

A forma dos satélites do Sistema Solar

a c tort

18 de Julho de 2014

Resumo

O Sistema Solar tem 166 luas ou satélites naturais (por enquanto!). Apenas uma fração desses satélites apresenta uma forma esférica. Um critério numérico, obtido de um modo relativamente simples, é utilizado para entender em primeira aproximação porque um satélite natural pode ter forma esférico e outros não. O critério é então comparado aos dados disponíveis.

1 Introdução

Júpiter, o gigante gasoso do Sistema Solar, tem ao todo 67 satélites ou luas naturais. Algumas desses satélites são esféricos como por exemplo, os satélites galileanos: Io, Europa, Ganimedes e Calisto. Já outras luas como por exemplo, Lisitéia, assemelham-se às rochas de formato irregular que vemos aqui na Terra, veja a Figura 1. Marte, o planeta vermelho, tem dois satélites ambas de formato irregular: Fobos e Deimos. E há muitos outros exemplos que podem ser encontrados no Sistema Solar e, provavelmente, em outros sistemas planetários. A forma final de um satélite natural dependerá vários fatores, por exemplo, da intensidade do campo gravitacional do planeta ao qual está ligado, das suas tensões internas e, naturalmente, da sua própria massa. Em primeira aproximação, é esta última que pode dar-nos um critério que nos permitirá entender aquilo que pode separar satélites de forma esférica dos satélites de formato irregular. A abordagem que adotaremos é consequência de uma leitura do excelente texto de Bernard Schutz sobre a gravidade newtoniana e einsteniana [1]. No que segue, desenvolveremos mais detalhadamente uma das muitas discussões que o leitor encontrará no texto citado. É importante ter em mente, porém, que a discussão que apresentaremos aplica-se somente aos satélites que podem ser moldados. Em princípio, asteróides e/ou cometas capturados não se enquadram nesta categoria.

A primeira coisa a fazer é obter uma relação simples entre a massa do satélite natural e a sua temperatura. Se durante a sua formação esta temperatura corresponder ao estado de fusão da matéria que compõe o satélite, em outras palavras, se ele estiver “derretido”, a gravidade poderá moldá-lo em uma forma esférica. Veremos que com algumas hipóteses simples sobre a composição mineral e densidade do satélite poderemos obter uma estimativa da ordem de grandeza do valor mínimo para a massa que ser moldada em uma forma esférica.

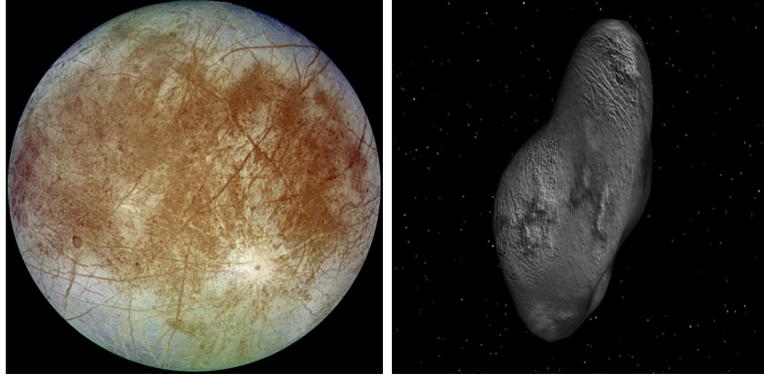


Figura 1: Europa e Listéia. (Imagens Wikipedia)

2 O teorema virial, a equipartição da energia e o critério

Consideremos um satélite na etapa de pré-solidificação, quando ainda podemos considerá-lo como constituído principalmente por rochas derretidas. Suponhamos que nessa etapa, o satélite tenha uma forma esférica de raio R , densidade uniforme ρ , raio R , e temperatura uniforme T . Seja M a massa do satélite e m a massa de um átomo, molécula ou agrupamento de moléculas, ou mesmo um corpúsculo., *e.g.*: um planetesimal, que incide sobre a superfície da lua. Podemos supor que a molécula começa sua viagem em direção à lua de um ponto muito distante com velocidade (quase) nula. Acelerada pelo campo gravitacional do satélite, a molécula ganha energia cinética. A energia cinética da molécula será transformada em calor e energia potencial gravitacional de interação. Pelo princípio da conservação de energia teremos

$$K + U + Q \approx 0, \quad (1)$$

onde K é a energia cinética final, U é a energia potencial de interação final entre a molécula e a lua e Q é o calor gerado no processo de impacto. Graus de liberdade internos são omitidos nesta abordagem. A energia gravitacional se escreve

$$U = -\frac{GMm}{R}, \quad (2)$$

onde G é a constante newtoniana de gravitação universal. Fazendo uso do teorema virial [2] escrevemos

$$\langle K \rangle_\tau = \frac{p+1}{2} \langle U \rangle_\tau, \quad (3)$$

onde $\langle \dots \rangle_\tau$ representa uma média temporal calculada em um intervalo de tempo τ suficientemente grande. Esse resultado vale para uma lei de força do tipo r_{jk}^p , onde r_{jk} é a distância entre a j -ésima e a k -ésima partícula do sistema. No nosso caso, $p = -2$, logo

$$\langle K \rangle_\tau = -\frac{1}{2} \langle U \rangle_\tau = \frac{GMm}{2R}. \quad (4)$$



Figura 2: Fobos e Deimos, luas de Marte. Dione (no centro) e Encelado, luas de Saturno (Ilustração e fotos NASA)

Esta energia cinética pode ser relacionada com a temperatura uniforme T do satélite por meio do teorema da equipartição de energia:

$$\frac{GMm}{2R} = \frac{3}{2} \kappa T, \quad (5)$$

onde κ é a constante de Boltzman. Como estamos supondo densidade uniforme para a lua podemos escrever

$$\rho = \frac{M}{(4/3)\pi R^3}. \quad (6)$$

Segue que

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3}. \quad (7)$$

Substituindo (7) em (5), obtemos

$$M = \left(\frac{3}{4\pi\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{\kappa T}{Gm} \right)^{3/2}. \quad (8)$$

Para obtermos uma estimativa do valor de M adotemos a prescrição da referência [1] e consideraremos m como a massa de uma molécula de dióxido de silício, SiO_2 (quartzo). A massa desta molécula vale aproximadamente $1,0 \times 10^{-25}$ kg (60 vezes a massa de um próton) e sua temperatura de fusão é de 1986 K. A densidade do SiO_2 é de $2,65 \times 10^3$ kg/m³. Substituindo estes valores em (8) obtemos o valor mínimo para a massa da lua:

$$M \approx 2,5 \times 10^{21} \text{ kg}. \quad (9)$$

3 Comparação com os dados do Sistema Solar

Nas Figuras 3 e 4, mostramos um diagrama com as massas dos satélites esféricos de Saturno e Urano. Observe que Dione, uma dos 62 satélites naturais de Saturno, tem uma massa um pouco abaixo do valor calculado aqui, mas a mesma ordem de grandeza. Tétis e Encelado têm massa uma ordem de grandeza menor, mas é o satélite de Urano, Mimas, o que mais se afasta do critério. A discrepância entre o valor calculado aqui e a massa observada de Tétis, Encelado e Mimas deve-se às hipóteses sobre a densidade, temperatura e massa de uma molécula típica que constitui a crosta de satélite natural que podem modificar o valor estimado de uma fator 10, 100 ou mesmo 1000. No caso de Mimas, por exemplo, sua baixa densidade ($\rho \approx 1.15 \text{ g/cm}^3$) sugere que seja constituído por gelo e uma pequena quantidade de material rochoso. Mimas poderia ter sido formado nos confins do Sistema Solar e capturado posteriormente. Os satélites naturais do Sistema Solar apresentam uma estrutura interna e composição química diferenciada, e muitos deles podem ser asteróides capturados por meio da interação gravitacional. Nestes aspectos, nossas hipóteses são grosseiras e devem ser revistas. Entretanto, a nossa Lua, os satélites galileanos de Júpiter, Tritão, satélite de Netuno, Charon, satélite de Plutão e os planetas-anões do Sistema Solar, Ceres, Plutão, Makemake, Haumea e Éris satisfazem confortavelmente o critério.

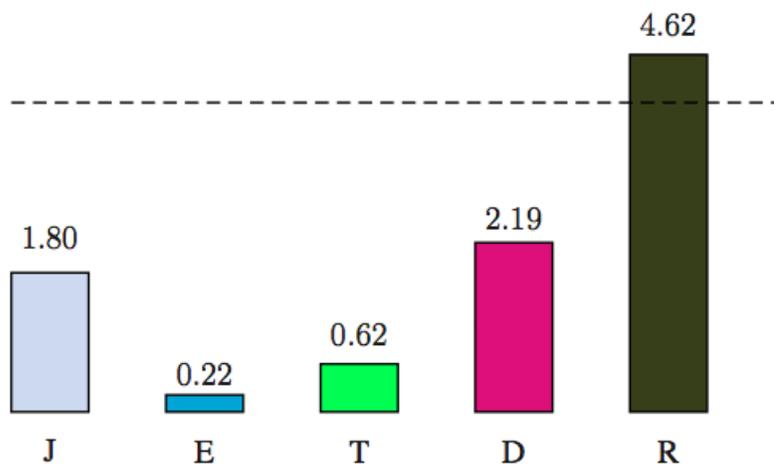


Figura 3: Luas esféricas de Saturno: Japeto (J), Encelado (E), Tétis (T), Dione (D) e Réia (R). A linha tracejada corresponde ao valor 4.0.

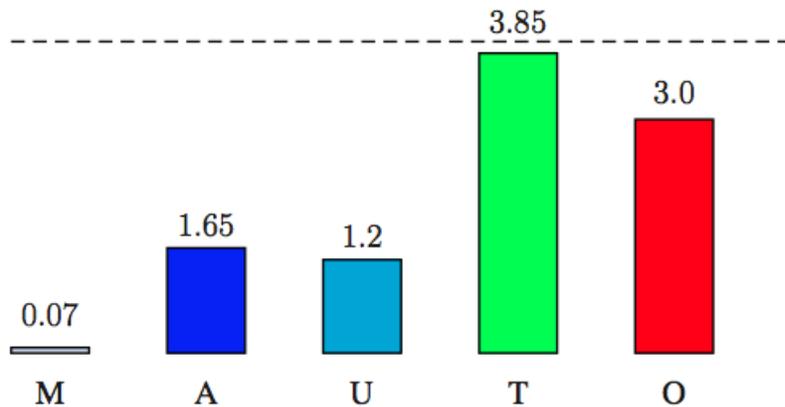


Figura 4: As luas esféricas de Urano: Miranda (M), Ariel (A), Umbriel (U), Titânia (T) e Oberon (O). A linha tracejada corresponde ao valor 4.0. Observe que a massa de Miranda é muito pequena quando comparada com o valor estimado com a eq. (9).

4 Conclusão

De um total de 19 satélites naturais e cinco planetas-anões, apenas dois discrepam apreciavelmente (duas ou três ordens de grandeza) do valor estimado pelo critério adotado. Portanto, a estimativa dada pela eq. (9) pode ser de alguma utilidade em uma distinção preliminar entre um satélite natural moldado pela ação gravitacional e um satélite pré-moldado, capturado posteriormente a sua formação.

Referências

- [1] B. Schutz *Gravity from the ground up* (CUP: Cambridge) 2003.
- [2] H. Goldstein, C. Poole e J. Safko *Classical Mechanics* 3rd edition (Addison-Wesley: San Francisco) 2002.
- [3] N. F. Comins e W. J. Kaufmann III *Descobrendo o Universo* Oitava Edição (Bookman: Porto Alegre) 2010.



Figura 5: Na esquerda, Éris, Plutão e Ceres em comparação com a Terra. Charon, lua de Plutão também é mostrada. Na direita, Haumea e seus dois satélites. (Ilustrações NASA)

Addendum: Haumea

O planeta-anão, Haumea, merece uma menção especial. Ele apresenta uma forma ovalada, tem uma massa quase igual a de Plutão e dois pequenos satélites: Hi'aka e Namaka. Os nomes foram inspirados pela mitologia havaiana. Haumea é a deusa da fertilidade, Hi'aka, a deusa dos dançarinos de hula e Namaka, é o espírito das águas. Acredita-se que a forma peculiar de Haumea se deva a sua velocidade de rotação, que é muito alta. Haumea completa uma volta em torno do próprio eixo em apenas quatro horas e dá uma volta completa em torno do Sol em 285 anos terrestres. Acredita-se que é rochoso, mas envolto por uma fina camada de gelo.