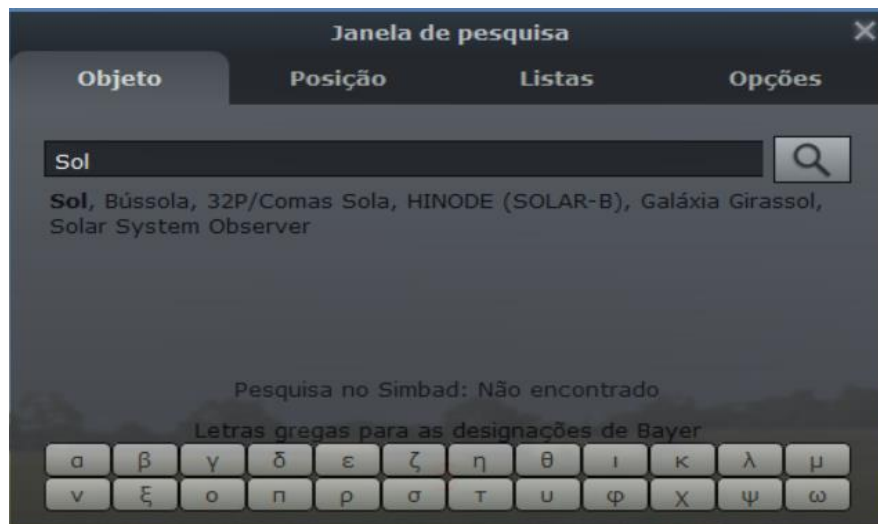
Ao pressionar a tecla F6 a *janela de localização* é aberta. Nos espaços correspondentes podem ser inseridas as coordenadas geográficas e a elevação da cidade de Sobral como pode ser visto na figura B.4.



**Figura B.4.** A janela de localização do *Stellarium* com os dados da seção *Informações sobre a localização atual* inseridos. Repare que o software já indicou por meio de uma seta vermelha a posição do local.

Uma observação: o software já tem registrado no seu sistema a cidade de Sobral que pode ser procurada na lista desta mesma janela na aba de pesquisa (ao lado da luneta). Porém, devido uma pequena diferença nas coordenadas e, especialmente, na elevação, o eclipse não tem sua totalidade às 08h56mim. Por este motivo a importância de seguir os dados de Dyson, Eddington e Davidson para a simulação ser a mais real possível.

Após a inserção dos dados, deve-se pressionar a tecla F3 para abrir a *janela de pesquisa*. Por meio da aba de pesquisa *objeto*, o nome do corpo alvo pode ser escrito: o Sol (ver figura B.5).



**Figura B.5.** a janela de pesquisa do *Stellarium*.

No momento da totalidade os alunos poderão ver a simulação do eclipse de Sobral como na representação da figura B.6. Com o mouse é possível ampliar o campo de imagem.



**Figura B.6.** A tela do momento em que a sombra da Lua cobre totalmente o Sol. Reparem nas coordenadas geográficas no canto esquerdo inferior da tela e as informações do dia e horário no canto inferior direito.

Além do aluno ter a sensação de estar vendo o histórico eclipse Solar de 1919 ao vivo, ele poderá observar como teria sido a protuberância do disco solar no momento da totalidade. Agora, o nosso foco serão as estrelas próximas à borda do Sol na imagem.

Por meio dos dados apresentados no artigo dos cientistas britânicos conseguimos identificar, no *Stellarium*, cinco das sete estrelas analisadas na lente de 4 polegadas na expedição em Sobral. Porém, por uma questão de praticidade iremos nos concentrar em quatro delas. São elas:

- 3 –  $\kappa^2$  Tauri
- 4 –  $\kappa^1$  Tauri
- 6 –  $\nu$  Tauri
- 10 – 72 Tauri

Sendo a estrela 66 Tauri identificada por sua outra designação, r Tau. E as estrelas  $\kappa^2$  Tauri,  $\kappa^1$  Tauri e 72 Tauri pelas respectivas designações de  $\kappa^2$  Tau,  $\kappa^1$  Tau e 72 Tau.

A numeração das estrelas foi dada pelos cientistas britânicos para identifica-las com mais facilidade nas placas fotográficas. Na previsão feita em 1917, esperava-se que até 13 estrelas pudessem ser observadas durante o eclipse de 1919, e estas foram numeradas conforme o seu distanciamento em relação ao Sol como podemos ver na figura B.7.



**Figura B.7.** A identificação das estrelas através do *Stellarium*.

O posicionamento dos astros na imagem permite ao professor iniciar uma discussão em sala de aula sobre a medida do desvio relativo de cada uma das estrelas

em relação à distância da borda solar. Uma das tabelas apresentadas por Dyson, Eddington e Davidson pode ser reproduzida sem o nome das quatro estrelas identificadas por nós no *Stellarium*. Os alunos poderiam identificar as estrelas por meio do *Stellarium* e preencheriam a tabela B.1 onde os desvios calculados, aqueles obtidos através dos dados já conhecidos de cada estrela; e os desvios observados, aqueles obtidos pela análise das placas, já estariam expostos. Sendo previamente identificadas as três estrelas analisadas, mas que não aparecem no campo visual da imagem da figura B.7. Espera-se que eles percebam a relação inversamente proporcional dos desvios das estrelas com suas respectivas distâncias à borda do Sol.

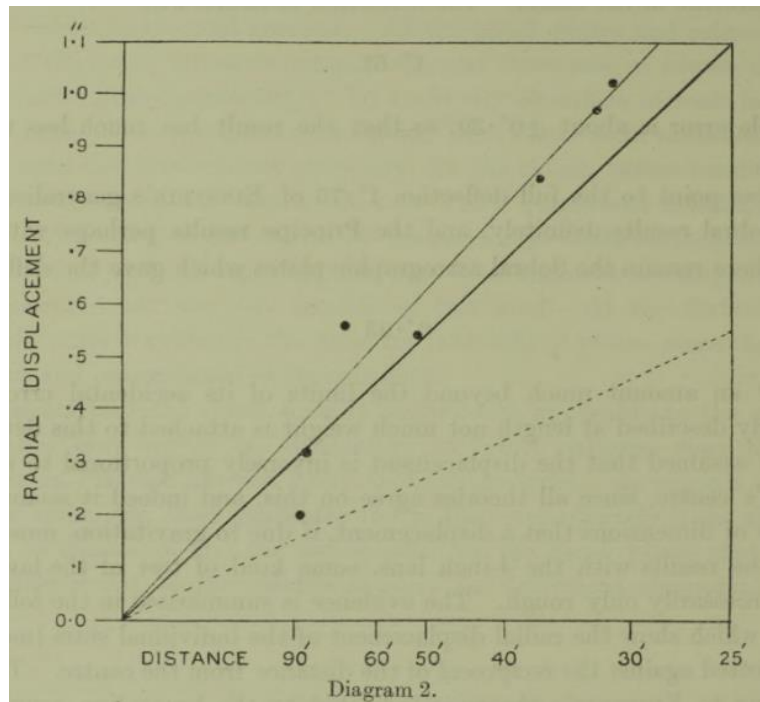
Estrela	Desvio calculado	Desvio observado
11 – 66 Tauri	0".32	0".20
	0".33	0".32
	0".40	0".56
5 – Piazzzi, IV, 61	0".53	0".54
	0".75	0".84
2 - Piazzzi, IV, 82	0".85	0".97
	0".88	1".02

**Tabela B.1** Tabela que pode ser elaborada pelo professor e preenchida com os valores oficiais da R.A.S.

É importante o professor frisar com os alunos que a previsão einsteiniana  $1'74$  é válida para um raio de luz passando rasante à borda do Sol. Este valor só seria encontrado nessas condições. Porém, a relação é válida para todas as estrelas que tiveram desvios, seguindo uma relação  $1/r$  em que  $r$  é a distância em relação ao Sol como na expressão deduzida por Einstein

$$\delta = 4 \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}.$$

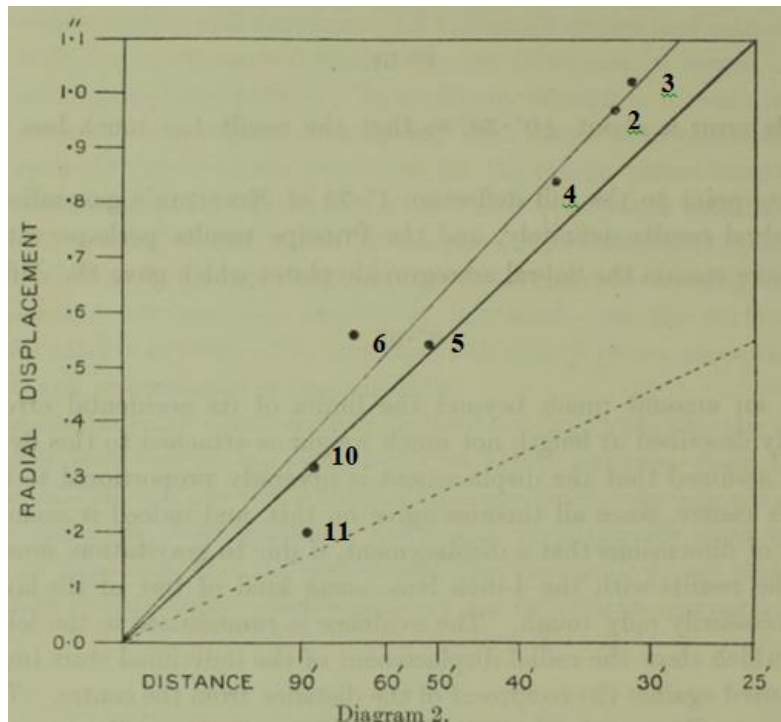
Após a tarefa anterior, pode-se apresentar o diagrama (figura B.8) que foi desenhado no artigo de Dyson, Eddington e Davidson, que mostrou os desvios radiais observados das estrelas, que foram medidos nas placas do telescópio de 4 polegadas utilizado em Sobral. Este mesmo diagrama faz uma comparação com as previsões dos cálculos einsteiniano e newtoniano em função da distância das estrelas ao centro do Sol.



**Figura B.8** O diagrama apresentado pela R.A.S mostra a relação entre o deslocamento das estrelas suas distâncias do centro do Sol. A linha superior representa a melhor reta traçada para as medidas obtidas; o gráfico inferior seguinte representa as medidas previstas pela teoria de Einstein e o gráfico menos inclinado representa as medidas previstas pelo cálculo newtoniano.

É importante chamar a atenção que os dados obtidos no diagrama estão bem mais próximos da curva einsteiniana do que da curva newtoniana.

O professor pode pedir para que os seus alunos associem as sete estrelas observadas, e que estão na tabela B.1, já preenchida por eles, com o gráfico da figura B.8. A ideia é que eles cheguem ao resultado conforme a figura B.9.



**Figura B.9** O diagrama apresentado pela R.A.S com a relação dos pontos e as estrelas observadas. Identificação das estrelas observadas com seus respectivos pontos no gráfico.

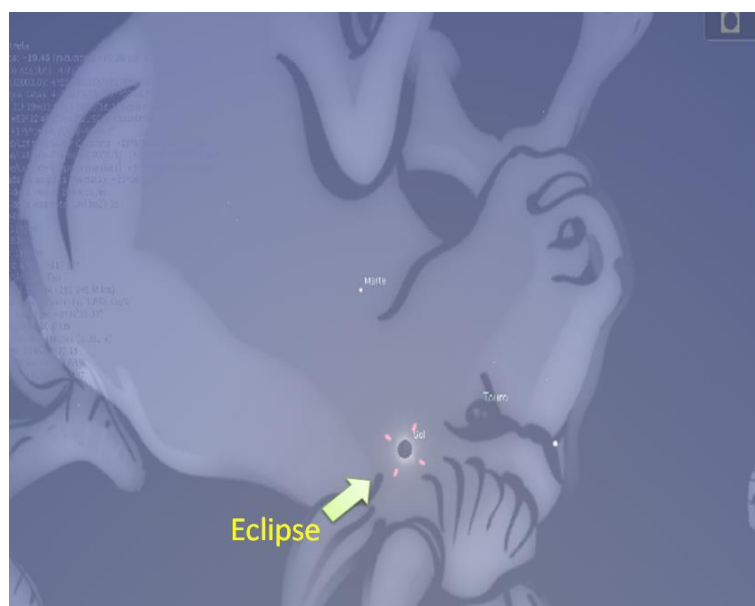
Com o *Stellarium* também é possível comparar o campo estelar do céu de Sobral no dia 19 de maio de 1919, durante o eclipse, com um dos dias da semana em que os cientistas britânicos retornaram à cidade para realizar as chapas de comparação, de 11 a 18 de Julho de 1919.

O campo estelar se repetiu algumas vezes durante o intervalo de tempo considerado. Porém, para registrar as fotos de comparação era preciso que ele aparecesse em um horário em que o Sol não estivesse presente para que as análises não tivessem desvio devido a sua influência e também para que a sua luminosidade não impedisse as observações.

O professor pode avançar o tempo a partir da data do eclipse para que os alunos percebam as diversas mudanças no mapa celeste durante o intervalo de tempo considerado. E constatar que, somente em um período específico, este céu se repetiria para os astrônomos poderem fazer as chapas de comparação para as mesmas coordenadas geográficas.

Para auxiliar nessa observação, pode-se utilizar o recurso de visualização dos desenhos imaginados pelas antigas civilizações conectando as estrelas e que deram nomes as constelações. Para isso, devemos teclar em R. Esta ferramenta permite

observar o posicionamento do Sol na constelação de Touro no dia do eclipse como pode ser visto na figura B.10.



**Figura B.10.** Visualização no *Stellarium* com o Eclipse e a Constelação de Touro.

O professor pode avançar ou retroceder no tempo com algumas das seguintes funções do programa:

Aumentar a velocidade do tempo → tecla L

Diminuir a velocidade do tempo → tecla J

Avançar um dia solar → tecla =

Avançar uma semana solar → tecla ]

Retroceder um dia solar → tecla -

Avançar e retroceder o tempo utilizando as teclas L e J possibilita que o professor avance de modo que o aluno possa visualizar as variações do campo estelar para as coordenadas dadas pelos cientistas britânicos. E que este campo se repete periodicamente no céu sobralense. Porém, apenas no período considerado – 11 a 18 de Julho – foi o primeiro sem o Sol estar presente. O que permitiu a observação da comissão britânica.





# Referências Bibliográficas

- [1] Sem teoria da relatividade de Einstein, GPS não existiria. Disponível em: <https://exame.com/ciencia/sem-teoria-da-relatividade-de-einstein-gps-nao-existiria/> Acesso em março de 2020.
- [2] Zanotta, D. C.; Capelletto, E. e Matsuoka, M. T. O GPS: unindo ciência e tecnologia em aulas de física. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 33, n. 2, 2313 (2011).
- [3] STACHAK, A. Relatividade e todas a física de Interstellar. 2015. Filmes e a ciência. Disponível em: <https://alessandrosbk.wixsite.com/cienciaefilmes/interstellar>. Acesso: março de 2020.
- [ 4 ] TROTTA, R. The science of Interstellar: astrophysics, but not as we know it. The Guardian. 5 de Nov. 2014. Disponível em: < <https://www.theguardian.com/film/filmblog/2014/nov/05/interstellar-astrophysics-does-space-science-work-out>>. Acesso: março de 2020.
- [5] WILLOCH, W. General Relativity – Why high school students should learn about Einstein’s most revolutionary idea. 2018. Titan.uio.no. Disponível em: < : <https://titan.uio.no/naturvitenskap-utdanning-english/2018/general-relativity-why-high-school-students-should-learn-about-einsteins-most-revolutionary-idea>
- [6] Oliveira, F., Vianna, D. e Gerbass, R. – Física Moderna no Ensino médio: o que dizem os professores.v. 29, n. 3, p. 447-454, (2007). Revista Brasileira de Ensino de Física.
- [7] KAUR, T et al. Teaching Einsteinian Physics at Schools: Part 3, Review of Research Outcomes. The University of Western Australia, Crawley (2017).
- [8] BRASIL, Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: abril de 2020.
- [9] Galili, I. History of physics as a tool for teaching. The Hebrew University of Jerusalem. Disponível em: <https://web.phys.ksu.edu/icpe/Publications/teach2/Galili.pdf>. Acesso: março 2020.
- [10] Trindade, D. - História da Ciência: uma possibilidade interdisciplinar para o ensino de ciências no Ensino Médio e nos cursos de formação de professores de ciências., Rio de Janeiro, v. 4, n. 2, p. 257-272, jul | dez 2011- Revista Brasileira de História da Ciência.
- [11] Newton, I. Opticks: Or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light. Livro III, p. 132 (1704).
- [12] Martins, R. A; Silva, C. C.; As pesquisas de Newton sobre a luz: Uma visão histórica, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 37, n. 4, p. 27 (2015).

- [13] Moreira, I. C.. O Eclipse Solar de 1919: as expedições científicas e as observações feitas em Sobral. Instituto de Física. (Seminário no IF/UFRJ) 2019.
- [14] César, H. L.; Pompeia, P. J.; Studart, N.; A deflexão gravitacional da luz: De Newton a Einstein, Revista Brasileira do Ensino de Fís. vol.41 supl.1 São Paulo (2019).
- [15] Tort, A. C; Machado, R. R.; Michell, Laplace e as estrelas negras: uma abordagem para professores do Ensino Médio, Revista Brasileira Ensino de Física. vol.38 n.2 São Paulo (2016).
- [16] Will, C. M. . "Henry Cavendish, Johann von Soldner, and the deflection of light". Am. J. Phys. vol. 56, n.5, p. 413–415. (1988)
- [17] Soares, D. O encurvamento da luz segundo Soldner. Disponível em: <http://lilith.fisica.ufmg.br/~dsoares/sobral/soldner.htm> Acesso em Janeiro de 2020.
- [18] Stachel, J. Einstein's miraculous year. Princeton University press. p.3-43 Nova Jersey (1998) versão em português O Ano Miraculoso de Einstein Cinco Artigos Que Mudaram a Face da Física. UFRJ (2001)
- [19] Soares, M. N. M. (Org.). Eclipse de 1919: múltiplas visões. Sobral: Ed. UVA, p. todas. Sobral (1999).
- [20] Santos, C. A.. O Ano Miraculoso de Albert Einstein. Universidade Federal do Rio Grande do Sul . Disponível em: [https://www.if.ufrgs.br/tex/fis142/fismod/mod06/m\\_s03.html](https://www.if.ufrgs.br/tex/fis142/fismod/mod06/m_s03.html). Acesso em Janeiro de 2020.
- [21] Studart, N.. Einstein e o Ano Mundial da Física. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 27, n. 1, p.1-4 (2005)
- [22] Crawford, P. Einstein e Eddington antes e depois do eclipse total do Sol de 1919 Gazeta de Física (Sociedade Portuguesa de Física) vol.42, n.2, p. 8-12, (2019).
- [23] Ono, Y. How I created the theory of relativity. Physics today. vol. 35 n.8, p.47, 1982.
- [24] Ryden, B; Introduction Cosmology. Ed. Columbus – Edição 1 - U.S. Ohio State University . p. 32 – 38, Ohio (2006).
- [25] Lorentz, H; Einstein, A.; Minkowski, H. O Princípio da Relatividade. Tradução de Mário José Saraiva. 3ª edição. vol.1. p127-139 (Fundação Calouste Gulbenkian)
- [26] Videira, A. A. P.. Einstein e o Eclipse de 1919. Física na Escola. Vol.6 n.1 Rio de Janeiro (2005)
- [27] Moreira, I. C. O Eclipse Solar de 1919 e as atividades comemorativas no Brasil. Gazeta de Física (Sociedade Portuguesa de Física) vol.42, n.2, 32-35, 2019.
- [28] Eddington, A. Space, time and gravitation. Cambridge: Cambridge University Press, 1935.
- [29] Kennefick, D. Testing relativity from the 1919 eclipse – a question of bias. Physics Today, vol. 62, p. 37 – 42 (2009).
- [30] Lemos, J. Herdeiro C., Cardoso V. Einstein e Eddington e as consequências da relatividade geral: Buracos negros e ondas gravitacionais. Gazeta de Física (Sociedade Portuguesa de Física) vol.42, n.2, p. 36-42, (2019).

- [31] Barboza, C. Encontros e desencontros na observação do eclipse solar de 10 de outubro de 1912. Disponível em: [https://www.13snhct.sbhc.org.br/resources/anais/10/1352991527\\_ARQUIVO\\_ArtigoBarbozaSNHCTok.pdf](https://www.13snhct.sbhc.org.br/resources/anais/10/1352991527_ARQUIVO_ArtigoBarbozaSNHCTok.pdf). Acesso em Janeiro de 2020.
- [32] Barboza, C. Ciência e natureza nas expedições astronômicas para o Brasil (1850-1920). Boletim do museu paraense Emílio Goeldi ciências humanas vol.5 n.2. p. 273-294. Belém ( 2010)
- [33] ALBERT Einstein. Direção: Philip Shane. EUA. 2008. Left/Right films/ History Channel
- [34] Simões, A. O eclipse de 29 de maio de 1919 e a teoria da relatividade. Um encontro improvável.. Gazeta de Física (Sociedade Portuguesa de Física) vol.42, n.2, p. 4-7, (2019).
- [35] James, J. G; Pelletier, C.; Proving Einstein Right: The Daring Expeditions that Changed How We Look at the Universe Ed. PublicAffairs p. cap. 5 New York (2019)
- [36] Zylbersztajn, A. A deflexão da luz pela gravidade e o eclipse de 1919. Florianópolis, 1989. Caderno Brasileiro de ensino de Física.
- [37] Will, C. The 1919 measurement of the deflection of light. Gainesville. Universidade da Flórida. (2014)
- [38] Perrine, C.D. The total solar eclipse of February 3, 1916. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Vol. 28, N. 166 (1916)
- [39] Kennefick, D. No Shadow of a Doubt - The 1919 Eclipse That Confirmed Einstein's Theory of Relativity. Princeton University Press. Nova Jersey (2019).
- [40] Overbye, D.. The Eclipse That Revealed the Universe. The New York Times. (31 de Julho de 2017)
- [41] Matsuura, O. O eclipse de Sobral e a deflexão gravitacional da luz predita por Einstein. Khronos, Revista de História da Ciência. n.7 p.98- 117 (2019)
- [42] Veiga, C. H.; Santos, K. T.; Dias, M. L.; Silva Junior, R. N. Placas fotográficas do Eclipse de Sobral: Observatório Nacional preserva memória de um dos eventos mais importantes da ciência. Ciência Hoje, vol.56. n.331, p.34-39, Nov. 2015.
- [43] Videira, Antônio. O eclipse solar de 1919, A participação brasileira no eclipse solar total de Maio de 1919: Observando a coroa solar para melhor defender a ciência. Ciência e Cultura, vol. 71, n.3, 23-26, 2019
- [44] Dyson, F.W, Eddington, A. S., Davidson, C. A determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational , from Observations made at the Total Eclipse of May 29, 1919. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. p. 291–333, 1920
- [45] Moreira, I. C e Videira, A. A. P.(orgs.) Einstein e o Brasil. Rio de Janeiro: Editora da UFRJ. 1997.
- [46] Moreira, I. C. O eclipse solar de 1919, Einstein e a mídia brasileira. Ciência e Cultura, vol.71, n. 3, p.32-38, 2019.
- [47] MOREIRA, I. C. O eclipse de Sobral e outras comissões históricas: de Einstein a Hawking (The eclipse at Sobral and other omissions from history: from Einstein to Hawking). Em: O Eclipse de 1919

(The eclipse of 1919). A. L. T. Bozi and M. Pessoa (organizers), p. 6 – 35. Rio de Janeiro: Observatório Nacional, 2019..

[48] Fleming, H. O Último Trabalho de Mário Schenberg. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 23, no. 4, 471-473, 2001