



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física

Mestrado Profissional em Ensino de Física

## Ensino de Óptica a Partir de Fenômenos Atmosféricos

(Material Instrucional)

Bruno Cezar Leandro Gimenez  
Reinaldo Faria de Melo e Souza

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Bruno Cezar Leandro Gimenez, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro  
Agosto de 2023

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>O Princípio de Fermat</b>	<b>7</b>
2.1	Como a luz se propaga em um meio homogêneo? . . . . .	10
2.2	Ao mudar de meio, a luz continua se propagando por um caminho mais curto, ou seja, em linha reta? . . . . .	12
2.3	Como formular uma lei que quantifique o desvio feito pela luz ao mudar de meio? . . . . .	14
2.4	Se a luz elege a trajetória que minimiza o tempo, como podemos ver a imagem de um objeto e o próprio objeto simultaneamente? . . . . .	20
2.5	Como podemos explicar as miragens? . . . . .	26
<b>3</b>	<b>O Arco-íris</b>	<b>30</b>
3.1	Por que o arco-íris não é visto a todo momento? O que é necessário para a ocorrência deste fenômeno? . . . . .	30
3.2	Como são formadas as cores do arco-íris? . . . . .	33
3.3	O arco-íris só é visto em uma certa hora do dia? A posição do Sol influencia na ocorrência do fenômeno? . . . . .	35
3.4	Por que um arco? . . . . .	39
3.4.1	Ângulo de saída ( $\theta_S$ ) como função do ângulo de entrada ( $\theta_E$ ). . . . .	42
3.4.2	Gráficos $\theta_S$ x $\theta_E$ . . . . .	45
3.4.3	É possível ou não estar embaixo do arco-íris? . . . . .	47

---

3.4.4	Determinação analítica do valor máximo de $\theta_S$ (Opcional) . . . . .	48
3.4.5	Por que vemos o arco-íris sendo um arco e não uma circunferência inteira? . . . . .	50
3.5	O que são e como se formam os arco-íris secundários? . . . . .	51
3.5.1	Faixa escura de Alexander . . . . .	53
3.6	Por que não vemos o arco-íris de ordem zero? . . . . .	55
<b>4</b>	<b>A Óptica Ondulatória</b>	<b>59</b>
4.1	Se a luz é uma onda, como ela se propaga no vácuo? . . . . .	62
4.2	Se a luz é uma oscilação, por que não a vemos piscando e sim como algo contínuo? . . . . .	63
4.3	O que diferencia as cores? . . . . .	67
4.4	Por que o céu é azul? . . . . .	71
4.5	E no amanhecer e anoitecer, por que o céu se apresenta alaranjado? . . . . .	75
4.6	Quando a descrição da óptica geométrica é boa? . . . . .	76

# Capítulo 1

## Introdução

Caro(a) professor(a),

É com grande entusiasmo que apresentamos a vocês este material didático focado em três temas ligados à óptica: o Princípio de Fermat, a Formação de Arco-Íris e a Óptica Ondulatória. Nossa intenção ao desenvolver esses materiais é fornecer recursos que possam auxiliá-lo no ensino desses conceitos de forma clara, envolvente e significativa para os estudantes. Para isso é usada uma abordagem um pouco mais interativa com os alunos através de imagens e perguntas provocativas.

No primeiro módulo, do Princípio de Fermat, mergulharemos nas bases da óptica geométrica, explorando o caminho óptico mínimo e a trajetória da luz em diferentes meios. Com ilustrações e questionamentos, deseja-se que os alunos compreendam como o princípio de Fermat é fundamental para a reflexão e a refração.

Na seção dedicada à Formação de Arco-Íris, investigaremos o fenômeno fascinante que ocorre quando a luz do sol interage com as gotas de água presentes na atmosfera. Exploraremos os princípios da refração e reflexão interna, permitindo que os estudantes desvendem a física por trás da formação desse espetáculo natural.

Por fim, abordaremos a Óptica Ondulatória, que se concentra nas propriedades ondulatórias da luz. Desde a natureza da luz até a o seu espalhamento, proporcionaremos aos alunos uma visão de quanto é necessário o tratamento

ondulatório da luz. Em particular, veremos que algumas cores presentes em nosso cotidiano, como a de algumas borboletas e o azul do céu, requerem um tratamento ondulatório da luz para poderem ser compreendidas.

Na introdução de cada um dos módulos apresentados, serão disponibilizados via *links*: uma apresentação voltada para os alunos no formato pptx (*Powerpoint*) e um vídeo que demonstra a aplicação desta apresentação. Para as apresentações, é recomendado utilizar o *Microsot Powerpoint 2021*, ou versão superior, para que todos os recursos que foram idealizados, como animações e transições, sejam aproveitados ao máximo. Já os vídeos podem exercer tanto a função de orientar vocês, professores, em como utilizar as apresentações em *Powerpoint*, como também constituir um material introdutório para quem deseja realizar metodologias ativas como a instrução por pares ou a sala de aula invertida. Todos esses materiais podem ser encontrados na página do Mestrado Profissional em Ensino de Física da UFRJ ([http://pef.if.ufrj.br/producao\\_academica/material\\_didatico.html](http://pef.if.ufrj.br/producao_academica/material_didatico.html)) ou nos links que serão colocados ao fim desta introdução.

Estamos seguros de que esse material poderá enriquecer suas aulas, tornando o ensino da física mais envolvente e compreensível para os alunos. Acreditamos que, ao compartilharmos o conhecimento e as melhores práticas, poderemos juntos inspirar a próxima geração de cientistas e engenheiros. Acreditamos que esse material seja um valioso recurso para suas aulas e que ajude a despertar o interesse de seus alunos pelo mundo fascinante da física. Esperamos que gostem desse material!

Bruno Gimenez

Reinaldo de Melo e Souza

**Links para as apresentações em *Powerpoint*:**

1 - Princípios de Propagação da Luz - Clique [aqui](https://bit.ly/3Nq3dHJ) (https://bit.ly/3Nq3dHJ)

2 - Arco-Íris - Clique [aqui](https://bit.ly/3RiTdD) (https://bit.ly/3RiTdD)

3 - Óptica Ondulatória - Clique [aqui](https://bit.ly/3Nps9ip)(https://bit.ly/3Nps9ip)

**Links para as videoaulas no *Youtube*:**

Aula 1 - Princípios de Propagação da Luz - Clique [aqui](https://bit.ly/46Wi9Er) (https://bit.ly/46Wi9Er)

Aula 2 - Arco-íris - Clique [aqui](https://bit.ly/3v5OPhl) (https://bit.ly/3v5OPhl)

Aula 3 - Óptica Ondulatória - Clique [aqui](https://bit.ly/47UTqBK) (https://bit.ly/47UTqBK)

## Capítulo 2

# O Princípio de Fermat

A natureza e a propagação da luz foram temas de debate e estudos durante séculos. Este material busca aprofundar a forma que a luz se propaga, utilizando como motivação a ocorrência de fenômenos ópticos e como eles podem ser explicados. Com esta finalidade, propomos uma sequência de questionamentos para o docente propor para a turma, refinando a cada debate a discussão e introduzindo os conceitos de óptica ao longo destes roteiros. Nosso fio condutor serão fenômenos cotidianos e a apresentação de imagens. Desta forma esperamos fomentar um ensino de óptica que seja didático e lúdico. Tomando como exemplo as figuras 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4, é possível ver fenômenos ópticos que “enganam” nossos olhos, popularmente chamados de miragens. Para podermos compreender este instigante fenômeno, teremos de construir inicialmente uma base conceitual.



Figura 2.1: Miragem em um deserto. - Retirado de <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/miragens-no-alasca.htm> - Acessado em Abril de 2023.



Figura 2.2: Miragem superior em alto mar. - Retirado de <https://www.abc27.com/news/photographer-captures-fata-morgana-on-lake-superior/> - Acessado em Abril de 2023.



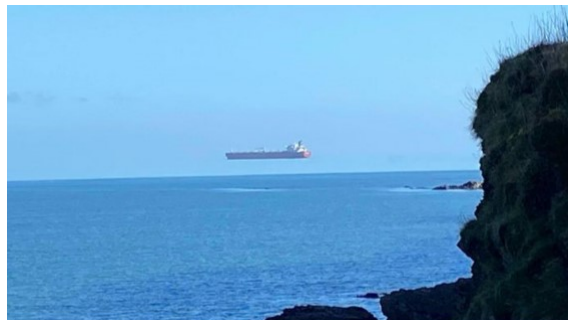


Figura 2.3: Efeito Hilingar - Imagem de um navio que não é visto no horizonte. - Retirado de <https://www.abc27.com/news/photographer-captures-fata-morgana-on-lake-superior/> - Acessado em Abril de 2023.

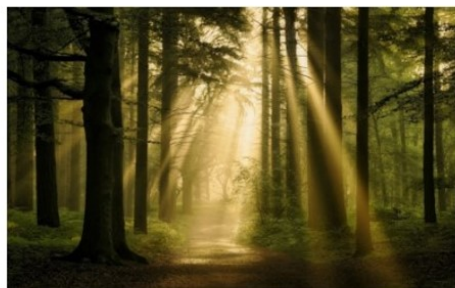


Figura 2.4: Sol em ômega. - Retirado de <https://science.nasa.gov/omega-sunrise> - Acessado em Abril de 2023.

Começaremos buscando entender como podemos prever a trajetória de um raio luminoso, e desta forma motivaremos o chamado princípio de Fermat, que será a base para nossas investigações futuras. Neste material instrucional, vamos mostrar como utilizar a apresentação feita em *Powerpoint*, que pode ser acessada clicando [aqui](#). Caso tenha alguma dúvida de como foi idealizada a aplicação deste material, acesse o vídeo no *Youtube* clicando [aqui](#).

## 2.1 Como a luz se propaga em um meio homogêneo?

Começando nossa análise, propomos que o docente apresente a seus estudantes a figura 2.5. Como você diria que se propaga um feixe de luz ao ver essas duas imagens?



(a)



(b)

Figura 2.5: a) Raios de luz atravessando as folhas em uma floresta. - Retirado de <https://wallhere.com/> b) Funcionamento de uma câmara escura. - Retirado de <https://metodologiavisualdesign.wordpress.com/2012/04/22/abelardo-morell-o-fotografo-da-camara-obscura/>

A figura 2.5a, que nos mostra feixes de luz se propagando entre as folhas e troncos de árvores em um bosque e a figura 2.5b, que mostra a imagem de um objeto em uma câmara escura, são casos em que nos leva a crer, a tomar, quase como uma verdade absoluta, que a luz se propaga em um meio homogêneo, entre dois pontos, em linha reta. A figura 2.6 nos mostra como podem ser representadas essas trajetórias retilíneas da luz nestas situações.

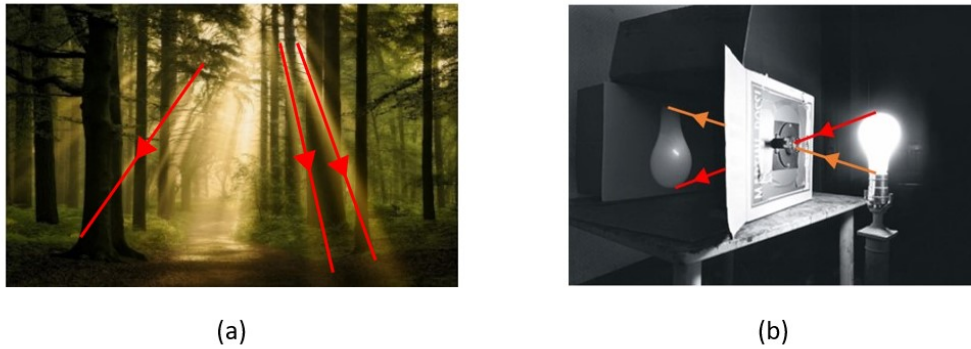


Figura 2.6: Representação dos raios de luz: a) atravessando as folhas em uma floresta. b) em uma câmara escura.

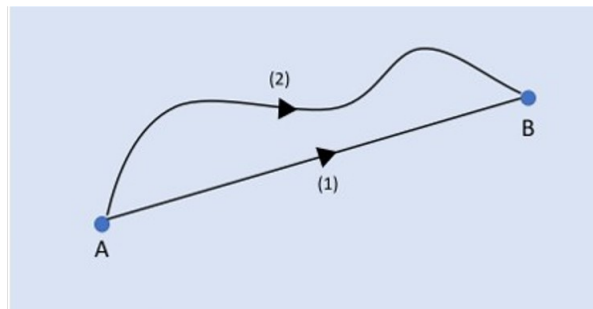


Figura 2.7: O caminho (1), que é uma reta, é o menor caminho possível entre os pontos A e B. Qualquer outro caminho na vizinhança, como é representado em (2), terá uma trajetória maior que a de (1).

Considerando esse tipo de propagação em linha reta e recordando que a reta é a menor distância entre dois pontos, como mostra a figura 2.7, podemos, inicialmente, chegar a seguinte hipótese para a propagação da luz:

**“Dentre todos os caminhos possíveis entre dois pontos, a luz elege aquele que minimiza a distância entre eles”**

Esta hipótese nós vamos chamar de Hipótese da Luz Preguiçosa, já que é como se a luz soubesse, e elegesse, o caminho mais curto para se propagar de um ponto a outro.

## 2.2 Ao mudar de meio, a luz continua se propagando por um caminho mais curto, ou seja, em linha reta?

Nos dois casos vistos na pergunta anterior, a hipótese da luz preguiçosa é satisfeita. Porém, agora, temos uma situação da luz mudando de meio. Na figura 2.8a temos a impressão de que o lápis está quebrado. No entanto, podemos verificar que este não é o caso ao se retirar o lápis do copo e constatar sua integridade, como mostrado na figura 2.8b. Isso nos sugere que o raio de luz que é refletido pela parte do lápis que se encontra imerso em água sofre um desvio ao passar para o ar. Este fenômeno é conhecido como refração. O fenômeno observado na figura 2.8a está representado, esquematicamente, na figura 2.9.

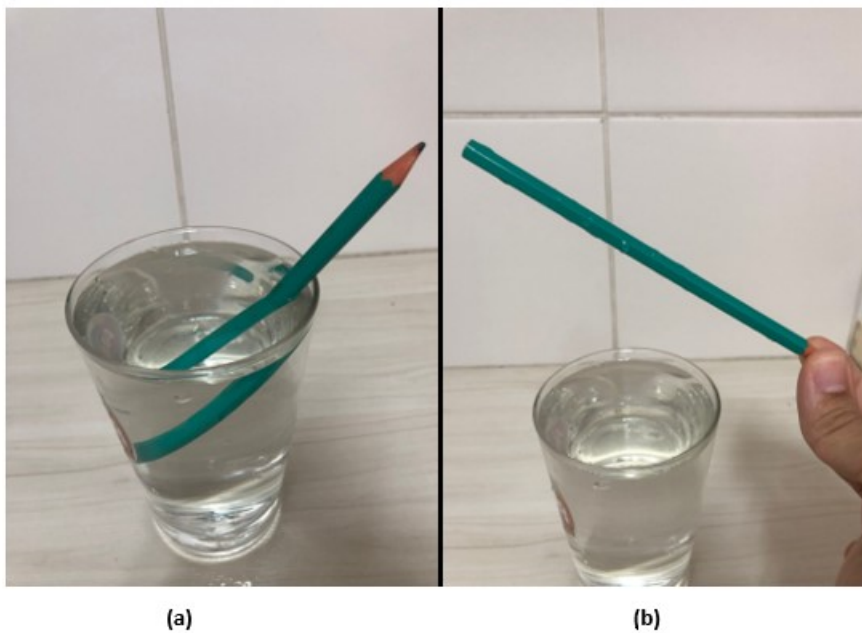


Figura 2.8: a) Lápis completamente imerso em copo com água dando a impressão de que está quebrado ou torto. (b) Lápis fora da água com sua integridade comprovada

Observando as figuras 2.8 e 2.9, é possível continuar afirmando que a luz

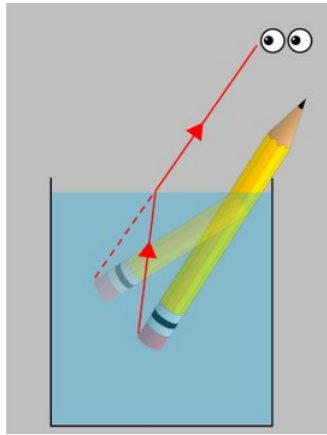


Figura 2.9: O desvio sofrido pela luz refletida pelo lápis ao passar da água para o ar.

minimiza a distância entre dois pontos? A luz que é refletida pela parte imersa do lápis segue uma linha reta até o observador? A resposta para essa questão está bem clara no esquema da figura 2.9. Para essa situação, de mudança de um meio para outro, a luz não segue mais uma reta entre dois pontos, o que nos faz pensar que a luz não se propaga minimizando distâncias. Com isso, refutamos nossa hipótese criada na situação da câmara escura e dos feixes entre as árvores na floresta. Mas será que existe alguma descrição comum para as situações vistas até agora? Pois bem, voltando a situação da figura 2.5, onde observamos feixes de luz se propagando em linhas retas, podemos chegar a uma outra conclusão que foi ignorada em um primeiro momento: se considerarmos que a velocidade de luz é constante em todos os pontos do ar, os feixes de luz também estão se propagando, entre dois pontos, em uma trajetória que minimiza o tempo, o que nos permite chegar a nossa segunda hipótese:

**“Dentre todos os caminhos possíveis entre dois pontos, a luz elege aquele que minimiza o tempo entre eles”**

Esta hipótese iremos chamar de hipótese da luz apressada, já que a luz está buscando o caminho que será percorrido com o menor tempo possível. Essa hipótese é, em princípio, compatível com a refração, já que a luz se

propaga de uma forma que percorre uma distância maior no ar, onde sua velocidade é maior, e se propaga percorrendo uma distância menor na água, onde sua velocidade é menor, situação que pode ser vista também na figura 2.10.

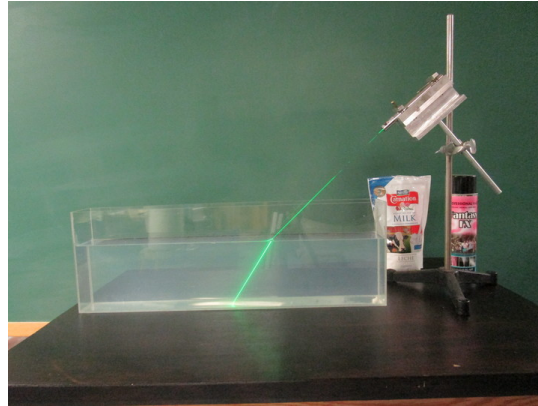


Figura 2.10: Desvio sofrido pela luz emitida por um laser ao passar do ar para a água. - Retirado de <https://physicslectureprep.umasscreate.net/optics/6a42-20-refraction-tank-and-laser/> - Acessado em Abril de 2023.

### 2.3 Como formular uma lei que quantifique o desvio feito pela luz ao mudar de meio?

Para que possamos examinar mais detalhadamente esta possibilidade, examinemos uma analogia um pouco mais presente em nosso cotidiano e que emprega apenas conceitos já estudados anteriormente pelos estudantes em mecânica. Vamos supor que um menino começa a se afogar em um ponto aleatório do mar. Na areia, se encontra uma salva-vidas que, ao ver o menino se afogando, tentará chegar até o menino para resgatá-lo. De acordo com essa situação, que é ilustrada na figura 2.11, qual trajetória é a mais eficiente para salvar o menino?

De maneira rápida e pouco crítica podemos pensar em uma linha reta como trajetória ideal para o salvamento, conforme ilustrado na figura 2.12. No entanto, devemos fazer uma análise um pouco mais profunda, já que a

velocidade que a salva-vidas corre na areia é maior do que a que ela nada na água, e o grande interesse é resgatar o menino no menor tempo possível e não percorrendo a menor distância. Isso torna preferível que a salva-vidas permaneça mais tempo na areia e reduza seu tempo na água, para tentar chegar mais rapidamente até o menino.

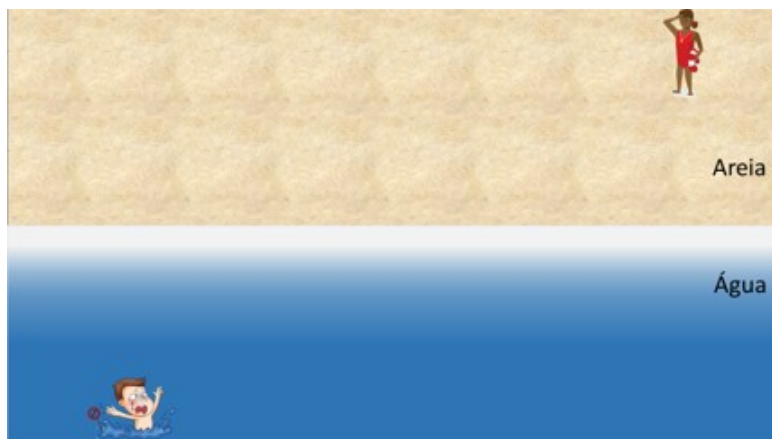


Figura 2.11: Situação que representa o momento em que a salva-vidas percebe que o menino está se afogando.

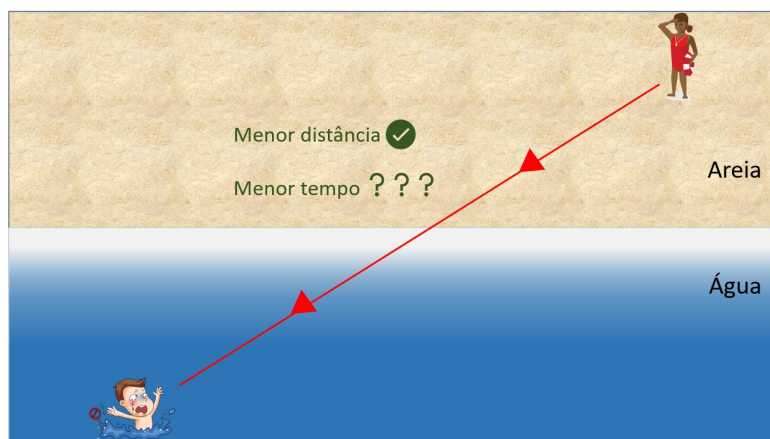


Figura 2.12: Trajetória que indica a menor distância entre a salva-vidas e o menino

Em posse da ilustração da figura 2.13a, vamos imaginar a salva-vidas entrando na água no ponto A. É notório que caso ela mude o ponto de entrada para qualquer ponto a esquerda deste ponto A, o tempo de resgate



irá aumentar, já que a distância que será percorrida tanto na água quanto na areia irá aumentar. De forma análoga, vamos considerar que a salva-vidas entre na água no ponto B, como representado na figura 2.13b. Pelo mesmo motivo do caso anterior, caso ele entre em qualquer ponto a direita do ponto B, o tempo de resgate também irá aumentar.

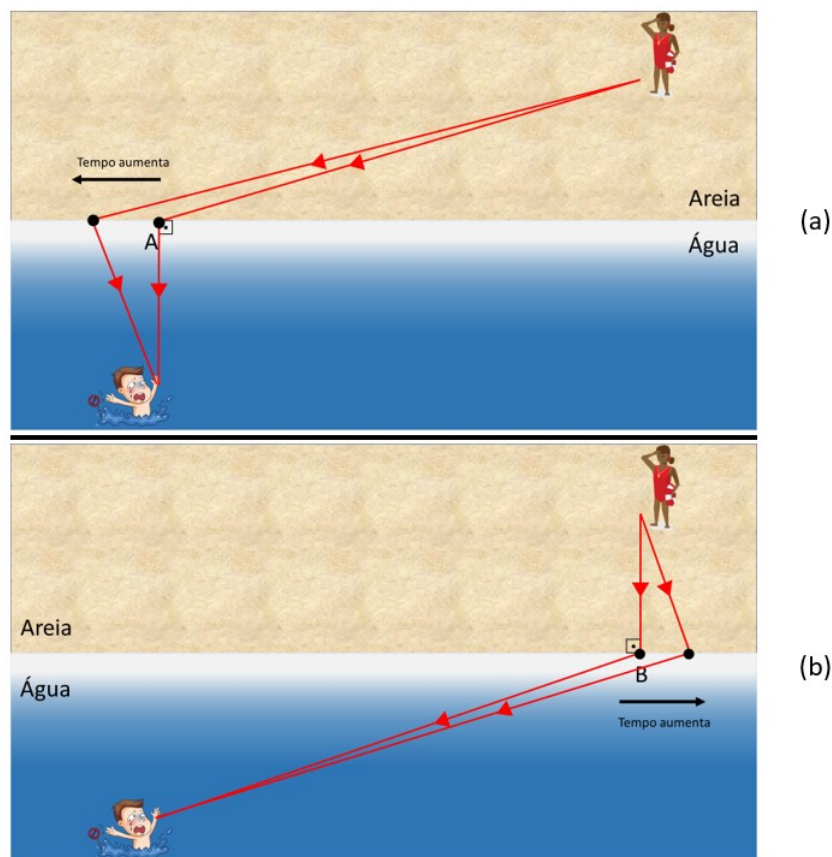


Figura 2.13: (a) Demonstração de como trajetórias a esquerda do ponto A fazem aumentar o tempo de resgate. (b) Demonstração de como trajetórias a direita do ponto B fazem aumentar o tempo de resgate.

Como o tempo aumenta do ponto A para a esquerda assim como do ponto B para a direita, podemos concluir que entre A e B há um ponto que minimiza esse tempo. O gráfico da figura 2.14 mostra uma relação entre a posição de entrada da salva-vidas em relação e o tempo de chegada até o menino. Como do ponto B para a direita e do ponto A para a esquerda o



tempo aumenta, deve haver pelo menos um mínimo local, ou seja, um ponto que minimiza o tempo de resgate entre os pontos A e B. Como a salva-vidas corre mais rápido do que nada, esperamos intuitivamente que o caminho que minimize o tempo seja um que faz ela passar um tempo adicional na areia com relação ao que ela passaria se fosse em linha reta ao menino, algo similar ao que ocorre na figura 2.15, onde denotaremos doravante por C o ponto de entrada no mar que minimiza o tempo.

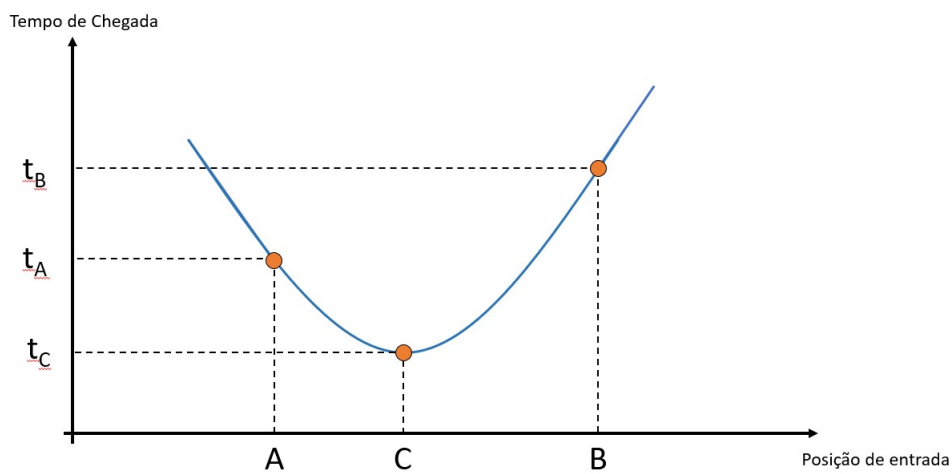


Figura 2.14: Esboço de um gráfico do tempo gasto pela salva-vidas até chegar ao menino em função do ponto de entrada dela no mar.

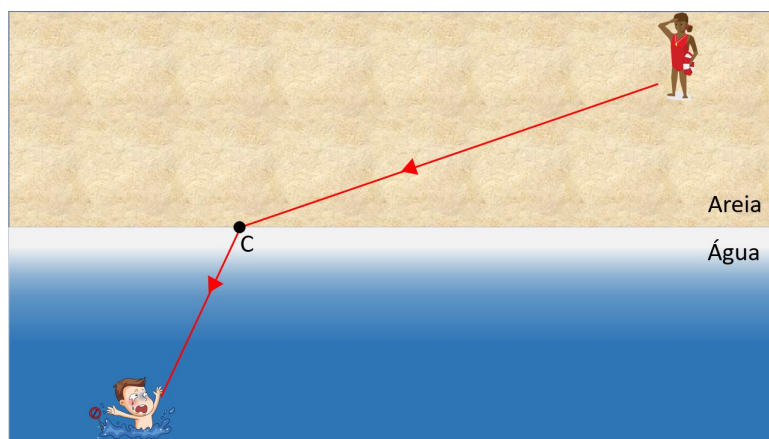


Figura 2.15: Trajetória da salva-vidas entrando no mar em um ponto C, o que supomos que minimiza o tempo.

De acordo com o que é visto no gráfico da figura 2.14, é possível ver que desvios muito pequenos em relação ao ponto C praticamente não mudam o tempo de resgate do menino já que a tangente no ponto mínimo é uma reta paralela ao eixo horizontal. Portanto, a salva-vidas não altera seu tempo de resgate ao fazer um desvio pequeno (formalmente dito infinitesimal), alterando seu ponto de entrada na água de um ponto C para um ponto D, como representado na figura 2.16. Isso ocorre porque o tempo que a salva-vidas passa a mais na areia é igual, em módulo, ao tempo que ela passa a menos na água. Ou seja, denominando essa variação de tempo na areia como  $\Delta t_1$  e a variação de tempo na água como  $\Delta t_2$ , chegamos a equação 2.1.

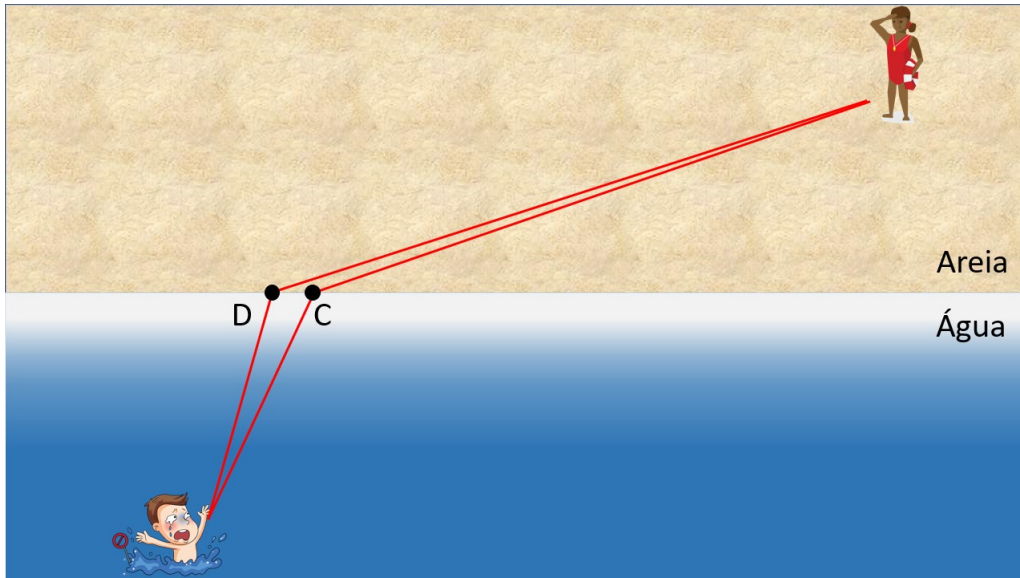


Figura 2.16: Desvio infinitesimal em relação ao ponto de entrada em C.

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = 0 \quad (2.1)$$

Ampliando essa região do desvio mostrada na 2.16, chegamos a figura 2.17, onde vamos fazer a algumas análises geométricas. Relembrando que esse desvio é extremamente pequeno, podemos considerar que as trajetórias que partem da posição inicial da salva-vidas entrando na água nas posições C e D são praticamente paralelas. Com isso, podemos considerar que  $d_1$  é a distância que a salva-vidas percorre a mais na areia e que  $d_2$  é a distância

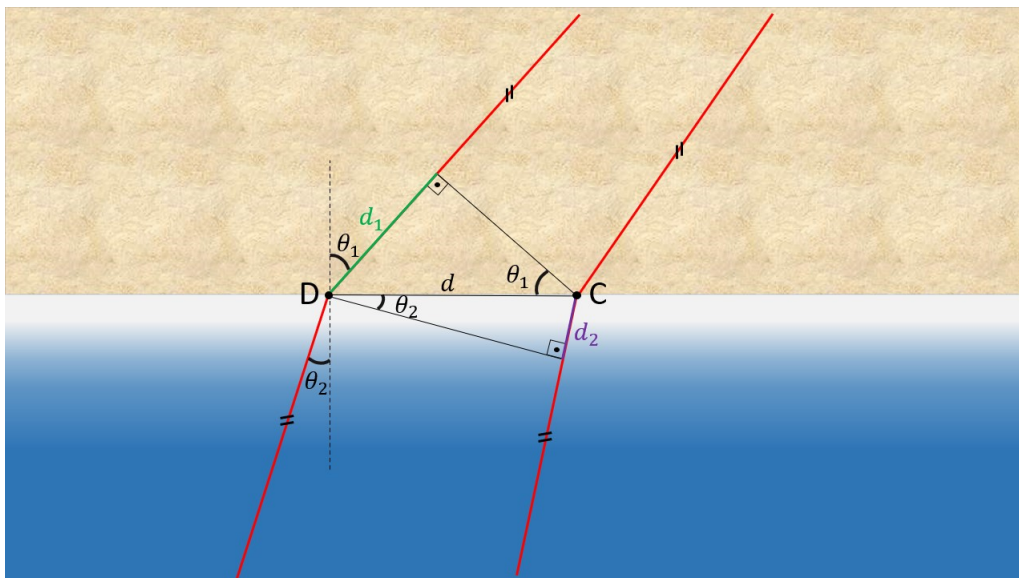


Figura 2.17: Análise geométrica da figura 2.16.

que ela percorre a menos na água. Chamando os ângulos entre a reta normal à interface que separa a areia da água e a trajetória na areia de  $\theta_1$  e entre a mesma reta normal e a trajetória na água de  $\theta_2$  e utilizando algumas relações trigonométricas se chega às equações 2.2 e 2.3.

$$d_1 = d \operatorname{sen} \theta_1 \quad (2.2)$$

$$d_2 = d \operatorname{sen} \theta_2 \quad (2.3)$$

Ainda pela mesma figura, vemos que  $\Delta t_1 = d_1/V_1$ , na qual  $V_1$  é a velocidade da salva-vidas na areia. Da mesma forma,  $\Delta t_2 = -d_2/V_2$ , com sinal negativo uma vez que para o caminho que passa pelo ponto  $D$  a salva-vidas passa um tempo menor na água, do que se entrasse pelo ponto  $C$ . Na expressão anterior,  $V_2$  denota a velocidade da salva-vidas na água. Substituindo os valores de  $d_1$  e  $d_2$  das equações 2.2 e 2.3 na equação 2.1 chegamos à seguinte relação:

$$\frac{d_1}{V_1} - \frac{d_2}{V_2} = 0 \Rightarrow \quad (2.4)$$

$$\frac{d \operatorname{sen} \theta_1}{V_1} - \frac{d \operatorname{sen} \theta_2}{V_2} = 0. \quad (2.5)$$

Daqui concluímos que

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{V_1} = \frac{\operatorname{sen} \theta_2}{V_2}. \quad (2.6)$$

A expressão anterior é o resultado final do problema que propusemos para ver a melhor trajetória a ser seguida pela salva-vidas. O que isto teria em comum com a luz? Ora, se a nossa hipótese estiver correta, há de ter uma relação da mesma forma que a equação 2.6 para a luz. Este é um ponto de partida para uma análise experimental. Embora uma direta medição da velocidade da luz seja muito complicada em geral, nessa análise experimental é possível verificar que a razão dos senos é sempre a mesma para um par de meios. Ou seja, considerando a luz passando do ar para a água, como mostrado na figura 2.10, a razão dos senos sempre será constante, independente do ângulo incidente. Essa análise, que é amplamente aceita pela comunidade científica, é a base da Lei de Snell-Descartes, relação muito utilizada no Ensino Médio para o estudo de refração.

## 2.4 Se a luz elege a trajetória que minimiza o tempo, como podemos ver a imagem de um objeto e o próprio objeto simultaneamente?

Nossa segunda hipótese, da Luz Apressada, se mostrou satisfatória para o caso da luz se propagar em apenas um meio homogêneo e também para o caso da luz mudar de meio. Porém, ainda há algumas situações que comprometem essa nossa hipótese. Por exemplo, na figura 2.18 podemos ver como um observador externo pode ver os raios de luz que são refletidos pelo cachorro e vão diretamente para os seus olhos como também os raios de luz que são refletidos pelo cachorro e também são refletidos pelo espelho antes de chegar

aos seus olhos. A figura 2.19, que representa esquematicamente a situação da figura 2.18, mostra um feixe de luz que segue pelo caminho 1, que sai direto do cachorro aos olhos do observador, e outro que segue pelo caminho composto por 2 e 3, que passa pelo espelho antes de chegar aos olhos do observador.



Figura 2.18: Um cachorro e sua reflexão. - Retirado de <https://www.akc.org/expert-advice/lifestyle/do-dogs-have-self-awareness/> - Acessado em Abril de 2023.

Nesta situação, a luz chega aos olhos do observador de duas formas distintas, o que contesta a hipótese da luz apressada, já que é bem claro que trajetória feita pela luz seguindo o caminho composto por 2 e 3 é maior que o do caminho 1. Levando em conta que a velocidade da luz é constante em todos os pontos do ar, o tempo feito pelo caminho 2 e 3 também será maior que o feito pelo caminho 1. Porém são vistas “duas imagens” do cachorro, mesmo com tempos diferentes decorridos pelos raios de luz até chegar aos olhos do observador. Isso coloca em xeque nossa ideia de que a luz minimiza o tempo? Não completamente. O que ocorre é que a luz não busca a trajetória que minimiza o tempo de forma global, mas sim de forma local. Ou seja, a luz elege o caminho que minimiza localmente o tempo na sua trajetória entre dois pontos. Portanto, na vizinhança destas trajetórias não existe nenhum

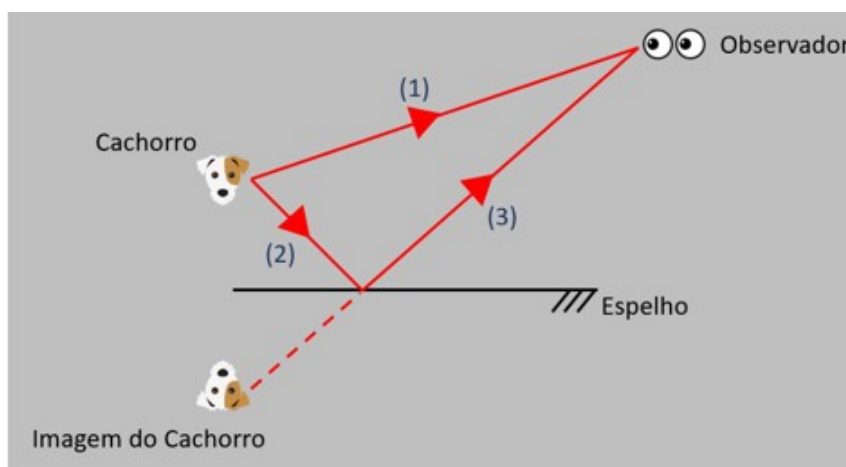


Figura 2.19: Esquema que mostra os raios de luz que são vistos pelo observador da figura 2.18.

outro caminho que faça a luz chegar mais rápido que os raios representados na figura 2.19.

Com esse sutil acréscimo, chegamos à nossa terceira e última hipótese, que também pode ser considerada apenas uma complementação da segunda hipótese, que é descrição precisa para os propósitos usuais do que hoje conhecemos como o princípio de Fermat:

**"Dentre todos os caminhos possíveis entre dois pontos, a luz elege aquele que minimiza, *localmente*, o tempo entre eles."**

Chamaremos essa hipótese de a Hipótese da Luz Apressada-Preguiçosa, já que a luz segue a trajetória que minimiza o tempo, mas procura apenas dentre as vizinhanças de cada trajetória.

Vale ressaltar que o caminho 2+3 representado na figura 2.19 é, dentre os caminhos ópticos da luz que incidem no espelho, o que minimiza localmente o tempo. Isso pode ser explicado com o auxílio da figura 2.20. Com base no que foi visto anteriormente, temos o conhecimento de que a trajetória percorrida pelo raio de luz entre o ponto  $A$  e o espelho deve ser feita em linha reta, devido à homogeneidade do meio. O que deve ocorrer de forma análoga na propagação entre o espelho e o ponto  $B$ . Portanto, basta determinar o ponto  $D$ , que é o ponto onde a luz vai incidir no espelho, para que o caminho total

seja um mínimo local. Na figura 2.21 é mostrada a utilização de uma técnica geométrica para que seja encontrado esse ponto  $D$  que minimiza o tempo. Para isso é traçada uma reta perpendicular ao espelho que passa pelo ponto  $A$  e, nessa reta, é marcado um ponto  $A'$  que é equidistante ao ponto  $A$  em relação ao espelho, ou seja, a distância  $\overline{AD}$  é igual a  $\overline{A'D}$ . Assim podemos definir que a distância total percorrida pela luz é dada por  $\overline{A'D} + \overline{DB}$ .

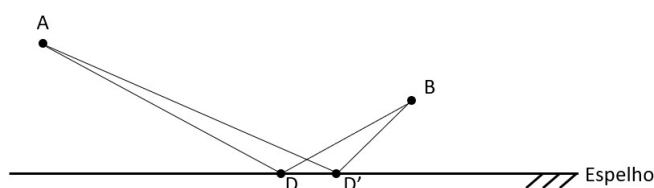


Figura 2.20: Possíveis caminhos da luz na reflexão.

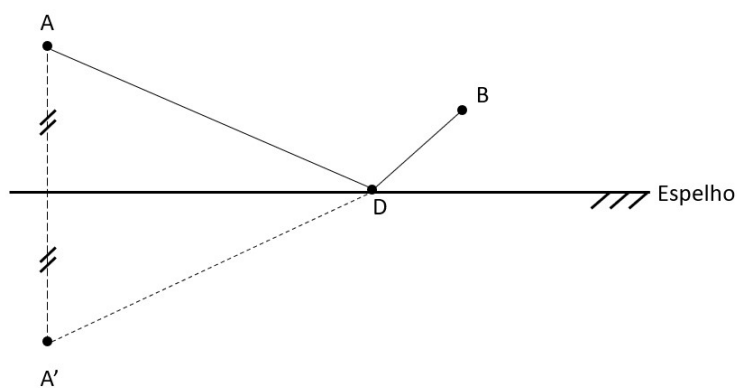


Figura 2.21: Utiliza-se a imagem do ponto  $A$  para auxiliar na minimização da trajetória.

Lembrando que luz em todos os pontos se propaga com velocidade constante para essa situação, chegamos que o ponto  $D$  deve ser marcado no espelho em um ponto que seja formada uma linha reta entre os pontos  $A'$  e  $B$ , como mostrado na figura 2.22. Ainda nessa figura é possível ver que uma

das consequências dessa minimização é que o ângulo de incidência do feixe de luz no espelho, em relação à normal, é igual ao ângulo de reflexão. Portanto, embora o caminho que minimize o tempo seja a linha reta de A para B, a presença do espelho introduz a possibilidade de uma trajetória para o raio luminoso que minimiza localmente o tempo. De fato, o caminho para o qual o ângulo de incidência é igual ao de reflexão é realizado em um tempo menor do que qualquer outra trajetória que envolva a reflexão em um outro ponto qualquer do espelho.

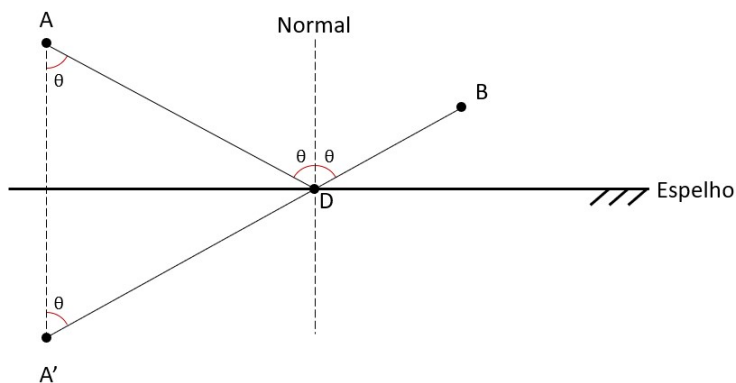


Figura 2.22: Trajetória que minimiza o tempo.

Por fim, para resumir a evolução das hipóteses de acordo com as figuras e situações mostradas neste capítulo, é apresentado o fluxograma da figura 2.23.



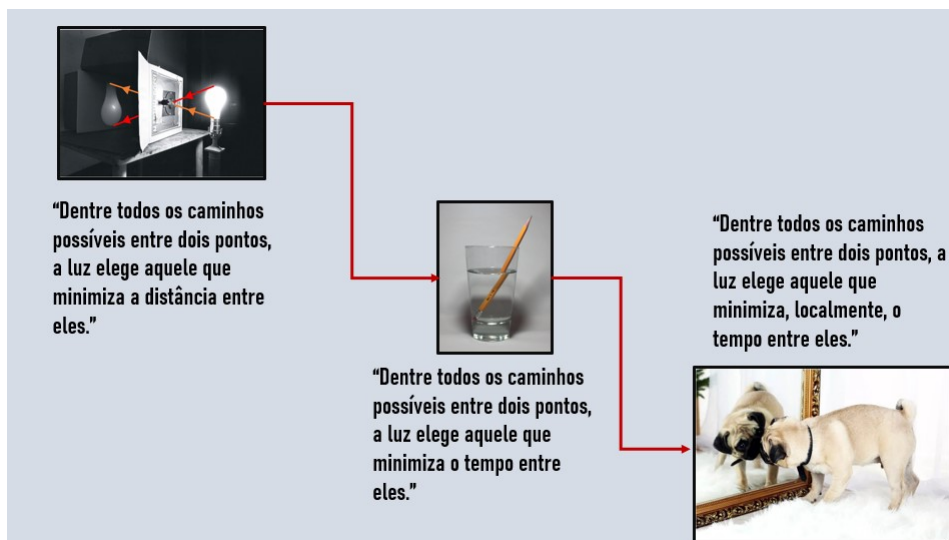


Figura 2.23: Fluxograma com a evolução do Princípio de Propagação da Luz visto nesse material.

## 2.5 Como podemos explicar as miragens?

Agora que já temos uma teoria bem razoável para a propagação da luz, é possível explicarmos de maneira bem intuitiva como alguns fenômenos ópticos são descritos. Um dos fenômenos fascinantes que podemos explorar naturalmente é a miragem. No entanto, para termos uma compreensão mais completa, é necessário fazer uma pequena análise de como a densidade influencia no índice de refração do ar.

Como primeiro exemplo, consideremos um dia bem quente em um deserto. É bem sabido que a areia esquenta mais do que ar, dado o seu maior calor específico. Por continuidade, não se pode mudar abruptamente a temperatura da areia para o ar, de modo que esperamos que o ar próximo à areia fique mais quente do que o ar muito acima, compatível também com o fato de que o ar é um péssimo condutor de calor, permitindo com que a diferença de temperatura em suas diferentes camadas permaneça por um tempo apreciável. O ar, assim como qualquer gás, é muito compressível, de modo que uma temperatura maior leva a uma apreciável diminuição em sua densidade. Quanto menos denso o ar maior a velocidade com a qual a luz viaja nele. Um jeito intuitivo de pensar nisso é que quanto menos denso mais o ar fica parecido com o vácuo - onde a luz assume a sua maior velocidade. Em resumo, a velocidade de propagação da luz próximo ao solo tem velocidade maior que a luz que se propaga distante do solo. Além do exemplo do deserto, o mesmo raciocínio se aplica para estradas em dias muito quente. Os carros passando rapidamente pelo asfalto faz com que a temperatura do ar próximo ao solo esteja mais quente do que o ar em camadas superiores do ar.

Já nos dias ensolarados, em locais com temperaturas muito baixas, a água, que possui elevada capacidade térmica, tem uma taxa de aquecimento muito baixa. Isso faz com que o ar que esteja na sua proximidade fique mais frio do que a porção que se encontra mais acima. Utilizando o raciocínio análogo ao da propagação da luz no deserto, pode-se concluir que a velocidade da luz na porção superior é maior que na porção que se encontra próximo a água.

Essas diferenças entre as densidades e dos índices de refração do ar são os fatores preponderantes para a formação das miragens. A grande diferença

do caso abordado na questão anterior é que enquanto ali a mudança de velocidade da luz era abrupta, fruto de uma interface que separava dois meios distintos, aqui a mudança é contínua. No caso da miragem vista na figura 2.1, em um local desértico, é possível esquematizar os caminhos dos feixes de luz, como apresentado na figura 2.24. Por conta da diferença dos índices de refração, é possível ter dois feixes de luz, 1 e 2, que se propagam por caminhos distintos e que demandam, localmente, o menor tempo para chegar aos olhos do observador. A ideia é que como próximo ao solo a luz viaja mais rapidamente, para trajetórias bem longas compensa aumentarmos o comprimento do percurso para que o feixe passe um tempo grande próximo ao solo, onde é rápido. Ou seja, é possível ver a imagem da formação montanhosa e do céu como se estivessem vindos do solo. Essa miragem é muito comum em regiões desérticas e frequentemente confundida com água. Na figura 2.25 vemos uma foto onde é possível perceber o chão aparentemente molhado devido a um efeito de miragem.

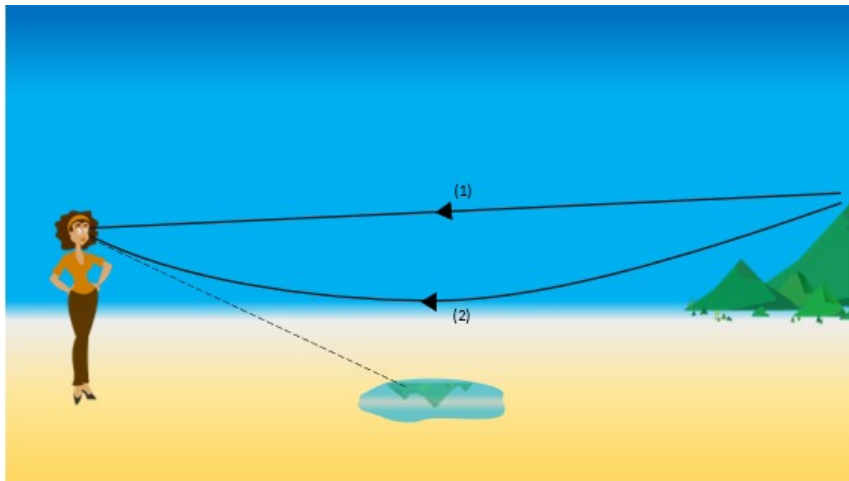


Figura 2.24: Raios de luz que formam a miragem no deserto.

Já no caso da miragem do barco no mar de uma região com temperaturas muito baixas, temos a chamada miragem superior, ilustrada na figura 2.26a. Na figura 2.26b estão ilustrados a trajetória de 2 raios que nos permitem compreender porque a imagem do barco se forma acima da água, dando a impressão de ele estar flutuando. Em certos casos, podemos ter a impressão



Figura 2.25: Exemplo de miragem na qual o chão da estrada aparenta estar molhada. - Retirado de <https://en.wikipedia.org/wiki/Mirage> - Acessado em Julho de 2023.

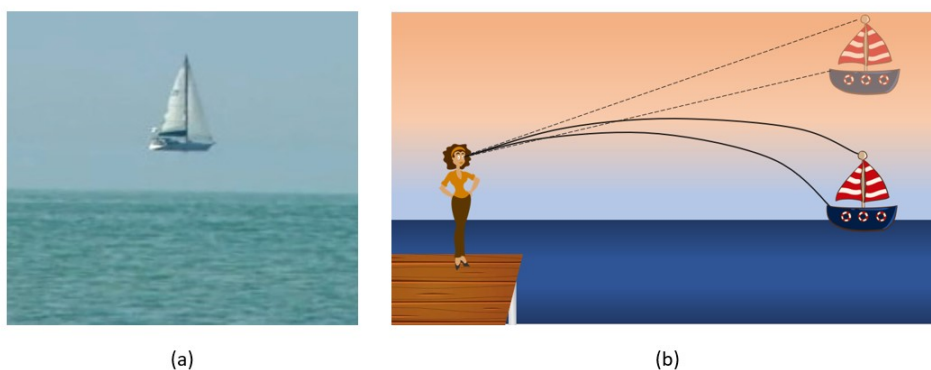


Figura 2.26: Exemplo de miragem superior. Em (a) temos uma foto na qual um barco aparenta estar flutuando, enquanto em (b) temos a representação de alguns raios que nos permitem entender a origem física da miragem. - Retirado de <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/atmos/mirage.html> - Acessado em Julho de 2023.

do barco estar de cabeça para baixo. Tal inversão corresponde a raios como os indicados na figura 2.27.

Além dessas formações de imagens, existem outros fenômenos mais complexos que podem explicados embasados no Princípio de Fermat. O efeito hillingar, da figura 2.3 e o Sol em Ômega, da figura 2.4, são fenômenos que também envolvem a minimização local do tempo de propagação da luz en-

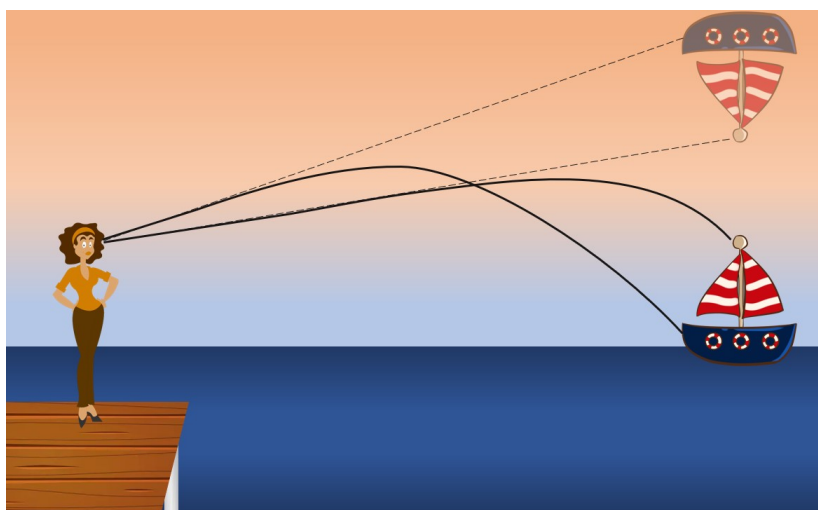


Figura 2.27: Raios de luz que formam a miragem invertida no mar.

tre dois pontos. Contudo são fenômenos mais complexos e foge dos nossos propósitos detalhar esta discussão.

# Capítulo 3

## O Arco-íris

O arco-íris é um fenômeno óptico que apresenta uma beleza única e que é possível ser visto com uma certa frequência, não sendo tão raro como os eclipses, por exemplo. Além disso, este é um fenômeno que envolve diretamente reflexão e refração, dois fenômenos corriqueiramente estudados no Ensino Médio. Entretanto, pouco é discutido sobre o que há por trás das cores do arco-íris e esse será o objetivo principal deste material. Ao final desta sequência, será impossível olhar para o arco-íris da mesma forma. Neste material instrucional, vamos mostrar como utilizar a apresentação feita em *Powerpoint*, que pode ser acessado clicando [aqui](#). Caso tenha alguma dúvida de como foi idealizada a aplicação deste material, acesse o vídeo, no *Youtube*, em que é aplicado este material clicando [aqui](#).

### **3.1 Por que o arco-íris não é visto a todo momento? O que é necessário para a ocorrência deste fenômeno?**

Essa pergunta é algo que é respondida de maneira imediata pela maioria das pessoas, visto que desde pequenos aprendemos que a formação do arco-íris depende de haver chuva e raios solares. Inclusive, o nome em inglês do arco-íris, *rainbow*, ainda reforça a ideia já que a tradução livre desta palavra é arco

da chuva. Entretanto, não é somente com a associação da chuva propriamente que é formado o arco-íris, mas sim de gotículas de água, independentemente da origem. Na figuras 3.1 e 3.2 apresentamos arco-íris formados em uma cachoeira e por gotículas provenientes da chuva, respectivamente.



Figura 3.1: Arco-íris formado nas Cataratas do Iguazu



Figura 3.2: Arco-íris formado no bairro da Freguesia - Rio de Janeiro



## 3.2 Como são formadas as cores do arco-íris?

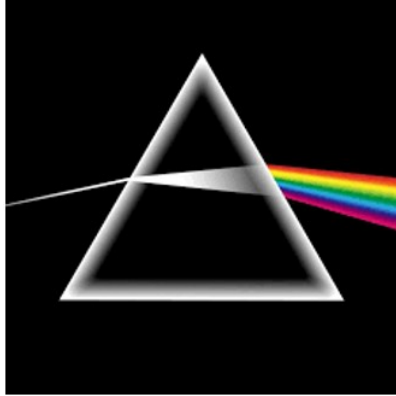


Figura 3.3: Capa do disco *Dark Side of the Moon* do *Pink Floyd*.

A capa do disco *Dark Side of the Moon*, da banda inglesa *Pink Floyd*, retrata exatamente o que ocorre com um raio de luz branca para produzir as cores do arco-íris. Só que na capa do disco é utilizado um prisma e não uma gota de água, como acontece na formação do arco-íris que vimos anteriormente. Eis que surge uma questão: como surgem as cores? Elas são criadas a partir do prisma (das gotículas no caso do arco-íris) ou vem junto com a luz branca? Em um primeiro momento, mostramos na figura 3.4 a experiência do prisma com uma luz vermelha que se origina a partir de um laser. É possível verificar que durante toda a trajetória da luz mostrada, somente a cor vermelha está presente, ou seja, não houve surgimento de outra cor por conta da presença do prisma.

Já em um segundo experimento, representado na figura 3.5, é possível ver que um feixe de luz que incide no prisma com cor branca dá origem a diversas cores, que são exatamente as mesmas do arco-íris.

A partir dos experimentos das figuras 3.4 e 3.5, podemos concluir que as cores não são oriundas do prisma, mas todas elas já estão contidas na luz branca, de acordo com a teoria de Newton, cujo experimento original está ilustrado na figura 3.6. Entretanto, todas essas cores quando estão juntas, aglutinadas, são percebidas pelo nosso cérebro como se fosse uma única cor: branca. Por que as diferentes cores que viajavam juntas no ar se separam ao

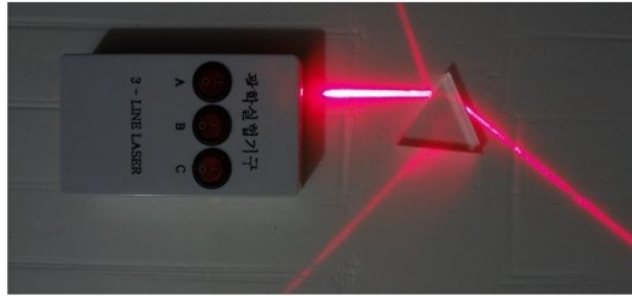


Figura 3.4: Experimento de refração utilizando um prisma e um *laser* vermelho. - Retirado de <https://pt.aliexpress.com/item/32824701933.html> - Acessado em Julho de 2023.

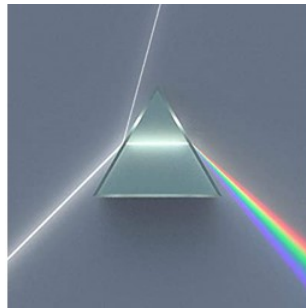


Figura 3.5: Experimento de refração utilizando um prisma e um feixe de luz branca. Nota-se que nesse caso ocorre a dispersão da luz. - Retirado de [https://de.wikipedia.org/wiki/Prisma\\_\(Optik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Prisma_(Optik)) - Acessado em Julho de 2023.



Figura 3.6: Pintura que representa o experimento de Isaac Newton com um prisma de vidro e um feixe de luz branca. - Retirado de <http://lilith.fisica.ufmg.br/~dsoares/extn/astrn/astrn.htm> - Acessado em Julho de 2023.

incidir no vidro? Quando a luz branca passa de um meio para o outro, ela sofre o fenômeno da refração, ou seja, a velocidade da luz se altera ao entrar no prisma. Só que para cada cor a mudança da velocidade é diferente. Assim, desde que o feixe não incida perpendicularmente à superfície (pois neste caso todas as cores seguirão na mesma direção original e o feixe permanecerá branco), o desvio para cada cor também será diferente e, assim, haverá uma separação das cores. Esse fenômeno também é conhecido pelo por dispersão da luz, já que o papel do prisma é o de dispersar as diferentes cores.

### 3.3 O arco-íris só é visto em uma certa hora do dia? A posição do Sol influencia na ocorrência do fenômeno?

Enquanto os pontos levantados no último questionamento estão mais enraizados em experiências prévias e cotidianas dos estudantes, esta pergunta já remete a aspectos que muitas pessoas não observam espontaneamente. Chamamos atenção para o fato de que, embora não haja uma hora específica para a ocorrência do arco-íris, a posição do Sol influencia sim em sua formação. Mas de que maneira? Observando as figuras 3.7 e 3.8, podemos ver que o as sombras formadas pelos mais diversos objetos das imagens apontam para o centro do arco-íris.

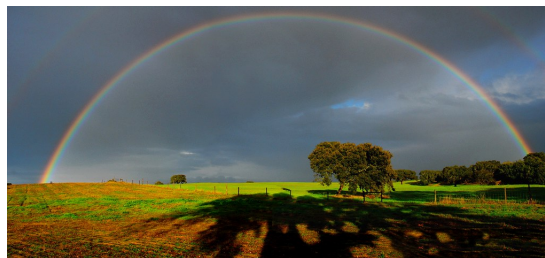


Figura 3.7: Arco-íris formado em um campo aberto. A situação das sombras é semelhante ao que ocorre na figura 3.8. - Retirado de <https://www.vctm.org/An-Example-of-Natures-Mathematics-The-Rainbow> - Acessado em Julho de 2023.



Figura 3.8: Arco-íris formado em uma região litorânea. É possível verificar que as sombras dos corpos que aparecem na imagem apontam para o centro do arco-íris. - Retirado de <https://orlario.com/vc/home/voce-sabe-com-surge-o-arco-iris/> - Acessado em Julho de 2023.

Pois bem, isso nos leva a crer que o arco-íris só é visto quando o Sol está posicionado atrás do observador, como representado na figura 3.9.

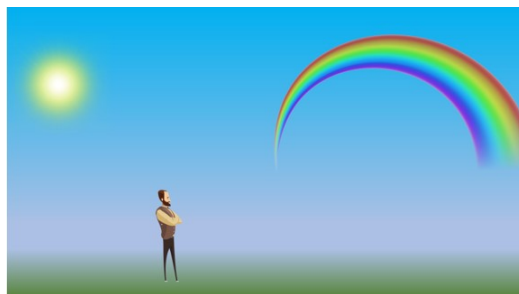


Figura 3.9: Na formação de um arco-íris o Sol sempre estará atrás do observador.

Sabendo agora que o Sol está sempre atrás do observador, esse fator nos sugere que o raio de luz que adentra na gotícula de água, de alguma maneira, deve retornar para que então chegue até os olhos do observador que vê o arco-íris. Na figura 3.10, temos o caminho feito pela luz que forma o arco-íris até chegar aos olhos do observador. Desta forma, o surgimento do arco-íris envolve tanto os assuntos de refração quanto de reflexão.

Vale ressaltar que na figura 3.10 estamos considerando apenas a parte dos raios de luz que formam o arco-íris. Em todo momento que a luz incide na

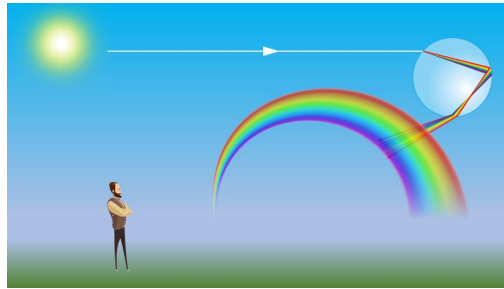


Figura 3.10: Feixe de luz que se propaga partindo do sol, passando pela gotícula até chegar aos olhos do observador.

superfície da gotícula há refração e reflexão. Ou seja, em nenhum momento há uma reflexão total dentro da gotícula. Na figura 3.11 é possível ver que a luz, vinda de um ponto A incide na gotícula no ponto B e uma parte da luz é refletida para o ar e outra parte refratada para dentro da gotícula até atingir o ponto C. Neste ponto, novamente parte da luz refrata para o ar e parte da luz reflete para dentro da gotícula, incidindo no ponto D. Por fim, neste ponto, parte da luz também reflete e refrata. A parte refletida no ponto D continuará infinitas interações e a parte refratada enfim chegará ao ponto E, que pode representar os olhos de um observador que está vendo um arco-íris. Portanto, o caminho ABCDE é o caminho que parte do feixe de luz faz e constitui uma das contribuições para a formação do arco-íris.

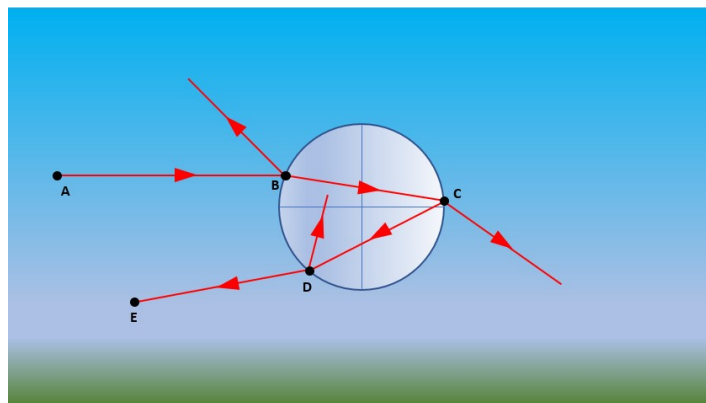


Figura 3.11: Representação de todas as refrações que ocorrem pelo feixe de luz na gotícula até que se chegue aos olhos do observador.

É possível ver em algumas páginas da internet menções de que para a

ocorrência do arco-íris há uma reflexão total dentro da gotícula, o que não é verdade, conforme discutiremos mais adiante! A figura 3.12 mostra um site educacional que, de forma equivocada, diz que há uma reflexão total nas paredes das gotículas de água.

#### Como o arco-íris é formado?

O arco-íris é um fenômeno que **ocorre quando a luz branca, como a luz do Sol, é dispersada ao mudar-se o meio**. No caso da chuva, as gotículas de água funcionam como os prismas, a luz branca entra nelas refratando (alterando a velocidade e direção de propagação) e se **refletindo totalmente** nas "paredes" que formam a gota de água. Isso faz a luz refratar de volta para a atmosfera, com diferentes ângulos. Como o índice de refração depende da cor, a luz é dispersada em um espectro conhecido como as cores do arco-íris.

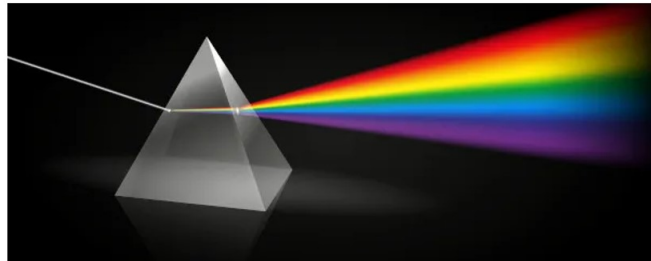


Figura 3.12: Informação equivocada sobre a formação de um arco-íris. - Retirado de <https://brasilescola.uol.com.br/fisica/o-arcoiris.htm> - Acessado em Julho de 2023.

Por fim, sabendo que para a ocorrência do arco-íris o sol deve estar atrás do observador, podemos, a partir das sombras de uma foto, distinguir, em certos casos, se uma foto de arco-íris é real ou montagem. Na figura 3.13 há uma imagem que podemos concluir claramente que é uma montagem, já que, pela sombra da árvore, é possível perceber que o sol não se encontra atrás do observador, sendo assim impossível a formação do arco-íris.



Figura 3.13: Montagem computacional de um arco-íris.

### 3.4 Por que um arco?

A justificativa para essa resposta é algo um pouco mais complexa, e exige domínio de alguns conceitos ópticos e geométricos. Para abordarmos esta questão, vamos começar observando que há um número enorme de gotas na atmosfera. Portanto, há, em princípio, diferentes direções para as quais a luz vermelha, por exemplo, atinge o olho do observador.

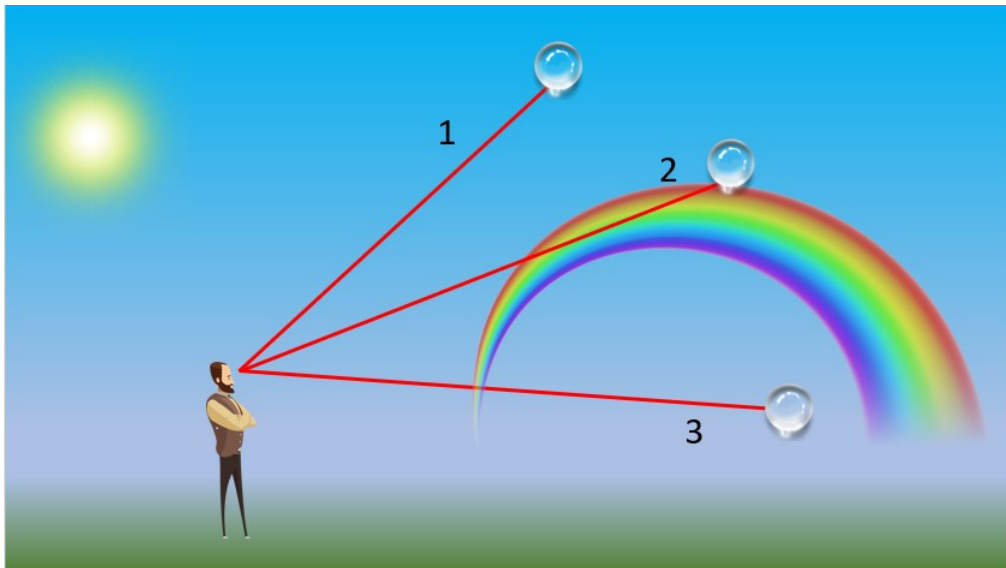


Figura 3.14: Diferentes raios de luz vermelha chegando aos olhos de um observador.

Na figura 3.14 estão ilustradas três gotas distintas nas quais após a luz do

sol refratar, refletir e refratar novamente dá origem a um feixe vermelho indo em direção ao olho do observador. Por que apenas a gota 2 fornece uma cor vermelha percebida pelo observador? Em outras palavras, porque não vemos vermelho em outras direções que olhamos no céu? E, já que este argumento vale para outras cores também, por que não vemos tudo azul, como o céu a nossa volta?

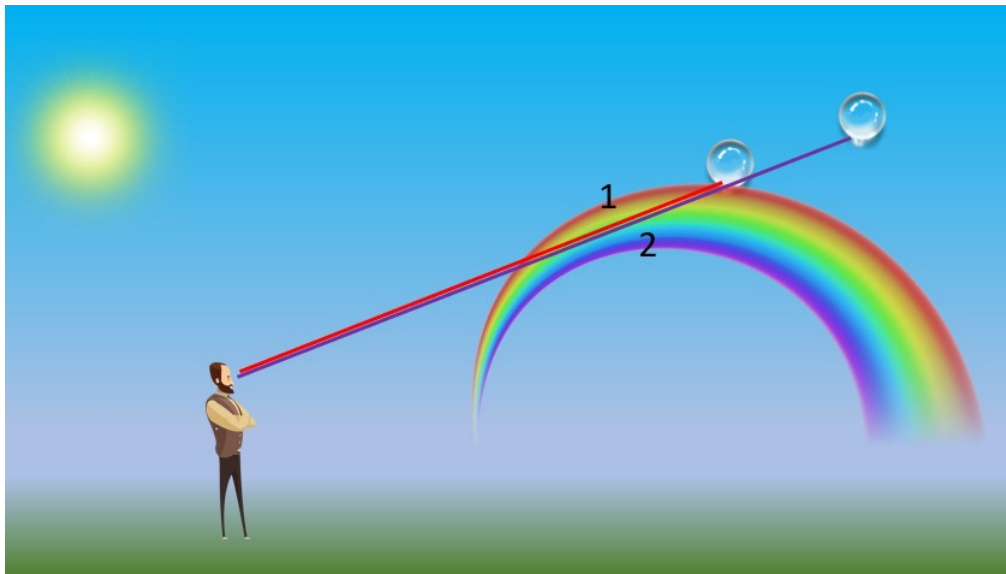


Figura 3.15: Raios de luz vermelha (1) e violeta (2) chegando na mesma direção a um observador.

Posto de outra forma, na figura 3.15 vemos dois raios de luz que chegam aos olhos do observador na mesma direção, um vermelho e outro violeta. No entanto, o raio vermelho (1) chega aos seus olhos, faz parte do arco-íris que ele observa e o raio violeta (2) de alguma maneira acaba sendo ofuscado. Por que o raio vermelho se sobrepõe ao violeta?

Nestes casos das figuras 3.14 e 3.15, vemos que os raios de luz de diferentes cores chegam aos olhos do observador com intensidades diferentes. Isto significa que há um acúmulo de raios de uma certa cor. Por conta disto, é necessário que façamos uma abordagem matemática para entender de forma mais clara o que acontece com esses raios de luz ao entrar e sair de uma gotícula de água. Busquemos, portanto, compreender a trajetória do feixe



de luz ao adentrar uma gotícula suspensa no ar. Na figura 3.16 é mostrado o que ocorre com feixes de luz monocromáticos ao incidir com a gotícula com diferentes ângulos de incidência.

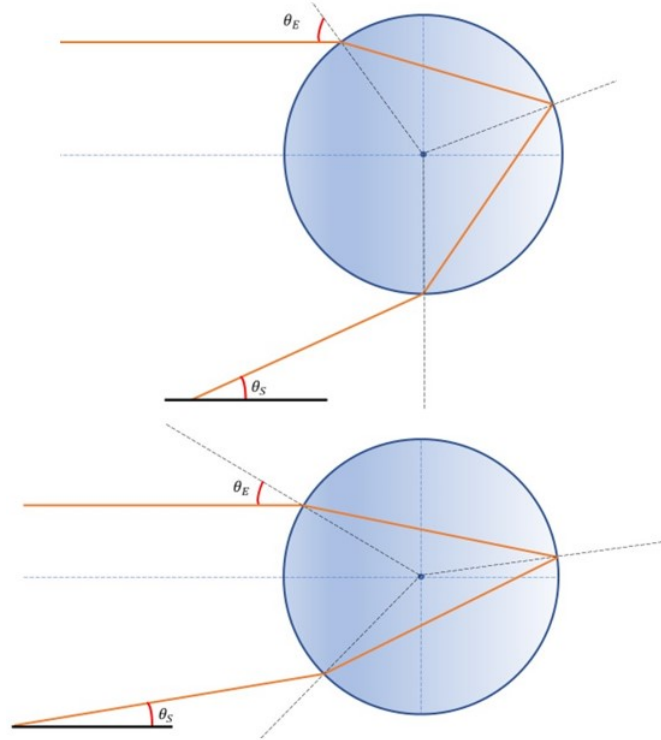


Figura 3.16: Raios de luz entrando em pontos diferentes em uma gota de água.

Vemos na figura 3.16 que o ângulo entre a horizontal (direção que os feixes de luz entram na gota) e a direção na qual o raio de luz sai da gota, o qual denotaremos por  $\theta_S$ , depende do ponto no qual o raio adentra a gota. Mudando o ponto em que o feixe de luz adentra a gota, modifica-se o ângulo, denotado por  $\theta_E$ , entre o feixe de entrada e a normal à superfície da gota. Desta forma, podemos dizer que  $\theta_S$  é uma função de  $\theta_E$ . Isso explica o motivo pelo qual os raios violeta e vermelho da figura 3.15 podem sair na mesma direção, o que indica que para cada um destes raios o ângulo de entrada na gota foi diferente, já que os raios usados entraram com diferentes ângulos. Para conseguirmos responder ao questionamento inicial será importante determinarmos esta função, o que pode ser feito a partir de relações

geométricas e utilizando a lei de Snell-Descartes e a lei da reflexão.

### 3.4.1 Ângulo de saída ( $\theta_S$ ) como função do ângulo de entrada ( $\theta_E$ ).

De início, definiremos que o índice de refração da água é 'n' ( $n_{\text{Água}} = n$ ) e vamos aproximar o índice de refração do ar por 1 ( $n_{\text{Ar}} = 1$ ). A partir disso vamos para uma situação em que um raio de luz monocromático arbitrário entra em uma gotícula. Faremos ainda a aproximação de que a gota de água seja esférica. Chamamos o ângulo refratado, na primeira refração, no ponto  $A$ , de  $\alpha$ . Esse raio segue pela gotícula até chegar ao ponto  $B$  quando parte do raio reflete ao incidir nesse ponto e segue até o ponto  $C$ . Neste ponto  $C$  o raio refrata novamente e sai da gotícula, formando o ângulo  $\theta_S$  com a horizontal, que é a direção que a luz incide na gota. Essa situação é mostrada na figura 3.17.

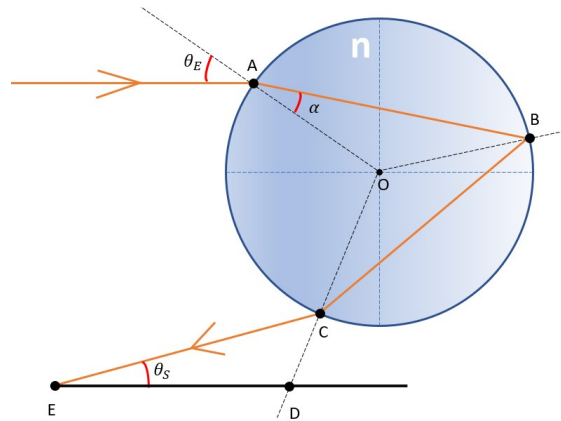


Figura 3.17: Análise geométrica de um feixe de luz em uma gota de água. Parte - 1

A partir da figura 3.17 vamos começar a análise geométrica do feixe de luz dentro da gota. O triângulo  $AOB$  tem os lados  $\overline{AO}$  e  $\overline{OB}$  iguais entre si, pois correspondem ao raio da esfera. Portanto, o triângulo  $AOB$  é isósceles. Com isso, é possível afirmar que o ângulo  $\widehat{OBA}$  é também  $\alpha$ , por ser igual ao ângulo  $\widehat{OAB}$ . A parcela do raio que reflete em  $B$  terá ângulo de reflexão igual ao de incidência em relação a normal, dada pela reta  $\overline{OB}$ , já que supusemos

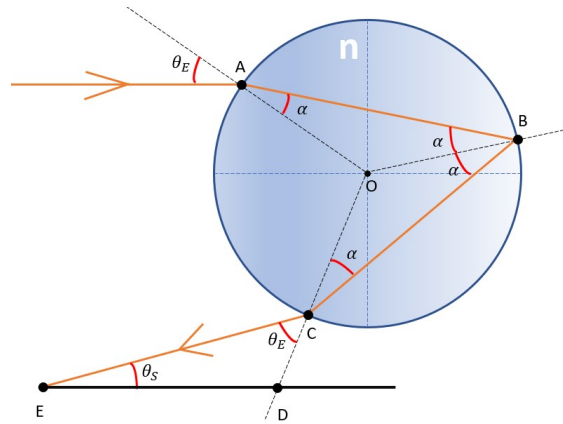


Figura 3.18: Análise geométrica de um feixe de luz em uma gota de água. Parte - 2

a gota esférica. Como o triângulo  $BOC$  também é isósceles, podemos afirmar que seu ângulo  $O\hat{C}B$  é igual ao ângulo  $O\hat{B}C$ , ambos com mesmo valor  $\alpha$ . Por fim, pelo princípio da reversibilidade, podemos afirmar que na refração no ponto  $C$ , ocorre exatamente o inverso do que acontece na refração do ponto  $A$ , o que poderia ser também diretamente verificado aplicando-se novamente a lei de Snell-Descartes. Neste ponto, fazemos uma pequena digressão para retomar uma discussão anterior. Novamente pelo princípio da reciprocidade, vemos que o raio incidente em  $B$  tem uma parcela que será refratada com o ângulo  $\theta_E$  com relação à normal, demonstrando que para uma gota esférica todo raio que entra pode sair, ou seja é impossível haver reflexão total em  $B$ . Voltemos ao nosso objetivo original. Denotemos o ângulo de refração no ponto  $C$  de  $\theta_E$ . Juntando tudo o que obtivemos, temos uma representação conforma a ilustrada na figura 3.18.

Estamos, agora, em posição de encontrar a relação entre o ângulo de saída  $\theta_S$  em função do ângulo de entrada  $\theta_E$ . Para isso, vamos considerar o ponto  $O$ , centro da esfera, e fazer a somas dos ângulos centrais. Nos triângulos  $AOB$  e  $BOC$  vemos que, em ambos os casos, o ângulo  $\hat{O}$  vale  $180^\circ - 2\alpha$ . Através de ângulos alternos internos, é possível verificar que o ângulo entre a reta  $\overline{AO}$  e a horizontal é igual a  $\theta_E$ . Para fechar o círculo em torno do ponto  $O$ , falta um pequeno ângulo entre  $\overline{OC}$  e a horizontal. Esse ângulo é igual ao ângulo externo do ponto  $D$ , no triângulo  $CDE$ . Ou seja, podemos afirmar

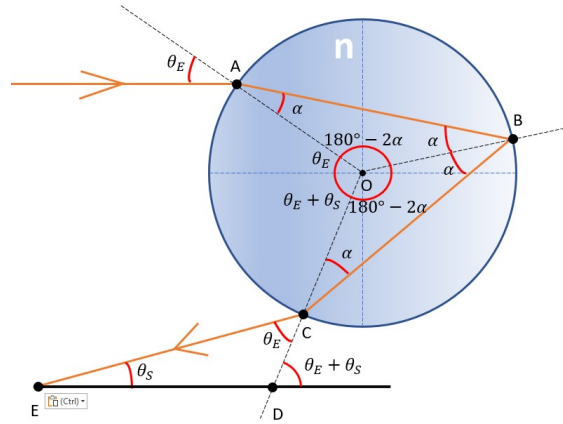


Figura 3.19: Análise geométrica de um feixe de luz em uma gota de água. Parte - 3

que  $x = \theta_E + \theta_S$ . Após essa segunda análise dos ângulos dentro da esfera, podemos ver as marcações de acordo com a figura 3.19.

Sabendo que todos os ângulos em torno do ponto  $O$  devem somar  $360^\circ$ , chegamos a seguinte relação:

$$180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\alpha + \theta_E + \theta_E + \theta_S = 360^\circ \quad (3.1)$$

$$\theta_S = 4\alpha - 2\theta_E. \quad (3.2)$$

Utilizando a Lei de Snell-Descartes para a refração que ocorre no ponto  $A$ , chegamos a

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{sen } \theta_E}{n}. \quad (3.3)$$

$$\alpha = \arcsen \left( \frac{\text{sen } \theta_E}{n} \right) \quad (3.4)$$

Substituindo 3.4 em 3.2, obtemos

$$\theta_S = 4 \arcsen \left( \frac{\text{sen } \theta_E}{n} \right) - 2\theta_E. \quad (3.5)$$

Mesmo tendo determinado o ângulo de saída ( $\theta_S$ ) em função do ângulo

de entrada ( $\theta_E$ ), é difícil perceber apenas de olhar para a expressão acima a razão de o arco-íris ser visto apenas em uma pequena região e não em toda a região que possui gotículas suspensas. A situação muda completamente ao analisarmos a relação acima graficamente.

### 3.4.2 Gráficos $\theta_S$ x $\theta_E$ .

Agora, em posse da função que determina o ângulo de saída em função do ângulo de entrada (equação 3.5), podemos plotar o gráfico desta função em alguma calculadora gráfica. Para este trabalho, a ferramenta escolhida foi o *Geogebra*, que além de possuir uma boa interface visual é um recurso gratuito. Para aperfeiçoar o estudo gráfico, vamos, inicialmente, fazer a análise do gráfico somente para a luz vermelha, cujo índice de refração na água é  $n_{\text{VERMELHO}} = 1,33141$ , conforme mostrado na figura 3.20.

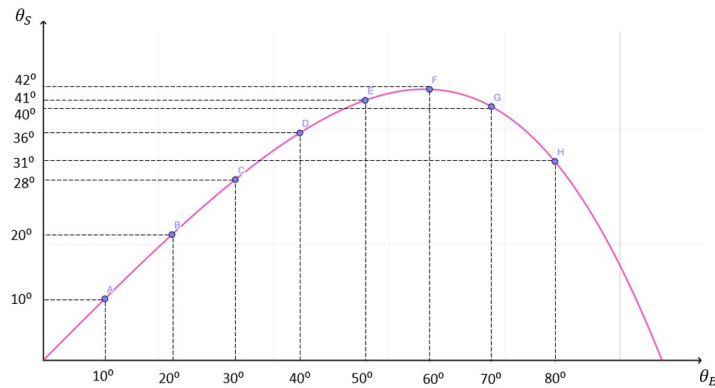


Figura 3.20: Gráfico  $\theta_E$  x  $\theta_S$  da equação 3.5 para a luz vermelha.

Analisando a figura 3.20, tomamos o trecho do gráfico delimitado pelos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Neste trecho vimos que para um intervalo de  $20^\circ$  para os ângulos de entrada (de  $10^\circ$  a  $30^\circ$ ) os valores dos ângulos de saída se concentram em um intervalo de  $18^\circ$  (de  $10^\circ$  a  $28^\circ$ ). Entretanto, se pegarmos o trecho delimitado pelos pontos  $E$ ,  $F$  e  $G$ , vemos que para o mesmo intervalo de  $20^\circ$  para o ângulo de entrada (de  $50^\circ$  a  $70^\circ$ ), se obtém ângulos de saída concentrados em um intervalo de apenas  $2^\circ$  (de  $40^\circ$  a  $42^\circ$ ). Isso dá uma ideia de que muitos raios, que entram em pontos distintos acabam se reunindo em

uma faixa de ângulos de saída específico. Este ângulo de saída em que há a concentração de raios com diversos ângulos de entrada, para a luz vermelha, é de aproximadamente  $42^\circ$ , justamente o ponto máximo desse gráfico. Isso significa que um observador conseguirá ver a presença dessa cor vermelha com um ângulo de  $42^\circ$  com em relação à direção que os raios de luz do Sol estão chegando naquele local.

Isso explica o motivo do arco-íris ser de fato um arco! Podemos imaginar isso, por exemplo, como se pegássemos um compasso com uma abertura de  $42^\circ$  e fincássemos a ponta seca na direção em que o raio de luz tem uma direção e em que passa pela mesma altura dos olhos do observador e girássemos. Neste ângulo, então, estará presente a cor vermelha do arco-íris. A figura 3.21 demonstra essa situação.

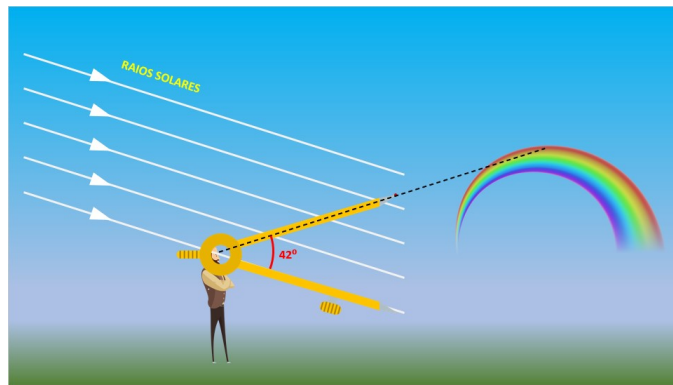


Figura 3.21: Abertura de  $42^\circ$  para a luz vermelha de um arco-íris.

Ainda em posse da equação 3.5, podemos fazer o gráfico  $\theta_S \times \theta_E$  para a cor violeta, que é o outro extremo do arco-íris e cujo índice de refração é  $n_{\text{VIOLETA}} = 1,34451$ . Novamente, fazemos o gráfico no *Geogebra*, como é visto na figura 3.22. Percebemos que os raios de luz para essa cor têm uma concentração maior quando o ângulo de saída está na faixa entre  $37^\circ$  e  $40^\circ$  que é o ângulo com o qual é visto essa cor no arco-íris. Isso explica o fato de as cores do arco-íris terem aquela ordem, o vermelho na extremidade de cima e o violeta na extremidade de baixo, com o restante das cores entre as duas citadas.

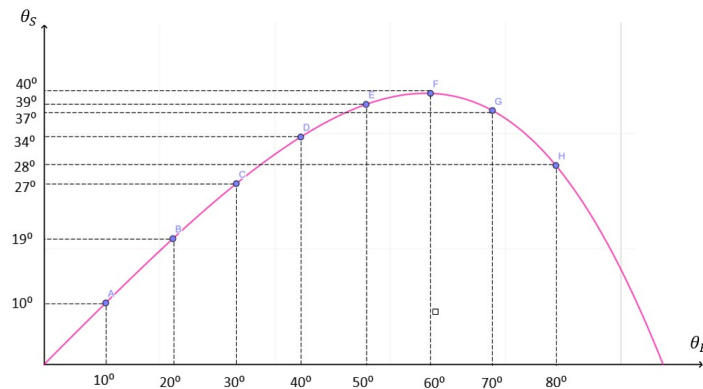


Figura 3.22: Gráfico  $\theta_E$  x  $\theta_S$  da equação 3.5 para a luz violeta.

### 3.4.3 É possível ou não estar embaixo do arco-íris?

A resposta para essa pergunta é bem curta: não é possível! Assim como não é possível chegar no final do arco-íris e encontrar o tão sonhado pote de ouro. Tendo visto que o ângulo formado pelo arco-íris em relação aos raios de luz incidentes, concluímos que é impossível se ter o arco-íris exatamente em cima do observador, já que para isso ocorrer, seria necessário ter o raio de luz vindo de dentro da Terra, como mostrado na figura 3.23.

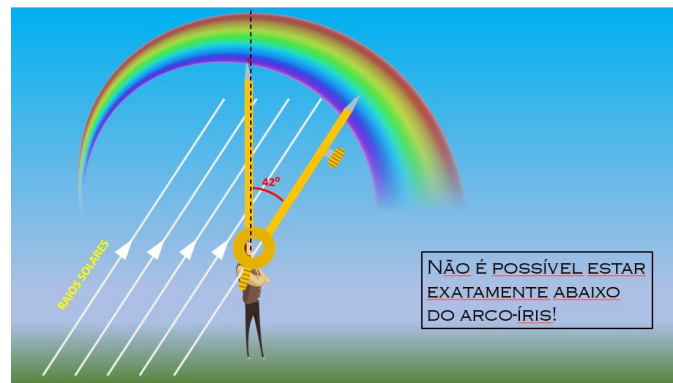


Figura 3.23: Demonstração de como a luz deveria incidir para um observador estar exatamente embaixo do arco-íris.

Na realidade, nem sequer o arco-íris tem uma posição bem definida. Afinal, há um conjunto enorme de gotas, em diferentes posições na atmosfera que nos enviam os raios que vão compor o arco-íris que vemos. Nosso cérebro

acaba percebendo o arco como se estivesse em uma posição fixa do espaço, mas este não é o caso. Inclusive, para dois observadores distintos, as gotas que produzem o arco-íris são distintas, afinal a construção ilustrada na figura 3.21 é dependente da posição do observador. Ao nos deslocarmos, o arco-íris que vemos, portanto, sequer é o mesmo arco-íris que víamos inicialmente.

### 3.4.4 Determinação analítica do valor máximo de $\theta_S$ (Opcional)

Como foi visto na subseção anterior, é possível determinar o ângulo de um arco-íris em relação à direção dos raios de luz que chegam em uma determinada região da Terra. No entanto, a ferramenta utilizada para tal foi o *Geogebra*, o que possibilitou uma análise mais qualitativa. Agora, nesta seção, o objetivo é fazer uma abordagem matemática e mostrar como se pode chegar ao valor do ponto onde há maior concentração de feixes de luz saindo de uma gota. Para tal, serão utilizados alguns conceitos de cálculo infinitesimal, porém sem de fato empregar nenhuma ferramenta de limite e derivada. Essa é uma demonstração que pode ser dada em sala de aula até mesmo para nível médio. Analisando as figuras 3.20 e 3.22, é possível considerar que nos pontos máximos dos gráficos, uma pequena variação no ângulo de entrada  $\theta_E$  praticamente não altera o valor do ângulo de saída  $\theta_S$ . Ou seja, nesse ponto, pode se considerar que  $\Delta\theta_S = 0$ . Com a aplicação deste conceito e utilizando como base a equação 3.2, se chega à equação

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta_E} = \frac{1}{2}. \quad (3.6)$$

Consideremos o efeito de um pequena variação  $\Delta_E$  em  $\alpha$ , o que pode ser visto através da equação 3.3. Denotando tal variação por  $\Delta\alpha$ , obtemos

$$\text{sen}(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{\text{sen}(\theta_E + \Delta\theta_E)}{n} \Rightarrow \quad (3.7)$$



$$\sin(\alpha) \cos(\Delta\alpha) + \sin(\Delta\alpha) \cos(\alpha) = \frac{\sin(\theta_E) \cos(\Delta\theta_E) + \sin(\Delta\theta_E) \cos(\theta_E)}{n} \quad (3.8)$$

Lembrando da relação trigonométrica de para ângulos muito pequenos, que tendem a zero (uma demonstração para o ensino médio pode ser encontrada no apêndice deste material instrucional), temos as seguintes aproximações  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$  e que  $\cos \theta \approx 1$ . Aplicando-se essa aproximação para  $\Delta\alpha$  e  $\Delta\theta_E$ , chegamos à equação

$$\sin(\alpha) + \Delta\alpha \cos(\alpha) = \frac{\sin(\theta_E)}{n} + \frac{\Delta\theta_E \cos(\theta_E)}{n}. \quad (3.9)$$

Pela equação 3.3, obtemos

$$\Delta\alpha \cos(\alpha) = \frac{\Delta\theta_E \cos(\theta_E)}{n} \quad (3.10)$$

Combinando a equação anterior com a equação (3.6) ficamos com

$$\cos \theta_E = \frac{n \cos \alpha}{2}. \quad (3.11)$$

A expressão acima já é a relação desejada. O ângulo  $\theta_E$  que satisfaz à condição acima é o ângulo de entrada para o qual o ângulo de espalhamento é máximo. O mais conveniente é expressá-lo diretamente em termos do índice de refração, o que pode ser feito empregando novamente a equação (??). Para tanto basta escrevermos  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_E / n^2} = \sqrt{1 - (1 - \cos^2 \theta_E) / n^2}$ . Substituindo esta relação em (3.11) e isolando  $\cos \theta_E$  obtemos

$$\theta_E = \arccos \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}. \quad (3.12)$$

Substituindo o índice de refração da luz vermelha ( $n = 1,33141$ ) e da luz violeta ( $n = 1,34451$ ) na água na equação 3.12, se obtém os ângulos de entrada correspondem ao ângulo máximo de saída para cada cor.

$$\theta_E = \arccos\left(\sqrt{\frac{1,33141^2 - 1}{3}}\right) \approx 1,03852\text{rad} \approx 59,5^\circ (\text{Vermelho}) \quad (3.13)$$

$$\theta_E = \arccos\left(\sqrt{\frac{1,34451^2 - 1}{3}}\right) \approx 1,02526\text{rad} \approx 58,7^\circ (\text{Violeta}) \quad (3.14)$$

Substituindo esses valores dos ângulos de entrada das equações 3.13 e 3.14 na equação 3.5, se chegam aos seguintes valores para os máximos ângulos de saída do vermelho e do violeta.

$$\theta_S \approx 42^\circ \text{ Vermelho}$$

$$\theta_S \approx 40^\circ \text{ Violeta}$$

O resultado encontrado confirma que os valores encontrados pela resolução algébrica são coerentes com os valores obtidos pelos gráficos plotados no *Geogebra*.

### 3.4.5 Por que vemos o arco-íris sendo um arco e não uma circunferência inteira?

Antes de qualquer explicação, é bom deixar claro que é possível ver um arco-íris na forma de uma circunferência completa, porém é necessário que o observador esteja em algum lugar específico que permita que isso ocorra. Isso geralmente ocorre em locais altos, onde se tem gotículas abaixo do observador, para o arco-íris inteiro se formar, como é visto na figura 3.24.

Entretanto, a maneira mais comum que vemos o arco-íris é sendo apenas um arco de circunferência e a explicação para isso é bem simples: a parte inferior do arco-íris estaria “se formando” abaixo da Terra, como nós vemos na figura 3.25. Na realidade esta parte do arco não se forma pois abaixo da Terra não há a chegada dos raios solares e, tampouco, existem gotículas suspensas.



Figura 3.24: Imagem aérea que demonstra a possibilidade do arco-íris ser uma circunferência inteira. - Retirado de <https://extra.globo.com/noticias/viral/turista-flagra-arco-iris-circular-no-canada-veja-video-16380939.html> - Acessado em Julho de 2023.

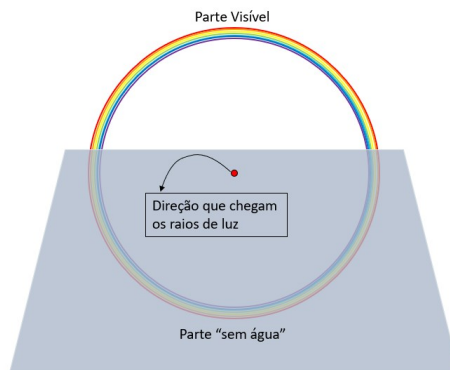


Figura 3.25: Esquema que representa a parte visível de um arco-íris convencional.

### 3.5 O que são e como se formam os arco-íris secundários?

Como vimos anteriormente, os arco-íris convencionais, também chamados de arco-íris primários, são aqueles formados após uma única reflexão dentro da gotícula de água. Já o arco-íris secundário, que pode ser visto na figura 3.26, é formado por parte da luz que sofre duas reflexões dentro de uma go-



Figura 3.26: Faixa Escura de Alexander entre os arco-íris primário e secundário.

tícula antes de ser refratada para fora dela, como é representado no esquema da figura 3.27. É interessante reparar que o arco-íris secundário possui uma luminosidade menos intensa do que o primário. Isso é explicado pelo fato de que a cada vez que a luz aprisionada incide na gotícula, parte da sua energia é perdida devido a refração que também ocorre. Outra curiosidade que pode ser analisada é que as cores do arco-íris secundário são invertidas em relação ao primário. No entanto, para conseguirmos entender o motivo dessa inversão de cores, vamos recorrer, novamente, a uma análise geométrica do que ocorre com os feixes de luz responsáveis pela formação destes arco-íris.

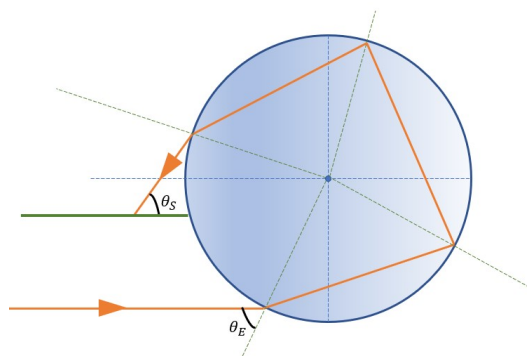


Figura 3.27: Análise geométrica de um feixe de luz em uma gota de água para o arco-íris secundário.

Assim como vimos que existe uma equação que determina o ângulo de

saída em função do ângulo de entrada para o arco-íris primário, também é possível fazer o mesmo raciocínio matemático para o arco-íris secundário. Fazendo uma manipulação geométrica análoga, obtemos para o arco-íris secundário

$$\theta_S = \pi - 6 \arcsen\left(\frac{\text{sen}(\theta_E)}{n}\right) - 2\theta_E. \quad (3.15)$$

Colocando equação 3.15 no *Geogebra*, podemos plotar os gráficos que representam os ângulos de saída em função do ângulo de entrada para a luz vermelha e para a luz violeta, conforme ilustrado nas figuras 3.28 e 3.29, respectivamente. Analisando estas figuras, podemos ver que a luz vermelha tem um reforço quando o ângulo de saída é de aproximadamente  $50,6^\circ$  enquanto a luz violeta tem esse mesmo reforço quando o ângulo de saída é de  $53,1^\circ$ . Ou seja, para o arco-íris secundário o reforço da luz violeta tem um ângulo maior que o reforço da luz vermelha, logo a cor violeta do arco-íris secundário se apresenta acima do vermelho, invertendo as cores em relação ao arco-íris primário.



Figura 3.28: Gráfico  $\theta_S$  x  $\theta_E$  do arco-íris secundário para a luz vermelha.

### 3.5.1 Faixa escura de Alexander

Como já foi visto anteriormente, o arco-íris primário é formado na primeira refração com uma grande concentração de feixes de luz entre os ângulos

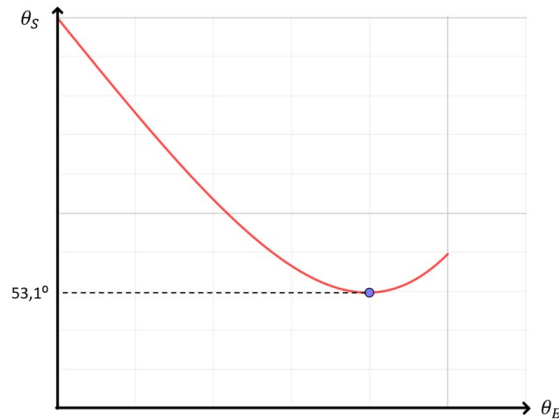


Figura 3.29: Gráfico  $\theta_S$  x  $\theta_E$  do arco-íris secundário para a luz violeta.

de  $40^\circ$  e  $42^\circ$  com a direção dos feixes de luz que chegam àquele local. Já no arco-íris secundário há uma grande concentração de luz entre os ângulos de aproximadamente  $50,6^\circ$  e  $53,1^\circ$ . Portanto, vão existir ângulos de saída que não são contemplados por nenhum ângulo de entrada para as duas primeiras refrações dentro da gotícula. Isso pode ser compreendido de maneira mais clara ao se analisar a figura 3.30 que mostra o comportamento dos feixes de luz que saem na primeira e na segunda refração em função do ângulo de entrada.

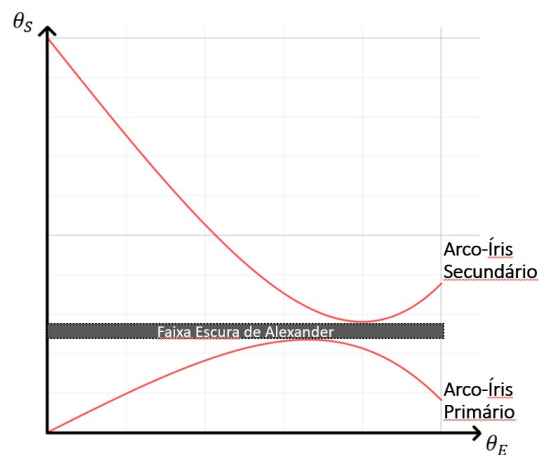


Figura 3.30: Gráfico  $\theta_S$  x  $\theta_E$  dos arco-íris primário e secundário para a luz vermelha indicando em qual ângulo se encontra a Faixa Escura de Alexander.

Se percebe que há uma faixa para o ângulo de saída que nenhuma dessas

duas refrações alcança. Essa faixa é chamada de Faixa Escura de Alexander, que é uma região mais escura entre o arco-íris primário e o secundário. Essa região não se torna completamente escura já que só podemos garantir até agora que os feixes das duas primeiras refrações não atingem essa região, além temos que considerar que essa região é indiretamente iluminada pela luz solar através do processo de espalhamento, independente do que adentra nas gotículas. Na figura 3.26 é possível ver a Faixa Escura de Alexander entre os arco-íris primário e secundário.

### 3.6 Por que não vemos o arco-íris de ordem zero?

Em uma das discussões que foi feita anteriormente, ponderamos que o arco-íris secundário é menos intenso do que o primário já que a cada reflexão que ocorre na gotícula, a luz aprisionada perde energia por conta da refração. Por conta disso podemos imaginar então que o arco-íris mais intenso possível é aquele a parte da luz que formaria o arco-íris não faria nenhuma reflexão, apenas duas refrações, como é ilustrado na figura 3.31.

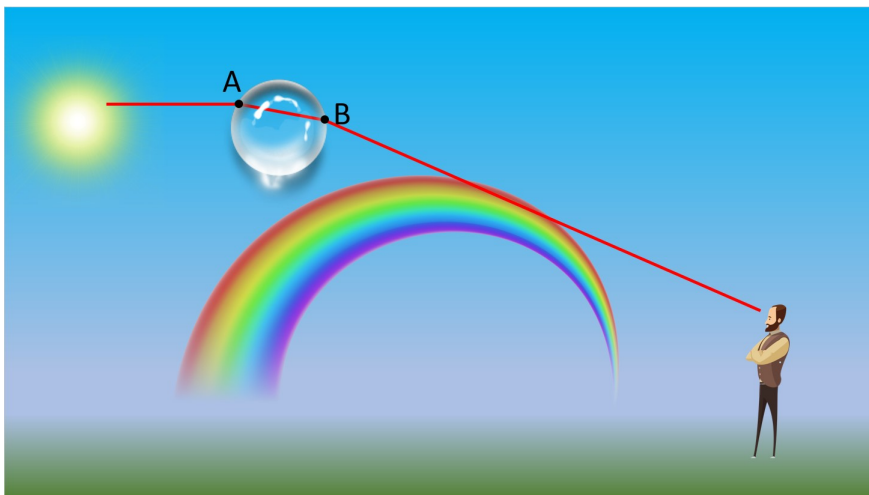


Figura 3.31: Parte da luz que entra e sai de uma gotícula sem sofre reflexão.

No entanto, esse arco-íris de ordem zero não existe. Podemos questionar

se a não ocorrência é uma limitação por estarmos virados pro Sol e, por conta disso, a luminosidade solar ofuscasse as cores do arco-íris. No entanto, existem arco-íris de ordem superior que são formados por raios de luz que atingem o observador voltado para Sol. Embora o nosso olho não seja capaz de detectá-los, câmeras sensíveis conseguem capturar esse tipo de arco-íris, como é mostrado na figura 3.32.

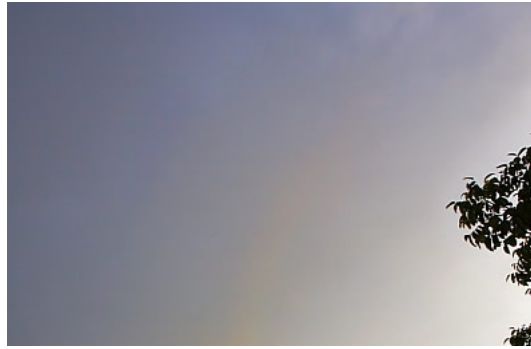


Figura 3.32: Arco-íris de ordem 3. - Retirado de <https://atoptics.co.uk/rainbows/ord34.htm> - Acessado em Julho de 2023.

Além desses arco-íris de ordem superiores, também existem situações em que é possível ver um reforço das cores, mesmo em uma situação de estarmos voltados para a direção do Sol, em um fenômeno conhecido como halo solar, conforme é mostrado na figura 3.33. Este fenômeno pode ser diretamente observado com nossos olhos, sem a necessidade de câmeras super sensíveis. Portanto, devemos buscar outra alternativa para explicar a não ocorrência do arco-íris de ordem zero.

Para isso, vamos fazer a análise geométrica do que ocorre com o feixe de luz que adentra uma gotícula e sai dela sem sofrer nenhuma reflexão, como é representado na figura 3.34.

Fazendo a análise geométrica similar ao que foi feito no arco-íris primário e secundário, é possível se chegar ao ângulo de saída da gotícula em função do ângulo de entrada da seguinte forma:

$$\theta_S = 2\theta_E - 2 \arcsen \left( \frac{\text{sen}(\theta_E)}{n} \right). \quad (3.16)$$





Figura 3.33: Halo solar. - Retirado de <https://atoptics.co.uk/halo/circular.htm> - Acessado em Julho de 2023.

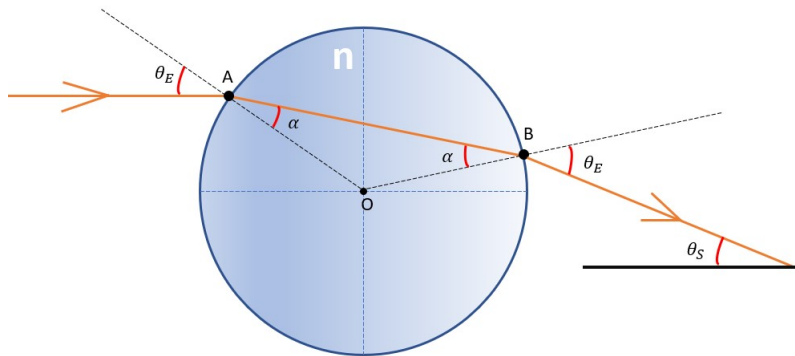


Figura 3.34: Análise geométrica de um feixe de luz que formaria o arco-íris de ordem zero.

Ao se plotar o gráfico dessa função no *Geogebra* considerando os índices de refração para luz vermelha e violeta utilizados anteriormente, chegamos a uma curva conforme representado na figura 3.35. Neste gráfico está a explicação de não existir um arco-íris de ordem zero: não existem valores extremos (máximos ou mínimos). Isto significa que não há nenhuma direção para a qual há um reforço da intensidade da luz para uma dada cor. Logo não existe um arco-íris de ordem zero.

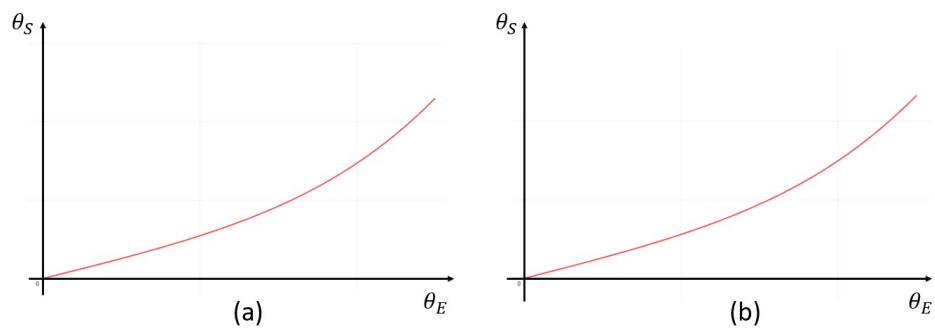


Figura 3.35: Gráfico  $\theta_S$  x  $\theta_E$  do feixe de luz que entra e sai da gotícula sem sofrer reflexão para a cor: (a) vermelha; (b) violeta.

## Capítulo 4

# A Óptica Ondulatória

Em todas as situações vistas nos materiais sobre Princípios de Propagação da Luz e Arco-íris, vimos que a óptica geométrica é suficiente para explicar os fenômenos ópticos. Em particular, vimos que o Princípio de Fermat é uma base satisfatória para nossa compreensão fenomenológica. No entanto, alguns fenômenos podem colocar em xeque a teoria da óptica geométrica. Por exemplo, considere a figura 4.1. Na parte de baixo do arco-íris observamos alternâncias de cores. Como explicá-las? Por que não são sempre perceptíveis? Já na figura 4.2, há uma pequena lâmina que está sendo iluminada em que também é possível vermos uma situação em que a luz se “estilhaça” iluminando de forma meio que aleatória a região interna da lâmina, ocorrendo novamente a alternância entre a ocorrência de luz e de sombra.

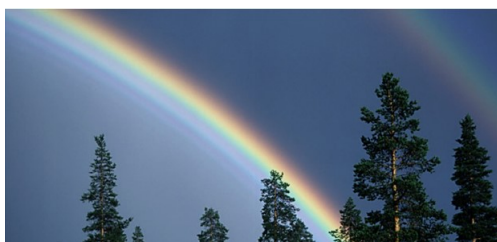


Figura 4.1: Supernumerárias em um arco-íris. - Retirado de - Acessado em Julho de 2023. Figura retirada de <https://atoptics.co.uk/rainbows/supers.htm> (consultado em 23/07/2023)

Por fim, podemos analisar um *Compact Disk* ao ser iluminado com uma

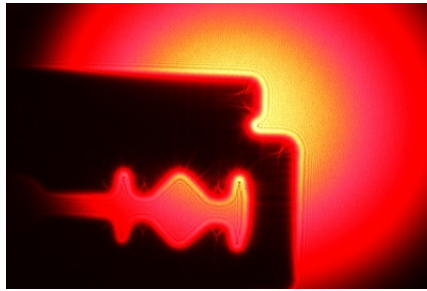


Figura 4.2: "Estilhaços" de luz adentrando a região de uma lâmina. - Retirado de <https://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/edge-diffraction> - Acessado em Julho de 2023.

luz branca, como mostrado na figura 4.3. Nessa situação podemos ver a luz sendo refletida em cores que formam um padrão aparentemente aleatório, diferentemente, por exemplo, do que ocorre na dispersão, em que as cores tem uma sequência bem definida. Ao observar esses fenômenos podemos continuar considerando que a luz satisfaz a leis geométricas? Ao contrário, estas oscilações estão longe dos fenômenos que tratamos na óptica geométrica, contudo essa alternância de aparecer e não aparecer luz (ou cores) nos sugere que a luz está se apresentando como um fenômeno ondulatório, conforme exploraremos mais detalhadamente a seguir.



Figura 4.3: CD ao ser iluminado por uma luz branca. - Retirado de <https://en.wikipedia.org/wiki/Iridescence> - Acessado em Julho de 2023.

Alguns fenômenos observados na natureza ou em experimentos começaram a refutar o caráter corpuscular da luz que foi defendido por diversos

cientistas ao longo da história, notadamente por Isaac Newton. No lugar de uma concepção corpuscular, foi proposto que a luz pudesse se propagar como uma onda. Por exemplo, o físico Thomas Young, com seu famoso experimento da dupla fenda, veio a reforçar a teoria de Christiaan Huygens de que a luz tinha um caráter ondulatório. No experimento da dupla fenda Young, como é representado na figura 4.4, é possível visualizar um padrão de interferência já que são vistos pontos escuros alternando-se a pontos iluminados.

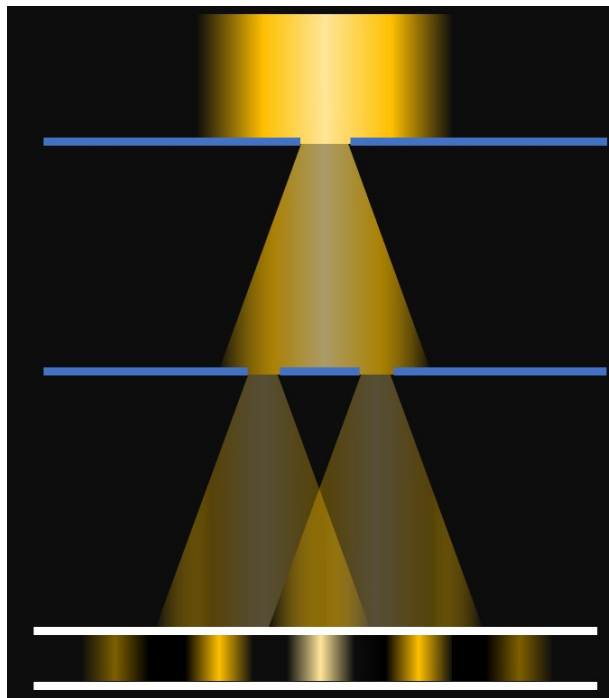


Figura 4.4: Representação esquemática do Experimento da Dupla Fenda de Young.

A partir de todas essas evidências, se tentou formular uma teoria que englobasse todos os fenômenos ópticos: a óptica ondulatória. Com essa análise inicial, pode surgir um questionamento: por que a óptica geométrica ainda é estudada e ensinada tanto na educação básica quanto na educação superior? Um ponto central é que para muitos aspectos de nosso cotidiano a óptica geométrica é uma teoria capaz de fornecer uma descrição adequada do que observamos. Um dos nossos objetivos neste roteiro é justamente delimitar o domínio de validade da óptica geométrica. Em suma, neste material vamos

abordar alguns conceitos e algumas curiosidades sobre a teoria ondulatória da luz. Veremos, em especial, que há diversos fenômenos presentes em nosso cotidiano que requerem a teoria ondulatória. Nesta instrução, vamos mostrar como utilizar a apresentação feita em *Powerpoint*, que pode ser acessado clicando [aqui](#). Caso tenha alguma dúvida de como foi idealizada a aplicação deste material, acesse o vídeo, no *Youtube*, em que é aplicado este material clicando [aqui](#).

## 4.1 Se a luz é uma onda, como ela se propaga no vácuo?

Vamos lembrar que a onda, de acordo com a sua natureza, pode ser classificada de duas formas: mecânica e eletromagnética. As ondas mecânicas, são ondas que se propagam através de meios materiais, sejam eles sólidos, líquidos ou gasosos. Neste tipo de ondas, ocorrem vibrações ou deformações em meios elásticos. Já as ondas eletromagnéticas são ondas que não necessitam de meio, ou seja, podem, inclusive, se propagar no vácuo. Essa propagação se dá através de oscilações perpendiculares de campos. No caso da luz são campos elétricos e magnéticos que oscilam, como representado na figura 4.5.

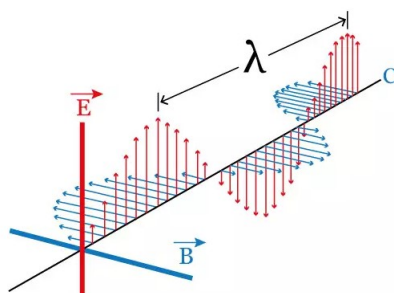


Figura 4.5: Representação da propagação de uma onda eletromagnética. - Retirado de <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/fisica/ondas-eletromagneticas> - Acessado em Julho de 2023.

Portanto, podemos classificar a luz como uma onda eletromagnética e isso explica o motivo dela conseguir se propagar na ausência de matéria.

Na realidade, foi justamente a constatação de que a luz não necessita de meio para se propagar que pavimentou o caminho para a relatividade de Einstein. Contudo, a fenomenologia que testemunhamos envolvendo a luz também não parece exatamente análoga ao que observamos com as ondas usuais de nosso cotidiano, como as ondas na superfície de um lago. A partir das questões a seguir buscaremos entender as semelhanças e diferenças entre os dois fenômenos.

## 4.2 Se a luz é uma oscilação, por que não a vemos piscando e sim como algo contínuo?

Ao analisarmos uma onda mecânica sendo gerada por uma vibração na água, por exemplo, é possível diferenciar onde se encontram os vales e cristas facilmente, como é mostrado na figura 4.6. No entanto, ao enxergarmos a luz, não temos essa sensação de oscilação e sim de que a luz chega aos nossos olhos de forma contínua. Portanto, isso seria mais um motivo que pode confrontar a teoria ondulatória da luz, mas com o conhecimento que temos atualmente, é um questionamento que pode ser respondido. No entanto, trazer essa discussão histórica pode enriquecer a resposta dessa pergunta.



Figura 4.6: Ondas sendo geradas por vibrações feitas na superfície da água. - Retirado de <https://youtu.be/Iuv6hY6zsd0> - Acessado em Julho de 2023.

Tudo começa no século XVII quando o astrônomo dinamarquês Ole Rømer, através de suas observações do eclipse de uma das luas de Júpiter,

determinar que a velocidade da luz era finita. Hoje isso pode parecer bem óbvio, mas para a época em que não se sabia se a luz tinha velocidade finita ou infinita, isso já foi um grande passo para a determinação da velocidade da luz. Porém, foi Huygens, ainda no mesmo século, que, partindo das observações de Rømer, conseguiu inferir que a velocidade da luz era algo em torno de  $2,12 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Apesar de sabermos que isso não está coerente com o valor atualmente aceito, o erro dele foi de apenas 30%, algo completamente aceitável, levando em consideração os equipamentos utilizados naquele período. No entanto, o que importa, nesse momento, para entendermos o motivo de não conseguirmos ver a oscilação da luz é apenas a ordem de grandeza da velocidade da luz:  $10^8 \text{ m/s}$ .

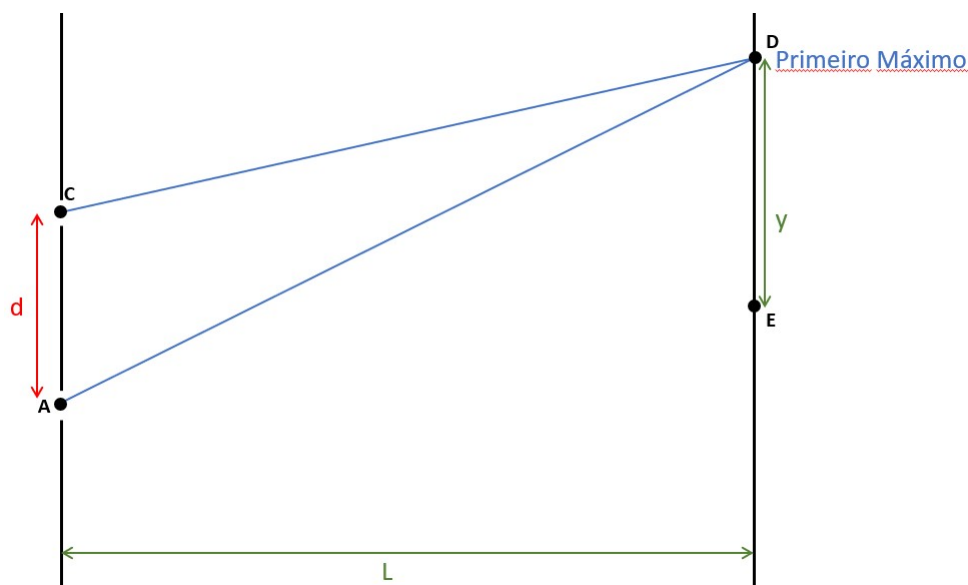


Figura 4.7: Representação esquemática do Experimento de Young.

Além da velocidade, é possível chegar, experimentalmente, a outro parâmetro da propagação da luz: a ordem de grandeza do comprimento de onda. O valor aproximado do comprimento de onda da luz pode ser medido através do Experimento de Young, que é esquematicamente representado na figura 4.7, em que o primeiro máximo (ponto iluminado) pode ser representado de acordo com a seguinte equação



$$y = \frac{\lambda \cdot L}{d}. \quad (4.1)$$

Ou seja, podemos chegar que o comprimento de onda da luz através da seguinte relação

$$\lambda = \frac{y \cdot d}{L}. \quad (4.2)$$

Dispondo da modelagem apresentada acima, podemos realizar esse experimento em sala de aula com a utilização de um *laserpoint* e uma dupla fenda (caso não tenha disponível a dupla fenda, pode ser utilizado um fio de cabelo). No experimento que foi realizado para a realização deste material, foi utilizado um *laserpoint* de cor verde, uma dupla fenda separada por uma distância de 25 milímetros ( $d = 2,5 \times 10^{-4}$  m) que estava separada do anteparo por 2 metros ( $L = 2$  m). Os materiais utilizados podem ser vistos na figura 4.8.

Para esta configuração, medimos que o primeiro máximo estava a uma distância de 4 milímetros ( $y = 4 \times 10^{-3}$  m) da região central, como representado na figura 4.9. Substituindo esse valor na equação 4.2 chegamos ao valor para o comprimento de onda dado por

$$\lambda = \frac{4 \times 10^{-3} \cdot 2,5 \times 10^{-4}}{2} = 5 \times 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}. \quad (4.3)$$

Com o resultado obtido acima, concluímos que comprimento de onda da luz é da ordem de  $10^{-6}$  m. De posse dessa estimativa, e também da ordem de grandeza da velocidade da luz, podemos utilizar a equação fundamental da ondulatória ( $V = \lambda \cdot f$ ) e deduzir que a frequência com que a luz oscila é na ordem de  $10^{14}$  Hz. Esse é o motivo pelo qual não enxergamos a luz oscilando, já que essa oscilação ocorre centenas de trilhões de vezes por segundo, algo imperceptível ao olho humano, que enxerga apenas a média dessas oscilações, ou seja, uma propagação contínua.



Figura 4.8: Materiais utilizados para reproduzir o Experimento de Young.

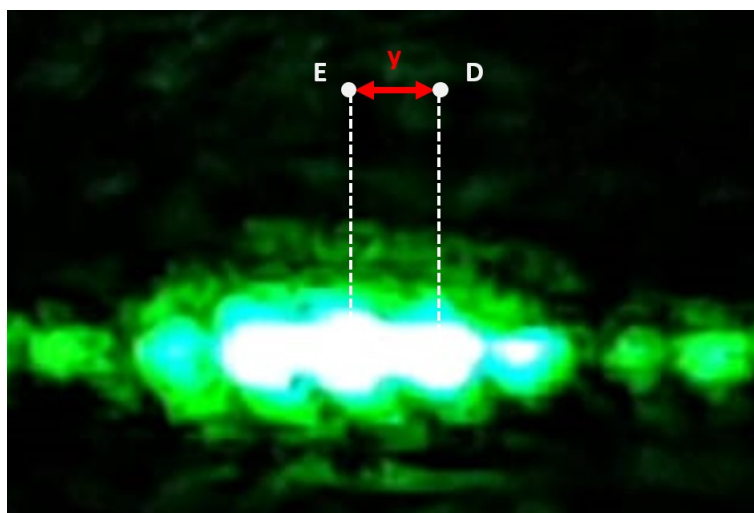


Figura 4.9: Padrão de interferência apontando a distância  $y$  do primeiro máximo.

### 4.3 O diferencia as cores?

Vamos recorrer novamente a um exemplo da mecânica para responder a este questionamento. Para isso, vamos pegar uma simulação do *Phet*, uma plataforma da Universidade do Colorado, que oferece simulações para ciências e matemática. Dentro dessa plataforma, há um simulador que replica a situação de gotas que caem simultaneamente de duas torneiras diretamente em um recipiente com água. As gotas ao tocarem a superfície da água, formam ondulações e essas ondas ao se cruzarem, geram um padrão de interferência. Isso pode ser visto na figura 4.10a. No entanto, ao aumentar a frequência das gotas que caem, ou seja, deixar pingar mais gotas em menos tempo, o padrão de interferência se altera, como é possível ver na figura 4.10b.

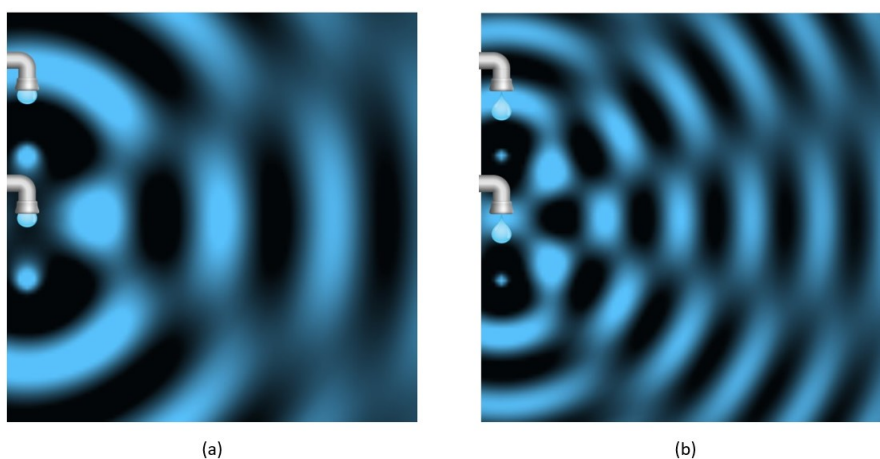


Figura 4.10: Padrão de interferência formado pela simulação do *Phet*. Há um aumento da frequência de (a) para (b). Figura capturada em [https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_pt_BR.html). - Acessado em Julho de 2023.

De posse dessa situação, agora analisamos como se comporta o experimento de Young para duas cores que estão sendo emitidas separadamente, como é mostrado na figura 4.11. É possível verificar que o padrão de interferências construtivas e destrutivas, de acordo com a cor da luz, é alterado. Algo similar ao que foi observado na situação das gotas. Isso sugere que as cores da luz são as ondas eletromagnéticas em diferentes frequências de

oscilação. Vale lembrar que a velocidade da luz em um meio homogêneo é constante e que a equação fundamental das ondas é  $V = \lambda \cdot f$ . Por isso, podemos afirmar que as cores são diferentes frequências ou diferentes comprimentos de onda. Esse procedimento de incidir duas cores distintas em uma mesma dupla fenda, é um experimento que pode ser feito em sala de aula de forma semelhante ao que já foi citado neste capítulo, sendo a única diferença a configuração inicial, para este caso, exige dois *laserpontos* de cores diferentes.

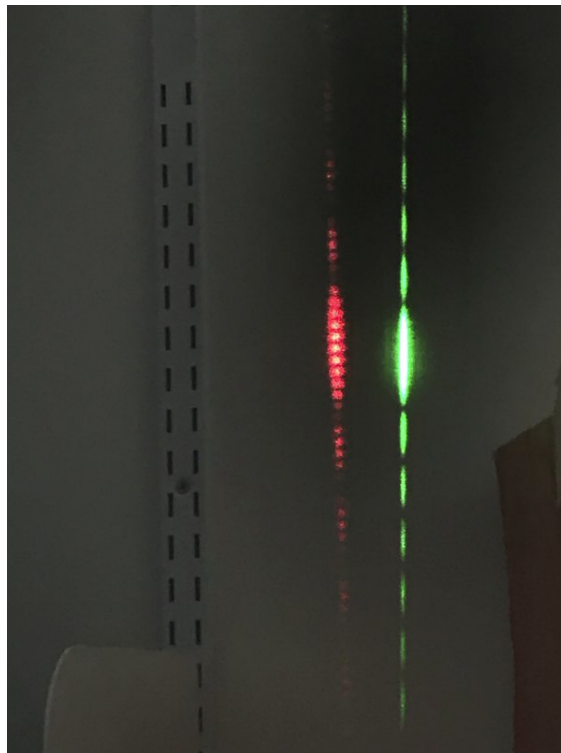


Figura 4.11: Experimento da Dupla Fenda feito simultaneamente por um laser vermelho e outro verde. À esquerda o experimento com um laser vermelho e à direita com o verde.

Com isso, podemos analisar algumas outras situações que comprovam tanto o caráter ondulatório da luz, quanto essa relação direta das cores com a frequências destas ondas. Como primeiro exemplo, podemos averiguar a figura 4.12 que mostra que ao ser iluminada por uma luz branca, a face espelhada de um *compact disk* (CD) apresenta cores diferentes. Dependendo

da angulação em que se olha para ele, é possível ver reforço de apenas uma cor em uma região. Isso ocorre por conta das ranhuras micrométricas existentes na estrutura de um CD que podem gerar, por meio da difração, interferências construtivas e destrutivas para determinadas frequências.

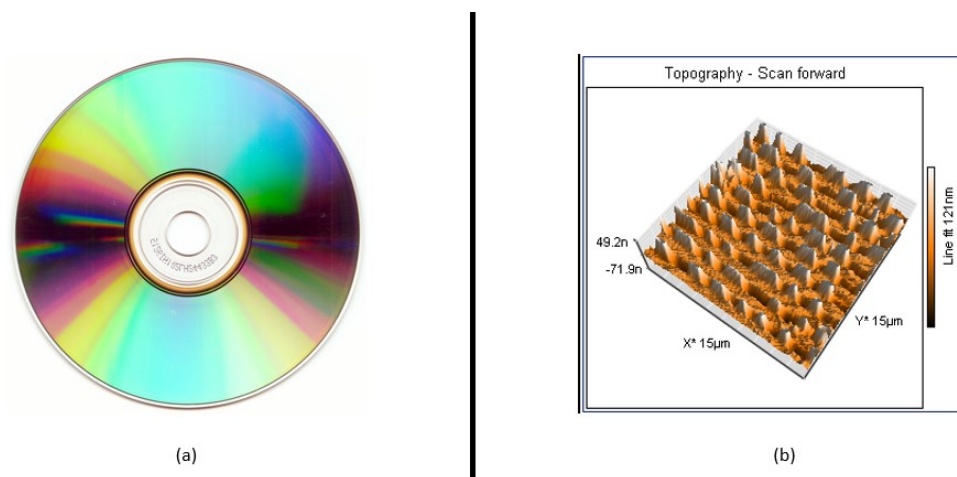


Figura 4.12: (a) Imagem de um CD e (b) suas respectivas ranhuras micrométricas. Retirado de [https://en.wikipedia.org/wiki/Compact\\_disc](https://en.wikipedia.org/wiki/Compact_disc) - Acessado em Julho de 2023.

Outro caso que se pode observar essas relações, é analisar algumas borboletas se apresentam coloridas, mas não apresentam pigmento da cor em suas asas. A espécie *Morpho menelaus*, por exemplo, possui pigmentos de cor marrom escuras em suas asas, mas é possível ver a parte superior delas na cor azulada, como representado na figura 4.13. Como podemos saber que tal cor não se deve a um pigmento? Já Isaac Newton e Robert Hooke observaram que a cor da asa variava a depender do ângulo de mirada. O mesmo fenômeno acima descrito para o CD, embora aqui muito menos intenso.

A coloração se dá por conta de uma interação entre a luz branca, vinda do sol, e nanoestruturas presentes nas asas destas borboletas. Essa interação gera uma interferência construtiva para uma determinada frequência (cor) que faz com que somente essa parte da luz seja refletida de maneira coerente. As demais frequências são absorvidas pela melanina presente nas asas. O tamanho e o índice de refração médio dessas nanoestruturas são os fatores que fazem a asa de uma borboleta poder assumir diversas cores, do vermelho

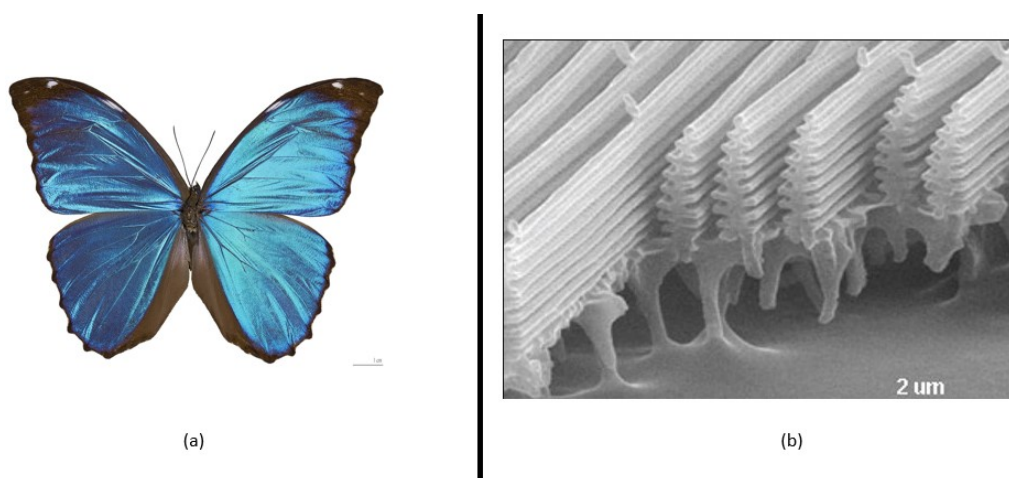


Figura 4.13: (a) *Morpho melanaeus* (b) e suas nanoestruturas. - Retirado de <https://pubs.acs.org/doi/full/10.1021/acs.jchemed.7b00463> - Acessado em Julho de 2023.

ao violeta. Com isso é possível imaginar que em uma situação em que a borboleta molhe a sua asa com água, poderia ocorrer uma alteração em sua coloração, já que alteraria o índice de refração de suas nanoestruturas. No entanto, isso não ocorre. As asas desse tipo de borboleta possuem uma característica hidrofóbica, ou seja, não absorvem água. Por conta disso vemos as borboletas sempre da mesma cor, mesmo estando na chuva.

Entretanto, é possível alterar o índice de refração da asa ao cobrir a asa da borboleta com outros tipos de líquido diferentes da água. Na figura 4.14 é possível ver uma borboleta *Morpho menelaus*, dividida em quatro quadrantes. No primeiro quadrante, a asa está in natura, ou seja, está no seu estado original, refletindo a luz azul. Já no segundo quadrante, ao se banhar essa parte da asa em etanol, ela passa a refletir a cor verde, já que há uma alteração no índice de refração médio das suas estruturas. O mesmo acontece no terceiro quadrante, ao se banhar a asa da borboleta com uma mistura de água com açúcar. Neste caso, o índice de refração da luz é próximo do índice de refração das nanopartículas que compõem a asa da borboleta, de modo que há pouca reflexão. Por fim, no quarto quadrante temos uma parte da asa que foi banhada com água e, como é possível ver, não alteração nenhuma em relação a asa *in natura*. Como a água fica concentrada em uma

gota sem cobrir a asa, demonstramos que a borboleta tem asas hidrofóbicas.



Figura 4.14: Asas de uma *Morpho melenaeus* imersas em diferentes meios. - Retirado de <https://pubs.acs.org/doi/full/10.1021/acs.jchemed.7b00463> - Acessado em Julho de 2023.

## 4.4 Por que o céu é azul?

De todos os fenômenos tratados até agora nesse material, talvez esse seja o mais democrático, já que observar o céu não necessita de condições especiais e pode ser observado em todo o mundo quase que diariamente. No entanto, explicação para isso talvez não seja tão simples quanto as condições para a ocorrência desse fenômeno óptico.

Para se compreender o motivo do céu se apresentar na cor azulada, pode ser iniciada com um pequeno questionamento: o sol emite todas as cores na mesma intensidade? De acordo com a teoria do corpo negro de Steffan-Boltzmann, a intensidade da emissão da luz solar em relação a frequência que está sendo emitida, se comporta de acordo com a figura 4.16. Portanto, a frequência emitida com mais intensidade pelo sol é referente a cor verde.

Porém, o fato de o sol emitir a frequência referente a luz verde com maior intensidade esse pode nos trazer uma outra indagação: por que não enxergamos o céu esverdeado? Pois bem, para entender melhor o fenômeno



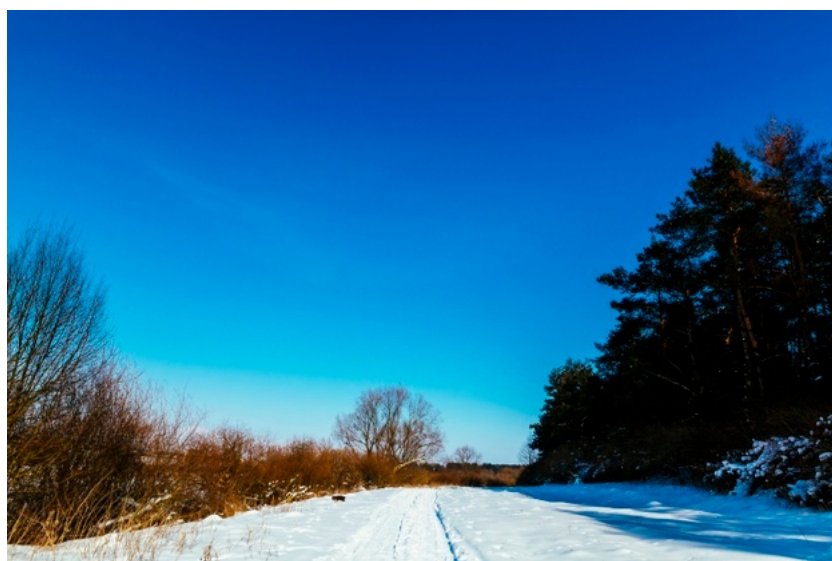


Figura 4.15: O céu azul. - Retirado de [https://br.freepik.com/fotos-gratis/paisagem-de-inverno-nevado-contra-o-ceu-azul-claro\\_4513663.htm](https://br.freepik.com/fotos-gratis/paisagem-de-inverno-nevado-contra-o-ceu-azul-claro_4513663.htm) - Acessado em Julho de 2023.

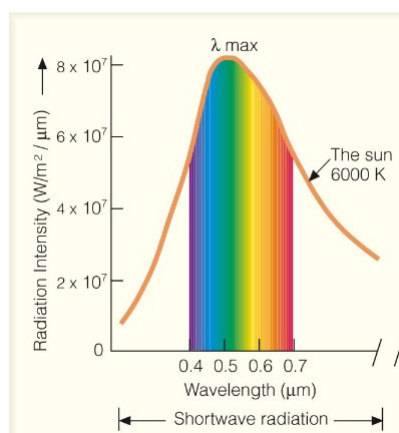


Figura 4.16: Intensidade de radiação do Sol emitido de acordo com o comprimento de onda. - Retirado de <https://atmos.washington.edu/~hakim/101/radiation/> - Acessado em Abril de 2023.

óptico em questão, vamos ter que entender mais um tipo de interação da luz com partículas: o espalhamento da luz.

O espalhamento da luz é a interação entre a luz e a matéria. Nesse processo, a energia da onda eletromagnética, que chega em uma direção, é



absorvida pela matéria para posteriormente ser reemitida em diversas direções. O espalhamento pode ocorrer de diversas formas, dependendo do tipo de partícula e de seu tamanho em relação ao comprimento de ondas. No caso de entender o motivo do céu azulado, a interação que estamos analisando é entre as ondas eletromagnéticas vindas do sol com os gases que se encontram na atmosfera terrestre, similar ao que é representado na figura 4.17.

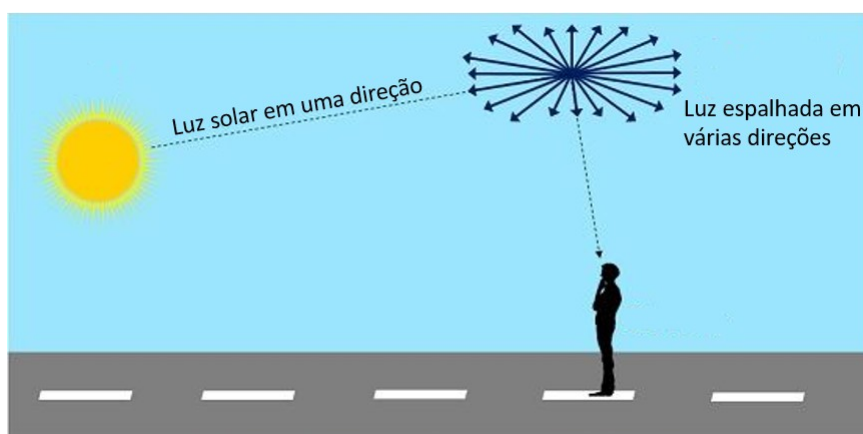


Figura 4.17: Espalhamento da Luz - Interação da onda eletromagnética com a matéria suspensa na atmosfera. - Retirado de <https://circuitglobe.com/rayleigh-scattering.html> - Acessado em Abril de 2023.

O ponto central no espalhamento da luz pela atmosfera é que a sua intensidade é inversamente proporcional à quarta potência do comprimento de onda ( $I \propto \lambda^{-4}$ ), ou seja, quanto menor o comprimento de onda, maior a intensidade espalhada. Este resultado é conhecido como espalhamento Rayleigh, em homenagem ao físico que primeiramente obteve este resultado. Em seu trabalho, Rayleigh empregou análise dimensional para demonstrar a lei de potência. Na dissertação que acompanha este produto apresentamos esta derivação. Por conta deste resultado, temos que a luz violeta é a que possui maior intensidade espalhada na atmosfera terrestre, já que no espectro da luz visível, ela é a que tem menor comprimento de onda, como mostra a figura 4.18. Ainda em posse dessa figura, podemos ver que a segunda cor mais espalhada é o azul e a menos espalhada é o vermelho. Se a luz violeta é a mais espalhada, por que não enxergamos o céu violeta?

O motivo de não vermos o céu violeta e ver azulado é uma conjunção

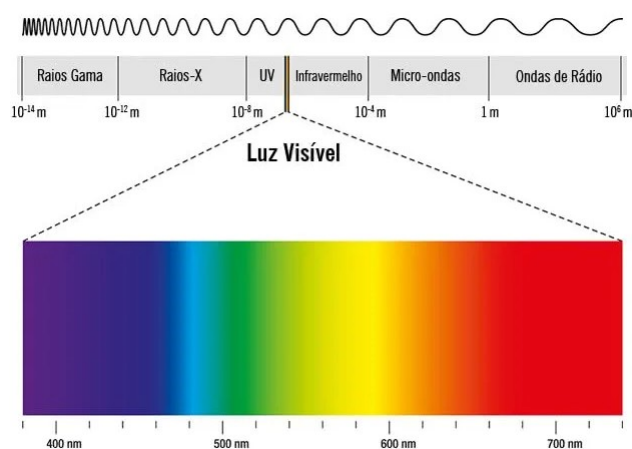


Figura 4.18: Espectro eletromagnético da luz de acordo com o comprimento de onda. - Retirado de <https://www.todamateria.com.br/espectro-eletromagnetico/> - Acessado em Abril de 2023.

de alguns fatores. Apesar da a cor violeta ser a mais espalhada pela atmosfera, é emitido em menor quantidade pelo Sol do que o azul. Ou seja, já dá para imaginar que na média, o azul 'está na briga' para conquistar a cor do céu, já que ele é emitido com mais intensidade pelo Sol e seu espalhamento tem intensidade bem elevada, já que possui pequeno comprimento de onda também. Por fim chegamos ao fator final para enxergarmos o céu na cor azulada: o olho humano. O olho humano é composto por cones de luz, que são responsáveis por processar as cores que enxergamos. O olho humano possui três diferentes cones de luz. Cada um deles é mais sensível a um certo comprimento de onda, sendo as cores azul, verde e vermelho as cores contempladas por essa sensibilidade. Logo, o olho humano é mais sensível para a cor azul do que para a cor violeta e isso explica o motivo de enxergarmos o céu azulado durante o dia.

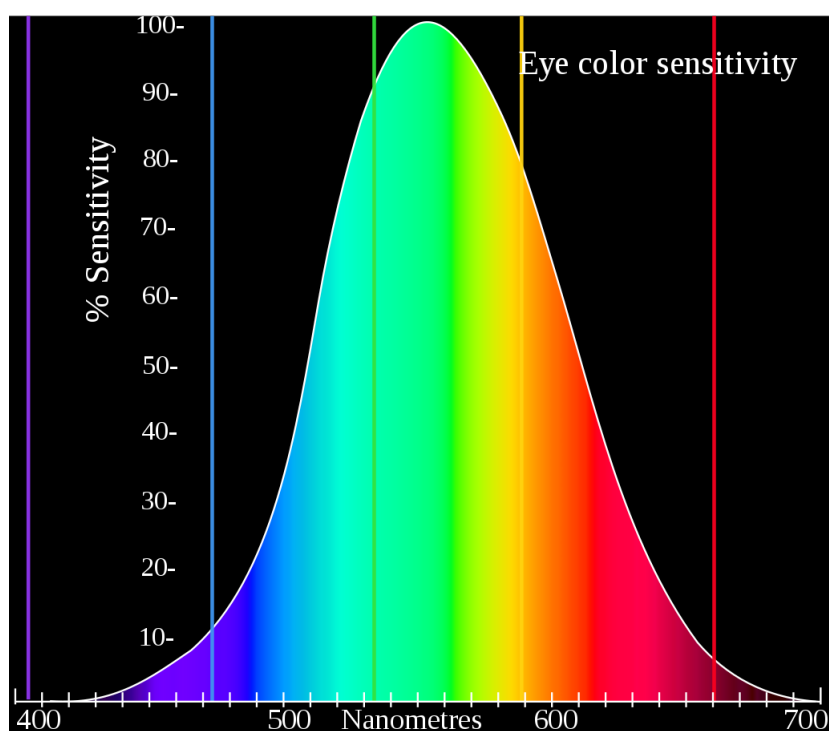


Figura 4.19: Sensibilidade do olho humano a diferentes comprimentos de onda. - Retirado de [https://en.wikipedia.org/wiki/Color\\_vision](https://en.wikipedia.org/wiki/Color_vision) - Acessado em Julho de 2023.

## 4.5 E no amanhecer e anoitecer, por que o céu se apresenta alaranjado?

A resposta também é dada pelo espalhamento da luz. Só que nesse caso, a posição do local da Terra que está entardecendo é preponderante para essa explicação. No caso do entardecer, a luz solar percorre uma grande trajetória pela superfície terrestre até chegar a região da superfície onde se está amanhecendo ou anoitecendo. Por conta disso, as cores de menor comprimento de onda (azul e violeta) são mais espalhadas e vão perdendo intensidade. Já as cores vermelho e laranja são as que chegam com maior intensidade naquela região. A figura 4.20 mostra essa situação de como na região de Sol a pino, um observador olha para o céu e tende a ver a cor do céu na cor azulada. Porém na região em que está amanhecendo ou anoitecendo, um observador

ao olhar para o céu tende a ver a cor mais avermelhada, já que as cores mais espalhadas tendem a “ficar pelo caminho”.

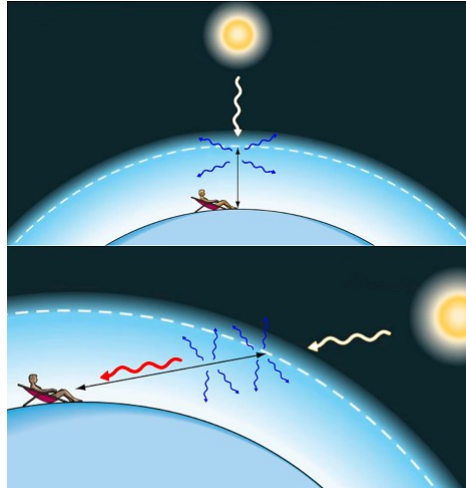


Figura 4.20: Acima: observador vendo o céu azul - Abaixo: observador vendo o céu alaranjado.

## 4.6 Quando a descrição da óptica geométrica é boa?

Nesse material que foi dedicado a trazer algumas aplicações sobre a óptica ondulatória, foram demonstradas situações diversas em que não é possível utilizar da óptica geométrica. Vimos que a luz se propaga como uma onda de natureza eletromagnética e que diversos fenômenos conseguem ser explicados satisfatoriamente apenas ao lidarmos com a sua natureza ondulatória, como é o caso da interferência, por exemplo. No entanto, todo o estudo de óptica geométrica não perde sua função. A propagação retilínea da luz para certas situações segue sendo verdadeira. Por conta disso, é possível limitar até que ponto a óptica geométrica é satisfatória? Esse é objetivo deste último tópico. Para uma interação em que os obstáculos possuam ordem de grandeza bem maior que o comprimento de onda, a óptica geométrica é satisfatória para a análise dos fenômenos. No entanto, quando os obstáculos passam a ter

ordem de grandeza similar ao comprimento de onda, os fenômenos da difração e interferência começam a surgir e a apresentar um caráter ondulatório da luz. Para finalizar, quando se tem um obstáculo com dimensões muito inferiores em relação ao comprimento de onda, surge o espalhamento da luz, que também é um fenômeno de caráter ondulatório. A figura 4.21 resume bem o que foi exposto nesse material.

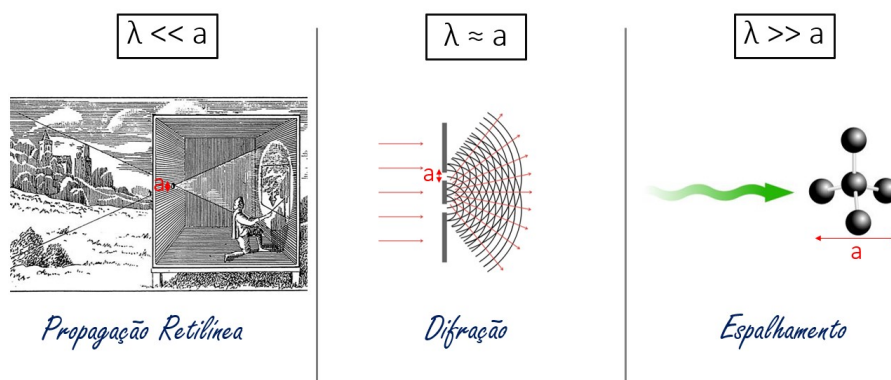


Figura 4.21: Análise dimensional para o estudo óptico

Assim, embora a interação da luz com a matéria esteja toda encapsulada nas equações fundamentais do eletromagnetismo, a fenomenologia apresentada é dramaticamente diversa a depender das escalas de comprimento envolvidas. Para uma análise física é, portanto, muito conveniente separar a discussão nos diferentes casos, como fizemos ao longo das aulas deste produto.